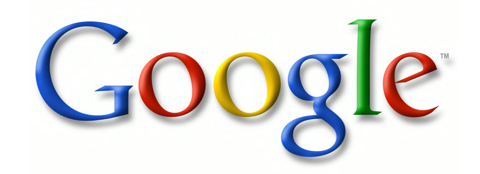
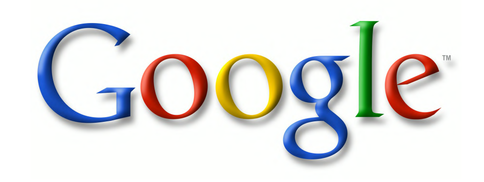
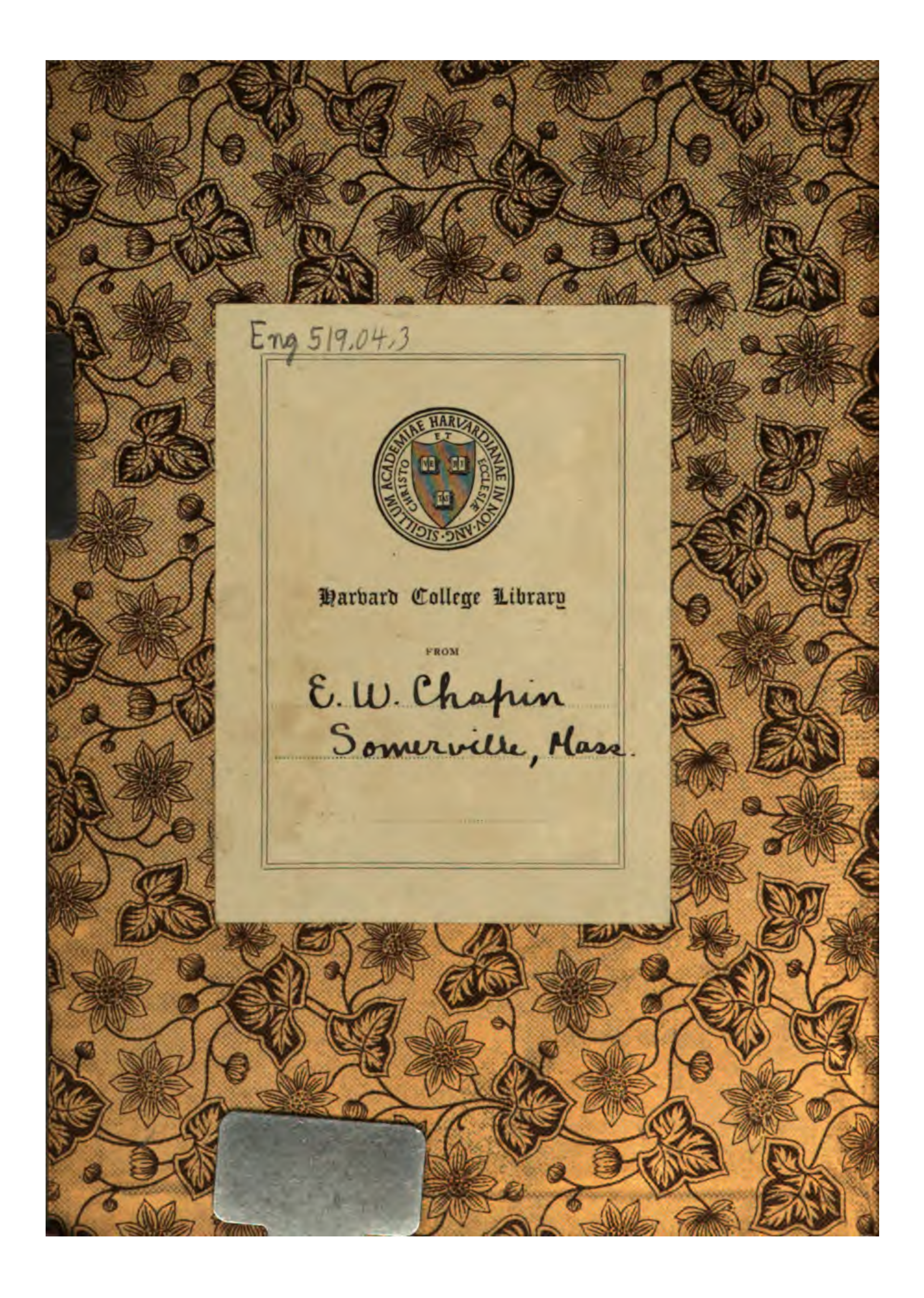



Google



В. ВИТКОВСКІЙ

ТОПОГРАФІЯ





Mr. J. De Wolf Granger
With kind regards and compliments of
B. Witkovsky.
S. Petersburg. Petersburg Side, Gr. Spasski 17.
Russia

ТОПОГРАФІЯ.

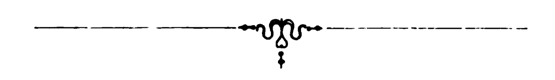
В. Витковскій.

V. Vitkovskii

ТОПОГРАФІЯ.

Уединеніе, трудъ, размышленіе,
Книги, перо и тетрадь —
Въ нихъ ты для сердца найдешь исцѣленіе
И для ума — благодать.

Я. П. Полонскій.



С.-ПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія Ю. Н. Эрлихъ, Садовая, 9.
1904.

C W Chapin
Somerville Mass

Корпусу

Военныхъ

Топографовъ.

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Въ одной небольшой книгѣ нельзя описать всѣ существующіе топографическіе инструменты и всѣ способы съемокъ. Я ограничился описаніемъ только тѣхъ приборовъ и тѣхъ способовъ, которые примѣняются въ настоящее время для самыхъ точныхъ и обширныхъ съемокъ въ Россіи, именно для съемокъ, производимыхъ чинами Корпуса Военныхъ Топографовъ.

Вотъ почему читатель не найдетъ, напримѣръ, въ моей Топографіи изложенія Фотограмметріи, которою многіе увлекаются въ послѣднее время. Мнѣ думается, что этотъ новый способъ не можетъ вытѣснить старыхъ и испытанныхъ пріемовъ мензульной съемки. Какъ ни заманчиво получить въ нѣсколько дней множество снимковъ, но они едва ли могутъ послужить надежнымъ матеріаломъ для точнаго и подробнаго плана мѣстности. Личный осмотръ каждаго участка нельзя замѣнить даже самымъ кропотливымъ изученіемъ маленькихъ перспективныхъ изображеній того же участка; наконецъ, разстоянія и углы, полученные непосредственными измѣреніями на мѣстности, несо-

мѣнно точнѣе разстояній и угловъ, выводимыхъ построеніями и вычисленіями съ уменьшенныхъ и частью искаженныхъ изображеній на негативныхъ пластинкахъ.

Считаю пріятнымъ долгомъ выразить здѣсь мою глубокую признательность Н. М. Гришкевичу, взявшему на себя не малый трудъ приготовить для книги всѣ чертежи, Л. Г. Малису, съ неослабнымъ вниманіемъ читавшему и исправлявшему какъ первоначальную рукопись, такъ и корректурные листы, и А. В. Кожевникову, раздѣлившему со мною заботы объ окончательномъ просмотрѣ пробныхъ оттисковъ и о составленіи указателей.

В. Витковскій.

15-го Ноября 1903 г.
С.-Петербургъ.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

§§ стр.

V. О съемкахъ вообще. On Surveys in general

VI. Свѣдѣнія изъ оптики.

VII. Оптическіе приборы. Optical Apparatus

VIII. Ошибки измѣреній.

IX. Части инструментовъ.

X. Означеніе и измѣреніе линій.

XI. Дальномѣры.

XII. Эккеры.

XIII. Буссоли.

XIV. Астролябія.

XV. Отражательные инструменты.

XVI. Мензулы.

XVII. Мензульная съемка.

XVIII. Глазомѣрная съемка.

XIX. Геометрическое нивелированіе.

XX. Вычисленіе площадей.

Es irrt der Mensch, so lang er strebt.
Goethe.

Главнѣйшія изъ замѣченныхъ опечатокъ.

(Звѣздочкою обозначены строки снизу).

Страница.	*Строка.*	*Напечатано.*	*Должно быть.*
164	0	IV	VI
236	11*	$a—a^0$	$a—a_0$
238	16	·98	572·98
253	6*	(черт. 144)	(черт. 145)
254	9	(черт. 145)	(черт. 144)
418	10*	получится	получиться
449	13	$gt\ r$	$tg\ r$
479	6*	bos	$bos = \theta$
—	—	$b_0s = \theta$	$b_0s = \theta_0$
487	6*	Простая	Прямая
546	11	$D = 500$	$D = 400$
582	16	1·4762	1·4764
640	0	460	640
678	12*	3016·316	3016·816
—	9* и 5*	7·9—7·8	7·8—7·9
714	2	$r = 1·50$	$r = 0·75$

I.

Введеніе.

1. Предметъ Топографіи. *Топографія* имѣетъ предметомъ подробное изученіе земной поверхности въ геометрическомъ отношеніи и изслѣдованіе способовъ, служащихъ для изображенія этой поверхности на плоскости; притомъ Топографія занимается исключительно твердою оболочкой обитаемой нами планеты—сушей, изученіе ея жидкой оболочки — океановъ и морей составляетъ предметъ *Гидрографіи.* Обширность суши принуждаетъ изучать ее по частямъ, а изслѣдованіе частей требуетъ знанія цѣлаго; это цѣлое, т. е. общій видъ и размѣры Земли, изучается въ *Геодезіи.*

Различіе между Геодезіей и Топографіей можетъ быть понято изъ слѣдующаго простого примѣра. Пусть требуется изучить во всѣхъ подробностяхъ поверхность какого-нибудь зданія. Такъ какъ каждое зданіе представляетъ, обыкновенно, тѣло, ограниченное нѣсколькими плоскостями, то прежде всего измѣряютъ протяженія этихъ плоскостей и составляемые ими углы; тогда можно уже приступить къ подробному изслѣдованію каждой отдѣльной грани и, замѣтивъ, что неровности и шероховатости граней состоятъ изъ сочетаній весьма разнообразныхъ кривыхъ поверхностей, опредѣлять ихъ по точкамъ, относя встрѣчающіяся выпуклости и углубленія къ плоскостямъ, представляющимъ эти грани лишь въ общихъ чертахъ. Въ этомъ примѣрѣ опредѣленіе общаго вида зданія и размѣровъ его граней можно сравнить съ опредѣленіемъ общаго вида Земли, которымъ занимается *Геодезія*; изученіе же шероховатостей, выпуклостей и углубленій каждой отдѣльной грани подобно изслѣдованію неровностей и очертаній горъ и долинъ на земной поверхности, составляющему предметъ *Топографіи.* Словомъ, въ Геодезіи изучается общій видъ воображаемой такъ называемой уровенной поверхности Земли, а въ Топографіи—дѣйствительная поверхность суши.

Легко понять, что изучающему Топографію необходимо знать предварительно Геодезію; но такъ какъ способы и приборы, примѣняемые въ Топографіи проще способовъ и приборовъ, которыми пользуется Геодезія, то обыкновенно слѣдуютъ обратному порядку. Приступающему къ изученію Топографіи достаточно знать лишь конечные выводы Геодезіи, а именно, что обитаемая нами планета въ своемъ цѣломъ представляетъ *сфероидъ*, т. е. тѣло, происходящее отъ вращенія эллипса около его малой оси; этотъ сфероидъ очень близокъ къ шару, радіусъ котораго равенъ приблизительно 6000 верстъ. Общій видъ Земли всего нагляднѣе выясняется на океанахъ и въ открытыхъ моряхъ, къ поверхностямъ которыхъ и относятъ всѣ подробности материковъ и острововъ.

Топографическія работы, имѣющія цѣлью изученіе поверхности суши, производятся особыми, назначенными къ тому снарядами, правильное пользованіе которыми требуетъ знанія ихъ устройства и умѣнія изслѣдовать и исправлять ихъ недостатки. Смотря по роду топографическихъ работъ и точности, съ которою онѣ производятся, примѣняютъ весьма разнообразные снаряды, и потому въ Топографіи излагаются устройство, изслѣдованіе и примѣненіе весьма разнообразныхъ приборовъ или такъ называемыхъ *топографическихъ инструментовъ*, равно какъ и самое производство полевыхъ и чертежныхъ работъ, имѣющихъ цѣлью составленіе изображенія мѣстности на плоскости.

Такъ какъ топографическія дѣйствія какъ въ полѣ, такъ и дома, подвержены неизбѣжнымъ погрѣшностямъ, то въ Топографіи разсматриваются еще способы, какъ устранять или ослаблять *вліяніе инструментальныхъ ошибокъ* и выводить надежнѣйшіе результаты изъ совокупности различныхъ измѣреній.

Изученіе земной поверхности издавна составляло заботу какъ отдѣльныхъ лицъ, такъ и правительствъ различныхъ народовъ. Вспомнимъ, что именно на поверхности суши почти исключительно сосредоточена вся дѣятельность человѣчества; отъ внѣшняго вида страны зависитъ и бытъ ея обитателей. Наибольшая часть человѣческихъ познаній опирается на Топографію и связанныя съ нею науки. Изображенія различныхъ странъ необходимы естествоиспытателямъ, изучающимъ природу въ обширнѣйшемъ значеніи этого слова, сельскимъ хозяевамъ, промышленникамъ, купцамъ, инженерамъ и другимъ дѣятелямъ; но нигдѣ готовыя изображенія страны не имѣютъ та-

кого важнаго значенія, какъ при военныхъ дѣйствіяхъ. Во всѣхъ другихъ случаяхъ можно отсрочить работу до составленія новаго изображенія или до исправленія существующаго; въ военномъ-же дѣлѣ это немыслимо. Современныя войны возникаютъ столь внезапно и ведутся съ такой быстротою, что откладывать составленіе изображенія поверхности страны до объявленія войны было бы безразсудно. Правда, огромныя пространства всѣхъ просвѣщенныхъ государствъ уже зарисованы и даже напечатаны, но эти изображенія составлены зачастую съ другою цѣлью: по большей части это такъ называемые *межевые планы*, на которыхъ показаны границы владѣній и родъ угодій. Въ военное же время не разбираютъ, кому принадлежитъ данный участокъ, или гдѣ поставлены межевые знаки; на театрѣ военныхъ дѣйствій всего важнѣе знать степень проходимости или недоступности даннаго пространства, что обусловливается главнымъ образомъ неровностями поверхности земли, расположеніемъ горъ, долинъ и рѣкъ, причемъ большое значеніе имѣютъ не только недоступные горные хребты и непроходимые лѣса, но и ничтожныя складки мѣстности, могущія служить войскамъ прикрытіемъ отъ взоровъ и частью отъ выстрѣловъ непріятеля. Между тѣмъ именно неровности мѣстности на межевыхъ планахъ, обыкновенно, вовсе не показываются.

Точныя и полныя изображенія страны или *топографическія карты* необходимы на войнѣ не только главнокомандующему для общихъ стратегическихъ соображеній и составленія предположеній о цѣлой кампаніи или объ отдѣльномъ сраженіи, но и всѣмъ другимъ лицамъ, завѣдывающимъ тою или другою отраслью дѣятельности на театрѣ войны *). Такъ, офицеру Генеральнаго Штаба карты нужны для выработки маршрутовъ слѣдованія отдѣльныхъ отрядовъ, для соображеній о расквартированіи войскъ въ извѣстной мѣстности, для распредѣленія войскъ на позиціи и т. п.; артиллеристъ зачастую по картѣ выбираетъ тѣ возвышенныя мѣста, на которыхъ всего выгоднѣе помѣстить орудія для обстрѣливанія впереди лежащаго простран-

*) Еще отецъ географіи Страбонъ говорилъ: „Удачнѣе будетъ охотиться тотъ, кто знаетъ лѣсъ, его качества, размѣры, равнымъ образомъ только знающій страну правильно устроитъ лагерь, засаду или совершить путешествіе. Въ дѣлахъ военныхъ это гораздо очевиднѣе, потому что тѣмъ болѣе вознаграждаемы будутъ знанія, и тѣмъ больше будетъ вредъ отъ невѣжества“ (Географія, книга первая, I, 17).

ства; инженеръ по картамъ составляетъ проекты постройки крѣпостей или временныхъ укрѣпленій, знакомится съ расположеніемъ дорогъ, опредѣляетъ мѣста переправъ черезъ рѣки, судитъ объ удобствѣ прохода войскъ черезъ горныя тѣснины и т. д.; интенданту и начальнику транспортовъ карты служатъ для распредѣленія обозныхъ эшелоновъ по отдѣльнымъ дорогамъ, для выбора мѣстъ постоянныхъ и временныхъ складовъ съ вещевыми и продовольственными запасами; даже военному врачу необходимы топографическія карты: по нимъ онъ выбираетъ выгоднѣйшія мѣста расположенія перевязочныхъ пунктовъ, лазаретовъ и госпиталей. Словомъ, изображенія страны и притомъ самыя подробныя, необходимы въ военное время на каждомъ шагу. Геніальнѣйшія мысли могли бы остаться безплодными или даже привести къ гибельнымъ послѣдствіямъ, если бы онѣ не были основаны на изученіи мѣстности; мѣстность же изучается преимущественно по топографическимъ картамъ, и хотя послѣднее окончательное рѣшеніе и требуетъ личнаго осмотра позиціи, бивака и т. д., однако предварительныя соображенія дѣлаются, обыкновенно, по готовымъ картамъ, какъ имѣющимся заранѣе (печатныя топографическія карты), такъ и по сдѣланнымъ въ теченіе самой войны (военно-глазомѣрныя съемки).

Уже древнѣйшіе образованные народы, финикіяне и египтяне, а затѣмъ греки и римляне изучали поверхность какъ своихъ, такъ и сосѣднихъ странъ и составляли чертежи, первообразы современныхъ межевыхъ плановъ и топографическихъ картъ. Первымъ толчкомъ къ такому изученію послужила, вѣроятно, настоятельная необходимость рыть каналы для орошенія безплодныхъ участковъ и осушенія болотъ. Такія работы требовали предварительнаго изученія мѣстности, чтобы опредѣлять относительное превышеніе разныхъ точекъ. Впослѣдствіи частныя свѣдѣнія объ отдѣльныхъ участкахъ сводились вмѣстѣ, и явились сплошныя изображенія цѣлыхъ странъ. У Геродота (Исторія, V, 49) упоминается о существованіи мѣдной карты, на которой вырѣзаны были весь кругъ земной, все море и всѣ рѣки. Въ извѣстной комедіи Аристофана «Облака» ученикъ Сократа показываетъ и объясняетъ Стрепсіаду даже земной глобусъ съ изображенными на немъ Аттикой и прилежащими странами. Исторія сохранила имя греческаго астронома и путешественника *Питеаса*, уроженца Массиліи (нынѣшняя Марсель), который въ IV-мъ вѣкѣ до Р. Х. объѣхалъ многія страны,

дошелъ, повидимому, даже до острова Исландіи и составилъ сочиненіе, названное имъ «Периплюсъ» (кругосвѣтное плаваніе), заключающее топографическое описаніе съ приложеніемъ чертежей и картъ почти всѣхъ извѣстныхъ тогда областей.

Незнаніе истиннаго вида и размѣровъ Земли и грубость способовъ опредѣленія географическихъ широтъ и долготъ въ древности не позволяли получать карты, удовлетворительно изображающія дѣйствительную поверхность суши, но собственно описанія странъ составлялись и тогда довольно точно и подробно, причемъ приводились близкія къ истинѣ разстоянія между главнѣйшими населенными мѣстами. Въ настоящее время, за исключеніемъ приполярныхъ областей, вся земная поверхность изучена уже въ общихъ чертахъ, и ближайшею задачей путешественниковъ является подробное изслѣдованіе разныхъ странъ. Всѣ государства стремятся къ самому обстоятельному знанію своихъ владѣній. Готовыя карты служатъ въ настоящее время основаніемъ всѣхъ общественныхъ и частныхъ работъ на мѣстности.

Maps and plans

2. Карты и планы. Вполнѣ точное изображеніе земной поверхности можетъ быть сдѣлано только на глобусѣ, т. е. на шарѣ—тѣлѣ подобномъ Землѣ. Однако на маленькомъ глобусѣ можно изобразить земную поверхность лишь въ общихъ чертахъ, большіе же глобусы громоздки и неудобны для пользованія. Поэтому подробныя изображенія земной поверхности дѣлаютъ, обыкновенно, на плоскости, именно на листахъ бумаги.

Если бы земная поверхность принадлежала къ поверхностямъ, развертывающимся на плоскости, какъ поверхности цилиндрическія и коническія, то изображеніе ея на плоскости не представляло бы затрудненій. Но сферическая поверхность не можетъ быть развернута въ плоскость безъ складокъ и разрывовъ, и потому для изображенія земной поверхности приходится прибѣгать къ условнымъ построеніямъ, называемымъ *картографическими проекціями;* на такихъ проекціяхъ очертанія материковъ и морей, вообще говоря, не подобны соотвѣтствующимъ очертаніямъ на Землѣ, но тѣ и другія связаны извѣстными соотношеніями, легко получаемыми вычисленіемъ. Задача каждой картографической проекціи заключается въ построеніи сѣтки меридіановъ и параллелей, которая затѣмъ наполняется всѣми подробностями, полученными топографическими работами. Изо-

браженіе всей земной поверхности или отдѣльной страны, составленное по вычерченной предварительно картографической сѣткѣ, называется *картой.*

Ниже, въ § 3, показано, что небольшую часть земной поверхности, безъ замѣтныхъ на чертежѣ погрѣшностей, можно считать плоскостью, и потому изображеніе ея на бумагѣ можетъ быть сдѣлано съ сохраненіемъ полнаго подобія всѣхъ очертаній мѣстности. Такое изображеніе называется *планомъ.*

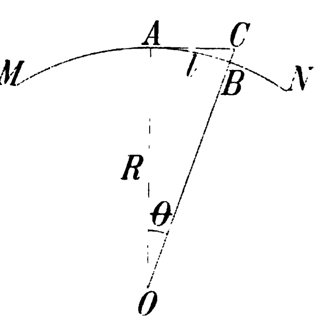
Изъ предыдущаго понятно, что на картѣ можно изобразить любое пространство, напримѣръ, цѣлый материкъ; на планѣ-же изображается только небольшая часть земной поверхности. На картѣ нельзя представить совокупность очертаній въ полномъ подобіи съ мѣстностью: какъ длины линій, такъ и углы между ними на картѣ, обыкновенно, не соотвѣтствуютъ дѣйствительности, но, зная проекцію, по которой составлена карта, можно получить истинныя величины линій и угловъ при помощи вычисленій или вспомогательныхъ построеній. Напротивъ того, планъ, въ предѣлахъ точности полевой и чертежной работъ, представляетъ полное подобіе мѣстнымъ предметамъ, такъ какъ на всемъ его протяженіи разстоянія на планѣ пропорціональны разстояніямъ на уровенной поверхности, а углы на планѣ равны соотвѣтствующимъ угламъ на этой поверхности. Необходимо замѣтить, что какъ на картахъ, такъ и на планахъ изображаютъ не истинныя очертанія мѣстныхъ предметовъ, а проекціи ихъ на *уровенную поверхность,* т. е. поверхность океановъ, мысленно продолженную чрезъ материки и острова.

На картахъ и планахъ изображаютъ не только естественные предметы, но и все то, что создано на землѣ трудами человѣка. Смотря по числу и роду предметовъ, помѣщаемыхъ на изображеніи, различаютъ разные виды картъ и плановъ, о чемъ подробнѣе сказано въ § 16. Здѣсь же умѣстно упомянуть, что общее изображеніе отдѣльнаго материка или государства съ показаніемъ лишь важнѣйшихъ предметовъ называется *географическою картой;* изображеніе-же, на которомъ помѣщены большое число предметовъ и главнымъ образомъ неровности мѣстности, называется *картой топографическою.* Очертанія предметовъ и неровности мѣстности изображаются помощью такъ называемыхъ *условныхъ знаковъ* (см. Гл. IV), которые болѣе или менѣе воспроизводятъ впечатлѣніе, получаемое глазомъ при разсматриваніи самой мѣстности съ извѣстной высоты.

Level surfaces.

3. Плоскіе участки. Если бы измѣренія на мѣстности и чертежныя работы на бумагѣ производились съ безусловною точностью, то никакой участокъ уровенной поверхности Земли нельзя было бы считать плоскостью. На самомъ же дѣлѣ измѣренія въ полѣ и чертежныя работы дома подвержены неизбѣжнымъ ошибкамъ, и потому небольшую часть земной поверхности, отличающуюся отъ плоскости на величины, меньшія погрѣшностей измѣренія и черченія, можно считать плоскостью; такое допущеніе чрезвычайно облегчаетъ задачу Топографіи.

Опредѣлимъ величины ошибокъ въ горизонтальныхъ разстояніяхъ и въ высотахъ, происходящихъ отъ принятія небольшой части уровенной поверхности Земли за плоскость. Пусть дуга MAN (черт. 1) представляетъ разрѣзъ части земной поверхности, принимаемой за шаръ съ центромъ въ O. Выберемъ на ней двѣ произвольныя не очень удаленныя другъ отъ друга точки A и B; проведемъ радіусы AO и BO и касательную AC въ A. Легко понять, что, если вмѣсто шаровой поверхности будетъ взята плоскость, касательная въ точкѣ A, то въ горизонтальныхъ разстояніяхъ между точками A и B произойдетъ ошибка Δl, не превосходящая разности $AC-AB$; въ вертикальныхъ же разстояніяхъ (въ высотахъ) ошибка Δh, не превосходящая отрѣзка BC. Такимъ образомъ на протяженіи дуги $AB=l$, наибольшія погрѣшности въ горизонтальныхъ разстояніяхъ и въ высотахъ будутъ:



Черт. 1.

$$\left.\begin{aligned}\Delta l &= AC - AB \\ \Delta h &= BC\end{aligned}\right\} \quad (a)$$

Называя уголъ, составляемый радіусами AO и BO буквой θ, а длину радіуса земного шара буквою R, имѣемъ изъ чертежа:

$$AB = l = R\,.\,\theta \quad (b)$$

$$\left.\begin{aligned}AC &= R\,.\,tg\,\theta \\ BC &= R\,.\,sec\,\theta - R\end{aligned}\right\} \quad (c)$$

Извѣстно, что $tg\,\theta$ и $sec\,\theta$ выражаются слѣдующими рядами:

$$tg\,\theta = \theta + \frac{1}{3}\theta^3 + \frac{2}{15}\theta^5 + \ldots.$$

$$sec\,\theta = 1 + \frac{1}{2}\theta^2 + \frac{5}{24}\theta^4 + \ldots.$$

Если разстояніе между разсматриваемыми точками A и B незначительно въ сравненіи съ радіусомъ земли R, то уголъ θ весьма малъ, и въ предыдущихъ рядахъ можно всегда пренебречь членами съ высшими степенями θ. Дѣйствительно, полагая, напримѣръ, $l = 100$ верстамъ, $R = 6000$ верстамъ, изъ формулы (b) имѣемъ:

$$\theta = \frac{l}{R} = \frac{100}{6000} = \frac{1}{60}$$

и члены 5-й и 4-й степеней будутъ:

$$\frac{2}{15}\theta^5 = 0{\cdot}\,000\,0000\,002 \qquad \frac{5}{24}\theta^4 = 0{\cdot}\,000\,0000\,161$$

Понятно, что члены съ высшими степенями θ еще меньше. Такія малыя дроби не имѣютъ практическаго значенія: онѣ меньше ошибокъ, являющихся при вычисленіи даже семизначными логариѳмическими таблицами; поэтому вмѣсто вышестоящихъ рядовъ можно взять приближенныя выраженія:

$$tg\,\theta = \theta + \frac{1}{3}\theta^3$$

$$sec\,\theta = 1 + \frac{1}{2}\theta^2$$

Если подставить ихъ въ формулы (c) и (a), то будетъ:

$$\Delta l = AC - AB = R\left(\theta + \frac{1}{3}\theta^3\right) - R\,.\,\theta = R\cdot\frac{\theta^3}{3}$$

$$\Delta h = BC = R\left(1 + \frac{1}{2}\theta^2\right) - R = R\cdot\frac{\theta^2}{2}$$

Замѣнивъ еще θ равною величиной $\frac{l}{R}$ изъ формулы (b), получимъ для искомыхъ предѣльныхъ ошибокъ слѣдующія окончательныя формулы:

$$\left.\begin{array}{ll} \textit{Ошибка въ гориз. разстояніи} & \Delta l = \dfrac{l^3}{3R^2} \\ \textit{Ошибка въ высотѣ} & \Delta h = \dfrac{l^2}{2R} \end{array}\right\} \qquad (1)$$

Вычисливъ предѣльныя ошибки Δl и Δh послѣдовательно для разстояній $l = 1$, 10 и 100 верстамъ, и считая по прежнему $R = 6000$ верстамъ, получимъ слѣдующую табличку:

Distances. Errors in hor. distances Errors in heights.

Разстоянія l	Ошибки въ горизонт. разстояніяхъ Δl	Ошибки въ высотахъ Δh
1 верста	0·0004 дюйма	3·5 дюйма
10 „	0·4 дюйма	4·2 сажени
100 „	4·6 сажени	417 саженей

Изъ формулъ (1) и изъ этой таблички видно, что ошибка въ горизонтальномъ разстояніи возрастаетъ пропорціонально кубамъ, а ошибка въ высотѣ—пропорціонально квадратамъ удаленія отъ точки касанія плоскости къ сферической поверхности.

При небольшомъ удаленіи отъ точки касанія плоскости къ сферической поверхности ошибка въ горизонтальномъ разстояніи ничтожна, и такъ какъ доли дюйма не имѣютъ значенія при грубыхъ измѣреніяхъ, то на разстояніи 10 верстъ и даже болѣе проекціи линій на уровенную поверхность можно изображать на плоскости почти безошибочно. Что же касается ошибокъ въ высотахъ, то онѣ значительны даже при малыхъ разстояніяхъ, и потому вычисленныя высоты, обыкновенно, исправляются за кривизну Земли (см. § 147).

Формулы (1) позволяютъ опредѣлить, при какомъ удаленіи точекъ можно пренебрегать впередъ заданными ошибками въ горизонтальныхъ разстояніяхъ и въ высотахъ; именно, рѣшая ихъ относительно l, получаемъ:

$$l = \sqrt[3]{3\,R^2 \,.\, \Delta l}$$

$$l = \sqrt{2\,R \,.\, \Delta h}$$

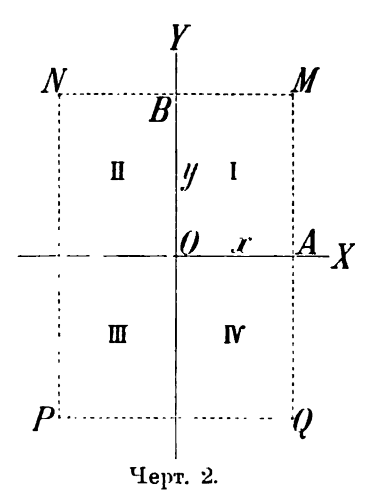
Напримѣръ, ошибка $\Delta l = 1$ дюйму оказывается при удаленіи $l = 14$ верстамъ; ошибка $\Delta l = 1$ сажени — при $l = 60$ верстамъ; ошибка $\Delta h = 1$ дюйму будетъ при удаленіи $l = 267$ саженямъ; ошибка $\Delta h = 1$ сажени — при $l = 5$ верстамъ и т. д.

Такъ какъ разнаго рода топографическія работы производятся съ весьма различною точностью, то въ каждомъ частномъ случаѣ можно принимать за плоскость участки земной поверхности различной величины. На мензульныхъ съемкахъ, производящихся у насъ въ Россіи въ масштабѣ 250 саж. въ дюймѣ, предѣльная ошибка въ нанесеніи линій на бумагу составляетъ 1·25 сажени (см. § 7); поэтому, если вообразить касательную плоскость къ рединѣ участка, то точное изображеніе въ видѣ плана можетъ

быть сдѣлано на пространствѣ около 100 верстъ въ длину и ширину, т. е. на пространствѣ одного квадратнаго градуса земной поверхности. Вообще, чѣмъ точнѣе производимая въ полѣ работа, тѣмъ меньшее пространство на Землѣ можно принимать плоскимъ.

Notions on co-ordinates

4. Понятіе о координатахъ. Положеніе любой точки на плоскости или въ пространствѣ опредѣляется особыми величинами, называемыми *координатами*. Разсмотримъ простѣйшія и чаще встрѣчающіяся въ Топографіи системы координатъ сперва на плоскости, а затѣмъ въ пространствѣ.



Черт. 2.

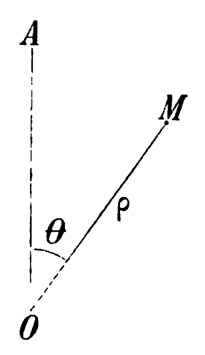
Прямоугольныя координаты. Вообразимъ на плоскости двѣ взаимно-перпендикулярныя прямыя OX и OY (черт. 2), называемыя *прямоугольными осями координатъ*. Прямая OX, проводимая, обыкновенно, слѣва направо, называется осью X-овъ или *осью абсциссъ*, а прямая OY, проводимая сверху внизъ—осью Y-овъ или *осью ординатъ*. Точка (O) пересѣченія осей абсциссъ и ординатъ называется *началомъ координатъ*.

Положеніе любой точки на плоскости опредѣлено, если извѣстны ея прямоугольныя координаты. Такъ какъ длины OA и OB можно откладывать не только вправо и вверхъ, но также влѣво и внизъ, то подъ координатами разумѣютъ длины отрѣзковъ осей со знаками + или —, причемъ принято считать отрѣзки по оси X-овъ вправо отъ начала координатъ положительными, а влѣво отрицательными; отрѣзки-же по оси Y-овъ считаются вверхъ отъ начала координатъ положительными, а внизъ—отрицательными. Такимъ образомъ для всѣхъ четырехъ угловъ, образуемыхъ пересѣченіемъ координатныхъ осей, получаются слѣдующія системы знаковъ для абсциссъ и ординатъ:

Углы	I	II	III	IV
Точки	M	N	P	Q
Знаки абсциссы x	+	—	-	+
Знаки ординаты y	+	+	—	—

По даннымъ прямоугольнымъ координатамъ на плоскости легко построить соотвѣтствующую точку: откладываютъ по осямъ X и Y отъ начала координатъ O данныя абсциссу $x = OA$ и ординату $y = OB$ и черезъ полученныя точки проводятъ прямыя, параллельныя координатнымъ осямъ; пересѣченіе этихъ прямыхъ и будетъ требуемая точка M.

Полярныя координаты. Проведемъ черезъ произвольно взятую на плоскости точку O (черт. 3) прямую OA. Точка O называется *полюсомъ*, а прямая OA — *полярною осью.* Соединивъ данную на плоскости точку M съ полюсомъ O, получимъ опредѣленную длину $OM = \rho$ и уголъ $AOM = \theta$; эти двѣ величины вполнѣ опредѣляютъ положеніе точки M. Длина ρ называется *радіусомъ-векторомъ,* а уголъ θ — *угломъ положенія.* Если считать углы положенія отъ $0°$ до $360°$ въ направленіи движенія стрѣлокъ часовъ, то въ этой системѣ нѣтъ надобности сопровождать координаты знаками; радіусъ-векторъ, какъ разстояніе между двумя точками, величина всегда положительная.



Черт. 3.

По даннымъ полярнымъ координатамъ легко построить соотвѣтствующую точку; для этого при полюсѣ O отъ оси OA, въ направленіи возрастающихъ угловъ положенія, строятъ данный уголъ θ, а затѣмъ по полученному направленію откладываютъ данную длину радіуса-вектора ρ.

Если плоскость координатъ совпадаетъ съ плоскостью горизонта въ данной точкѣ O, а направленіе оси OA съ направленіемъ полуденной линіи (меридіана) къ сѣверу, то уголъ AOM называется *азимутомъ.* Азимуты считаются отъ сѣвера черезъ востокъ отъ $0°$ до $360°$.

Черт. 4.

Весьма часто является надобность переходить отъ одной системы координатъ къ другой. Изъ чертежа 4-го, на которомъ полюсъ O совмѣщенъ съ началомъ, а ось OA съ осью ординатъ OY прямоугольной системы координатъ, легко получить слѣдующія со-

отношенія:

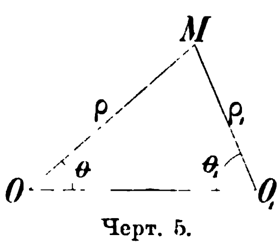
$$\left.\begin{aligned} x &= \rho \, . \, sin\, \theta \\ y &= \rho \, . \, cos\, \theta \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} tg\, \theta &= \frac{x}{y} \\ \rho = \frac{x}{sin\, \theta} &= \frac{y}{cos\, \theta} = \sqrt{x^2 + y^2} \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Формулы (2) служатъ для перехода отъ полярныхъ координатъ къ прямоугольнымъ, а формулы (3)—для перехода отъ прямоугольныхъ координатъ къ полярнымъ.

Числовые примѣры: 1) Даны полярныя координаты точки на плоскости: $\rho = 20$ дюймовъ и $\theta = 147° \; 20'$; найти прямоугольныя координаты той же точки. По формуламъ (2) получаемъ: $x = +10{\cdot}795$ и $y = -16{\cdot}837$ дюйма.

2) Даны прямоугольныя координаты точки на плоскости: $x = -15$ и $y = +25$ дюймовъ; найти полярныя координаты той же точки. По формуламъ (3) получаемъ: $\theta = 329° \; 2' \; 10''$ и $\rho = 29{\cdot}155$ дюйма.



Черт. 5.

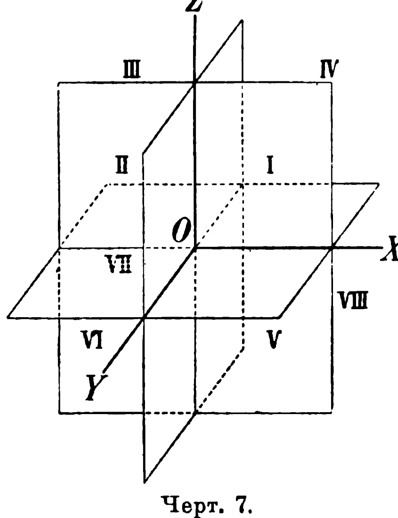
Положеніе точки на плоскости можетъ быть опредѣлено и другими системами координатъ; при полевыхъ топографическихъ работахъ нерѣдко пользуются такъ называемыми *биполярными координатами.*

На плоскости берутъ два неподвижныхъ полюса O и O_1 (черт. 5) и положеніе любой точки M опредѣляютъ либо углами θ и θ_1, образуемыми прямыми OM и O_1M съ осью OO_1, либо разстояніями OM и O_1M (ρ и ρ_1).

Положеніе точки въ пространствѣ, какъ и на плоскости, можетъ быть опредѣлено различными системами координатъ. Пусть XOY, XOZ и YOZ (черт. 6) представляютъ три взаимно-перпендикулярныя плоскости. Общая точка ихъ пересѣченія O называется *началомъ координатъ*, а самыя плоскости — *координатными плоскостями* XOY, XOZ и YOZ. Линіи же пересѣченія координатныхъ плоскостей, т. е. прямыя OX, OY и OZ, называются *осями координатъ*, именно соотвѣтственно осью X-овъ, осью Y-овъ и осью Z-овъ.

Если даны разстоянія какой-нибудь точки въ пространствѣ

отъ плоскостей координатъ, то положеніе ея будетъ опредѣлено; необходимо лишь, какъ и въ прямоугольныхъ координатахъ на плоскости, условиться принимать эти разстоянія съ тѣмъ или другимъ знакомъ. Такія величины, сопровождаемыя знаками, называются *прямоугольными координатами точки въ пространствѣ*.



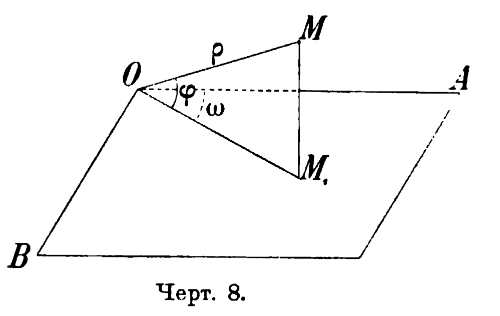
Черт. 6.

Черт. 7.

Соотвѣтственно каждому изъ восьми угловъ, образуемыхъ взаимными пересѣченіями координатныхъ плоскостей, знаки координатъ будутъ (черт. 7):

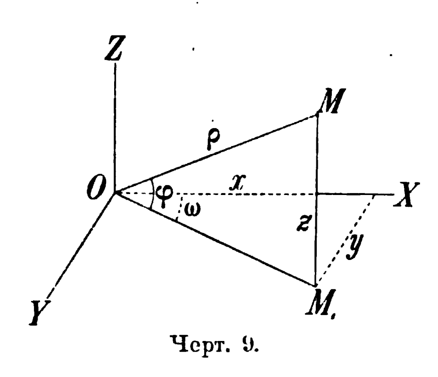
Углы	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
x	+	—	—	+	+	—	—	+
y	+	+	—	—	+	+	—	—
z	+	+	+	+	—	—	—	—

Для построенія *полярныхъ координатъ въ пространствѣ* вообразимъ въ какой-нибудь плоскости AOB (черт. 8) *полюсъ* O и нѣкоторое направленіе OA. Положеніе любой точки M опредѣлится, если даны: разстояніе OM отъ полюса (*радіусъ-векторъ* ρ), уголъ MOM_1, составляемый радіусомъ-векторомъ OM съ плоскостью AOB (*ши-*



Черт. 8.

рота φ) и уголъ M_1OA, составляемый проекціей M_1O радіуса-вектора на плоскость AB съ осью OA (*долгота* ω). Въ этой системѣ координатъ радіусъ-векторъ ρ есть величина всегда положительная, широта φ считается отъ 0° до $\pm\ 90^\circ$, а долгота ω отъ оси OA считается отъ 0° до 360°.



Черт. 9.

Переходъ отъ полярныхъ координатъ въ пространствѣ къ прямоугольнымъ производится по слѣдующимъ формуламъ, легко выводимымъ изъ чертежа 9-го, на которомъ для точки M изображены и тѣ, и другія координаты:

$$\left.\begin{aligned} x &= \rho\,.\cos\varphi\,.\cos\omega \\ y &= \rho\,.\cos\varphi\,.\sin\omega \\ z &= \rho\,.\sin\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Отъ раздѣленія этихъ уравненій легко получить и формулы для обратнаго перехода отъ прямоугольныхъ координатъ въ пространствѣ къ полярнымъ:

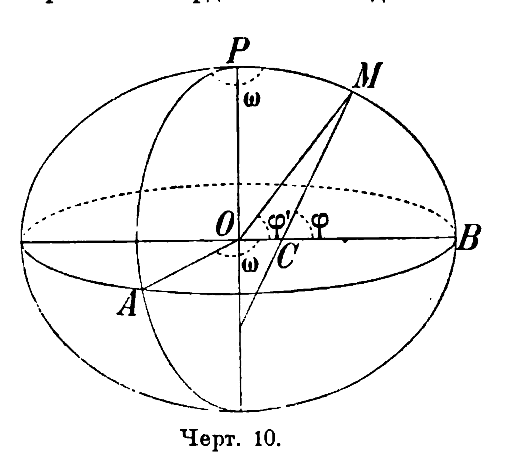
$$\left.\begin{aligned} tg\,\omega &= \frac{y}{x} \\ tg\,\varphi &= \frac{z\,.\sin\omega}{y} = \frac{z\,.\cos\omega}{x} \\ \rho &= \frac{z}{\sin\varphi} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Числовые примѣры: 1) Даны полярныя координаты точки въ пространствѣ $\rho = 15{\cdot}733$ дюйма, $\varphi = -23^\circ\ 25'\ 20''$ и $\omega = 152^\circ\ 14'\ 30''$; найти прямоугольныя координаты той же точки. По формуламъ (4) получаемъ: $x = -12{\cdot}775$, $y = +6{\cdot}724$ и $z = -6{\cdot}254$ дюйма.

2) Даны прямоугольныя координаты точки въ пространствѣ $x = -20$, $y = +15$ и $z = +10$ дюймовъ; найти полярныя координаты той же точки. По формуламъ (5) получаемъ: $\omega = 143^\circ\ 7'\ 48''$, $\varphi = +21^\circ\ 48'\ 5''$ и $\rho = 26{\cdot}926$ дюйма.

5. Географическія координаты. Положеніе точки на земной поверхности можно опредѣлять какъ прямоугольными, такъ и полярными координатами. Въ первомъ случаѣ координатныя

плоскости совмѣщаютъ съ плоскостью экватора и двумя взаимно-перпендикулярными плоскостями меридіановъ, во второмъ же основную плоскость совмѣщаютъ съ плоскостью экватора, полюсъ координатъ помѣщаютъ въ центрѣ Земли, а за начальное направленіе принимаютъ линію пересѣченія плоскости экватора съ плоскостью перваго меридіана. Эти системы координатъ имѣютъ приложеніе въ Астрономіи и Геодезіи, но гораздо чаще положеніе точки на Землѣ опредѣляютъ такъ называемыми *географическими координатами*, представляющими удобство въ томъ отношеніи, что онѣ получаются непосредственно изъ наблюденій; выше же разсмотрѣнныя координаты выводятся помощью вычисленій, для которыхъ необходимо заранѣе знать видъ и размѣры земного сфероида.



Черт. 10.

Извѣстно, что Земля вращается около оси, концы которой называются *географическими полюсами*; плоскость, перпендикулярная къ оси и проходящая черезъ центръ Земли, называется *плоскостью земного экватора*. Для каждой точки на Землѣ существуетъ вполнѣ опредѣленная прямая, называемая *отвѣсною линіей*; она получается или направленіемъ нити съ грузикомъ на концѣ, или какъ перпендикуляръ къ спокойной поверхности воды. Плоскость, проходящая черезъ отвѣсную линію въ данной точкѣ и параллельная оси вращенія Земли, называется *плоскостью истиннаго меридіана* этой точки, а пересѣченіе меридіана съ горизонтальною плоскостью — *полуденною линіей*.

Уголъ, составленный отвѣсною линіей данной точки съ плоскостью экватора, называется *географическою широтой* этой точки; уголъ же, составленный плоскостью меридіана данной точки съ плоскостью условно принятаго перваго меридіана, называется *географическою долготой* этой точки. На чертежѣ 10-мъ, на которомъ AOB — плоскость экватора, а PA — первый меридіанъ, географическая широта произвольно взятой точки

M есть уголъ $MCB = \varphi$, а географическая долгота той же точки есть двугранный уголъ $AOPB = \omega$, измѣряемый плоскимъ угломъ AOB или сферическимъ APB.

Широта и долгота опредѣляютъ только направленіе отвѣсной линіи MC; чтобы вполнѣ опредѣлить положеніе самой точки, необходимо дать еще третью координату—*высоту*, считаемую по отвѣсной линіи вверхъ и внизъ. Если высота считается отъ поверхности океановъ, мысленно продолженной черезъ материки, то она называется *абсолютною*, если же счетъ начатъ отъ какой-нибудь произвольно избранной уровенной поверхности, то—*относительною высотой*.

Опредѣленіе положенія точекъ земной поверхности при помощи широтъ и долготъ введено знаменитымъ отцомъ Астрономіи *Гиппархомъ* во II-омъ вѣкѣ до Р. Х., а самыя названія произошли отъ того, что извѣстный въ древности міръ, не простиравшійся далѣе береговъ Средиземнаго моря, имѣлъ размѣры съ сѣвера на югъ (по широтѣ) гораздо меньшіе, чѣмъ съ запада на востокъ (по долготѣ).

Если бы Земля была шаромъ, то всѣ отвѣсныя линіи представляли бы радіусы шара и проходили бы черезъ центръ Земли; тогда географическія координаты были бы тождественны съ разсмотрѣнными выше (§ 4) полярными координатами въ пространствѣ. На сфероидической же поверхности Земли отвѣсныя линіи вообще не проходятъ черезъ ея центръ. Однако разсмотрѣнныя полярныя координаты имѣютъ иногда примѣненіе и для точекъ земной поверхности; въ такомъ случаѣ разстояніе данной точки M (черт. 10) отъ центра Земли O называется *радіусомъ-векторомъ*, а уголъ, составляемый радіусомъ-векторомъ данной точки съ плоскостью экватора, называется *геоцентрическою широтой*. Радіусъ-векторъ точки M есть прямая MO, а геоцентрическая широта той же точки есть уголъ $MOB = \varphi'$. Изъ чертежа видно, что геоцентрическая широта, какъ внутренній уголъ треугольника MOC, въ которомъ уголъ MCB—внѣшній, всегда меньше географической широты, и только на полюсахъ и на экваторѣ обѣ широты равны и обращаются соотвѣтственно въ $\pm 90°$ и $0°$. Вслѣдствіе малаго сжатія земного сфероида разность между географическою и геоцентрическою широтами той же точки незначительна и достигаетъ наибольшей величины подъ широтой $45°$, гдѣ она составляетъ почти $12'$.

Географическія широты считаются въ обѣ стороны отъ эква-

тора отъ 0° до ± 90°, причемъ положительный знакъ присвоенъ *сѣвернымъ*, а отрицательный—*южнымъ* широтамъ. Абсолютная высота, считаемая отъ уровня океана, почти для всѣхъ точекъ физической поверхности Земли положительна, и потому обыкновенно не сопровождается знакомъ +; только для исключительныхъ мѣстностей или отдѣльныхъ точекъ (Прикаспійская низменность, дно глубокихъ шахтъ) абсолютная высота оказывается отрицательною и тогда сопровождается знакомъ —.

Что касается географическихъ долготъ, то въ разныя времена и въ разныхъ странахъ ихъ считали различно. До открытія Америки счетъ долготъ велся совершенно произвольно. Папскою буллой 1493 года *первымъ меридіаномъ* признанъ меридіанъ острова Ферро (Желѣзный, одинъ изъ Канарскихъ острововъ), упоминаемый и до сихъ поръ въ учебникахъ Географіи; онъ долженствовалъ служить границей владѣній Испаніи на западъ отъ владѣній Португаліи на востокъ. *Колумбъ* (1446—1506) предполагалъ, что этотъ меридіанъ совпадаетъ съ такъ называемою агоническою линіей (см. § 98). Отдаленность острова Ферро и невозможность въ прежнія времена точно опредѣлить его положеніе побудили французскаго короля Людовика XIII въ 1633 г. принять его отстоящимъ отъ Парижа ровно на 20° къ западу. Съ этихъ поръ такъ называемый первый меридіанъ сдѣлался скрытымъ парижскимъ, лишь условно принятымъ не за 0°, а за 20°. Впослѣдствіи точныя наблюденія показали, что разность долготъ Ферро и Парижа равна 20° 14′ 36″, поэтому отдѣльныя государства, не желая быть, такъ сказать, въ географической зависимости отъ Франціи, начали считать долготы отъ меридіановъ своихъ главныхъ обсерваторій. Такъ въ Россіи долготы считаются отъ меридіана, проходящаго черезъ центръ средней башни Пулковской обсерваторіи, во Франціи отъ меридіана парижской, въ Англіи отъ меридіана гриничской обсерваторіи и т. д.

Въ послѣднее время вновь поднятъ вопросъ о выборѣ какого-нибудь меридіана первымъ, причемъ вопросъ этотъ соединился съ вопросомъ о счетѣ времени на разныхъ мѣстахъ земной поверхности, пріобрѣтающимъ все большее значеніе по мѣрѣ развитія сношеній между отдѣльными странами. Международная конференція въ Вашингтонѣ въ 1884 году высказалась за принятіе первымъ *меридіана Гриничскаго*, но постановленія этой конференціи не сдѣланы обязательными.

Счетъ долготъ ведется, обыкновенно, въ обѣ стороны отъ перваго меридіана, на востокъ и западъ, и къ угловой величинѣ долготы прибавляютъ слова *восточная* или *западная*, или же указываютъ это знаками: восточную знакомъ +, а западную знакомъ —.

Такъ какъ разности долготъ, получаемыя изъ астрономическихъ наблюденій, представляютъ разности временъ въ тѣхъ же точкахъ въ одинъ физическій моментъ, а полный оборотъ Земли около оси совершается въ 24 часа, то долготы нерѣдко выражаются также во времени, считая 1 часъ = 15°, 1 минута = 15′ и 1 секунда = 15″. Въ этомъ смыслѣ часы, минуты и секунды выражаютъ лишь другое условное дѣленіе окружности не на 360°, а на 24 часа.

Чтобы переводить долготы, отнесенныя къ одному меридіану, въ долготы, отнесенныя къ другому, необходимо знать разности долготъ меридіановъ, принятыхъ въ главнѣйшихъ государствахъ за первые. Въ нижеслѣдующей табличкѣ приведены восточныя долготы (въ градусахъ и часахъ) пулковскаго меридіана отъ другихъ, чаще встрѣчающихся:

Пулково	отъ	Гринича .	30°19′40″ =	2 час.	1 мин.	18·67 сек.	
»	»	Парижа .	27 59 31 =	1 »	51 »	58·01 »	
»	»	Берлина .	16 55 57 =	1 »	7 »	43·80 »	
»	»	Ферро .	47 59 31 =	3 »	11 »	58·01 »	

Относительно каждой точки земной поверхности существуютъ три другія замѣчательныя точки, обитатели которыхъ называются *періеками*, *антеками* и *антиподами*. Періеки живутъ подъ тою же широтой, но на діаметрально противоположномъ меридіанѣ, антеки подъ тою же долготой, но подъ широтою, имѣющею обратный знакъ, а антиподы на діаметрально противоположномъ меридіанѣ и подъ широтой съ обратнымъ знакомъ. Когда у обитателей начальной точки лѣто и день, то у періековъ тоже лѣто, но ночь, у антековъ зима и день, а у антиподовъ зима и ночь.

Если принять, что широта φ С.-Петербурга круглымъ числомъ равна $+60°$, а долгота ω отъ Гринича $+30°$, то у петербургскихъ періековъ $\varphi = +60°$ и $\omega = +210°$ (или $-150°$), у антековъ $\varphi = -60°$ и $\omega = +30°$, а у антиподовъ $\varphi = -60°$ и $\omega = +210°$ (или $-150°$).

II.

Масштабы. (Scales)

6. Разные виды масштабовъ. Размѣры предметовъ на земной поверхности такъ велики, что изображенія ихъ на бумагѣ дѣлаютъ, обыкновенно, въ уменьшенномъ видѣ; приэтомъ, чтобы изображеніе было подобно проекціямъ очертаній мѣстности на уровенную поверхность, уменьшеніе дѣлается всегда одинаковымъ по всѣмъ горизонтальнымъ направленіямъ. Степень уменьшенія линій на планѣ относительно горизонтальныхъ проложеній соотвѣтствующихъ линій на мѣстности называется *масштабомъ*; другими словами, подъ масштабомъ разумѣютъ отношеніе длины какой-нибудь прямой на картѣ или планѣ къ длинѣ горизонтальной проекціи соотвѣтствующей линіи на мѣстности. Для удобства вычисленій это отношеніе представляютъ дробью, у которой числитель равенъ единицѣ; такъ, напримѣръ, масштабы

$$\frac{1}{8\,400},\quad \frac{1}{21\,000},\quad \frac{1}{126\,000},\quad \frac{1}{1\,000\,000}$$

выражаютъ, что на соотвѣтствующихъ изображеніяхъ всѣ линейные размѣры уменьшены въ 8400, 21000, 126000 и 1000000 разъ, или что 1 дюймъ на бумагѣ представляетъ на мѣстности 8400, 21000, 126000 и 1000000 дюймовъ, т. е. 100 саженей, 250 саж., 3 версты и около 24 верстъ.

Если въ 1 дюймѣ на бумагѣ заключается меньше одной версты, то масштабъ принято считать *крупнымъ*, если же больше одной версты, то—*мелкимъ*. Однако названія эти имѣютъ лишь условное значеніе; вообще, при сравненіи двухъ масштабовъ, крупнымъ называютъ тотъ, у котораго знаменатель меньше.

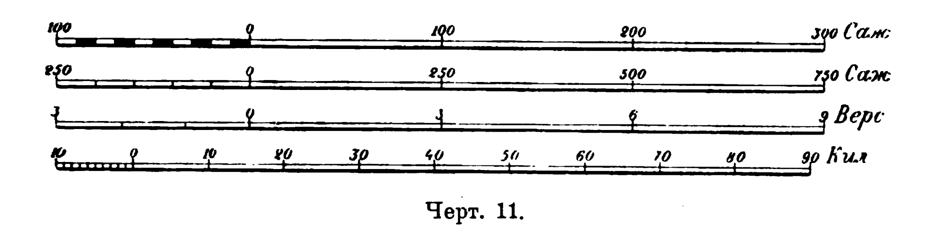
Зная масштабъ, можно по удаленію двухъ точекъ на планѣ опредѣлить ихъ дѣйствительное линейное разстояніе на мѣстности, и, наоборотъ, по данному истинному удаленію двухъ то-

чекъ на мѣстности опредѣлить разстояніе этихъ же точекъ на планѣ. Пусть, напримѣръ, на планѣ въ масштабѣ $\frac{1}{21\,000}$ разстояніе между двумя точками равно 1·5 дюйма; истинное разстояніе этихъ точекъ равно $21\,000 . 1{\cdot}5 = 31\,500$ дюймовъ $=$ $= 375$ саж. Наоборотъ, если извѣстно, что дѣйствительное разстояніе между двумя точками равно 400 саженямъ, то, при томъ же масштабѣ, разстояніе этихъ точекъ на планѣ равно $\frac{400}{21\,000}$ сажени или 1·6 дюйма. При рѣшеніи такихъ задачъ, необходимо производить раздробленіе и превращеніе именованныхъ чиселъ, потому что разстоянія точекъ на мѣстности выражаютъ, обыкновенно, крупными мѣрами (верстами, километрами), а на бумагѣ — мелкими (дюймами, сантиметрами).

Масштабъ, выраженный дробью, называется *численнымъ масштабомъ*. Въ практическомъ отношеніи гораздо удобнѣе такъ называемый *линейный масштабъ*, представляемый прямою, раздѣленною на дюймы или другія равныя части, причемъ противъ каждаго дѣленія сдѣлана надпись, означающая соотвѣтствующія разстоянія на мѣстности. На линейномъ масштабѣ видно непосредственно, сколько единицъ большаго наименованія на мѣстности заключается въ единицѣ меньшаго наименованія на бумагѣ. Такъ, приведенные выше численные масштабы $\frac{1}{8\,400}$, $\frac{1}{21\,000}$, $\frac{1}{126\,000}$ и $\frac{1}{1\,000\,000}$ представлены линейными масштабами чертежа 11-го, причемъ первые три построены на дюймѣ, а четвертый на сантиметрѣ.

Переходъ отъ численнаго масштаба къ линейному и наоборотъ совершается превращеніемъ единицъ одного наименованія въ единицы другого, и для русскихъ линейныхъ масштабовъ, выражаемыхъ, обыкновенно, въ дюймахъ, саженяхъ и верстахъ, для такого перехода пользуются почти исключительно числомъ 84 (число дюймовъ въ 1 сажени). Напримѣръ, для перехода отъ численнаго масштаба $\frac{1}{21\,000}$ къ линейному слѣдуетъ знаменатель 21 000 раздѣлить на 84; полученное частное 250 покажетъ, что численный масштабъ $\frac{1}{21\,000}$ соотвѣтствуетъ линейному 250 саженей въ дюймѣ. Наоборотъ, линейный масштабъ 3 версты въ 1 дюймѣ (третій на черт. 11) соотвѣтствуетъ численному $\frac{1}{126\,000}$, потому что 3 версты заключаютъ $3.500.84 = 126\,000$ дюйм.

Линейный масштабъ представляетъ то преимущество передъ численнымъ, что избавляетъ отъ необходимости производить скучныя ариѳметическія превращенія и раздробленія именованныхъ чиселъ. Дѣйствительно, если на планѣ въ масштабѣ $\frac{1}{8\,400}$ нѣкоторое разстояніе равно, напримѣръ, 3·7 дюйма, то для опредѣленія соотвѣтствующаго разстоянія на мѣстности слѣдовало бы 3·7 умножить на 8400 и полученное число 31 080 дюймовъ превратить въ единицы большаго наименованія; въ результатѣ (по раздѣленіи на 84) искомое разстояніе равно 370 саж. Имѣя же линейный масштабъ (первый на черт. 11), берутъ циркулемъ на планѣ требуемое разстояніе (3·7 дюйма) и приложивъ его къ



Черт. 11.

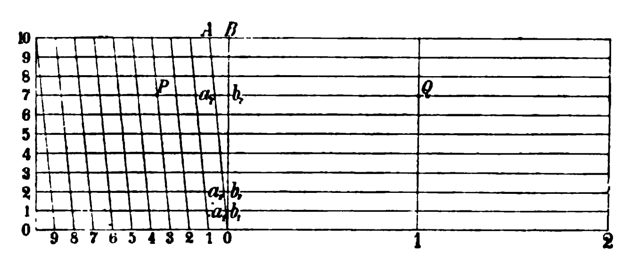
масштабу, непосредственно отсчитываютъ истинное разстояніе на мѣстности, именно 370 саженей.

Подпись 0 на линейныхъ масштабахъ ставится не у начала масштаба, а въ концѣ перваго дюйма (или сантиметра), какъ показано на черт. 11. Если бы 0 былъ поставленъ у начала, то пришлось бы весь масштабъ раздѣлить на болѣе мелкія части, тогда какъ тутъ достаточно сдѣлать такія дѣленія лишь на пространствѣ перваго дюйма (или сантиметра); кромѣ того, при частомъ пользованіи масштабомъ, начальная точка 0, отъ установки на нее каждый разъ ножки циркуля, скоро обратилась бы въ углубленіе значительныхъ размѣровъ, и отсчитываніе не могло бы производиться съ требуемою точностью. Въ предыдущемъ примѣрѣ циркуль, растворенный на 3·7 дюйма, приложенъ былъ къ масштабу такъ, что правая его ножка стояла на дѣленіи 300 саженей, а лѣвая на 7-омъ дѣленіи отъ нуля, соотвѣтствующемъ 70 саженямъ.

Чтобы увеличить точность отсчетовъ разстояній на обыкновенномъ линейномъ масштабѣ, слѣдовало бы первый дюймъ раздѣлить на гораздо болѣе мелкія части, чѣмъ на черт. 11; но

тогда самыя дѣленія было бы трудно различать, а отъ частаго прикосновенія ножки циркуля они и вовсе потеряли бы отчетливость. Для большей точности отсчитыванія разстояній пользуются, обыкновенно, *поперечнымъ масштабомъ*, построеніе котораго основано на пропорціональности отрѣзковъ параллельныхъ линій, пересѣкающихъ стороны угла. Разсмотримъ построеніе такъ называемаго *нормальнаго поперечнаго масштаба*, не пріуроченнаго къ извѣстному линейному уменьшенію. Такой масштабъ часто гравируется на отдѣльныхъ металлическихъ линейкахъ или на линейкахъ нѣкоторыхъ топографическихъ инструментовъ.

Возставимъ на прямой, раздѣленной на дюймы (черт. 12), перпендикуляры изъ всѣхъ точекъ дѣленія и отложимъ на нихъ



Черт. 12.

по 10 произвольныхъ, но равныхъ частей. Черезъ всѣ точки дѣленія проведемъ прямыя, которыя будутъ, конечно, параллельны основанію масштаба. Раздѣлимъ, наконецъ, первый дюймъ какъ верхней, такъ и нижней линій на десятыя доли дюйма и соединимъ начало верхней линіи съ первымъ дѣленіемъ нижней, первое дѣленіе верхней со вторымъ нижней и т. д. Такъ какъ по построенію $AB = 0 \cdot 1$ дюйма, а всѣ продольныя прямыя проведены параллельно основанію масштаба и на равныхъ разстояніяхъ, то очевидно:

$$a_1b_1 = \frac{1}{10} AB = 0{\cdot}01 \text{ дюйма}, \quad a_2b_2 = \frac{2}{10} AB = 0{\cdot}02 \text{ д. и т. д.}$$

При показанномъ на чертежѣ расположеніи подписей пользованіе нормальнымъ поперечнымъ масштабомъ весьма просто. Пусть требуется отложить разстояніе 1·37 дюйма. Поставивъ правую ножку циркуля на вертикальную черту, означенную 1 (дюймъ) и на параллель, означенную слѣва цифрой 7 (сотыя

доли дюйма), т. е. въ точку Q, раздвигаютъ циркуль до тѣхъ поръ, пока лѣвая его ножка, оставаясь на той же параллельной линіи, не окажется на поперечной чертѣ, означенной внизу цифрой 3 (десятыя доли дюйма), въ точкѣ P. Длина PQ слагается изъ отрѣзковъ: $b_7Q = 1$ дюйму, $Pa_7 = 0 \cdot 3$ дюйма и $a_7b_7 = 0 \cdot 07$ дюйма, которые въ суммѣ составляютъ требуемое разстояніе въ 1·37 дюйма.

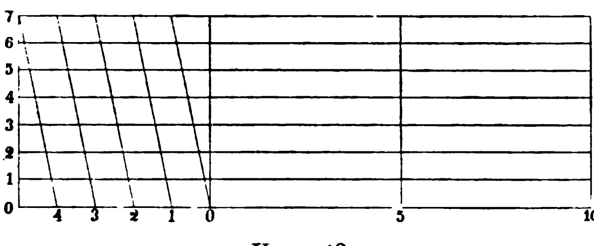
На нормальномъ поперечномъ масштабѣ можно рѣшать и обратную задачу: опредѣлять истинную длину линіи, взятой циркулемъ съ чертежа. Для этого растворенный по чертежу циркуль прикладываютъ къ масштабу и находятъ, по какой вертикальной чертѣ слѣдуетъ двигать правую ножку циркуля, чтобы лѣвая его ножка пришлась на пространствѣ перваго дюйма масштаба. Найдя эту черту, двигаютъ циркуль отъ основанія масштаба вверхъ отъ одной параллели къ другой и такъ, чтобы правая ножка циркуля оставалась на той же вертикальной чертѣ до тѣхъ поръ, пока лѣвая ножка не попадетъ на одну изъ поперечныхъ линій перваго дюйма; послѣднее всегда случится, такъ какъ начало одной поперечной линіи приходится на одномъ перпендикулярѣ къ основанію съ концомъ слѣдующей. Затѣмъ останется отсчитать цѣлые дюймы по правой ножкѣ циркуля у основанія масштаба, десятыя же и сотыя доли дюйма по лѣвой ножкѣ, десятыя доли по основанію масштаба, а сотыя по лѣвому его краю. При нѣкоторомъ навыкѣ можно отсчитывать даже тысячныя доли дюйма на глазъ, по положенію ножекъ циркуля не точно на извѣстной параллельной чертѣ, а гдѣ-нибудь между ними.

Устанавливая циркуль, должно держать плоскость его ножекъ перпендикулярно къ плоскости масштаба и бережно прикасаться ножками къ самому масштабу; въ противномъ случаѣ черточки масштаба и ножки циркуля будутъ портиться. Легкое прикосновеніе необходимо и по тому, что острія циркуля могутъ пружинить при надавливаніи, а взятое по масштабу разстояніе можетъ измѣниться по снятіи ножекъ. Опытъ показалъ, что точное отложеніе возможно лишь въ тѣхъ случаяхъ, когда раствореніе ножекъ циркуля не болѣе прямого угла.

Нормальный поперечный масштабъ можетъ служить для точнаго откладыванія разстояній при любомъ численномъ или линейномъ масштабѣ, необходимо лишь въ каждомъ частномъ случаѣ опредѣлить, какому числу саженей (или другихъ еди-

ницъ протяженія) соотвѣтствуютъ десятыя и сотыя доли дюйма. Напримѣръ, при масштабѣ 100 саженей въ одномъ дюймѣ, десятая доля дюйма соотвѣтствуетъ 10-ти, а сотая—1-ой сажени, и потому разстояніе PQ (черт. 12) представляетъ въ этомъ масштабѣ 137 саженей; при масштабѣ 250 саж. въ 1 дюймѣ десятая доля дюйма соотвѣтствуетъ 25-ти, а сотая — 2·5 сажени, и то же разстояніе PQ представитъ уже 342·5 сажени и т. п.

Поперечный масштабъ строится не только въ видѣ нормальнаго (черт. 12) для десятичныхъ долей дюйма, но и въ видѣ масштаба для точнаго откладыванія произвольныхъ дробныхъ частей. Число дѣленій на первомъ дюймѣ и число параллелей подбираются въ каждомъ частномъ случаѣ такъ, чтобы произведеніе ихъ выражало число крупныхъ линейныхъ единицъ въ



Черт. 13.

дюймѣ даннаго масштаба. Пусть, напримѣръ, требуется построить поперечный масштабъ для линейнаго 5 саженей въ 1 дюймѣ и такъ, чтобы на немъ легко было откладывать футы. Въ этомъ случаѣ на перпендикулярахъ къ основанію откладываютъ семь равныхъ частей (черт. 13), а первый дюймъ дѣлятъ только на пять равныхъ частей; проведя поперечныя прямыя подобно тому, какъ и на черт. 12, получаемъ построеніе, въ которомъ наименьшее разстояніе по параллелямъ выразитъ 1 футъ. Цифры на основаніи представляютъ сажени, а по лѣвому краю масштаба — футы.

7. Предѣльная точность масштаба. Невооруженный глазъ человѣка не можетъ различать очень мелкія дѣленія, а пальцы безъ особыхъ приспособленій не могутъ растворять ножки циркуля совершенно точно на желаемую величину. Предѣломъ отсчета разстояній и раствора циркуля безъ вспомогательныхъ инструментовъ принято у насъ считать $\frac{1}{200}$ дюйма. Это число,

конечно, условно: при пользованіи метрическою системой мѣръ точность отложенія и отсчета принимается равною 0·1 миллиметра (около $\frac{1}{254}$ дюйма). Линейное разстояніе на мѣстности, соотвѣтствующее $\frac{1}{200}$ долѣ дюйма на бумагѣ, называютъ *предѣльною точностью масштаба;* это та величина, менѣе которой нельзя различать и отсчитывать на картѣ или планѣ невооруженнымъ глазомъ.

Выражаясь условно принятымъ числомъ $\frac{1}{200}$ дюйма, предѣльная точность масштаба весьма различна смотря по самому масштабу. Такъ, для вышеприведенныхъ примѣровъ (черт. 11) предѣльныя точности суть:

Масштабъ	$\frac{1}{8\,400}$	$\frac{1}{21\,000}$	$\frac{1}{126\,000}$	$\frac{1}{1\,000\,000}$
Предѣльная точность . .	0·5	1·25	7·5	60 саж.

Во всѣхъ этихъ случаяхъ разстоянія 0·5, 1·25, 7·5 и 60 саж. представляются на чертежѣ величиной $\frac{1}{200}$ дюйма. Легко видѣть, что чѣмъ мельче масштабъ, тѣмъ большее число предметовъ и ихъ подробностей оказываются меньшими предѣльной точности масштаба, а потому при очень мелкомъ масштабѣ многіе предметы вовсе не могутъ быть изображены, или же подробности ихъ должны быть опущены. Если же какой-нибудь предметъ, не смотря на малые размѣры, по своей важности, долженъ быть помѣщенъ на картѣ, то его изображаютъ не въ видѣ фигуры, подобной дѣйствительности, а особымъ образомъ, при помощи такъ называемаго масштабнаго условнаго знака (см. § 17).

Зная предѣльную точность масштаба, легко рѣшить вопросъ: въ какомъ масштабѣ долженъ быть составленъ планъ, чтобы извѣстные предметы были на немъ изображены съ сохраненіемъ своихъ размѣровъ? Пусть, напримѣръ, требуется составить планъ, на которомъ можно было бы изображать предметы и отсчитывать разстоянія съ точностью до двухъ саженей. Приравнивая 2 сажени одной двухсотой долѣ дюйма, получаемъ, что для требуемаго плана надо взять масштабъ 400 саженей въ 1 дюймѣ, или $\frac{1}{33\,600}$

Подъ *предѣльною точностью поперечнаго масштаба* разумѣютъ разстояніе, которое можно взять на немъ циркулемъ

безъ оцѣнки на глазъ. Напримѣръ, для нормальнаго масштаба (черт. 12) предѣльная точность равна 0·01 дюйма, для поперечнаго масштаба чертежа 13-го она равна $\frac{1}{35}$ дюйма, т. е. 1 футу на мѣстности и т. п. На этомъ основанiи нерѣдко строятъ поперечный масштабъ съ напередъ заданною точностью: дѣлятъ число саженей (или другихъ единицъ) въ дюймѣ на заданную точность и полученное число разлагаютъ на два множителя, изъ которыхъ одинъ покажетъ, на сколько частей слѣдуетъ раздѣлить первый дюймъ основанiя, а другой—сколько должно провести равноотстоящихъ параллелей. Такъ, если желаютъ построить поперечный масштабъ на линейномъ 80 верстъ въ 1 дюймѣ съ тѣмъ, чтобы по нему точно откладывать версты, то разлагаютъ 80 на множители 8 и 10 и, раздѣливъ первый дюймъ основанiя на 8 равныхъ частей, проводятъ 10 равноотстоящихъ параллелей.

8. Масштабы плановъ и картъ. Масштабы существующихъ плановъ и картъ, сдѣланныхъ для разныхъ цѣлей и въ разныхъ государствахъ, весьма разнообразны. Однако въ каждой странѣ, при составленiи извѣстныхъ плановъ и картъ, стараются держаться одного масштаба, чтобы сдѣлать однородными и сравнимыми работы, произведенныя въ разное время и въ разныхъ мѣстахъ. Сообразно масштабу очень часто называютъ и самыя изданiя; напримѣръ, наша Военно-топографическая карта нерѣдко называется *трехверстною*, потому что съ начала ея изданiя въ 1846 году она постоянно составляется въ масштабѣ 3 версты въ 1 дюймѣ.

Въ настоящее время въ *Россiи* наиболѣе распространены слѣдующiе масштабы:

100 саженей въ 1 дюймѣ $\left(\frac{1}{8\,400}\right)$ для межевыхъ плановъ и плановъ городовъ и крѣпостей.

250 саженей въ 1 дюймѣ $\left(\frac{1}{21\,000}\right)$ для точныхъ топографическихъ съемокъ въ Европейской Россiи и въ нѣкоторыхъ частяхъ Азiатской.

1 верста въ 1 дюймѣ $\left(\frac{1}{42\,000}\right)$ для съемокъ на Кавказѣ и въ Туркестанѣ.

3 версты въ 1 дюймѣ $\left(\frac{1}{126\,000}\right)$ для Военно-топографической карты Европейской Россiи. Эта карта издается на листахъ 23 × 16·5 дюйма, и по настоящее время издано 517 листовъ,

обнимающихъ всю юго-западную часть Европейской Россіи до параллели С.-Петербурга.

10 верстъ въ 1 дюймѣ $\left(\frac{1}{420\,000}\right)$ для Спеціальной карты Европейской Россіи. Размѣры ея листовъ 25 × 19 дюймо́въ; состоитъ она изъ 158 листовъ.

25 верстъ въ 1 дюймѣ $\left(\frac{1}{1\,050\,000}\right)$ для Военно-дорожной карты. Эта карта напечатана на 16-ти листахъ размѣра 28·5 × 19 дюймовъ.

40 верстъ въ 1 дюймѣ $\left(\frac{1}{1\,680\,000}\right)$ для карты южной пограничной полосы Азіатской Россіи. Она состоитъ изъ 32 листовъ размѣра 22·62 × 20·24 дюйма.

100 верстъ въ 1 дюймѣ $\left(\frac{1}{4\,200\,000}\right)$ для карты Азіатской Россіи; она напечатана на 8-ми листахъ размѣрами 26 × 19 дюймовъ.

Всѣ перечисленныя карты издаются Картографическимъ Заведеніемъ Военно-Топографическаго Управленія Главнаго Штаба. Изданія Министерствъ Морского, Внутреннихъ Дѣлъ, Путей Сообщенія и др. составлены въ другихъ масштабахъ, но они имѣютъ болѣе спеціальное назначеніе.

Въ *Германіи* топографическія съемки производятся по большей части въ масштабѣ $\frac{1}{25\,000}$, а составляемая по нимъ топографическая карта (Karte des Deutschen Reichs) издается въ масштабѣ $\frac{1}{100\,000}$.

Въ *Австро-Венгріи* съемки производились прежде въ масштабахъ $\frac{1}{14\,400}$ и $\frac{1}{28\,800}$, нынѣ же и тамъ принятъ масштабъ $\frac{1}{25\,000}$. Вѣнскій Географическій Институтъ издаетъ по нимъ Топографическую карту въ масштабѣ $\frac{1}{75\,000}$ и великолѣпную карту Средней Европы въ масштабѣ $\frac{1}{300\,000}$.

Во *Франціи* съемки производятся въ масштабѣ $\frac{1}{20\,000}$, по нимъ издаются: Carte Topographique de la France въ масштабѣ $\frac{1}{50\,000}$, Carte de l'Etat Major въ масштабѣ $\frac{1}{80\,000}$ и Carte Chorographique въ масштабѣ $\frac{1}{200\,000}$.

Въ *Великобританіи* топографическія съемки производились сперва въ масштабѣ $\frac{1}{10\,560}$, а нынѣ въ масштабѣ $\frac{1}{2\,500}$. По

нимъ издаются карты въ разныхъ масштабахъ, но самая распространенная, такъ называемая Генеральная карта — въ масштабѣ $\frac{1}{63\,360}$ или 1 англійская миля въ 1 дюймѣ.

* Въ *Соединенныхъ Штатахъ* Сѣверной Америки точныя съемки производятся обыкновенно въ масштабѣ $\frac{1}{10\,000}$, а топографическія карты печатаются въ масштабахъ $\frac{1}{40\,000}$ и $\frac{1}{80\,000}$.

Въ прочихъ государствахъ масштабы съемокъ и картъ отличаются не меньшимъ разнообразіемъ; это чрезвычайно затрудняетъ сравнительное изученіе разныхъ странъ. На Географическихъ конгрессахъ не разъ заявлялось о необходимости издать хоть одну подробную однообразную карту всей Земли, но заявленія эти встрѣчаютъ непреоборимыя препятствія въ выборѣ масштаба, линейныхъ мѣръ, начальнаго меридіана, языка подписей и пр.

9. Переводъ масштабовъ. Имѣя дѣло съ планами и картами, изданными заграницей, можно, конечно, пользоваться напечатанными на нихъ численными и линейными масштабами непосредственно, но привычка къ роднымъ мѣрамъ, случающееся иногда незнаніе иностранныхъ мѣръ и необходимость сравненій со своими изданіями принуждаютъ переводить чужіе масштабы въ русскіе.

Если на иностранной картѣ имѣется численный масштабъ, то переводъ въ русскія мѣры дѣлается весьма просто, такъ какъ численный масштабъ есть отвлеченное число, показывающее мѣру уменьшенія, совершенно независимо отъ принятыхъ линейныхъ единицъ. Напримѣръ, на картѣ въ масштабѣ $\frac{1}{100\,000}$ одному сантиметру соотвѣтствуютъ на мѣстности 100 000 сантиметровъ, точно такъ же, какъ и одному дюйму соотвѣтствуютъ на мѣстности 100 000 дюймовъ. Если же на иностранной картѣ помѣщенъ только линейный масштабъ, выраженный, конечно, въ иностранной же мѣрѣ, то необходимо знать систему взятыхъ въ данномъ случаѣ мѣръ протяженія, и затѣмъ перевести иностранный линейный масштабъ въ численный. Нижеслѣдующіе примѣры поясняютъ сущность такихъ переводовъ.

Примѣръ 1-ый. Дана карта въ численномъ масштабѣ $\frac{1}{63\,360}$. На ней одному дюйму соотвѣтствуетъ на мѣстности разстояніе въ 63 360 дюймовъ, что равно $754^2/_7$ сажени; зна

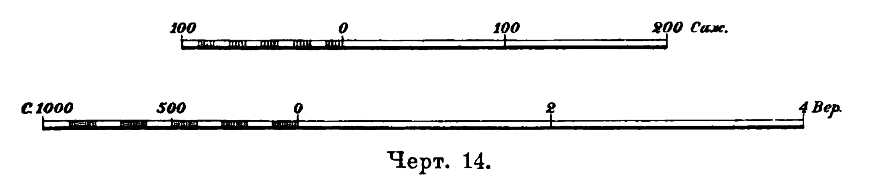
читъ, линейный ея масштабъ въ русскихъ мѣрахъ таковъ: въ одномъ дюймѣ 1 верста $254^2/_7$ сажени. Предѣльная точность этого масштаба составляетъ около 3·8 сажени.

Примѣръ 2-ой. Дана карта въ линейномъ масштабѣ 1 километръ въ 1-омъ сантиметрѣ. Такъ какъ 1 кил. = 1 000 метрамъ, а 1 метръ = 100 сантиметрамъ, то въ одномъ километрѣ заключаются 100 000 сантиметровъ, и потому численный масштабъ этой карты равенъ $\frac{1}{100\,000}$; слѣдовательно, въ 1 дюймѣ содержатся 100 000 дюймовъ или 2 версты $190^{10}/_{21}$ сажени. Точность этого масштаба равна приблизительно 6 саженямъ.

Изъ этихъ примѣровъ видно, что при дѣйствительномъ построеніи русскаго линейнаго масштаба для иностранной карты приходилось бы на дюймовыхъ дѣленіяхъ ставить, вообще говоря, не круглыя числа единицъ бо́льшаго наименованія, что затрудняло бы пользованіе масштабомъ; поэтому, весьма часто строятъ линейный масштабъ не на дюймахъ, а на частяхъ бо́льшихъ или меньшихъ дюйма съ такимъ расчетомъ, чтобы въ нихъ заключалось ближайшее круглое число саженей или верстъ. Такъ, для масштаба $\frac{1}{10\,000}$, въ которомъ одному дюйму соотвѣтствуетъ $119^1/_{21}$ сажени, берутъ часть дюйма, заключающую ровно 100 саженей; называя эту часть дюйма буквой x, можно опредѣлить ее изъ пропорціи:

$$x : 1 = 100 : \frac{10\,000}{84}$$

откуда $x = 0{\cdot}84$ дюйма. Подобнымъ же образомъ для построенія русскаго линейнаго масштаба для карты въ масштабѣ



Черт. 14.

$\frac{1}{63\,360}$ (см. примѣръ 1-ый), т. е. въ одномъ дюймѣ 1 верста $254^2/_7$ сажени, можно взять отрѣзокъ, заключающій 2 версты; длина его x опредѣлится изъ пропорціи:

$$x : 1 = 1\,000 : \frac{63\,360}{84}$$

откуда $x = 1{\cdot}326$ дюйма. Построенія съ соотвѣтствующими подписями для обоихъ случаевъ показаны на черт. 14-омъ.

Переводъ линейнаго масштаба иностранной карты въ русскій требуетъ знанія системъ иностранныхъ мѣръ протяженія. Въ настоящее время заграницей почти вездѣ, кромѣ Англіи и ея колоній, принята французская десятичная или метрическая система, однако многія существующія карты составлены въ прежнихъ мѣрахъ, почему нелишне привести здѣсь табличку системъ главнѣйшихъ линейныхъ мѣръ.

Французская или *метрическая* .	1 километръ = 1 000 метрамъ. 1 метръ = 10 десиметрамъ. 1 десиметръ = 10 сантиметрамъ. 1 сантиметръ = 10 миллиметрамъ.
Прусская	1 нѣмецкая миля = 2 000 рутамъ. 1 рута = 12 футамъ. 1 футъ = 12 дюймамъ.
Австрійская . .	1 миля = 4 000 клафтерамъ. 1 клафтеръ = 6 футамъ. 1 футъ = 12 дюймамъ.
Англійская . . .	1 англійская миля = 1 760 ярдамъ. 1 ярдъ = 3 футамъ. 1 футъ = 12 дюймамъ.

Если система иностранныхъ мѣръ взятой карты неизвѣстна, и на ней не указанъ численный масштабъ, а имѣется только линейный, то отложивъ по этому линейному масштабу опредѣленную длину, надлежитъ выразить ее въ русскихъ (англійскихъ) дюймахъ, а подписанное на иностранномъ масштабѣ разстояніе перевести въ русскія мѣры при помощи переводныхъ таблицъ мѣръ. Имѣя въ виду малую точность отложеній длинъ на бумагѣ, можно пользоваться при этомъ слѣдующими приближенными уравненіями:

1 метръ	=	39·37	дюйма.
1 тоазъ	=	76·73	»
1 рута	=	148·28	»
1 клафтеръ	=	74·67	»
1 ярдъ	=	36·00	»

Болѣе точныя соотношенія иностранныхъ линейныхъ мѣръ помѣщены въ моей «Практической Геодезіи», на стр. 196.

10. Опредѣленіе масштаба. Иногда приходится пользоваться отдѣльнымъ листомъ карты, на которомъ не показано ни линейнаго, ни численнаго масштаба. Если на картѣ проведены меридіаны и параллели, подписанные на рамкахъ, то для опредѣленія масштаба должно измѣрить циркулемъ разстояніе между двумя сосѣдними параллелями по одному изъ меридіановъ (а не по рамкѣ) и вычислить, какому линейному разстоянію оно соотвѣтствуетъ. Для среднихъ широтъ Россіи можно считать, что

Длина	1°	по широтѣ	(по меридіану)	=	104·2 версты.
»	$1'$	»	»	=	868 саженямъ.
»	$1''$	»	»	=	14·5 сажени.

Если, напримѣръ, разстояніе между двумя параллелями съ широтами, различающимися на 30′, оказалось равнымъ 5·25 дюйма, то разсуждаютъ такъ:

Въ 5·25 дюйма заключается 30′, что = 52·1 верстѣ.

Въ 1 дюймѣ » $\frac{52 \cdot 1}{5 \cdot 25}$ версты, или около 10 вер.

Когда на имѣющемся листѣ карты нѣтъ ни масштаба, ни сѣтки меридіановъ и параллелей, то для опредѣленія ея масштаба измѣряютъ циркулемъ разстояніе между какими-нибудь городами или другими извѣстными точками и сравниваютъ его съ линейнымъ разстояніемъ между тѣми же точками, полученнымъ по какой-нибудь картѣ съ масштабомъ, или изъ другого источника.

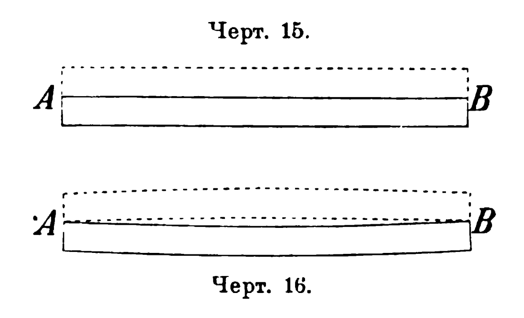
Напримѣръ, на картѣ, приложенной къ путеводителю по Россійскимъ желѣзнымъ дорогамъ, разстояніе между С.-Петербургомъ и Москвой, взятое циркулемъ по обыкновенной масштабной линейкѣ, оказалось равнымъ 4-мъ дюймамъ. Такъ какъ извѣстно, что разстояніе между названными столицами равно приблизительно 600 верстамъ, то масштабъ карты есть 150 верстъ въ 1 дюймѣ, или $\frac{1}{6300000}$.

III.

Чертежные приборы.

11. Линейка и треугольникъ. Для нанесенія линій и угловъ на бумагу служатъ такъ называемые *чертежные приборы*, примѣненіе которыхъ всего лучше изучается на практикѣ: ниже описаны устройство и повѣрка главнѣйшихъ чертежныхъ приборовъ, а также нѣкоторые графическіе пріемы, ознакомленіе съ которыми возможно и путемъ теоретическаго изученія.

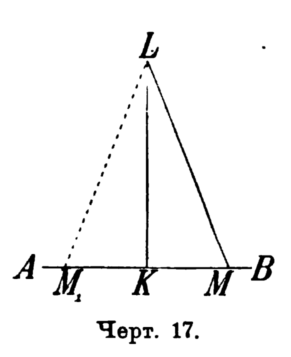
Черт. 15.



Черт. 16.

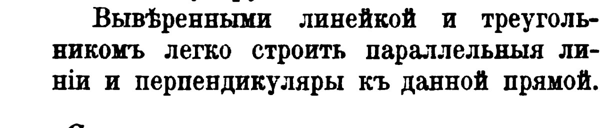
Прямыя линіи проводятся на бумагѣ при помощи *линеекъ* и *треугольниковъ*, сдѣланныхъ изъ дерева или металла; внѣшній ихъ видъ весьма разнообразенъ и общеизвѣстенъ. Нижняя поверхность линейки должна представлять плоскость, а край, служащій для черченія, долженъ быть совершенно прямымъ. Первое условіе повѣряется прикладываніемъ линейки къ гладкой плоской доскѣ, причемъ между линейкой и доской не должно быть просвѣтовъ; во второмъ можно убѣдиться приложеніемъ линейки съ другой стороны къ прямой AB (черт. 15), прочерченной по краю этой же линейки. Если край линейки вѣренъ, то послѣ переложенія онъ совпадетъ съ прямой AB на всемъ ея протяженіи; въ противномъ же случаѣ между краемъ линейки и линіей AB образуется просвѣтъ (черт. 16), или она частью закроется. Въ правильности края можно убѣдиться еще, глядя на него вдоль линейки: глазъ легко замѣчаетъ тогда малѣйшія искривленія.

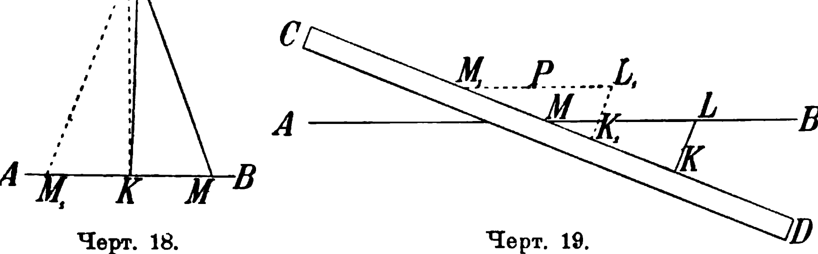
Края чертежнаго прямоугольнаго треугольника, которые должны быть прямыми, изслѣдуются, какъ край линейки; повѣрка же прямого угла производится слѣдующимъ образомъ. Проведя прямую AB (черт. 17), прикладываютъ къ ней треугольникъ сперва въ положеніи KLM, а потомъ въ положеніи KLM_1, оба раза такъ, чтобы вершина прямого угла оказалась въ той же точкѣ K прямой AB. Въ первомъ положеніи чертятъ линію KL; если уголъ LKM прямой, то, послѣ перекладки треугольника, катетъ KL совпадетъ съ этою линіей, если же уголъ LKM не прямой, то линіи KL и KL_1 разойдутся (черт. 18). Эту же повѣрку можно произвести и иначе, помощью циркуля: проведя полуокружность радіусомъ, равнымъ половинѣ гипотенузы LM, прикладываютъ къ ея діаметру треугольникъ гипотенузой; вершина прямого угла K должна оказаться на самой полуокружности.



Черт. 17.

Вывѣренными линейкой и треугольникомъ легко строить параллельныя линіи и перпендикуляры къ данной прямой.





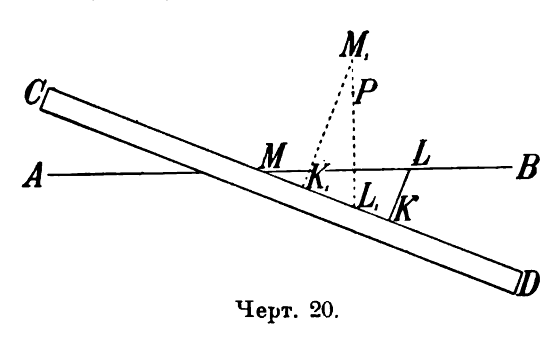
Черт. 18.

Черт. 19.

Для проведенія черезъ данную точку P (черт. 19) прямой, параллельной данной AB, прикладываютъ гипотенузу ML треугольника KLM къ прямой AB, а къ катету MK прижимаютъ линейку CD; затѣмъ удерживая линейку неподвижно, передвигаютъ треугольникъ по линейкѣ до тѣхъ поръ, пока его гипотенуза не коснется точки P. Прямая, проведенная вдоль новаго положенія гипотенузы (M_1L_1) будетъ, очевидно, параллельна данной AB.

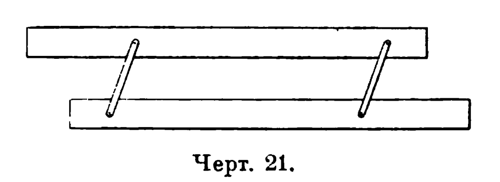
Для построенія прямой, перпендикулярной къ данной AB и

проходящей черезъ данную точку P, располагаютъ сперва треугольникъ и линейку какъ и въ предыдущемъ случаѣ; затѣмъ, удерживая линейку неподвижно (черт. 20), прикладываютъ къ ней треугольникъ другимъ катетомъ KL такъ, чтобы его гипотенуза прошла черезъ точку P. Прямая, проведенная вдоль гипотенузы M_1L_1, будетъ, очевидно, перпендикулярна къ данной прямой AB.

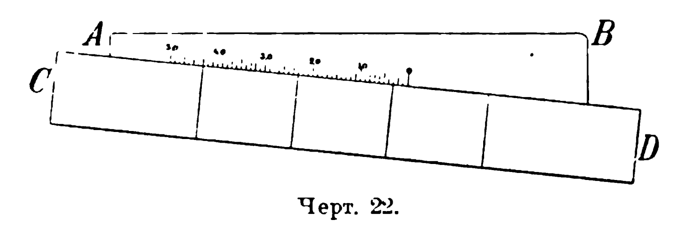


Черт. 20.

Для проведенія цѣлой системы параллельныхъ прямыхъ пользуются такъ называемою *параллельною линейкой*, простѣйшее устройство которой показано на чертежѣ 21-омъ. Это двѣ линейки, скрѣпленныя на шарнирахъ двумя равными металлическими перекладинами; удерживая одну линейку неподвижно и переставляя другую, получимъ рядъ параллельныхъ положеній обѣихъ линеекъ, а, слѣдовательно, и проводимыхъ по нимъ прямыхъ. Если требуется провести систему параллельныхъ прямыхъ, отстоящихъ на небольшомъ, впередъ заданномъ разстояніи, напримѣръ для шрафировки болотъ, покрытія штрихами зданій на планахъ, прографки линій для подписей и т. п., то берутъ *косую линейку;* такъ называютъ небольшую линейку AB (черт. 22) съ краями, сходящимися подъ угломъ, синусъ котораго равенъ 0·1. На одной ея сторонѣ нарѣзаны



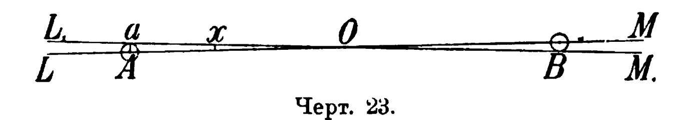
Черт. 21.



Черт. 22.

дѣленія черезъ 0·05 дюйма. Если приложить косую линейку AB къ другой обыкновенной линейкѣ CD съ мѣтками черезъ одинъ дюймъ и затѣмъ передвигать ее послѣдовательно отъ одного дѣленія къ другому, то по краю AB можно проводить параллельныя прямыя, отстоящія на 0·005 дюйма; передвигая черезъ два, три и т. д. дѣленій, легко по произволу мѣнять разстояніе между проводимыми параллельными прямыми. Уголъ косой линейки AB и система дѣленій на ней дѣлаются и иными, въ зависимости отъ частнаго назначенія прибора.

Ошибка проведенія прямой черезъ двѣ точки на бумагѣ зависитъ отъ точности нанесенія самыхъ точекъ и отъ разстоянія между ними. Слѣдъ карандаша или ножки циркуля на бумагѣ



Черт. 23.

представляетъ не математическую точку, а кружокъ, діаметръ котораго при тщательности дѣйствій можно принять равнымъ $\frac{1}{200}$ долѣ дюйма (см. § 7). Проводя прямую черезъ двѣ точки A и B (черт. 23) по линейкѣ, можно невольно, вмѣсто истиннаго направленія LM, провести направленіе L_1M_1, составляющее съ истиннымъ уголъ $LOL_1 = x$, который легко опредѣлить по формулѣ:

$$\sin x = \frac{Aa}{AO}.$$

Принимая діаметръ нанесенныхъ точекъ равнымъ σ и называя разстояніе AB между ними черезъ l, получимъ $\sin x = \frac{1}{2}\sigma : \frac{1}{2}l$, откуда въ минутахъ *) дуги:

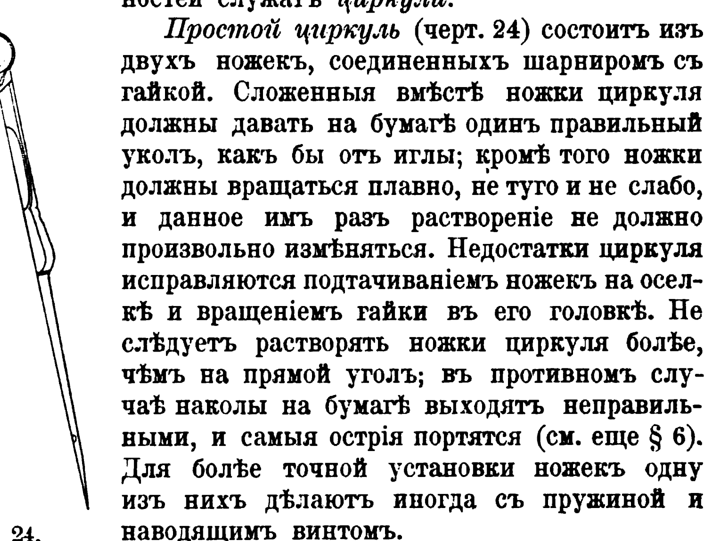
$$x' = \pm 3438 \frac{\sigma}{l} \tag{6}$$

*) Такъ какъ длина окружности при радіусѣ, равномъ единицѣ, равна 2π и заключаетъ 360° или $21\,600'$ или $1\,296\,000''$, то уголъ, измѣряемый дугой, равной единицѣ, равенъ $\left(\frac{360}{2\pi}\right)^\circ$ или $\left(\frac{21\,600}{2\pi}\right)'$ или $\left(\frac{1\,296\,000}{2\pi}\right)''$, т. е. приближенно 57° или $3438'$ или $206265''$. Такимъ образомъ въ приближенныхъ вычисленіяхъ для малаго угла x можно полагать.

$$\sin x \text{ (или } tg\,x) = \smile x = \frac{x^\circ}{57} = \frac{x'}{3438} = \frac{x''}{206265}.$$

Знакъ $\pm$ поставленъ по тому, что ошибка въ направленіи можетъ быть сдѣлана какъ въ ту, такъ и въ другую стороны. Итакъ, ошибка въ положеніи прямой, проведенной на бумагѣ по линейкѣ черезъ двѣ точки, обратно-пропорціональна разстоянію между данными точками. Вотъ почему для болѣе точнаго проведенія прямыхъ на бумагѣ стараются увеличивать разстояніе между точками и проводить по возможности длинныя прямыя. Если, напримѣръ, разстояніе $l = 10$ дюймамъ, а $\sigma = \frac{1}{200}$ дюйма, то прямая можетъ быть проведена не точнѣе, какъ съ ошибкой $\pm 2'$.

12. Циркули. Для откладыванія линій данной длины, для измѣренія разстояній на бумагѣ, а также для проведенія окружностей служатъ *циркули*.



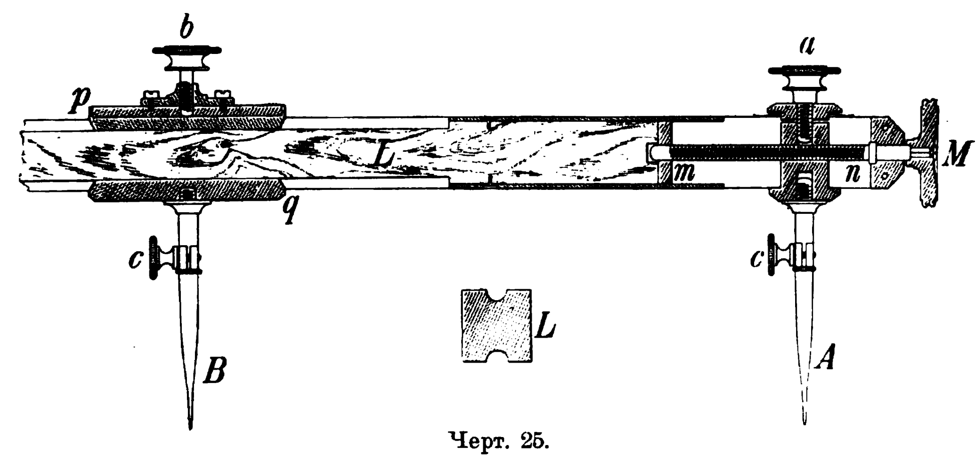
Черт. 24.

Простой циркуль (черт. 24) состоитъ изъ двухъ ножекъ, соединенныхъ шарниромъ съ гайкой. Сложенныя вмѣстѣ ножки циркуля должны давать на бумагѣ одинъ правильный уколъ, какъ бы отъ иглы; кромѣ того ножки должны вращаться плавно, не туго и не слабо, и данное имъ разъ раствореніе не должно произвольно измѣняться. Недостатки циркуля исправляются подтачиваніемъ ножекъ на оселкѣ и вращеніемъ гайки въ его головкѣ. Не слѣдуетъ растворять ножки циркуля болѣе, чѣмъ на прямой уголъ; въ противномъ случаѣ наколы на бумагѣ выходятъ неправильными, и самыя острія портятся (см. еще § 6). Для болѣе точной установки ножекъ одну изъ нихъ дѣлаютъ иногда съ пружиной и наводящимъ винтомъ.

Для черченія окружностей карандашомъ или тушью одна ножка циркуля дѣлается съемною и замѣняется втулкой съ карандашомъ или рейсфедеромъ. Окружности очень малаго радіуса проводятся особыми небольшими циркулями, называемыми *кронциркулями*.

Если длина откладываемой линіи превосходитъ возможное раствореніе простого циркуля, то берутъ *рычажный* или *штангенциркуль* (черт. 25). Онъ состоитъ изъ деревяннаго или металлическаго бруска L (показаннаго внизу въ поперечномъ сѣ-

ченіи) и двухъ обоймицъ съ ножками A и B. Обоймица pq можетъ передвигаться вдоль бруска и устанавливаться въ любомъ положеніи при помощи зажимного винта b, упирающагося не въ самый брусокъ, а въ особую подкладку, чтобы не портить бруска и обезпечить неподвижность обоймицы. Другая обоймица, укрѣпленная на концѣ бруска, снабжена наводящимъ винтомъ mn съ головкой M, вращая которую можно плавно передвигать ножку A въ ту или другую сторону въ небольшихъ предѣлахъ, вдоль бруска. Зажимной винтъ a служитъ для окончательнаго закрѣпленія ножки A послѣ передвиженія ея наводящимъ винтомъ.

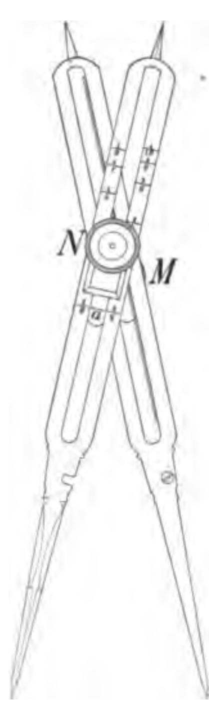


Черт. 25.

Желая взять съ масштаба или съ плана нѣкоторую длину, прежде всего отпускаютъ зажимные винты a и b и двигаютъ обоймицу pq вдоль бруска рукой до тѣхъ поръ, пока разстояніе между остріями ножекъ A и B не будетъ приблизительно требуемое. Затѣмъ, закрѣпивъ винтъ b, ставятъ ножку B на одинъ конецъ линіи и вращеніемъ головки M подводятъ остріе ножки A точно къ другому концу линіи. Послѣ этого закрѣпляютъ винтъ a и повѣряютъ установку. Обѣ ножки штангенциркуля могутъ выниматься; онѣ держатся зажимными винтами c. Смотря по надобности, простыя ножки замѣняются втулкой съ карандашомъ или рейсфедеромъ.

Для раздѣленія даннаго отрѣзка прямой на нѣсколько равныхъ частей и перерисовки плановъ въ извѣстномъ, напередъ заданномъ уменьшеніи (или увеличеніи) пользуются иногда *пропорціональнымъ циркулемъ* (черт. 26), имѣющимъ четыре

острія. Ось вращенія его ножекъ можетъ передвигаться въ продольномъ прорѣзѣ при помощи колесца *M* и особой зубчатки (причемъ ножки циркуля должны быть сложены вмѣстѣ) и закрѣпляться въ требуемомъ положеніи зажимнымъ винтомъ *N*. Установка указателя *a* дѣлается по дѣленіямъ, нанесеннымъ вдоль прорѣза ножекъ. Если, напримѣръ, указатель поставленъ противъ дѣленія, означеннаго $\frac{1}{2}$, то разстояніе между верхними остріями ножекъ, при любомъ ихъ раствореніи, вдвое меньше разстоянія между нижними. Кромѣ дробныхъ дѣленій, выражающихъ отношеніе разстояній верхнихъ и нижнихъ концовъ ножекъ, на нѣкоторыхъ пропорціональныхъ циркуляхъ бываютъ еще другія дѣленія съ подписанными при нихъ цѣлыми числами. Если установить ось по дѣленію этой другой шкалы и разставить нижнія острія на длину радіуса какого-нибудь круга, то разстояніе верхнихъ концовъ ножекъ будетъ равно длинѣ стороны вписаннаго въ этотъ кругъ правильнаго многоугольника опредѣленнаго числа сторонъ. До пользованія необходимо повѣрить правильность дѣленій; они могутъ быть поставлены ошибочно; кромѣ того даже вѣрныя дѣленія послѣ подтачиванія концовъ теряютъ свое значеніе.

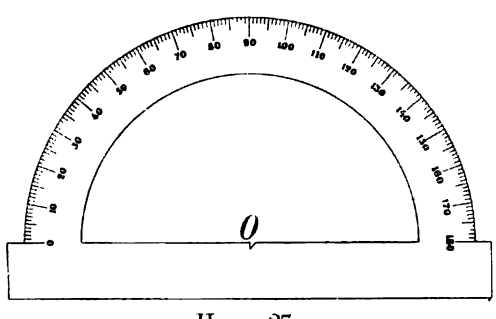


Черт. 26.

13. Транспортиры. Приборъ, служащій для построенія и измѣренія угловъ на бумагѣ, называется *транспортиромъ*. Онъ представляетъ металлическій или роговой полукругъ (роговые транспортиры легче и не пачкаютъ бумаги) съ подраздѣленіями на градусы (черт. 27) или полуградусы (еще рѣже на четверти градуса); въ центрѣ полуокружности на линейкѣ основанія дѣлается мѣтка *O*.

Транспортиръ долженъ удовлетворять двумъ условіямъ: 1) его дѣленія должны быть вѣрны и 2) мѣтка *O* должна совпадать съ центромъ наружной полуокружности и, слѣдовательно, лежать на серединѣ прямой, соединяющей дѣленія 0° и 180°. Для повѣрки перваго условія откладываютъ на бумажкѣ

произвольное число градусовъ дуги транспортира, напримѣръ 15°, и, прикладывая эту бумажку къ разнымъ мѣстамъ полуокружности, слѣдять, будетъ ли отложенное разстояніе вездѣ соотвѣтствовать точно тому же числу градусовъ. Чтобы повѣрить второе условіе, строятъ на бумагѣ по правиламъ геометріи двѣ взаимно-перпендикулярныя прямыя и, наложивъ транспортиръ его центральною мѣткой *O* на пересѣченіе этихъ прямыхъ, а чертой, означенной подписью 90°, по одной изъ нихъ, смотрятъ, придутся ли черточки, означенныя 0° и 180°, точно на другой прямой. Если эти условія не удовлетворяются, то транспортиръ негоденъ.



Черт. 27.

Для построенія заданнаго угла на прямой у данной точки кладутъ транспортиръ такъ, чтобы его центръ *O* совпалъ съ данною точкой, а черта, означенная 0°, пришлась вдоль прямой; отмѣтивъ на бумагѣ карандашомъ или иглой у полукруглаго края транспортира заданное число градусовъ, соединяютъ эту мѣтку съ данною точкой—вершиною угла. Подобнымъ же образомъ для измѣренія начерченнаго на бумагѣ угла накладываютъ транспортиръ его центромъ на вершину угла, а черточкой 0° по одной изъ сторонъ, и отсчитываютъ число градусовъ, оказавшееся на другой сторонѣ угла. Если заданный уголъ больше 180°, то строятъ и измѣряютъ либо дополненіе его до 360°, либо избытокъ сверхъ 180°. Впрочемъ встрѣчаются транспортиры въ видѣ полнаго круга, которыми можно строить и измѣрять всевозможные углы отъ 0° до 360°.

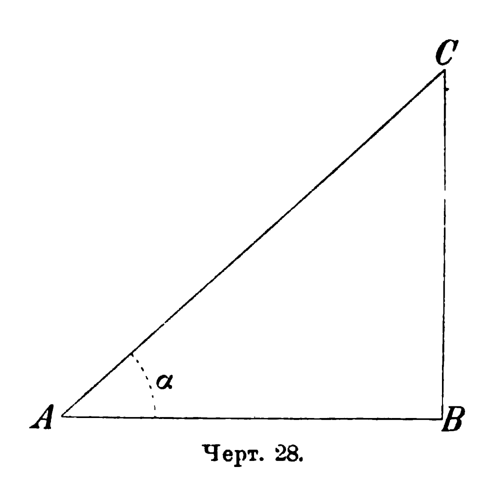
14. Таблицы тангенсовъ и хордъ. Если необходимо построить или измѣрить на бумагѣ уголъ съ большею точностью, чѣмъ это возможно транспортиромъ (см. § 15), или если нѣтъ транспортира, то прибѣгаютъ къ помощи особыхъ таблицъ. Такъ какъ при извѣстномъ радіусѣ круга всякому углу соотвѣтствуетъ опредѣленная длина тригонометрическихъ линій, то и обратно, зная длину извѣстной тригонометрической линіи, можно

найти величину угла. Всего проще пользоваться тангенсами и хордами угловъ (двойными синусами половинныхъ угловъ). Для этого имѣются готовыя таблицы тангенсовъ и хордъ, вычисленныя по формуламъ:

$$t = r \,.\, tg\,\alpha$$

$$c = 2r \,.\, sin\,\frac{\alpha}{2},$$

въ которыхъ r — радіусъ круга (обыкновенно единица длины), α—заданный уголъ, а t и c—соотвѣтствующіе тангенсъ и хорда. Въ концѣ книги помѣщены таблицы тангенсовъ и хордъ, вычисленныя при радіусѣ $r = 1$, для разныхъ угловъ, слѣдующихъ черезъ 10′. Способъ пользованія этими таблицами легко понять изъ нижеслѣдующихъ примѣровъ.



Черт. 28.

1) Построить при помощи таблицы тангенсовъ уголъ $\alpha = 42°33'$. Въ таблицѣ тангенсовъ находимъ:

$$tg\ 42°\,30' = 0{\cdot}9163$$

$$tg\ 42\ \ 40 = 0{\cdot}9217$$

отсюда, по правиламъ линейнаго интерполированія, выходитъ:

$$tg\ 42°\,33' = 0{\cdot}9179.$$

Отъ точки A (черт. 28), вершины предложеннаго къ построенію угла, откладываемъ произвольную длину AB, напримѣръ, 4 дюйма; въ полученной точкѣ B по правиламъ геометріи возставляемъ къ прямой AB перпендикуляръ и откладываемъ на немъ длину BC, равную тангенсу заданнаго угла, умноженному на принятый радіусъ, т. е. въ нашемъ случаѣ:

$$BC = 0{\cdot}9179 \times 4 = 3{\cdot}6716 \text{ дюйма.}$$

Соединивъ, наконецъ, точку C съ вершиной A, получаемъ требуемый уголъ $CAB = \alpha$.

2) Построить при помощи таблицы хордъ уголъ $\alpha = 39°26'$. Въ таблицѣ хордъ находимъ:

$$\text{хорда угла } 39°\,20' = 0{\cdot}6731$$

$$\text{хорда угла } 39\ \ 30 = 0{\cdot}6758$$

отсюда, по правиламъ линейнаго интерполированія, выходитъ:

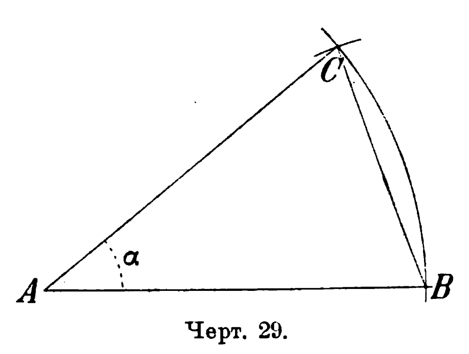
хорда угла $39^\circ 26' = 0{\cdot}6747$.

Изъ точки A (черт. 29), вершины предложеннаго къ построенію угла, какъ изъ центра, описываемъ окружность произвольнымъ радіусомъ, напримѣръ, 3 дюйма; изъ точки B пересѣченія дуги окружности съ одною стороной угла, какъ изъ центра, описываемъ дугу радіусомъ, равнымъ хордѣ заданнаго угла, умноженной на принятый радіусъ, т. е. въ нашемъ случаѣ:

$$BC = 0{\cdot}6747 \times 3 = 2{\cdot}0241 \text{ дюйма.}$$

Соединивъ, наконецъ, точку пересѣченія обѣихъ дугъ (C) съ вершиной A, получаемъ требуемый уголъ $CAB = \alpha$.

3) Измѣрить начерченный на бумагѣ уголъ CAB (черт. 28) при помощи таблицы тангенсовъ. Откладываемъ на сторонѣ AB отъ вершины A произвольную длину AB, напримѣръ, 4 дюйма, возставляемъ въ B перпендикуляръ BC къ AB, до встрѣчи съ другою стороной угла. Положимъ, что длина BC, измѣренная циркулемъ по масштабу, оказалась 3·672 дюйма; раздѣливъ это число на радіусъ (4 д.), чтобы опредѣлить тангенсъ при радіусѣ, равномъ единицѣ, получаемъ число 0·918, которому въ таблицѣ тангенсовъ соотвѣтствуетъ уголъ $\alpha = 42^\circ 33'$.



Черт. 29.

4) Измѣрить начерченный на бумагѣ уголъ CAB (черт. 29) при помощи таблицы хордъ. Описываемъ изъ вершины угла, какъ изъ центра, произвольнымъ радіусомъ, напримѣръ, 3 дюйма, дугу круга такъ, чтобы она пересѣкала стороны даннаго угла; затѣмъ измѣряемъ циркулемъ разстояніе между полученными точками B и C. Пусть это разстояніе (хорда BC угла CAB) оказалось 2·024 дюйма; раздѣливъ это число на радіусъ (3 д.), чтобы опредѣлить хорду при радіусѣ, равномъ единицѣ, получаемъ число 0·6747, которому въ таблицѣ хордъ соотвѣтствуетъ уголъ $\alpha = 39^\circ 26'$.

Таблица тангенсовъ вычислена для угловъ отъ 0° до 45°, а таблица хордъ для угловъ отъ 0° до 90°; если бы потребова-

лось построить или измѣрить уголъ, большій табличнаго, то строятъ или измѣряютъ углы, дополнительные до 90° и до 180°, или же избытки ихъ сверхъ этихъ угловъ.

15. Точность построенія угловъ. Точность построенія угловъ транспортиромъ зависитъ отъ его радіуса: чѣмъ больше радіусъ транспортира, тѣмъ точнѣе строится и измѣряется уголъ. Однако большіе транспортиры неудобны, и въ продажѣ рѣдко можно найти ихъ съ радіусами больше 3-хъ дюймовъ и дѣленіями мельче $^1/_2$°; такими транспортирами съ оцѣнкой глазомъ можно строить и измѣрять углы не точнѣе, какъ до $\pm$ 15′.

Построеніе и измѣреніе угловъ при помощи таблицъ тангенсовъ и хордъ можетъ быть гораздо точнѣе. Чтобы убѣдиться въ этомъ, выведемъ величины погрѣшностей, получаемыхъ при этихъ способахъ. Начнемъ съ ошибки построенія угла при помощи таблицы тангенсовъ. Основаніемъ построенія служитъ формула:

$$tg\,\alpha = \frac{t}{r} \qquad (a)$$

Если бы величины t и r можно было отложить на бумагѣ совершенно точно, то, очевидно, и самый уголъ былъ бы построенъ безошибочно. На самомъ дѣлѣ, взятые по масштабу и отложенные на бумагѣ отрѣзки t и r всегда заключаютъ нѣкоторыя погрѣшности Δt и Δr (см. § 7), а потому и построенный уголъ α будетъ ошибоченъ на нѣкоторую величину $\Delta\alpha$. Тангенсъ такого ошибочнаго угла представится равенствомъ:

$$tg\,(\alpha + \Delta\alpha) = \frac{t + \Delta t}{r + \Delta r} \qquad (b)$$

Чтобы выразить ошибку угла $\Delta\alpha$ въ ошибкахъ отложенныхъ линій, преобразуемъ обѣ части равенства (b); пользуясь разложеніемъ тангенса суммы угловъ и биномомъ Ньютона и ограничиваясь первыми степенями малыхъ величинъ $\Delta\alpha$, Δt и Δr, имѣемъ:

$$tg\,(\alpha + \Delta\alpha) = \frac{tg\,\alpha + tg\,\Delta\alpha}{1 - tg\,\alpha\,.\,tg\,\Delta\alpha} = (tg\,\alpha + tg\,\Delta\alpha)\,(1 + tg\,\alpha\,.\,tg\,\Delta\alpha) =$$

$$= tg\,\alpha + (1 + tg^2\,\alpha)\,.\,tg\,\Delta\alpha = tg\,\alpha + sec^2\,\alpha\,.\,tg\,\Delta\alpha$$

$$\frac{t + \Delta t}{r + \Delta r} = \frac{t\left(1 + \frac{\Delta t}{t}\right)}{r\left(1 + \frac{\Delta r}{r}\right)} = \frac{t}{r}\left(1 + \frac{\Delta t}{t} - \frac{\Delta r}{r}\right)$$

Слѣдовательно, равенство (b) обращается въ такое:

$$tg\,\alpha + sec^2\alpha \,.\, tg\Delta\alpha = \frac{t}{r}\left(1 + \frac{\Delta t}{t} - \frac{\Delta r}{r}\right)$$

Вычитая отсюда почленно равенство (a), получаемъ:

$$sec^2\alpha \,.\, tg\,\Delta\alpha = \frac{t}{r}\left(\frac{\Delta t}{t} - \frac{\Delta r}{r}\right)$$

Чтобы освободиться отъ знаковъ ошибокъ Δt и Δr, которые неизвѣстны, возвысимъ обѣ части этого равенства въ квадратъ; тогда будетъ:

$$sec^4\alpha \,.\, tg^2\,\Delta\alpha = \frac{t^2}{r^2}\left(\frac{\Delta t^2}{t^2} + \frac{\Delta r^2}{r^2} - 2\,\frac{\Delta t \,.\, \Delta r}{t \,.\, r}\right)$$

Здѣсь члены второй степени всегда положительны, знакъ же члена, содержащаго произведеніе $\Delta t . \Delta r$ можетъ быть либо $+$, либо $-$, и этотъ членъ въ иныхъ случаяхъ будетъ увеличивать ошибку $\Delta\alpha$, въ другихъ же уменьшать ее; поэтому, разсматривая вопросъ вообще, можно вовсе отбросить членъ съ удвоеннымъ произведеніемъ ошибокъ, и тогда получаемъ:

$$sec^4\alpha \,.\, tg^2\,\Delta\alpha = \frac{t^2}{r^2}\left(\frac{\Delta t^2}{t^2} + \frac{\Delta r^2}{r^2}\right)$$

Величины Δt и Δr представляютъ ошибки построенія линій на бумагѣ; онѣ не зависятъ отъ направленія, по которому линія откладывается, и потому ихъ можно считать одинаковыми и притомъ равными нѣкоторой величинѣ σ, для которой условно принимается $\frac{1}{200}$ дюйма (см. § 7). Итакъ

$$sec^4\alpha \,.\, tg^2\,\Delta\alpha = \frac{t^2}{r^2}\sigma^2\left(\frac{1}{t^2} + \frac{1}{r^2}\right) = \frac{\sigma^2}{r^2}\left(1 + \frac{t^2}{r^2}\right) = \frac{\sigma^2}{r^2}\left(1 + tg^2\alpha\right)$$

откуда

$$tg^2\,\Delta\alpha = \frac{\sigma^2 cos^2\alpha}{r^2}$$

Извлекая квадратный корень и выражая малый уголъ $\Delta\alpha$ въ минутахъ дуги, получаемъ, наконецъ:

$$\Delta\alpha' = \pm\, 3438\,\frac{\sigma \,.\, cos\,\alpha}{r} \qquad (7)$$

Прилагая подобныя же разсужденія къ формулѣ

$$sin\,\frac{\alpha}{2} = \frac{c}{2r} \qquad (a)$$

служащей основаніемъ построенія угловъ при помощи таблицы хордъ, получимъ:

$$\sin\frac{\alpha+\Delta\alpha}{2}=\frac{c+\Delta c}{2\,(r+\Delta r)}$$

Полагая $\cos\frac{\Delta\alpha}{2}=1$ и разлагая вторую часть по формулѣ бинома, ограничиваясь первыми степенями ошибокъ, имѣемъ:

$$\sin\frac{\alpha+\Delta\alpha}{2}=\sin\frac{\alpha}{2}+\cos\frac{\alpha}{2}\,.\,\sin\frac{\Delta\alpha}{2}$$

$$\frac{c+\Delta c}{2\,(r+\Delta r)}=\frac{c}{2r}\left(1+\frac{\Delta c}{c}-\frac{\Delta r}{r}\right)$$

т. е.

$$\sin\frac{\alpha}{2}+\cos\frac{\alpha}{2}\,.\,\sin\frac{\Delta\alpha}{2}=\frac{c}{2r}\left(1+\frac{\Delta c}{c}-\frac{\Delta r}{r}\right) \qquad (b)$$

Вычитая (a) изъ (b), возвышая разность во вторую степень и отбрасывая членъ, содержащій произведеніе $\Delta c\,.\,\Delta r$, получимъ

$$\cos^2\frac{\alpha}{2}\,.\,\sin^2\frac{\Delta\alpha}{2}=\frac{c^2}{4r^2}\left(\frac{\Delta c^2}{c^2}+\frac{\Delta r^2}{r^2}\right)$$

Если положить здѣсь по прежнему $\Delta c=\Delta r=\sigma$, то будетъ:

$$\cos^2\frac{\alpha}{2}\,.\,\sin^2\frac{\Delta\alpha}{2}=\frac{c^2}{4r^2}\,.\,\sigma^2\left(\frac{1}{c^2}+\frac{1}{r^2}\right)=\frac{\sigma^2}{4r^2}\left(1+\frac{c^2}{r^2}\right)=\frac{\sigma^2}{4r^2}\left(1+4\sin^2\frac{\alpha}{2}\right)$$

или

$$\sin^2\frac{\Delta\alpha}{2}=\frac{\sigma^2\left(1+4\sin^2\frac{\alpha}{2}\right)}{4\,r^2.\cos^2\frac{\alpha}{2}}$$

Извлекая квадратный корень и выражая малый уголъ $\Delta\alpha$ въ минутахъ дуги, получаемъ, наконецъ *):

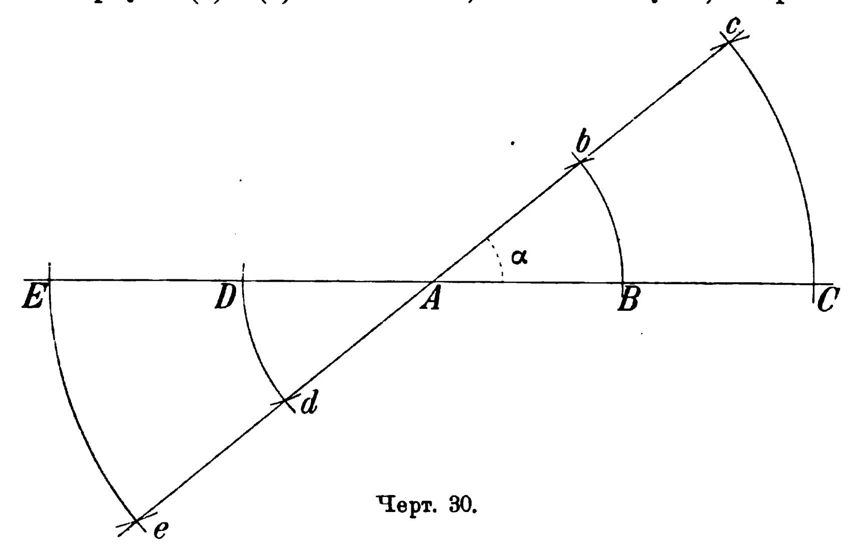
$$\Delta\alpha'=\pm\,3438\,\frac{\sigma\sqrt{1+4\sin^2\frac{\alpha}{2}}}{r\,.\,\cos\frac{\alpha}{2}} \qquad (8)$$

Сравнивая формулы (7) и (8), легко замѣтить, что (при прочихъ равныхъ условіяхъ заданія) ошибка угла, построеннаго по таблицѣ тангенсовъ, меньше, чѣмъ ошибка угла, построеннаго по таблицѣ хордъ. Однако на самомъ дѣлѣ это не совсѣмъ такъ, потому что въ предыдущемъ разсужденіи были

*) Формулы (7) и (8) гораздо легче получить дифференцированіемъ выраженій (a).

приняты въ расчетъ только погрѣшности отложенія величинъ r и t, возставленіе же перпендикуляра считалось безошибочнымъ. Въ дѣйствительности, ошибки построенія угловъ какъ по таблицѣ тангенсовъ, такъ и по таблицѣ хордъ оказываются почти одинаковыми, но знатоки дѣла всегда предпочитаютъ строить углы по таблицѣ хордъ, потому что для построенія хорды требуется меньше графической работы и меньше мѣста на бумагѣ, чѣмъ для возставленія перпендикуляра.

Формулы (7) и (8) показываютъ, что ошибка угла, построен-



Черт. 30.

наго по таблицамъ тангенсовъ и хордъ, обратно-пропорціональна длинѣ отрѣзка r, и потому въ каждомъ частномъ случаѣ ее можно сдѣлать сколь угодно малою. Если, напримѣръ, требуется построить уголъ $\alpha = 25^\circ$ при помощи таблицы хордъ съ точностью до $\pm 2'$, то изъ формулы (8) имѣемъ

$$r = 3438 \frac{\sigma \sqrt{1 + 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}}{\Delta\alpha \,.\, \cos \frac{\alpha}{2}}$$

откуда, полагая $\sigma = \frac{1}{200}$ д. и $\Delta\alpha = 2'$, получимъ $r = 9{\cdot}6$ дюйма, такъ что, взявъ $r = 10$ дюймамъ, можно быть увѣреннымъ, что ошибка построеннаго угла не превзойдетъ $\pm 2'$.

Для увеличенія точности и повѣрки построенія угловъ при

помощи таблицы хордъ, кромѣ увеличенія радіуса r, очень часто прибѣгаютъ къ проведенію не одной, а нѣсколькихъ дугъ разныхъ радіусовъ. Напримѣръ, для построенія при точкѣ A (черт. 30) угла α проводятъ дуги Bb и Dd радіусомъ r и дуги Cc и Ee радіусомъ $2r$. Опредѣливъ простыми хордами точки b и d, и удвоенными точки c и e, получаютъ вмѣстѣ съ вершиной A пять точекъ; приложивъ къ нимъ линейку, проводятъ наконецъ прямую Ac, составляющую съ AC требуемый уголъ α. Если хорды вычислены невѣрно, или построеніе сдѣлано ошибочно, то указанныя пять точекъ не будутъ лежать на одной прямой; это обстоятельство служитъ повѣркой точности графической работы.

IV.

Условные знаки.

16. Цѣль условныхъ знаковъ. Планы и карты должны быть не только вѣрными, въ смыслѣ изображенія мѣстныхъ предметовъ въ данномъ масштабѣ, но должны еще представлять дѣйствительную картину мѣстности. Предметы, прежде всего бросающіеся въ глаза въ полѣ, должны и на бумагѣ рѣзко выдѣляться изъ окружающихъ: мѣста возвышенныя должны казаться приподнятыми надъ плоскостью бумаги, низменныя, наоборотъ, углубленными; высокія и большія строенія должны выдѣляться среди низкихъ и малыхъ, дороги не должны смѣшиваться съ линіями, изображающими очертанія другихъ мѣстныхъ предметовъ (контурами) и т. п. Это необходимо, во-первыхъ, для того, чтобы можно было легко *читать планъ или карту*, т. е. понимать, что представляетъ на мѣстности каждая фигура, каждая черта на бумагѣ, а во-вторыхъ, чтобы по плану или картѣ можно было *оріентироваться*, т. е. отыскивать на нихъ точку, гдѣ находишься въ данное время, и, наоборотъ, находить на мѣстности изображенный на планѣ предметъ.

Такъ какъ на бумагѣ часто приходится помѣщать предметы, дѣйствительные размѣры которыхъ меньше предѣльной точности масштаба (см. § 7), а большіе предметы разнаго рода могутъ имѣть на планѣ одинаковый видъ, то для вычерчиванія отдѣльныхъ мѣстныхъ предметовъ прибѣгаютъ къ *условнымъ знакамъ* или фигурамъ, изображающимъ извѣстные роды предметовъ и до нѣкоторой степени напоминающимъ ихъ внѣшній видъ или характеръ. Выборъ условныхъ знаковъ въ связи съ искусствомъ ихъ вычерчиванія имѣетъ огромное практическое значеніе, потому что для ясности изображенія и выигрыша мѣста на бумагѣ избѣгаютъ подписывать родъ предмета словами и ограничиваются помѣщеніемъ только собственныхъ именъ

(названій); необходимо, чтобы родъ предмета опредѣлялся самымъ условнымъ знакомъ.

Въ старину мѣстные предметы зачастую изображались въ перспективѣ; это не были геометрическіе рисунки, и достоинство ихъ зависѣло главнымъ образомъ отъ дарованія художника. Въ настоящее время отъ плановъ и картъ требуютъ только вѣрности и ясности. Вѣрность достигается точностью инструментовъ и пріемовъ съемки, а ясность—удачнымъ выборомъ условныхъ знаковъ. Конечно, и теперь достоинство изображенія зависитъ отъ развитія художественнаго вкуса исполнителя, но въ меньшей степени, чѣмъ прежде. Только благодаря выработкѣ простыхъ, изящныхъ и чисто геометрическихъ условныхъ знаковъ въ послѣднее время являются превосходныя и, главное, однородныя карты обширныхъ пространствъ, несмотря на то, что въ созданіи ихъ участвовали многія лица съ весьма разнообразными природными дарованіями.

Условные знаки должны быть красивы и просты, т. е. удобны для черченія и легки для запоминанія; вообще говоря, они должны давать понятіе лишь о двухъ горизонтальныхъ измѣреніяхъ изображаемыхъ предметовъ (длинѣ и ширинѣ), но въ нѣкоторыхъ случаяхъ условный знакъ долженъ представлять и третье измѣреніе—высоту предмета (напримѣръ, знаки для неровностей мѣстности).

Многочисленность и разнообразіе мѣстныхъ предметовъ не позволяютъ помѣщать ихъ на бумагѣ непремѣнно всѣ и во всѣхъ подробностяхъ; чѣмъ мельче масштабъ, тѣмъ меньшее число предметовъ и съ меньшими подробностями можетъ быть помѣщено на планѣ или картѣ. Многія, даже современныя, рукописныя и печатныя изображенія мѣстности, вслѣдствіе чрезмѣрнаго обремененія подробностями, страдаютъ неясностью и пестротой. Вообще полнота, въ смыслѣ помѣщенія всѣхъ безъ исключенія предметовъ, вредитъ ясности, и потому на планахъ и картахъ, сообразно ихъ назначенію, помѣщаютъ, обыкновенно, не всѣ, а лишь нѣкоторые мѣстные предметы, или же одни предметы представляютъ съ особенною рѣзкостью, въ ущербъ другимъ. Вотъ почему, помимо масштаба (см. § 8), различаютъ планы и карты межевые, топографическіе и т. п.

На *межевыхъ* планахъ изображаютъ главнымъ образомъ границы земельныхъ владѣній и такъ называемые межевые знаки, а также родъ и достоинство угодій. На *хозяйственныхъ* пла-

нахъ означаютъ предметы, важные въ экономическомъ отношеніи: пашни съ раздѣленіемъ на поля и десятины, луга съ показаніемъ поемныхъ, сухихъ и мокрыхъ, лѣса и кустарники съ означеніемъ породъ деревьевъ, выгоны, болота и т. д.; на *лѣсныхъ*—границы лѣсныхъ дачъ и раздѣленіе ихъ на участки, качество почвы, породы и возрастъ лѣса, густоту насажденій и проч. На *дорожныхъ* картахъ выдѣляютъ особенно рѣзко дороги, съ показаніемъ станцій и числа верстъ между ними, а также постоялыхъ дворовъ. На *геологическихъ* картахъ изображаютъ расположеніе пластовъ горныхъ формацій, залегающихъ ниже дилювіальныхъ осадковъ; на *гидротехническихъ*—берега рѣкъ и озеръ съ указаніемъ глубины и скорости теченія, неровностей дна и т. п. На *морскихъ* картахъ показываютъ глубины морей, направленіе теченій, мѣста маяковъ съ границами видимости ихъ огней, порты, якорныя стоянки, подводные камни, мели и проч. На *военно-топографическихъ* планахъ и картахъ съ наибольшею ясностью должны быть изображены предметы, оказывающіе вліяніе на расположеніе, движеніе и дѣйствіе войскъ, а именно неровности мѣстности, съ показаніемъ направленій и крутизны скатовъ, населенныя мѣста, дороги, рѣки, переправы, болота и лѣса.

17. Знаки мѣстныхъ предметовъ. Помимо неровностей, объ изображеніи которыхъ сказано ниже (см. §§ 18—28), всѣ мѣстные предметы въ отношеніи выработанныхъ для нихъ условныхъ знаковъ могутъ быть раздѣлены на два рода: предметы, изображаемые замкнутыми очертаніями или контурами съ полнымъ соблюденіемъ масштаба (озера, болота, лѣса, поля и т. п.), и предметы, меньшіе предѣльной точности масштаба, которые приходится изображать въ увеличенномъ видѣ и большею частью не точно подобными фигурами (рѣки и особенно ручьи, дороги, мосты, строенія, верстовые столбы, указатели и т. п.).

Предметы перваго рода вычерчиваются фигурами, подобными ихъ дѣйствительнымъ очертаніямъ (контурамъ), и для отличія другъ отъ друга (напримѣръ, лѣса отъ озера того же вида) покрываются извѣстною краской (см. § 30), или же внутренность контура заполняется однообразными фигурками, разбросанными безъ опредѣленнаго порядка, но такъ, чтобы эти фигурки не затемняли прочихъ предметовъ, были чаще у контура, чтобы рѣзче его выдѣлить, сочетались изящными группами и

не производили излишней пестроты *). Эти условные знаки, заполняя извѣстный контуръ, почти не мѣняются съ масштабомъ изображенія и называются *контурными условными знаками*.

Предметы второго рода по своимъ размѣрамъ не могутъ быть представлены очертаніями, подобными дѣйствительности, и потому, по необходимости, изображаются знаками, занимающими на бумагѣ больше мѣста, чѣмъ бы слѣдовало; здѣсь обращается вниманіе лишь на то, чтобы условный знакъ до нѣкоторой степени походилъ на самый предметъ. Такъ, дороги чертятся одною или нѣсколькими равноотстоящими линіями, причемъ ширина дороги на бумагѣ, обыкновенно, больше той, которая выходила бы по масштабу, и, слѣдовательно, не выражаетъ дѣйствительной ширины; число и толщина линій мѣняется въ зависимости отъ значенія дороги, матеріала и способа постройки. То-же можно сказать относительно рѣкъ, рѣчекъ и особенно ручьевъ: только большія рѣки и притомъ въ крупномъ масштабѣ изображаются съ подробными очертаніями обоихъ береговъ; по большей же части эти мѣстные предметы изображаются одною чертой, воспроизводящею главные изгибы теченія, но ширина которой, обыкновенно, больше, чѣмъ въ природѣ. Церкви, почтовыя станціи, постоялые дворы, заводы, фабрики и т. п. изображаются знаками, если не всегда похожими на самые предметы, то такими, которые отъ долговременнаго примѣненія позволяютъ безошибочно различать ихъ на планахъ **). Мелкіе предметы, важные для оріентированія, какъ-то: верстовые столбы, указатели дорогъ, отдѣльныя деревья и пр.

---

*) Воды—шатеномъ (системою кривыхъ, равноудаленныхъ отъ береговой линіи), лѣса—кружочками, пустыми для лиственныхъ породъ и перечеркнутыми съ запада на востокъ для хвойныхъ, непроходимыя болота—параллельными прямыми, болота проходимыя—системами параллельныхъ прямыхъ, разбросанныхъ елочками, луга—двойными вертикальными черточками, кочковатыя мѣста—группами тройныхъ точекъ, камыши—группами изъ трехъ стебельковъ, пески—густо разбросанными точками, огороды—параллельными вкось направленными и чередующимися сплошными и пунктирными чертами, христіанскія кладбища—крестиками, магометанскія и еврейскія кладбища—крючками и т. п.

**) Христіанскій храмъ—крестомъ, мечеть—кружкомъ съ полумѣсяцемъ, синагога—кружкомъ со звѣздочкой, вѣтряная мельница — равнобедреннымъ треугольникомъ съ косымъ крестомъ наверху, водяная мельница—кружкомъ съ зубчиками, почтовая станція—двумя пересѣкающимися зигзагами со стрѣлками, домъ лѣсника—оленьими рогами и т. п.

тоже изображаются условными фигурками, до нѣкоторой степени напоминающими видъ ихъ на мѣстности, но такъ какъ они по масштабу вовсе не могли бы помѣститься на бумагѣ, то самыя фигурки принято располагать однообразно, именно перпендикулярно къ нижней рамкѣ и такъ, чтобы основаніе стояло въ томъ мѣстѣ, гдѣ изображаемый предметъ дѣйствительно находится. Всѣ эти знаки мѣняются съ масштабомъ изображенія и чѣмъ онъ мельче, тѣмъ ихъ меньше, и они дѣлаются проще; вотъ почему ихъ называютъ *масштабными условными знаками*.

Необходимо замѣтить, что дѣленіе условныхъ знаковъ на контурные и масштабные нѣсколько произвольно; оно относится не столько къ самымъ предметамъ, сколько къ роду плановъ и картъ. Конечно, существуютъ предметы, которые всегда изображаются масштабными условными знаками, напримѣръ, колодцы, верстовые столбы и т. п., но зато многіе предметы, изображаемые въ крупномъ масштабѣ контурными условными знаками, при мелкомъ масштабѣ могутъ быть представлены лишь масштабными. Такъ, населенныя мѣста въ крупномъ масштабѣ изображаются контурами, представляющими какъ внѣшнія очертанія города или селенія, такъ и всѣ находящіяся въ немъ площади, улицы, отдѣльныя строенія и проч.; при болѣе мелкомъ масштабѣ то же населенное мѣсто изображается съ меньшими подробностями: по мѣрѣ уменьшенія масштаба внѣшнія очертанія постепенно упрощаются, переулки и изгибы улицъ выпускаются, строенія соединяются въ отдѣльные кварталы; на географическихъ картахъ весьма мелкаго масштаба большинство населенныхъ мѣстъ или вовсе не показывается, или изображается простымъ кружкомъ—масштабнымъ условнымъ знакомъ. Въ мѣстахъ малонаселенныхъ и бѣдныхъ контурами изображается то, что при другихъ обстоятельствахъ не помѣстилось бы на картѣ; напримѣръ, на картахъ пустынныхъ и степныхъ пространствъ изображаютъ мелкія тропинки, колодцы и проч., которые въ болѣе населенныхъ и обработанныхъ мѣстахъ были бы выброшены Вообще можно признать, что на топографическихъ планахъ и картахъ крупнаго масштаба преобладаютъ контурные условные знаки, а на географическихъ картахъ мелкаго масштаба—масштабные.

Система условныхъ знаковъ зависитъ также отъ того, исполняется ли планъ разными красками или одною тушью. При

пользованіи красками очертанія условныхъ знаковъ проще, и, не смотря на это, всѣ подробности выражаются нагляднѣе, потому что каждая краска примѣняется къ расцвѣчиванію предметовъ, имѣющихъ соотвѣтствующій цвѣтъ въ природѣ; одноцвѣтная же отдѣлка, введенная для упрощенія изданія картъ при помощи фотографическихъ процессовъ, потребовала увеличенія числа и разнообразія условныхъ знаковъ.

Всѣ подробности изображенія различныхъ мѣстныхъ предметовъ на топографическихъ планахъ и картахъ разныхъ масштабовъ изучаются внимательнымъ разсматриваніемъ *таблицъ условныхъ знаковъ*. Что касается самой техники исполненія условныхъ знаковъ, то она дается только на практикѣ; работа начинается, обыкновенно, съ вытягиванія прямыхъ и кривыхъ линій разной толщины, какъ основныхъ элементовъ любой фигуры. Линію составляютъ изъ послѣдовательныхъ рядовъ черточекъ, проводимыхъ перомъ всегда къ себѣ и сверху внизъ, такъ что самую бумагу необходимо по временамъ поворачивать, сообразно искривленію контура. Даже совершенно прямыя линіи проводятъ не рейсфедеромъ, а вытягиваютъ отъ руки: механически проводимыя линіи всегда сухи и безжизненны; онѣ имѣютъ еще тотъ недостатокъ, что при печатаніи съ копій посредствомъ фотографіи тонкія линіи выходятъ неровными и прерывистыми: рейсфедеръ оставляетъ на бумагѣ меньше туши, чѣмъ перо. Опытъ показываетъ, что истинные любители, развившіе соотвѣтствующіе мускулы пальцевъ и твердость руки, вытягиваютъ линіи весьма быстро и необыкновенно изящно. При черченіи дорогъ, составленныхъ изъ нѣсколькихъ линій, принято проводить сплошь сперва одну, именно лѣвую, а потомъ другую—правую; при такомъ пріемѣ сохраняется однообразное разстояніе между линіями.

18. Знаки неровностей мѣстности. Кромѣ очертаній морей, озеръ, рѣкъ, лѣсовъ и другихъ предметовъ на планахъ и картахъ необходимо изображать еще неровности почвы, т. е. горы, долины, овраги и проч. Совершенно горизонтальные участки встрѣчаются на земной поверхности весьма рѣдко, и если не выразить извѣстнымъ образомъ хотя главные изгибы возвышенностей и низменностей, то даже самый подробный планъ не дастъ нагляднаго и точнаго представленія о мѣстности; для военныхъ же цѣлей онъ и вовсе не будетъ имѣть значе-

нія. Орографія страны имѣетъ первостепенную важность именно въ военномъ отношеніи: войскамъ часто приходится совершать передвиженія безъ дорогъ и располагаться для отдыха или дѣйствія вдали отъ населенныхъ мѣстъ, а степень доступности даннаго пространства для войскъ опредѣляется не столько разнообразіемъ и обиліемъ контуровъ и построекъ, сколько видомъ и расположеніемъ неровностей мѣстности.

Прежде чѣмъ излагать разные способы, служащіе для изображенія неровностей, необходимо замѣтить, что какъ ни разнообразны эти неровности, все же ихъ можно подвести подъ небольшое число *типовъ*, знакомство съ которыми далеко не безполезно. Вотъ краткое описаніе основныхъ типовъ неровностей мѣстности.

1. *Гора* представляетъ куполообразную или коническую возвышенность (выпуклость) земной поверхности. Въ каждой горѣ различаютъ: *вершину*—самую возвышенную ея часть (заканчивающуюся или небольшою почти горизонтальною площадкой, *плато*, или же острымъ *пикомъ*), *скаты* или склоны, расходящіеся отъ вершины во всѣ стороны, и *подошву*—основаніе возвышенности, гдѣ паденіе прекращается, и скаты переходятъ въ окружающую равнину. Небольшая гора носитъ названіе *холма*, а искусственный холмъ — *кургана* или *насыпи*.

2. *Котловина* — чашеобразная, вогнутая часть земной поверхности, неровность, противоположная горѣ. Въ котловинѣ различаютъ: *дно*—самую низкую часть (представляющую болѣе или менѣе значительную почти горизонтальную площадку), *щеки* или боковыя покатости, расходящіяся отъ дна во всѣ стороны, и *окраину*, т. е. границу щекъ, гдѣ котловина переходитъ въ окружающую равнину. Небольшая котловина называется *впадиной* или *ямой*.

3. *Хребетъ*—возвышенность, вытянутая въ одномъ направленіи; въ общемъ хребетъ представляетъ треугольную призму, лежащую на одной изъ боковыхъ граней. Въ поперечномъ разрѣзѣ хребетъ напоминаетъ гору съ двумя болѣе или менѣе крутыми скатами, въ продольномъ же разрѣзѣ онъ представляетъ волнообразную кривую, постепенно понижающуюся въ одну сторону или къ обоимъ концамъ. Такимъ образомъ въ хребтѣ различаютъ *два ската* (боковыя грани) и *хребтовую* или *водораздѣльную линію*, идущую вдоль хребта, по его гребню, и соединяющую наиболѣе возвышенныя точки его продольнаго

профиля. Понижающіяся части хребтовой линіи называются *перевалами*. Отъ главнаго хребта весьма часто отдѣляются боковые, меньшихъ размѣровъ, спускающіеся въ окружающую равнину и носящіе названіе *горныхъ отроговъ*.

4. *Лощиной*, въ противоположность хребту, называютъ углубленіе, вытянутое въ одномъ направленіи. Въ поперечномъ разрѣзѣ лощина напоминаетъ котловину, образуя двѣ щеки, въ продольномъ же разрѣзѣ она представляетъ болѣе или менѣе наклонную кривую, понижающуюся къ устью лощины. Въ лощинѣ различаютъ: *два ската* и *тальвегъ* или *водосоединительную линію*, нерѣдко являющуюся ложемъ ручья или рѣки. Большая, широкая лощина съ раздвинутыми скатами и мало наклоннымъ тальвегомъ называется *долиной*; узкая же лощина съ крутыми скатами и обыкновенно быстро понижающимся тальвегомъ называется *тѣсниной* или *ущельемъ*, если она прорѣзываетъ хребетъ, и *оврагомъ*, если она расположена на равнинѣ или на склонѣ горы. Небольшая лощина съ почти отвѣсными скатами называется *балкой*, *рытвиной* или *промоиной*.

Въ природѣ очень рѣдко встрѣчаются хребты и лощины, лежащіе совершенно отдѣльно; обыкновенно, отъ главнаго, самаго возвышеннаго хребта идутъ боковые, называемые хребтами второго порядка, отъ нихъ въ свою очередь отдѣляются хребты третьяго порядка и т. д.; въ промежуткахъ между этими хребтами лежатъ долины или лощины, которыя тоже бываютъ разныхъ порядковъ: главная долина отдѣляетъ отъ себя второстепенныя, тѣ—третьестепенныя и т. д. Въ общемъ, водораздѣльныя линіи хребтовъ и тальвеги лощинъ напоминаютъ собой деревья, причемъ развѣтвленія первыхъ входятъ въ промежутки между развѣтвленіями вторыхъ. Совокупность хребтовыхъ линій, отдѣляющихъ одну рѣчную систему отъ другой, замыкаетъ пространство, орошаемое одной рѣкой со всѣми ея притоками и называемое *рѣчнымъ бассейномъ*.

Отъ сочетанія перечисленныхъ основныхъ типовъ неровностей образуются еще два:

5. *Сѣдловина*—мѣсто соединенія двухъ лощинъ, расходящихся отъ одного хребта въ противоположныя стороны. Обыкновенно, въ такомъ мѣстѣ хребетъ понижается, образуя перевалъ, такъ что разрѣзъ сѣдловины по направленію хребтовой линіи представляетъ кривую, обращенную вверхъ вогнутостью, а разрѣзъ ея по направленію тальвеговъ обѣихъ лощинъ—кри-

вую, обращенную вверхъ выпуклостью. Сѣдловины имѣютъ весьма важное значеніе какъ вообще въ географическомъ отношеніи, такъ и въ частности въ военномъ: высокіе горные хребты доступны для сообщенія пространствъ, лежащихъ по обоимъ ихъ скатамъ, почти исключительно въ сѣдловинахъ; такія сѣдловины съ расходящимися отъ нихъ лощинами называются *горными проходами.*

6. *Уступъ* или *терраса* — почти горизонтальная площадка на скатѣ хребта или горы. Отъ уступа идетъ въ одну сторону скатъ внизъ, а въ противоположную — подъемъ вверхъ. Линія измѣненія покатости называется *перегибомъ.* Уступы служатъ удобными мѣстами для поселеній или пастбищъ. Иногда уступы окаймляются крутыми, почти отвѣсными скатами, называемыми *обрывами.*

Условные знаки для изображенія неровностей мѣстности должны давать возможность легко опредѣлять и наглядно различать слѣдующіе элементы неровностей:

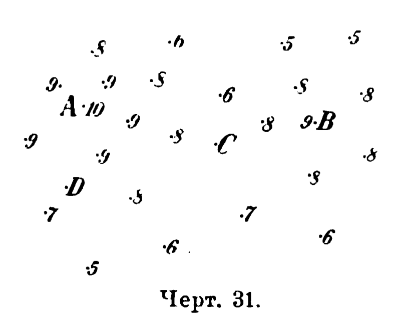
1. *Высоты* отдѣльныхъ точекъ мѣстности (абсолютныя или хотя относительныя),
2. *Направленія скатовъ,*
3. *Крутизны скатовъ* и
4. *Видъ, взаимное расположеніе* и *связь* возвышенностей и низменностей.

Помимо этихъ основныхъ требованій условные знаки неровностей должны быть удобны для вычерчиванія и выполняться безъ большой затраты времени.

Въ настоящее время существуетъ нѣсколько системъ условныхъ знаковъ для неровностей мѣстности. Эти системы описаны ниже; должно сознаться, что ни одна изъ нихъ не удовлетворяетъ всѣмъ поставленнымъ выше требованіямъ.

19. Отмѣтки. Самый простой и естественный способъ указанія неровностей мѣстности на планѣ или картѣ состоитъ въ непосредственной припискѣ къ каждой опредѣленной точкѣ ея высоты (абсолютной или относительной) въ какихъ-нибудь линейныхъ единицахъ мѣръ. Такой способъ изображенія неровностей называется *отмѣтками.* При самомъ составленіи плана выбираютъ для опредѣленія высотъ исключительно такія точки, которыя характеризуютъ неровности (вершины горъ и холмовъ, наиболѣе низкія точки котловинъ, перевалы и т. п.), и про-

пускаютъ точки, высоты которыхъ выясняются по окружающимъ; такимъ образомъ, вообще говоря, между двумя точками разной высоты должны быть точки только съ промежуточными высотами. На чертежѣ 31-омъ изображена часть плана въ отмѣткахъ. При внимательномъ разсматриваніи этихъ отмѣтокъ легко опредѣлить, гдѣ находится вершина, гдѣ сѣдловина и т. п. Напримѣръ, точки *A* и *B* съ отмѣтками 10 и 9, окруженныя точками съ меньшими отмѣтками, представляютъ вершины, точка *C*, съ двухъ противоположныхъ сторонъ которой стоятъ большія отмѣтки, 8, а съ другихъ двухъ малыя 6 и 7, представляетъ сѣдловину и пр.



Черт. 31.

Отмѣтки удовлетворяютъ первому изъ вышепоставленныхъ требованій отъ условныхъ знаковъ для выраженія неровностей. Дѣйствительно, высоты всѣхъ подписанныхъ точекъ видны непосредственно, для всѣхъ же остальныхъ высота будетъ промежуточная между ближайшими подписанными. Напримѣръ, высота точки *D*, находящейся между точками съ отмѣтками 7 и 9, очевидно, должна заключаться между 7 и 9. Предполагая, что скатъ здѣсь ровный, можно даже оцѣнить высоту точки *D* болѣе опредѣленно, именно, если, напримѣръ, точка *D* находится по срединѣ между указанными и подписанными точками, то высота ея должна быть 8. Такимъ образомъ, если отмѣтки весьма часты, и между каждыми двумя подписанными точками скаты можно считать ровными, безъ рѣзкихъ перегибовъ, то высоту любой точки плана можно опредѣлить весьма скоро и просто.

Во всѣхъ прочихъ отношеніяхъ способъ отмѣтокъ оказывается несостоятельнымъ: направленія скатовъ не видны непосредственно; о нихъ можно судить лишь при внимательномъ разсматриваніи цѣлой группы отмѣтокъ (отъ точекъ съ большими отмѣтками направленіе ската идетъ къ точкамъ съ меньшими); крутизна ската тѣмъ больше, чѣмъ меньше разстояніе между точками съ одинаковою разностью подписей. Однако такое внимательное разсматриваніе и соображенія сопряжены съ большой потерей времени и весьма затруднительны, особенно,

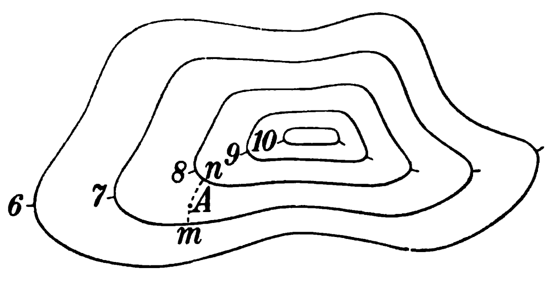
если помимо отмѣтокъ на планѣ помѣщено много контуровъ и другихъ разнообразныхъ условныхъ знаковъ. О видѣ, взаимномъ расположеніи и связи неровностей судить по отмѣткамъ уже прямо невозможно. Вотъ почему для плановъ и картъ суши способъ отмѣтокъ, какъ самостоятельный условный знакъ, никогда не примѣняется; имъ пользуются только, какъ дополненіемъ къ другимъ знакамъ для неровностей мѣстности.

Способъ отмѣтокъ нашелъ наибольшее распространеніе на морскихъ картахъ, гдѣ отмѣтки показываютъ, впрочемъ, не высоту, а глубину дна (отрицательныя высоты). На этихъ картахъ въ свободныхъ пространствахъ водъ нѣтъ никакихъ контуровъ, и потому отмѣтки не пестрятъ изображенія и не мѣшаютъ его наглядности; кромѣ того неровности дна и не могли бы быть представлены иначе: на сушѣ выбираютъ точки съ рѣзкими перегибами мѣстности, такъ что по даннымъ точкамъ можно судить и о промежуточныхъ и, слѣдовательно, составить болѣе полную картину неровностей; на моряхъ же точки, глубины которыхъ измѣряютъ, располагаются наугадъ, на опредѣленныхъ разстояніяхъ, слѣдуя на суднѣ въ извѣстномъ направленіи, и потому, вообще говоря, пользующійся картой не имѣетъ основаній предполагать, чтобы между двумя отмѣченными были только точки съ промежуточными глубинами. Отдѣльная подводная скала, равно какъ значительная впадина легко можетъ быть пропущена; послѣ тщательныхъ измѣреній подробности рельефа дна все же остаются неизвѣстными, чѣмъ и объясняется совершенно неожиданная гибель судовъ даже на моряхъ, считающихся хорошо обслѣдованными. Впрочемъ, подробности рельефа дна большихъ водныхъ пространствъ не имѣютъ практическаго значенія: на морскихъ картахъ стараются, обыкновенно, лишь выдѣлить мѣста, гдѣ глубина незначительна, и гдѣ поэтому представляется больше опасностей для судоходства.

Isohypsoms

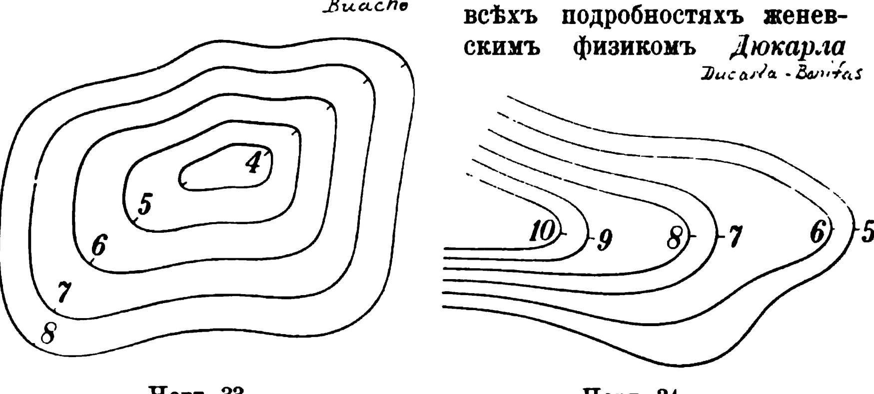
20. Изогипсы. Для нагляднаго представленія результатовъ многолѣтнихъ метеорологическихъ наблюденій знаменитый *Гумбольдтъ* (1769—1859) предложилъ проводить на картахъ такъ называемыя *изо-линіи.* Сперва получили большое распространеніе только *изотермы* — линіи равныхъ среднихъ годовыхъ температуръ и *изобары* — линіи равныхъ давленій атмосферы; впослѣдствіи начали проводить *изогіеты*—линіи равнаго коли-

чества дождя, *изонефы*—линіи равной облачности, *изопаги*—линіи равной продолжительности ледяного покрова, *изотаки*—линіи одновременнаго вскрытія рѣкъ, *изопектики*—линіи одновременнаго замерзанія водъ, *изактиники*—линіи равной солнечной радіаціи, *изорахіи* — линіи одновременнаго наступленія приливовъ и отливовъ и пр.



Черт. 32.

Подобная же система оказалась очень пригодною для нагляднаго представленія неровностей мѣстности. Если на планѣ или картѣ соединить непрерывными линіями точки, имѣющія равныя высоты, то всѣ подробности рельефа представятся гораздо выразительнѣе, чѣмъ одиночными отмѣтками. Такой графическій пріемъ для изображенія неровностей предложенъ впервые французскимъ географомъ *Бюашемъ* (Buache) (1700—1773) и разработанъ во всѣхъ подробностяхъ женевскимъ физикомъ *Дюкарла* (Ducarla-Bonifas)

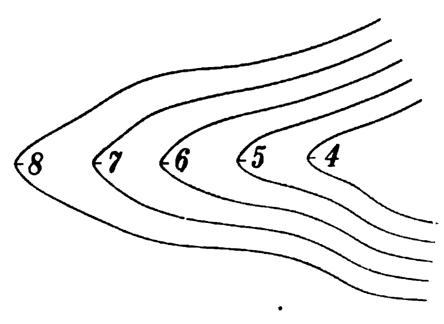


Черт. 33. Черт. 34.

(1738—1816). Кривыя равныхъ высотъ называются *изогипсами* и проводятся черезъ равные промежутки по высотѣ, напримѣръ, черезъ 1 метръ, черезъ 2 сажени и т. п.

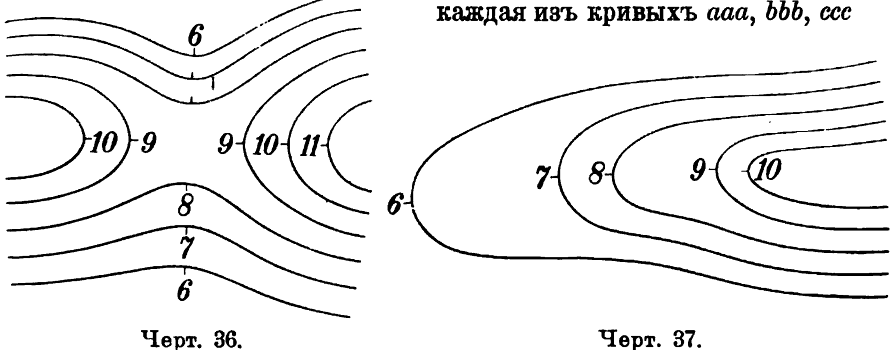
На чертежахъ 32—37 изображены изогипсами разные типы неровностей. Легко замѣтить, что *гора* (черт. 32) и *котловина* (черт. 33) представляются одинаково — системой сомкнутыхъ

кривыхъ, охватывающихъ другъ друга, *хребетъ* (черт. 34) и *лощина* (черт. 35) — системой разомкнутыхъ кривыхъ, *сѣдловина* (черт. 36)—кривыми, напоминающими гиперболы, а *терраса* (черт. 37)—системой кривыхъ съ значительнымъ промежуткомъ въ одномъ мѣстѣ.



Черт. 35.

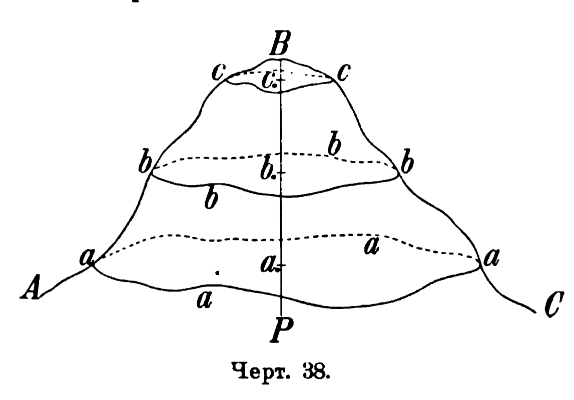
Изогипсы, представляя линіи равныхъ высотъ, могутъ быть разсматриваемы, какъ кривыя уровня воды, постепенно затопляющей мѣстность и послѣдовательно останавливающейся на опредѣленныхъ высотахъ, черезъ равные промежутки. Пусть *ABC* (черт. 38) представляетъ гору, а кривыя *aaa*, *bbb*, *ccc* — уровни воды, стоящей на высотахъ $Pa_0 = H$, $Pb_0 = H + h$, $Pc_0 = H + 2h$. Вслѣдствіе подвижности водяныхъ частицъ и законовъ равновѣсія жидкостей, каждая изъ кривыхъ *aaa*, *bbb*, *ccc*



Черт. 36. Черт. 37.

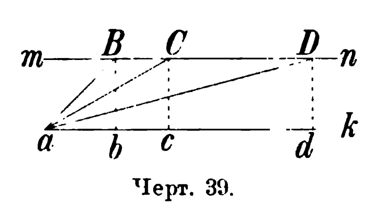
обозначитъ на скатахъ горы отдѣльный контуръ, всѣ точки котораго будутъ имѣть одинаковую высоту; другими словами, эти кривыя и суть изогипсы; остается только проектировать ихъ на основную уровенную поверхность, именно на поверхность океана, мысленно продолженную черезъ материкъ. Вмѣстѣ съ тѣмъ эти кривыя представляютъ на скатахъ горы горизонты воды, спокойно стоящей на извѣстной высотѣ; вотъ почему изогипсы называютъ также *горизонталями*. Не слѣдуетъ думать,

что горизонтали представляютъ слѣды сѣченій горы горизонтальными плоскостями. Въ § 3 объяснено, что уклоненія по высотѣ истинной уровенной поверхности Земли отъ горизонтальной плоскости какой-нибудь точки составляютъ на большихъ разстояніяхъ отъ точки касанія значительныя величины; поэтому изогипсы или горизонтали суть не плоскія кривыя, а кривыя двоякой кривизны. Можно сказать, что изогипсы суть проекціи сѣченій мѣстности уровенными поверхностями разныхъ высотъ. Представленіе же изогипсъ, какъ проекцій слѣдовъ сѣченій мѣстности горизонтальными плоскостями, допустимо только для самыхъ небольшихъ пространствъ, на протяженіи которыхъ ошибки въ высотахъ не превосходятъ погрѣшностей ихъ опредѣленій; изогипсами же, очевидно, можно изображать неровности мѣстности на любомъ протяженіи, цѣлые горные хребты и материки.



Черт. 38.

Для большей точности и полноты изображенія неровностей изогипсы слѣдовало бы проводить черезъ возможно меньшіе промежутки по высотѣ; въ пространствахъ между изогипсами подробности рельефа ничѣмъ не выражаются, и пользующійся планомъ будетъ считать эти пространства наклонными плоскостями. Однако уменьшеніе промежутка по высотѣ для проведенія изогипсъ ограничивается наименьшею толщиной проводимыхъ на бумагѣ линій и зависитъ какъ отъ масштаба изображенія, такъ и отъ общаго характера мѣстности. При той же разности высотъ между изогипсами разстояніе ихъ на бумагѣ выходитъ тѣмъ меньше, чѣмъ скатъ круче, какъ легко видѣть изъ чертежа 39-го, на которомъ заложенія (проекціи на горизонтальную плоскость) *ab*, *ac*, *ad* соотвѣтствуютъ покатостямъ *aB*, *aC*, *aD*. При весьма крутыхъ скатахъ заложенія



Черт. 39.

будутъ очень малы даже при значительной разности высотъ двухъ послѣдовательныхъ изогипсъ *ak* и *mn*. Предѣльною крутостью для точнаго изображенія ея изогипсами принимается покатость въ 45°, потому что болѣе крутые склоны встрѣчаются вообще крайне рѣдко и только въ мѣстахъ скалистыхъ, которыя по своей неправильности вовсе не могутъ быть точно изображены; скалы представляются поэтому самостоятельнымъ условнымъ знакомъ. Принимая покатость въ 45° предѣльною для геометрическаго изображенія неровностей, легко понять, что заложеніе такой покатости равно высотѣ, т. е. горизонтальное разстояніе между двумя послѣдовательными изогипсами равно разности ихъ высотъ ($ab = Bb$). Чтобы изогипсы были отчетливо видны и не сливались вмѣстѣ, необходимо проводить ихъ на бумагѣ не ближе 0·01 дюйма, потому что толщина линій и свѣтлыхъ промежутковъ между ними не можетъ быть сдѣлана менѣе 0·005 дюйма (см. § 7); такимъ образомъ и разность высотъ (h) двухъ послѣдовательныхъ изогипсъ нельзя брать менѣе 0·01 дюйма въ масштабѣ изображенія. Для разныхъ масштабовъ эта предѣльная величина h выходитъ:

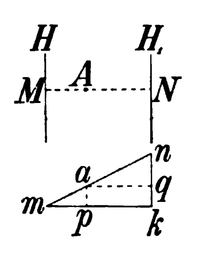
Для масштаба $\frac{1}{8\,400}$ или 100 саж. въ 1 дюймѣ . . $h = 1$ саж.
» » $\frac{1}{21\,000}$ » 250 » » 1 » . . $h = 2{\cdot}5$ »
» » $\frac{1}{42\,000}$ » 1 вер. » 1 » . . $h = 5$ »

и т. д.

Необходимо однако замѣтить, что числамъ этой таблички нельзя придавать безусловное значеніе; выше было уже упомянуто, что разность высотъ послѣдовательныхъ изогипсъ кромѣ масштаба зависитъ еще отъ характера мѣстности. При изображеніи горныхъ странъ, въ которыхъ крутости, близкія къ предѣльной, встрѣчаются очень часто, разность высотъ между изогипсами должна быть увеличиваема, потому что въ противномъ случаѣ весь планъ былъ бы занятъ только изогипсами, и прочіе предметы нельзя было бы вычерчивать съ полною отчетливостью. Наоборотъ, въ странахъ равнинныхъ, гдѣ покатостей въ 45° вовсе не встрѣчается, разность высотъ между изогипсами можетъ быть уменьшаема безъ опасенія, что смежныя изогипсы сольются въ одну. Напримѣръ, на нашихъ точныхъ съемкахъ въ предѣлахъ Европейской Россіи при масштабѣ

250 саж. въ 1 дюймѣ изогипсы проводятся черезъ 2 сажени (каждую четную сажень), тогда какъ по предыдущей табличкѣ ихъ слѣдовало бы проводить черезъ $2^1/_2$ саж. Даже при такомъ уменьшеніи многіе мало наклоненные скаты изображались бы не съ должною подробностью, и потому въ такихъ мѣстахъ прибѣгаютъ еще къ проведенію изогипсъ черезъ 1 сажень; именно, въ промежуткахъ между четными проводятъ еще *вспомогательныя* изогипсы для нечетныхъ саженей—прерывными линіями, а для означенія вершинокъ горъ и холмовъ, не выражающихся четными изогипсами, *дополнительныя* — рѣдкимъ пунктиромъ.

Разсмотримъ теперь, насколько изогипсы удовлетворяютъ требованіямъ, предъявляемымъ къ нимъ, какъ къ условному знаку для изображенія неровностей.



Черт. 40.

1. Высота любой точки получается слѣдующимъ образомъ: если точка лежитъ на самой изогипсѣ, то высота ея равна значенію данной изогипсы; когда изогипсы подписаны не всѣ, то высота отсчитывается отъ ближайшей подписанной; для облегченія счета на нѣкоторыхъ иностранныхъ картахъ каждую пятую или десятую изогипсу проводятъ толще промежуточныхъ. Если же точка лежитъ между изогипсами, то высота ея получается построеніемъ или вычисленіемъ. Пусть требуется опредѣлить высоту точки A (черт. 32 и 40), лежащей между изогипсами съ высотами H и H_1. Проводимъ прямую MN черезъ A, перпендикулярно (см. ниже, п. 2) къ изогипсамъ, и строимъ прямоугольный треугольникъ mnk по даннымъ катетамъ $mk = MN$ и $nk = H_1 - H$ (эту разность высотъ можно взять или въ масштабѣ плана, или въ другомъ произвольномъ масштабѣ). Отложивъ затѣмъ на профилѣ отрѣзокъ $mp = MA$, возставивъ перпендикуляръ pa до встрѣчи съ mn въ точкѣ a и проведя aq, параллельно mk, получимъ точку q. Превышеніе точки A надъ изогипсой H во столько разъ меньше разности высотъ изогипсъ H_1 и H, во сколько разъ отрѣзокъ qk меньше nk; другими словами, превышеніе точки A надъ M равно отрѣзку qk въ масштабѣ отложенія высоты nk.

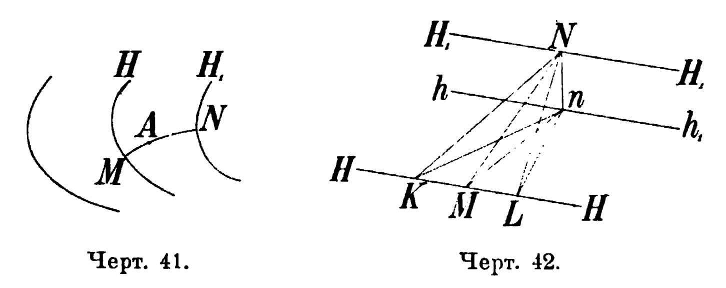
Та же величина получается и вычисленіемъ; дѣйствительно, такъ какъ

$$\frac{qk}{nk} = \frac{ma}{mn} = \frac{mp}{mk} = \frac{MA}{MN}$$

то для вывода превышенія точки A надъ изогипсой H надо взять лишь съ плана отношеніе разстояній данной точки отъ ближайшей низшей изогипсы къ разстоянію между изогипсами у той же точки, и умножить его на разность высотъ двухъ сосѣднихъ изогипсъ.

Когда изогипсы не прямыя, а кривыя линіи, то черезъ данную точку проводятъ тоже кривую, съ такимъ расчетомъ, чтобы она пересѣкала ближайшія изогипсы подъ прямыми углами; превышеніе точки A (черт. 41) надъ изогипсой H опредѣлится по прежнему произведеніемъ отношенія $\frac{MA}{MN}$ на разность высотъ $H_1 - H$.

Если бы изогипсы проводились на планѣ безошибочно, и покатости между ними были бы совершенно ровными, то выше-



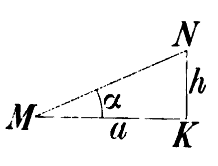
Черт. 41. Черт. 42.

приведенное построеніе, а тѣмъ болѣе вычисленіе, приводило бы къ точному опредѣленію высотъ требуемыхъ точекъ. На самомъ же дѣлѣ изогипсы проводятся не безусловно точно (см. § 158), и скаты между ними нельзя считать плоскостями, поэтому опредѣленіе высотъ производится обыкновенно на глазъ, приближенно, оцѣнивая отношеніе удаленія точки отъ ближайшей низшей изогипсы къ разстоянію между изогипсами у той же точки.

2. Направленіе ската въ каждой точкѣ плана перпендикулярно къ изогипсамъ. Если разсматривать двѣ параллельныя изогипсы HH и H_1H_1 (черт. 42) и провести изъ любой точки N верхней изогипсы нѣсколько прямыхъ NK, NM, NL, то кратчайшею изъ нихъ будетъ, очевидно, прямая NM, перпендикулярная къ изогипсамъ, а такъ какъ подъ направленіемъ ската разумѣютъ направленіе *линіи наибольшей крутизны*, то изъ всѣхъ прямыхъ NK, NM, NL наиболѣе крутое паденіе (или подъемъ) между сосѣдними изогипсами будетъ имѣть прямая

кратчайшая, т. е. перпендикуляръ NM. Пусть n — основаніе перпендикуляра, опущеннаго изъ N на уровенную поверхность изогипсы HH; проведемъ проекціи nK, nM, nL прямыхъ NK, NM, NL; такъ какъ перпендикуляръ къ наклонной перпендикуляренъ и къ ея проекціи, то оказывается, что nM перпендикулярна къ HH, т. е. направленіе линіи наибольшей крутизны на планѣ (прямая nM) перпендикулярно къ изогипсамъ. Тѣ же разсужденія примѣняются и къ изогипсамъ, представляющимся на планѣ не параллельными и не прямыми линіями.

Такимъ образомъ, чтобы опредѣлить направленіе ската въ точкѣ, лежащей на изогипсѣ, должно провести черезъ нее прямую, перпендикулярную къ изогипсѣ; для опредѣленія же направленія ската въ любой точкѣ, находящейся между изогипсами, должно черезъ нее провести прямую или изогнутую линію, пересѣкающую ближайшія къ ней изогипсы приблизительно подъ прямыми углами.



Черт. 43.

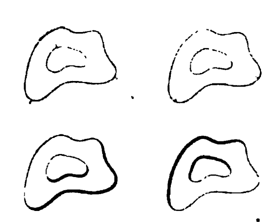
3. Крутизна покатостей не выражается изогипсами непосредственно, что и составляетъ недостатокъ разсматриваемаго условнаго знака; однако крутизна въ каждой отдѣльной точкѣ можетъ быть получена построеніемъ или вычисленіемъ. Для этого строятъ прямоугольный треугольникъ MNK (черт. 43) по даннымъ катетамъ $MK = a$ (заложенію) и $NK = h$ (разности высотъ двухъ сосѣднихъ изогипсъ). Уголъ $NMK = \alpha$, очевидно, представитъ крутизну ската. Этотъ уголъ можно либо измѣрить непосредственно, либо вычислить по формулѣ

$$tg\alpha = \frac{h}{a} \qquad (9)$$

въ которой h — разность высотъ двухъ послѣдовательныхъ изогипсъ, a — горизонтальное разстояніе между тѣми же изогипсами на планѣ, а α — искомый уголъ наклоненія.

4. Видъ, взаимное расположеніе и связь неровностей выражаются изогипсами весьма наглядно и довольно полно; особенно хорошо представляется мѣстность гористая съ крутыми и частыми перемѣнами покатостей. На планѣ въ изогипсахъ легко прослѣдить расположеніе главнаго и боковыхъ хребтовъ, долинъ, лощинъ и пр. Мѣстность же равнинная со слабыми скатами, для которой изогипсы на планѣ отдѣлены значительными промежутками, представляется недостаточно наглядно и выразительно.

Для отличія горы отъ котловины, хребта отъ лощины и т. п. прибѣгаютъ иногда къ проведенію черточекъ отъ изогипсъ внизъ по направленію ската (черт. 32—37), къ оттѣненію изогипсъ жидкою тушью со стороны покатости внизъ, или же къ утолщенію изогипсъ съ тѣневой стороны, предполагая освѣщеніе съ сѣверо-запада (черт. 44, на которомъ слѣва изображена гора, а справа—яма). Необходимо однако замѣтить, что смѣшиваніе возвышенностей съ низменностями и сомнѣніе въ направленіи ската возможно лишь для неопытнаго глаза: конечно, отдѣльно разсматриваемая гора изображается такою же системой охватывающихъ другъ друга сомкнутыхъ изогипсъ, какъ и отдѣльная котловина, но если передъ глазами планъ большого пространства на которомъ видны многіе мѣстные предметы, особенно рѣки, озера и берега морей, то истинныя направленія скатовъ всегда могутъ быть опредѣлены вѣрно; наконецъ, всѣ недоразумѣнія устраняются подписями высотъ (отмѣтками) изогипсъ или хотя бы только нѣкоторыхъ выдающихся горъ и лощинъ.



Черт. 44.

Чтобы не смѣшивать изогипсъ съ контурами и другими линіями, ихъ проводятъ иногда другимъ цвѣтомъ, карминомъ или сіеной. Этотъ пріемъ часто примѣняютъ и на печатныхъ картахъ, въ хромолитографированныхъ изданіяхъ. На морскихъ картахъ линіи равныхъ глубинъ (*изобаты*) проводятъ, обыкновенно, голубою краской.

21. Шкала заложеній. Изъ предыдущаго* видно, что изогипсы удовлетворяютъ почти всѣмъ требованіямъ, которыя предъявляются къ условному знаку для выраженія неровностей мѣстности; только крутизна покатостей не видна непосредственно, вычислять же уголъ наклоненія по формулѣ (9) для каждаго частнаго случая утомительно. Для облегченія опредѣленія крутизны скатовъ пользуются очень часто графическимъ построеніемъ, называемымъ *шкалой заложеній*. Пусть параллельныя прямыя ak и mn (черт. 39) проведены на разстояніи $H_1 - H$, равномъ разности высотъ двухъ послѣдовательныхъ изогипсъ. Если изъ точки a нижней прямой провести прямыя aB, aC, aD подъ разными углами къ ak, то проекціи ихъ ab, ac, ad

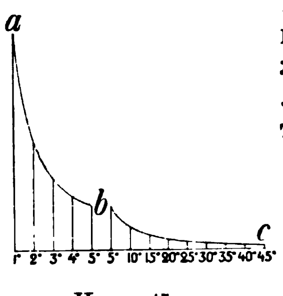
* изъ. предъидущаго

будутъ тѣмъ меньше, чѣмъ углы наклоненія α больше. Эти заложенія для разныхъ угловъ наклоненія могутъ быть взяты или непосредственно изъ чертежа въ данномъ масштабѣ, или вычислены по формулѣ:

$$a = h \cdot cotg\,\alpha \qquad \textbf{(10)}$$

въ которой буквы имѣютъ то же значеніе, какъ въ формулѣ (9).

Самое построеніе шкалы заложенія можетъ быть произведено весьма различно. На черт. 45 проведена система перпендикуляровъ къ прямой, на этихъ перпендикулярахъ въ масштабѣ плана нанесены заложенія a, соотвѣтствующія разнымъ угламъ наклоненія α, и концы ихъ соединены непрерывною кривою. На черт. 46 тѣ же заложенія нанесены на прямыхъ, лучеобразно расходящихся изъ одной точки. По такимъ шкаламъ легко



Черт. 45.

Черт. 46.

опредѣлить крутизну ската въ градусахъ для любого заложенія. Для этого берутъ разстояніе между точками на двухъ послѣдовательныхъ изогипсахъ плана циркулемъ, прикладываютъ его къ шкалѣ и ищутъ положеніе, при которомъ одна ножка будетъ на основаніи (черт. 45), а другая на кривой *abc* съ тѣмъ, чтобы обѣ ножки оказались на одномъ перпендикулярѣ къ основанію шкалы; на чертежѣ 46 одну ножку ставятъ въ центральную точку и циркуль поворачиваютъ до тѣхъ поръ, пока другая ножка не попадетъ на кривую. Если ножка циркуля окажется на одной изъ подписанныхъ точекъ, то уголъ наклоненія ската отсчитывается непосредственно; въ противномъ же случаѣ его опредѣляютъ интерполированіемъ на глазъ.

Само собой разумѣется, что для каждаго масштаба и для каждой разности высотъ между изогипсами необходимо строить особый масштабъ заложеній.

Въ нижеслѣдующей таблицѣ даны заложенія въ саженяхъ на мѣстности и въ дюймахъ на планѣ для масштаба 250 саж. въ одномъ англійскомъ дюймѣ и для изогипсъ, проводимыхъ черезъ 2 сажени.

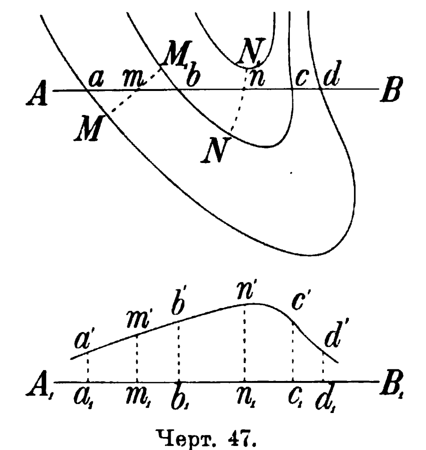
Углы наклоненія.	1°	2°	3°	4°	5°	10°
Заложенія на мѣстности въ саженяхъ	114·6	57·3	38·2	28·6	22·9	11·3
Заложенія на планѣ при масштабѣ $\frac{1}{21000}$ въ дюймахъ.	0·458	0·229	0.153	0·114	0·091	0·045

Углы наклоненія.	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°
Заложенія на мѣстности въ саженяхъ	7·5	5·5	4·3	3·5	2·9	2·4	2·0
Заложенія на планѣ при масштабѣ $\frac{1}{21000}$ въ дюймахъ.	0·030	0·022	0·017	0·014	0·012	0·010	0·008

Легко замѣтить, что для небольшихъ угловъ наклоненія заложенія почти обратно-пропорціональны крутизнамъ.

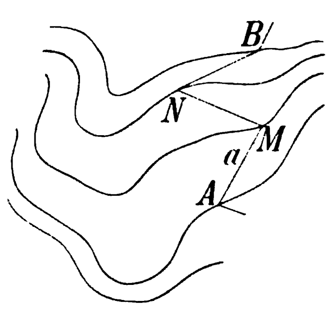
22. Задачи. По плану, на которомъ неровности мѣстности изображены изогипсами, можно построить *профиль* (вертикальный разрѣзъ мѣстности) въ данномъ направленіи и рѣшать другія практическія задачи.

1. Пусть по плану, представленному черт. 47, требуется *построить профиль* по линіи AB. Для этого на произвольно взятой прямой A_1B_1 откладываютъ части a_1b_1, b_1c_1, c_1d_1, соотвѣтственно равныя заложеніямъ ab, bc, cd на планѣ. Въ полученныхъ точкахъ возставляютъ перпендикуляры a_1a', b_1b', c_1c', равные высотамъ соотвѣтствующихъ изогипсъ, и проводятъ черезъ вершины ихъ ломаную или непрерывную кривую, которая и изобразитъ требуемый профиль. Чтобы профиль помѣстился на чертежѣ, длины перпендикуляровъ a_1a', b_1b', c_1c' всегда можно уменьшить на одну и ту же величину.



Черт. 47.

Если разстояніе между точками пересѣченія профильной линіи съ изогипсами на планѣ столь значительно, что полученныхъ точекъ недостаточно для построенія правильнаго профиля, то можно пользоваться и промежуточными точками. Такъ, на отрѣзкахъ ab и bc получены высоты точекъ m и n по правиламъ, объясненнымъ на стр. 62, при помощи проведенныхъ линій MM_1 и NN_1.



Черт. 48.

Такъ какъ разности высотъ различныхъ точекъ на планѣ почти всегда незначительны по сравненію съ ихъ горизонтальными разстояніями, то при отложеніи перпендикуляровъ a_1a', b_1b', c_1c' берутъ, обыкновенно, другой, болѣе крупный масштабъ, чѣмъ масштабъ плана. Черезъ это профили пріобрѣтаютъ болѣе выразительности, ничего не теряя въ точности.

2. По плану съ изогипсами легко *проектировать направленіе дороги* съ даннымъ уклономъ. Пусть между точками A и B (черт. 48) требуется провести дорогу, крутизна которой не должна превосходить 5°. Прежде всего по формулѣ (10) по данной разности высотъ между изогипсами вычисляютъ заложеніе a, соотвѣтствующее покатости въ 5°; затѣмъ, взявъ циркулемъ величину a въ масштабѣ плана, опредѣляютъ точку M, лежащую на слѣдующей изогипсѣ въ разстояніи $AM = a$; такимъ же образомъ получаютъ точку N и слѣдующія точки на всѣхъ дальнѣйшихъ изогипсахъ. Понятно, что дорогѣ можно придавать разныя направленія, дѣлая зигзаги чаще или рѣже въ зависимости отъ свойствъ мѣстности, расположенія построекъ и т. п.

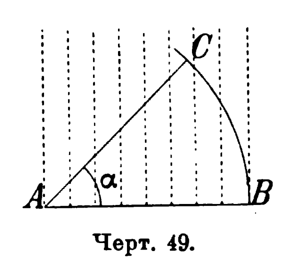
3. Если требуется опредѣлить *кругозоръ* изъ данной на планѣ точки, то строятъ систему профилей по прямымъ, исходящимъ изъ этой точки по разнымъ направленіямъ; по такимъ профилямъ легко судить, какія именно мѣста будутъ видны изъ данной точки и какія будутъ скрыты промежуточными предметами. По профилямъ, проводя прямыя, касательныя къ возвышеннѣйшимъ точкамъ, можно узнать величины такъ называемыхъ *мертвыхъ пространствъ* или мѣстъ, скрытыхъ отъ взора наблюдателя, находящагося въ данной точкѣ. Наконецъ

по плану въ изогипсахъ легко опредѣлить выгоднѣйшее направленіе канала, который долженъ служить для спуска воды изъ какого-нибудь бассейна, для осушенія болота, орошенія поля и т. п.

23. Гашюры. Изогипсы, давая чисто геометрическое изображеніе неровностей, не представляютъ достаточной наглядности, пластичности, а, главное, не даютъ непрерывнаго изображенія: пространства между изогипсами приходится оставлять незачерченными, тогда какъ тамъ не всегда же лежитъ ровная покатость. Кромѣ того, крутизна покатостей по изогипсамъ опредѣляется вычисленіемъ или по шкалѣ заложеній, что требуетъ времени и даетъ уголъ наклоненія лишь для даннаго мѣста, а не общее представленіе о крутизнахъ на большомъ пространствѣ. Между тѣмъ во многихъ случаяхъ и особенно для военныхъ цѣлей наглядность изображенія и непосредственное представленіе о крутизнѣ извѣстнаго пространства являются важнѣйшими условіями хорошаго плана. Надо имѣть возможность «читать» рельефъ, не вдумываясь въ расположеніе изогипсъ. Если крутизны совершенно недоступны для движенія и дѣйствія войскъ, то онѣ должны бросаться въ глаза; по изогипсамъ же такія мѣста открываются лишь послѣ тщательнаго сравненія заложеній и вычисленія. Недоступныя для дѣйствія войскъ мѣста уже давно показывались на картахъ какимъ-нибудь бросающимся въ глаза знакомъ; напримѣръ, *Фридрихъ Великій* требовалъ, чтобы на картахъ ставилось черное пятно тамъ, гдѣ войскамъ невозможно пройти.

Издавна зародилась мысль изображать неровности мѣстности болѣе или менѣе густыми тѣнями, подобно тому, какъ рельефъ предмета изображается на обыкновенныхъ рисункахъ и гравюрахъ. Однако, расположеніе тѣней въ художественныхъ рисункахъ допускаетъ много произвола и требуетъ врожденныхъ способностей; произволъ не можетъ быть допущенъ въ изображеніяхъ мѣстности на картахъ, а таланта невозможно требовать отъ каждаго чертежника. Вотъ почему изображеніе неровностей мѣстности тѣнями нашло всеобщее распространеніе лишь съ конца XVIII вѣка, когда маіоръ саксонской службы *Леманъ* (1765—1811) изобрѣлъ и разработалъ способъ систематическаго распредѣленія тѣней, сообразно угламъ наклоненія покатостей, и далъ простыя и точныя правила вычерчиванія этихъ тѣней на бумагѣ.

Пусть AB (черт. 49) представляетъ разрѣзъ горизонтальной площадки, освѣщенной вертикально падающими лучами свѣта. Если эту площадку поворачивать около горизонтальной оси A, то количество освѣщающихъ ее лучей по мѣрѣ увеличенія угла наклоненія α будетъ уменьшаться, и когда площадка приметъ вертикальное положеніе, то на нее не упадетъ ни одного луча; другими словами, площадка будетъ освѣщена тѣмъ слабѣе, чѣмъ уголъ, составляемый ею съ горизонтальною плоскостью, будетъ больше. Изъ чертежа видно, что если принять количество вертикально падающихъ лучей, освѣщающихъ площадку въ ея горизонтальномъ положеніи, за единицу, то количество лучей, освѣщающихъ ту же площадку при углѣ наклоненія α, будетъ равно $\cos\alpha$. Слѣдовательно, желая выразить на чертежѣ то или другое наклоненіе покатостей (крутизну), надо покрывать ихъ болѣе или менѣе густою тѣнью, опредѣляемою изъ пропорціи:



Черт. 49.

$$\frac{\text{тѣнь}}{\text{свѣтъ}} = \frac{1 - \cos\alpha}{\cos\alpha}$$

При такой системѣ горизонтальныя площади остаются бѣлыми ($\cos 0^\circ = 1$, $1 - \cos 0^\circ = 0$), покатости съ болѣе или менѣе крутыми скатами покрываются разными тѣнями и, наконецъ, вертикальные обрывы изображаются черными пятнами ($\cos 90^\circ = 0$, $1 - \cos 90^\circ = 1$). Эта *естественная шкала* распредѣленія тѣней не удовлетворяетъ, однако, практическимъ требованіямъ. Вслѣдствіе весьма медленнаго измѣненія косинусовъ малыхъ угловъ, слабыя покатости выражались бы мало различающимися тѣнями, тогда какъ на самомъ дѣлѣ слабыя покатости всего чаще встрѣчаются въ природѣ, и небольшія разности въ углахъ наклоненія представляютъ значительныя разности въ степени доступности покатостей. Наоборотъ, при большихъ углахъ наклоненія косинусы угловъ мѣняются быстро, тѣни были бы выразительны, но это почти безполезно, потому что крутыя покатости встрѣчаются въ природѣ сравнительно рѣдко, и, главное, начиная съ извѣстнаго угла наклоненія, всѣ слѣдующія крутизны уже одинаково недоступны и могли бы безъ ущерба дѣлу выражаться тѣнью одной густоты, безъ

различія угловъ наклоненія. Вообще покатости въ 45° и круче считаются равно недоступными. Вотъ почему вмѣсто естественной шкалы тѣней, обильной оттѣнками въ предѣлахъ 45°—90° и бѣдной для слабыхъ покатостей отъ 0° до 45°, Леманъ предложилъ *шкалу искусственную*, не отвѣчающую истинному распредѣленію тѣней при вертикальномъ освѣщеніи неровностей, но зато удовлетворяющую практическимъ требованіямъ. Именно, покатости отъ 0° до 45° онъ раздѣлилъ на 9 разрядовъ, по 5° въ каждомъ, и предложилъ покрывать ихъ тѣнями, опредѣляемыми изъ пропорціи:

$$\frac{\text{тѣнь}}{\text{свѣтъ}} = \frac{\alpha}{45^\circ - \alpha}$$

покатости же въ 45° и круче, какъ одинаково недоступныя, Леманъ предложилъ показывать сплошною черною тѣнью.

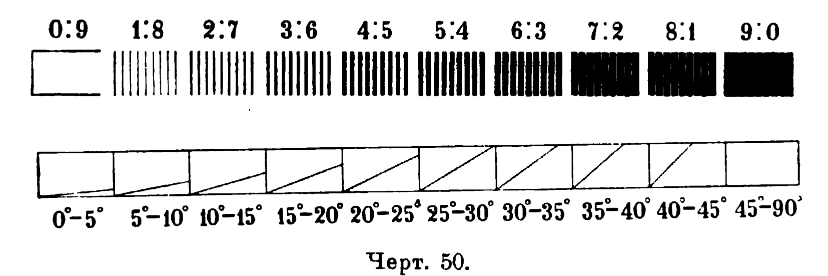
Что касается самаго исполненія тѣней разной густоты, то Леманъ придумалъ выражать ихъ *гашюрами* или *штрихами* разной толщины, съ соотвѣтствующими бѣлыми промежутками. Если отношеніе толщины гашюръ къ промежуткамъ между ними равно отношенію тѣни къ свѣту, опредѣляемому пропорціей:

$$\frac{\text{толщина гашюры}}{\text{ширина промежутка}} = \frac{\alpha}{45^\circ - \alpha}$$

то самое отношеніе легко вычислить, вставляя въ эту пропорцію вмѣсто α послѣдовательно 0°, 5°, 10°... Такимъ образомъ отношенія толщины гашюръ къ ширинѣ промежутковъ между ними представятся слѣдующею таблицей:

Углы наклоненія покатостей.	Отношенія толщины гашюръ къ промежуткамъ.
Отъ 0° до 5°	0° : 45° — 0° = 0 : 9
„ 5 „ 10	5 : 45 — 5 = 1 : 8
„ 10 „ 15	10 : 45 — 10 = 2 : 7
„ 15 „ 20	15 : 45 — 15 = 3 : 6
„ 20 „ 25	20 : 45 — 20 = 4 : 5
„ 25 „ 30	25 : 45 — 25 = 5 : 4
„ 30 „ 35	30 : 45 — 30 = 6 : 3
„ 35 „ 40	35 : 45 — 35 = 7 : 2
„ 40 „ 45	40 : 45 — 40 = 8 : 1
45 „ 90	45 : 45 — 45 = 9 : 0

При соблюденіи указаннаго этою таблицей отношенія толщины гашюръ къ промежуткамъ между ними, заштрихованная поверхность бумаги, на извѣстномъ удаленіи отъ глаза, представляется болѣе или менѣе свѣтлою, и наиболѣе темныя мѣста кажутся наиболѣе крутыми. Чтобы заштрихованныя мѣста представлялись издали тѣнями, а не отдѣльными черточками, необходимо, конечно, ставить гашюры возможно чаще; предѣломъ ихъ сближенія служитъ наименьшая толщина черты, которую можно провести на бумагѣ перомъ или карандашомъ. Если за предѣльную толщину черты принять $\frac{1}{200}$ дюйма (см. § 7), то для перваго разряда гашюръ, т. е. для покатостей отъ 5° до 10°, для которыхъ бѣлый промежутокъ относится къ толщинѣ гашюры, какъ 8 : 1, разстояніе между осями двухъ рядомъ стоящихъ гашюръ не мо-



Черт. 50.

жетъ быть сдѣлано менѣе $\frac{9}{200}$ дюйма, и, слѣдовательно, на одномъ дюймѣ нельзя поставить болѣе 20 — 25 гашюръ (впрочемъ, на картахъ, вычерчиваемыхъ съ особеннымъ тщаніемъ, встрѣчается болѣе тѣсное расположеніе гашюръ, до 30, 40 и даже до 50 на дюймѣ). Хотя усиленія тѣни можно бы достигнуть уменьшеніемъ промежутковъ между гашюрами, оставляя толщину ихъ постоянною, но чтобы не пестрить плановъ и облегчить технику исполненія гашюръ, разстояніе между ихъ осями, по системѣ Лемана, оставляется постояннымъ, и усиленіе тѣни достигается утолщеніемъ гашюръ на счетъ промежутковъ, какъ видно изъ черт. 50, представляющаго такъ называемую *шкалу гашюръ*.

Направленіе гашюръ въ смыслѣ большаго или меньшаго затемненія бумаги въ сущности произвольно, но желаніе воспользоваться этимъ произволомъ для выраженія другого элемента неровностей, именно направленій скатовъ, побудило Лемана предложить ставить гашюры по линіямъ наибольшаго паденія,

такъ, чтобы гашюры непосредственно указывали направленіе скатовъ. Такъ какъ направленіе наибольшого паденія перпендикулярно къ изогипсамъ (см. § 20), то гашюры должно ставить къ нимъ перпендикулярно. Такимъ образомъ способъ изображенія неровностей мѣстности гашюрами связанъ со способомъ изображенія ихъ изогипсами, и самое вычерчиваніе гашюръ требуетъ предварительнаго нанесенія на планъ изогипсъ. Чѣмъ круче покатость, т. е. чѣмъ ближе изогипсы, тѣмъ гашюры должны быть толще, а промежутки между ними меньше.

24. Разныя шкалы гашюръ. Система Лемана, принятая съ самаго ея появленія почти повсемѣстно (у насъ уже съ 1807 г., но оффиціально для Виленской съемки въ 1819 г.), съ теченіемъ времени подверглась измѣненіямъ, имѣвшимъ цѣлью съ одной стороны сдѣлать изображеніе покатостей болѣе нагляднымъ и болѣе близкимъ къ дѣйствительной трудности восхожденія, съ другой же—облегчить техническое исполненіе гашюръ на планахъ и картахъ.

Большая часть Европейской Россіи представляетъ волнообразную равнину, на которой крутыя покатости встрѣчаются весьма рѣдко и, обыкновенно, не превосходятъ 15°. Между тѣмъ въ шкалѣ Лемана для покатостей отъ 0° до 15° только два разряда гашюръ, а покатости до 5° вовсе не заштрихованы, хотя такія слабыя покатости не остаются безъ вліянія на движеніе и дѣйствія войскъ; поэтому профессоръ Геодезіи *Болотовъ* (1803—1853) предложилъ для Россіи другую шкалу: оставивъ ту же постепенность толщины гашюръ, какъ и въ шкалѣ Лемана, онъ примѣнилъ ее къ другой послѣдовательности крутостей, какъ видно изъ нижеслѣдующей таблицы.

Углы наклоненія покатостей.	Отношенія толщины гашюръ къ промежуткамъ.
Отъ 0° до 1°	0 : 9
" 1 " 2	1 : 8
" 2 " 4	2 : 7
" 4 " 7	3 : 6
" 7 " 11	4 : 5
" 11 " 16	5 : 4
" 16 " 23	6 : 3
" 23 " 32	7 : 2
" 32 " 45	8 : 1
" 45 " 90	9 : 0

Такимъ образомъ въ шкалѣ Болотова для покатостей отъ 0° до 15° имѣется не два, какъ у Лемана, а пять разрядовъ гашюръ, и потому по этой шкалѣ различныя видоизмѣненія слабаго рельефа Европейской Россіи могутъ быть представлены съ большею выразительностью. Однако, шкала Болотова, какъ совершенно произвольная, не была принята у насъ для всѣхъ съемокъ; одни планы вычерчивались по шкалѣ Болотова, другіе по шкалѣ Лемана. Пока высоты опредѣлялись глазомѣромъ и, слѣдовательно, пока углы наклоненія не измѣрялись съ надлежащею точностью, такая неоднородность въ черченіи не имѣла большого значенія, но съ 60-хъ годовъ XIX вѣка, когда на инструментальныхъ съемкахъ былъ введенъ кипрегель (см. § 144) и высоты начали опредѣлять весьма точно, двѣ разныя шкалы не могли быть терпимы. Къ тому же при введеніи геліогравюры для изданія съемочныхъ брульоновъ оказалось, что распознаваніе крутостей, исполненныхъ гашюрами по обѣимъ шкаламъ, на уменьшенныхъ при помощи фотографіи копіяхъ довольно затруднительно: тонкія гашюры слабыхъ покатостей выходили на геліогравюрахъ толстыми и грубыми, а самые скаты темнѣе, чѣмъ слѣдуетъ. Эти обстоятельства побудили Военно-Топографическое Управленіе Главнаго Штаба разработать новую шкалу, въ основаніе которой положено не произвольное дѣленіе крутостей на разряды, а дѣленіе ихъ по степени трудности восхожденія, которая опредѣляется тангенсомъ угла наклоненія и, какъ показываетъ опытъ, возрастаетъ въ геометрической прогрессіи.

Крайними предѣлами покатостей взяты углы наклоненія 1° и 45°, которыхъ тангенсы равны $\frac{1}{57{\cdot}3}$ и 1; такъ какъ въ этихъ предѣлахъ предположено имѣть 10 разрядовъ крутостей, то оставалось вычислить послѣдовательные члены геометрической прогрессіи, число членовъ которой равно десяти, а крайніе члены суть $tg\ 1°$ и $tg\ 45°$. Если означить эти крайніе члены черезъ a и l, то знаменатель прогрессіи q опредѣлится по извѣстной формулѣ:

$$l = a \, . \, q^9$$

откуда, подставляя $l = 1$ и $a = \frac{1}{57{\cdot}3}$:

$$q = \sqrt[9]{\frac{l}{a}} = \sqrt[9]{57{\cdot}3} = 1{\cdot}568$$

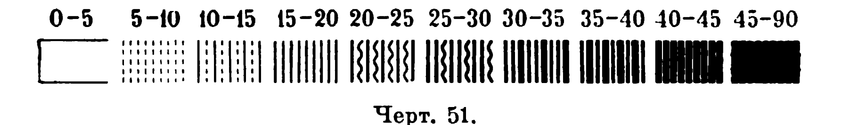
Въ нижеслѣдующей таблицѣ приведены: въ первомъ столбцѣ величины тангенсовъ угловъ, т. е. послѣдовательные члены указанной геометрической прогрессіи, а во второмъ—соотвѣтствующіе углы наклоненія, точные и округленные до полуградуса.

Тангенсы угловъ наклоненія.	Углы наклоненія покатостей.	Числа гашюръ въ 1 англ. дюймѣ.	Отношенія толщины гашюръ къ промежуткамъ.
$\frac{1}{57.3}$	1° 0′ или 1°	12	—
$\frac{1}{36.5}$	1 34 „ $1^1/_2$	16	—
$\frac{1}{23.3}$	2 28 „ $2^1/_2$	20	—
$\frac{1}{14.9}$	3 51 „ 4	24	—
$\frac{1}{9.5}$	6 1 „ 6	30	1 : 5
$\frac{1}{6.0}$	9 24 „ 10	30	2 : 4
$\frac{1}{3.9}$	14 32 „ 15	30	3 : 3
$\frac{1}{2.5}$	22 8 „ 22	30	4 : 2
$\frac{1}{1.6}$	32 32 „ 33	30	5 : 1
1	45 0 „ 45	30	6 : 0

Относительно самаго вычерчиванія покатостей разной крутизны положено: покатости первыхъ пяти разрядовъ покрывать одинаковыми и самыми тонкими гашюрами, причемъ по мѣрѣ увеличенія угла наклоненія уменьшать разстоянія между ними въ отношеніи 4 : 5; именно, покатости до 1° оставлять незаштрихованными, покатости отъ 1° до $1^1/_2$° заполнять гашюрами по 12 на 1 дюймъ, покатости отъ $1^1/_2$° до $2^1/_2$° по 16 гашюръ на 1 дюймъ и такъ далѣе, какъ показано въ третьемъ столбцѣ таблицы, до покатостей въ 10°; для дальнѣйшихъ разрядовъ крутостей число гашюръ въ дюймѣ положено постояннымъ, именно 30, но зато самыя гашюры утолщаются на счетъ промежутковъ подобно тому, какъ въ шкалахъ Лемана и Болотова, но отношенія тѣни къ свѣту приняты проще (см. четвертый столбецъ предыдущей таблицы).

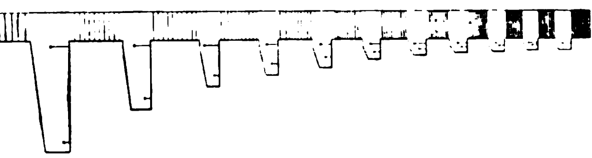
Главныя особенности системъ гашюръ, принятыхъ въ иностранныхъ государствахъ, заключаются въ слѣдующемъ.

Въ *Пруссіи* бывшій начальникъ генеральнаго штаба генералъ *Мюффлингъ* (1775—1851), оставивъ дѣленіе крутостей на разряды черезъ 5°, какъ и въ шкалѣ Лемана, предложилъ разнообразить самое начертаніе гашюръ, чтобы легче различать углы наклоненія покатостей. Покатости до 5° оставляются не-



Черт. 51.

заштрихованными, покатости отъ 5° до 10° вычерчиваются прерывчатыми гашюрами, покатости отъ 10° до 15°—чередующимися сплошными и прерывчатыми гашюрами и т. п., какъ показано на черт. 51. Опредѣленіе угла наклоненія скатовъ на планахъ, вычерченныхъ по этой шкалѣ, дѣйствительно облегчается, но самое выполненіе фигурныхъ гашюръ довольно затруднительно. Въ настоящее время на прусскихъ планахъ при-



Черт. 52.

мѣняются лишь первые два разряда шкалы Мюффлинга, причемъ еще покатости отъ 1° до 5° покрываются прерывчатыми гашюрами, разставленными шире, чѣмъ для покатостей отъ 5° до 10°.

Въ *Австріи* и *Баваріи* примѣняется шкала Лемана, но въ виду болѣе сложнаго рельефа этихъ странъ число разрядовъ гашюръ увеличено.

Во *Франціи* введена система гашюръ, въ основаніе которой положено и измѣненіе толщины гашюръ, и измѣненіе разстояній между ними. Для облегченія вычерчиванія изготовляются на особыхъ линейкахъ шкалы изъ 12 разрядовъ гашюръ, какъ показано на черт. 52. На выступахъ линейки показаны соот-

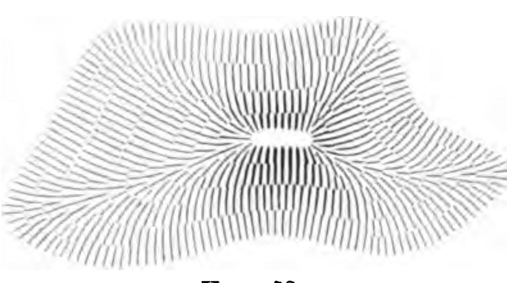
вѣтствующія разстоянія между изогипсами, а на промежуткахъ между выступами—ряды гашюръ опредѣленной толщины и на требуемомъ разстояніи. При черченіи эту линейку (діапазонъ) прикладываютъ тѣмъ мѣстомъ, которое соотвѣтствуетъ данному разстоянію между изогипсами на планѣ, и просто копируютъ гашюры. Для каждаго масштаба и каждой разности высотъ между изогипсами изготовляются особыя линейки.

25. Техника черченія гашюръ. Чтобы мѣстность изображалась гашюрами точно и красиво, художникъ долженъ много упражняться въ вычерчиваніи наклонныхъ плоскостей и типовъ неровностей. Въ такомъ практическомъ дѣлѣ слѣдуетъ изучать образцовые чертежи и пользоваться руководствомъ опытнаго знатока и любителя дѣла. Вотъ нѣкоторыя общія указанія.

Вообще гашюры проводятся перпендикулярно къ изогипсамъ, и толщина ихъ увеличивается по мѣрѣ сближенія изогипсъ. При вычерчиваніи горъ и хребтовъ, гдѣ изогипсы представляются кривыми линіями, гашюры тоже пріобрѣтаютъ искривленное начертаніе. Чтобы при этомъ сохранялись требуемыя тѣни, расхожденіе и искривленіе гашюръ не должны быть чрезмѣрны; промежутки между гашюрами не допускается увеличивать болѣе, чѣмъ въ $1^1/_2$ раза противъ обычныхъ. Тамъ, гдѣ разстояніе между изогипсами слишкомъ велико, проводятъ предварительно вспомогательныя изогипсы, раздѣляя разстояніе между основными на 2, 4 и т. д. равныхъ частей; увеличивая число гашюръ на хребтахъ, стараются сохранить промежутки между ними неизмѣнными. На тальвегахъ весьма узкихъ лощинъ и овраговъ оставляютъ незаштрихованную полоску, къ которой гашюры обоихъ скатовъ сходятся подъ извѣстнымъ угломъ; по величинѣ этого угла можно судить о крутизнѣ самаго тальвега. Совершенно незаштрихованными оставляютъ вершины горъ, плато, дно котловинъ, террасы, сѣдловины и дороги, сдѣланныя въ двѣ черты и болѣе; въ этомъ послѣднемъ случаѣ гашюры должны проводиться такъ, чтобы казалось, будто онѣ проводились сплошь, а полотно дороги было потомъ наложено. Подобнымъ же образомъ, чтобы не затемнять другихъ подробностей и контуровъ мѣстныхъ предметовъ, на планахъ принято не покрывать гашюрами улицъ, домовъ и садовъ въ городахъ и селеніяхъ, а равно пространствъ, занятыхъ подписями.

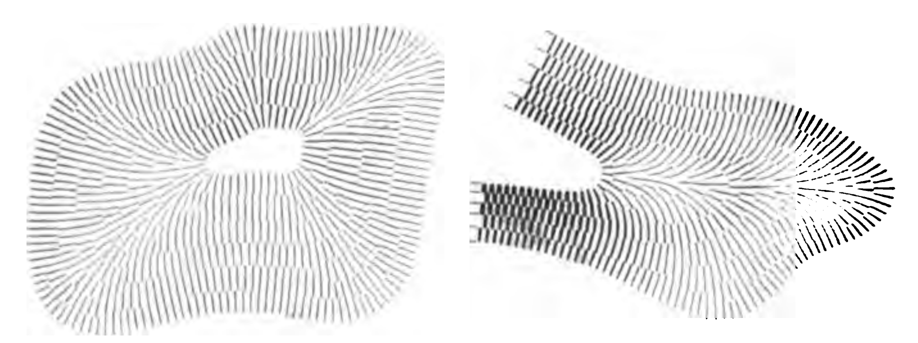
Въ мѣстахъ переходовъ покатостей одной крутизны въ дру-

гую не должно послѣ гашюръ одного разряда начинать непосредственно гашюры другого; переходы тѣней должно дѣлать постепенно, придавая гашюрамъ клинообразное очертаніе. Клиновидными же гашюрами съ острыми окончаніями начинають вычерчиваніе горы у вершины и заканчиваютъ вычерчиваніе котловины у ея дна. Только на обрывахъ террасъ и уступовъ толстыя гашюры начинаютъ сразу послѣ тонкихъ или послѣ бѣлаго пространства; въ такихъ мѣстахъ густая тѣнь толстыхъ гашюръ рѣзче выдѣляетъ самую площадку террасы и отвѣчаетъ дѣйствительному характеру мѣстности.



Черт. 53.

Разными тѣнями стремятся передать на бумагѣ впечатлѣніе, производимое покатостями склоновъ на зрителя. Опытъ показалъ, что каждая шкала гашюръ отлично примѣняется ко всѣмъ частнымъ случаямъ, и планы, хорошо вычерченные гашюрами, даютъ необыкновенно выразительное изображеніе всѣхъ подробностей рельефа. На черт. 53—58 показаны типы неровностей, выраженные гашюрами; они соотвѣтствуютъ черт. 32—37, на которыхъ тѣ же типы изображены изогипсами.



Черт. 54. Черт. 55.

Прежде чѣмъ приступить къ черченію гашюръ, надо нанести на планъ изогипсы; ихъ проводятъ, обыкновенно, каран-

дашомъ. Каждую гашюру ставятъ въ направленіи ската и къ себѣ, такъ что при криволинейныхъ изогипсахъ чертежъ необходимо по временамъ поворачивать; при проведеніи гашюръ въ разныхъ направленіяхъ (не поворачивая чертежа) движеніе пальцевъ для исполненія отдѣльныхъ гашюръ не будетъ однообразно, и самыя гашюры не окажутся ровными и вездѣ перпендикулярными къ соотвѣтствующимъ изогипсамъ. Тонкія гашюры должно ставить не сразу во всю длину, а вытягивать ихъ постепенно такъ, чтобы каждая гашюра составлялась



Черт. 56.

изъ ряда послѣдовательныхъ прикосновеній чертежнаго пера къ бумагѣ. Толстыя гашюры составляются изъ нѣсколькихъ тонкихъ, слитыхъ въ одну. Гашюры на одномъ промежуткѣ между изогипсами не должны быть продолженіями гашюръ предыдущаго



Черт. 57. Черт. 58.

промежутка, а располагаться въ разбивку. При вычерчиваніи пространствъ съ изогнутыми изогипсами это требованіе выполняется само собой, такъ какъ гашюры будутъ расходящимися или сходящимися, и на слѣдующемъ промежуткѣ ихъ должно ставить снова въ прежнемъ разстояніи; этого же правила слѣдуетъ держаться и при вычерчиваніи однообразной покатости, гдѣ гашюры выходятъ параллельными. При расположеніи гашюръ въ разбивку чертежъ пріобрѣтаетъ болѣе пріятные для

глаза оттѣнки, и по мѣстамъ перебивки гашюръ легко находить положеніе бывшихъ тутъ (и уже стертыхъ) изогипсъ, что упрощаетъ потомъ опредѣленіе превышеній разныхъ точекъ (см. § 26). Въ мѣстахъ перехода покатости въ горизонтальную площадку слѣдуетъ, какъ упомянуто уже выше, выклинивать гашюры, чтобы тѣнь постепенно переходила въ бѣлое незаштрихованное пространство. Работу начинаютъ отъ вершины горы, переходя отъ гашюръ одного промежутка между изогипсами къ другому не ранѣе окончанія предыдущаго. Если на планѣ нѣсколько вершинокъ, то сперва надо отдѣлать всѣ эти вершинки до общей изогипсы и затѣмъ вычерчивать промежутокъ, охватывающій отдѣльныя вершинки.

Для ускоренія работы вмѣсто пера пользуются карандашомъ, причемъ правила черченія остаются тѣ же. При очень ограниченномъ времени нѣкоторые чертятъ такъ называемымъ *вязаннымъ штрихомъ* (черт. 394), т. е., окончивъ одну гашюру, не отнимая карандаша отъ бумаги, переходятъ къ слѣдующей; однако, опытные любители не одобряютъ этого способа, который придаетъ плану только пестроту, вовсе не сокращая времени работы.

26. Опредѣленіе превышенія точекъ. Превышеніе одной точки надъ другою по плану, вычерченному гашюрами, не можетъ быть опредѣлено съ такою точностью, какъ по плану въ изогипсахъ. Чтобы облегчить опредѣленіе высотъ на планахъ въ гашюрахъ, прибѣгаютъ, обыкновенно, къ отмѣткамъ, т. е. подписываютъ высоты многихъ выдающихся точекъ. Однако, приблизительное опредѣленіе превышенія точекъ возможно и въ тѣхъ случаяхъ, когда нѣтъ отмѣтокъ.

Если двѣ точки, взаимное превышеніе которыхъ требуется опредѣлить, лежатъ на одномъ скатѣ и по одной линіи паденія, т. е. по направленію гашюръ, то скатъ между точками раздѣляютъ на части такъ, чтобы въ каждой части были гашюры одного разряда крутизны; затѣмъ измѣряютъ циркулемъ по масштабу заложенія a каждой части, и по шкалѣ гашюръ опредѣляютъ въ градусахъ соотвѣтствующіе углы наклоненія α; тогда разность высотъ h разсматриваемыхъ точекъ вычисляется по формулѣ:

$$h = a_1 \; tg\, \alpha_1 + a_2 \; tg\, \alpha_2 + \ldots + a_n \; tg\, \alpha_n$$

Если же двѣ данныя точки расположены на разныхъ ска-

тахъ, то изъ первой точки по плану карандашомъ или мысленно проводятъ изогипсу, т. е. ведутъ линію перпендикулярно къ гашюрамъ до мѣста, лежащаго на одномъ скатѣ и по продолженію линіи наибольшаго паденія со второю данною точкой. Такъ какъ найденное на планѣ мѣсто лежитъ на одной высотѣ съ первою точкой, то, опредѣливъ его превышеніе надъ второю по вышеобъясненному способу, получаютъ и разность высотъ обѣихъ разсматриваемыхъ точекъ.

На планѣ со сложнымъ рельефомъ иногда весьма трудно прослѣдить изогипсу на большомъ протяженіи; тогда можно между данными точками избрать нѣсколько промежуточныхъ, лежащихъ на перегибахъ скатовъ, и вывести превышеніе данныхъ, какъ алгебраическую сумму превышеній между всѣми избранными точками отъ одной данной до другой.

Точность опредѣленія разности высотъ точекъ по плану, на которомъ неровности выражены гашюрами, зависитъ, конечно, отъ строгости выдержки тѣней. Чертежникъ всегда отступаетъ отъ данной шкалы частью невольно, частью по необходимости, въ виду искривленія изогипсъ, требованій мягкости перехода тѣней и ради изящества изображенія. Поэтому точное опредѣленіе высотъ возможно лишь въ томъ случаѣ, если предварительныя изогипсы проведены на основаніи тщательной инструментальной съемки и не уничтожены послѣ черченія гашюръ; если же самыя изогипсы проведены лишь приближенно, то на планѣ въ гашюрахъ можно получать только приблизительныя разности высотъ, и ошибка опредѣленія возрастаетъ съ удаленіемъ точекъ другъ отъ друга. Впрочемъ, для военныхъ цѣлей важно знать взаимное превышеніе близкихъ точекъ, а потому гашюры удовлетворяютъ всѣмъ практическимъ требованіямъ, особенно если важнѣйшія вершины и перегибы мѣстности указаны еще отмѣтками, которыя облегчаютъ опредѣленіе командующихъ высотъ.

27. Отмывка и тѣни высотъ. Неровности мѣстности, помимо изогипсъ и гашюръ, изображаются и другими способами. На географическихъ картахъ мелкаго масштаба примѣняютъ весьма часто такъ называемую *отмывку* горъ тушью или другою краской. Если проведены изогипсы, то, покрывая покатости разной крутизны различными тѣнями, руководствуясь тѣми же основаніями, какъ и при вычерчиваніи скатовъ гашюрами, можно достигнуть большой выразительности изображенія; между тѣмъ техническое исполне-

ніе отмывки кистью несравненно проще и скорѣе вычерчиванія гашюръ. Однако на картахъ мелкаго масштаба изогипсы или вовсе не проводятся, или проводятся черезъ весьма большія разности высотъ, такъ что въ промежуткахъ между ними скаты отнюдь нельзя считать ровными покатостями, поэтому отмывка имѣетъ цѣлью только показать общее расположеніе и связь неровностей, но не позволяетъ судить о направленіи и крутизнѣ покатостей въ ихъ подробностяхъ; къ тому же выдержать отмывкой строго опредѣленныя тѣни очень затруднительно.

Къ этому же способу можно отнести *утолщеніе изогипсъ* въ тѣхъ мѣстахъ, гдѣ онѣ ближе другъ къ другу; такой пріемъ примѣняется нерѣдко на глазомѣрныхъ съемкахъ и, производя издали впечатлѣніе тѣней, подобно гашюрамъ, имѣетъ преимущество въ скорости исполненія. Здѣсь самыя изогипсы, такъ сказать, обращаются въ гашюры, только расположенныя не по линіямъ наибольшаго паденія, а перпендикулярно къ нимъ.

Иногда отмывку тѣней усиливаютъ съ одной стороны, обыкновенно на скатахъ, обращенныхъ къ востоку и югу; въ этомъ случаѣ освѣщеніе предполагается не вертикальнымъ, а наклоннымъ, съ сѣверо-запада. Карты, исполненныя по такой системѣ, пріобрѣтаютъ большую выразительность и красоту, но зато судить по нимъ объ истинной крутизнѣ скатовъ почти невозможно: здѣсь тѣнь зависитъ не только отъ угла наклоненія, но и отъ положенія ската относительно странъ свѣта. Однако къ такому пріему прибѣгаютъ даже при выраженіи рельефа гашюрами; такимъ образомъ исполнена, напримѣръ, извѣстная карта Швейцаріи, созданная трудами генерала *Дюфура* (1787—1875) и напечатанная на 25-ти листахъ въ масштабѣ 1 : 100000.

Наконецъ, чтобы исчерпать всѣ существующіе способы, служащіе для изображенія неровностей мѣстности на бумагѣ, необходимо упомянуть о примѣненіи красокъ разныхъ *оттѣнковъ*, причемъ оттѣнками выражаютъ не большую или меньшую крутизну скатовъ, а большую или меньшую абсолютную высоту даннаго пространства. Этотъ способъ весьма часто примѣняется на географическихъ картахъ; карты же, назначенныя исключительно для выраженія абсолютныхъ высотъ по извѣстной подробно разработанной системѣ, называются *гипсометрическими* для суши и *батиметрическими* для морей и океановъ.

На гипсометрическихъ картахъ принято: низменности, не превосходящія извѣстной высоты, покрывать зеленою краской

разныхъ оттѣнковъ, возвышенности—коричневою, вершины же высокихъ горъ и пространства, покрытыя вѣчными снѣгами и ледниками, свѣтло-голубою. Для точнаго распредѣленія разныхъ красокъ и оттѣнковъ и здѣсь необходимо нанести сперва изогипсы. На новой гипсометрической картѣ Европейской Россіи, составленной генераломъ *Тилло* (1839—1899) въ масштабѣ 60 верстъ въ 1 англійскомъ дюймѣ и изданной въ 1889 г., изогипсы проведены съ большою тщательностью послѣ нанесенія 51385 точекъ, высоты которыхъ были извѣстны изъ тріангуляцій, точныхъ нивелировокъ и проч. Всѣ пространства ниже 80 саж. абсолютной высоты покрыты на картѣ разными тѣнями зеленой краски, причемъ оттѣнокъ измѣняется черезъ каждыя 20 саж., и самою густою зеленою краской покрыты пространства съ абсолютною высотой отъ 0 до 20 саж., т. е. самыя низменныя. Пространства же выше 80 саж. покрыты разными тѣнями коричневой краски, причемъ оттѣнки слѣдуютъ: до 200 саж. черезъ каждыя 20 саж., а далѣе черезъ каждыя 50 саж. Тѣнь усиливается съ высотой.

На батиметрическихъ картахъ пространства разной глубины покрываютъ голубою краской разной густоты, причемъ самою темною синею краской показываютъ, обыкновенно, самыя глубокія мѣста.

28. Сравненіе знаковъ для неровностей. Въ смыслѣ точнаго геометрическаго изображенія неровностей мѣстности изогипсы или горизонтали представляютъ несомнѣнно самый лучшій, самый совершенный условный знакъ; по плану или картѣ съ точно проведенными изогипсами можно составлять проекты разныхъ сооруженій (напримѣръ, проведенія желѣзной дороги) и вычислять объемы выемокъ и насыпей, даже не видя самой мѣстности. Но зато изогипсами не выражаются неровности между ними; конечно, при малой разности высотъ послѣдовательныхъ изогипсъ перемѣны неровностей между ними незначительны, но съ военной точки зрѣнія могутъ имѣть большую важность (какъ прикрытія для стрѣлковъ и т. п.) и самыя малыя складки мѣстности. Далѣе, наклонъ скатовъ получается по изогипсамъ лишь вычисленіями и не виденъ непосредственно. Наконецъ, къ недостаткамъ изогипсъ слѣдуетъ отнести еще и то, что мелкія дороги и небольшіе контуры могутъ быть смѣшаны съ изогипсами (если изогипсы не сдѣланы другою краской).

Гашюры или штрихи придаютъ изображенію гораздо больше наглядности и позволяютъ судить о крутизнѣ покатостей непосредственно; кромѣ того, гашюрами можно выражать самыя незначительныя неровности, что имѣетъ чрезвычайно большое значеніе для картъ, назначаемыхъ для военныхъ цѣлей. Вообще гашюры, если можно такъ выразиться, оживляютъ скелетъ, представляемый однѣми изогипсами, и уясняютъ переходы однихъ скатовъ въ другіе, придавая имъ мягкость и пластичность, соотвѣтствующія дѣйствительности. Необходимо принять еще во вниманіе, что на военно-глазомѣрныхъ съемкахъ (см. гл. XVIII) вовсе нельзя проводить изогипсъ, по неимѣнію необходимыхъ къ тому точно опредѣленныхъ высотъ; на такихъ съемкахъ гашюры являются единственнымъ средствомъ для изображенія неровностей. Кромѣ того, гашюръ, представляющихся прерывными линіями, черточками, никакъ нельзя смѣшать съ дорогами и контурами. Къ недостаткамъ гашюръ слѣдуетъ отнести утомительность ихъ вычерчиванія и затруднительность сужденія о взаимномъ превышеніи отдаленныхъ точекъ безъ подписей высотъ (отмѣтокъ).

Что касается прочихъ способовъ изображенія неровностей мѣстности, то отмѣтки полезны, какъ дополненіе къ изогипсамъ и гашюрамъ, но самостоятельное примѣненіе онѣ находятъ только на морскихъ картахъ. Отмывка и тѣни высотъ не могутъ изображать подробностей рельефа и потому примѣняются лишь на картахъ географическаго характера въ мелкомъ масштабѣ. На такихъ картахъ точное выраженіе неровностей невозможно, потому что мелкій масштабъ принуждаетъ обобщать рельефъ и довольствоваться изображеніемъ лишь главныхъ хребтовъ и большихъ долинъ; притомъ же густота тѣней при отмывкѣ не можетъ быть выдержана съ такою строгостью, какъ отношеніе толщины гашюръ къ промежуткамъ между ними при вычерчиваніи штрихами.

Вообще, *высоты* точекъ всего лучше выражаются отмѣтками и изогипсами; гашюры, отмывка и тѣни высотъ позволяютъ судить о высотахъ лишь въ общихъ чертахъ. *Направленіе скатовъ* отлично выражается гашюрами и частью изогипсами (какъ линіями къ нимъ перпендикулярными); судить о направленіи скатовъ по отмѣткамъ, отмывкѣ и тѣнямъ высотъ почти невозможно. *Крутизна скатовъ* всего лучше и точнѣе изображается гашюрами, менѣе наглядно отмывкой; по изогипсамъ и отмѣткамъ можно получить крутизну только вычисленіемъ, а по тѣнямъ высотъ крутизна скатовъ и вовсе не опредѣляется. На-

конецъ, *видъ*, *взаимное расположеніе* и *связь* возвышенностей и низменностей различаются съ наибольшею наглядностью по гашюрамъ и отмывкѣ; оно возможно и по изогипсамъ, но требуетъ большой опытности; отмѣтки и тѣни высотъ въ этомъ отношеніи совершенно неудовлетворительны.

Относительно простоты и скорости вычерчиванія на первомъ мѣстѣ стоятъ изогипсы, затѣмъ отмывка; гашюры, если онѣ исполняются перомъ, требуютъ большого искусства и весьма значительной траты времени, карандашомъ же гашюры исполняются при навыкѣ очень быстро и потому въ виду другихъ важныхъ преимуществъ этого условнаго знака примѣняются весьма часто, особенно на военно - глазомѣрныхъ съемкахъ. Отмѣтки и тѣни высотъ исполняются еще скорѣе, но, какъ замѣчено выше, этими знаками пользуются лишь въ исключительныхъ случаяхъ, для морскихъ и гипсометрическихъ картъ.

Изъ предыдущаго видно, что на планахъ и картахъ крупнаго масштаба неровности мѣстности всего точнѣе и полнѣе могутъ быть представлены *совмѣстнымъ примѣненіемъ изогипсъ и гашюръ*, причемъ для большей наглядности весьма полезно вычерчивать и печатать изогипсы особою краской, напримѣръ, карминомъ или сепіей. Изогипсы позволяютъ опредѣлять съ большою точностью высоты, а гашюры—направленіе и крутизну скатовъ, видъ, общее расположеніе и связь неровностей, а также значительныя перемѣны рельефа въ промежуткахъ между изогипсами; словомъ, оба знака дополняютъ другъ друга. Такимъ именно способомъ издаются новая топографическая карта Австро-Венгріи и карты нѣкоторыхъ другихъ небольшихъ странъ. У насъ въ Россіи брульоны мензульныхъ съемокъ хотя и исполняются изогипсами, но для изображенія небольшихъ обрывчиковъ, промоинъ и т. п., не могущихъ быть выраженными изогипсами, примѣняютъ и гашюры. Наша же трехверстная топографическая карта издается только въ гашюрахъ, безъ изогипсъ, но съ отмѣтками высотъ выдающихся горъ и нѣкоторыхъ другихъ замѣчательныхъ точекъ.

29. Подписи. Подписи на планахъ и картахъ имѣютъ весьма большое значеніе и нѣкоторымъ образомъ восполняютъ недостатки условныхъ знаковъ. Всѣ слова и названія должны быть написаны опредѣленными шрифтами, съ извѣстнымъ изяществомъ, такъ, чтобы они не пестрили изображенія, не закры-

вали контуровъ, были удобочитаемы и не возбуждали сомнѣнія, къ какому именно предмету каждая подпись относится. Обыкновенно на планахъ и картахъ пишутъ какъ собственныя имена, т. е. названія населенныхъ мѣстъ, рѣкъ, горъ и проч., такъ и слова, выражающія родъ предмета. Однако чтобы не обременять чертежа множествомъ написанныхъ словъ, стараются избѣгать подписывать родъ предмета, различая его разнообразіемъ шрифтовъ, для чего каждому роду мѣстныхъ предметовъ присваивается особый, характерный шрифтъ.

Шрифты различаются размѣромъ буквъ, прямымъ или наклоннымъ положеніемъ и самымъ видомъ ихъ. Такъ, на брульонахъ мензульныхъ съемокъ для названій населенныхъ мѣстъ принятъ вообще *прямой египетскій шрифтъ*. Этотъ шрифтъ очень ясенъ и удобенъ для чтенія; онъ состоитъ только изъ толстыхъ линій, безъ подсѣчекъ, причемъ толщина линій дѣлается равною 0·1 высоты буквъ, а высота зависитъ отъ важности мѣста: для названій губернскихъ и областныхъ городовъ высота буквъ равна 0·35 дюйма, для уѣздныхъ городовъ 0·25, а для мѣстечекъ 0·20 дюйма; всѣ буквы, не исключая первой, одинаковой высоты. Села, деревни, отдѣльные господскіе дворы, фольварки, погосты и пастораты подписываются *косымъ египетскимъ шрифтомъ* разной высоты, съ наклономъ буквъ въ 76°, причемъ первая буква дѣлается въ $1^1/_2$ раза выше прочихъ. Отдѣльные крестьянскіе дворы, церкви, почтовыя станціи, фабрики, заводы и т. п. подписываются *курсивомъ*, шрифтомъ, похожимъ на обыкновенный скорописный, но безъ смыканія рядомъ стоящихъ буквъ. Большія судоходныя и сплавныя рѣки подписываются тоже египетскимъ шрифтомъ, но съ обратнымъ наклономъ буквъ, разной высоты; мелкія же рѣки и озера подписываются *круглымъ шрифтомъ* особаго вида, именно, такъ называемымъ *наклоннымъ рондо*. Для подписей горъ и острововъ пользуются *прямымъ рондо*. Слова, помѣщаемыя за рамками плана для ясности пониманія предметовъ и подписей, находящихся внутри, а также варіанты названій (у подписанныхъ уже предметовъ) изображаются такъ называемымъ *мертвымъ* или *волосянымъ шрифтомъ*. Заглавныя слова на планахъ, означающія губернію и уѣздъ, пишутся *капитальнымъ шрифтомъ*, т. е. обыкновеннымъ печатнымъ, съ подсѣчками. Наконецъ, для заголовковъ картъ пользуются *фигурными* или *цвѣтными шрифтами*, напримѣръ, готиче-

скимъ, славянскимъ, фрактурнымъ, батардъ, мидоллинскимъ и проч. Подобнымъ же образомъ различными шрифтами исполняются и цифры разныхъ чиселъ, помѣщаемыхъ на планахъ и картахъ: число дворовъ въ селеніяхъ пишется прямымъ египетскимъ, высоты возвышенностей — косымъ египетскимъ, высоты изогипсъ за рамками — мертвымъ шрифтомъ и т. п.

Большое значеніе имѣетъ еще *расположеніе подписей* на планахъ и картахъ. Шрифты можно выработать заранѣе и указать, въ какихъ случаяхъ и для какихъ предметовъ слѣдуетъ ими пользоваться; для расположенія же подписей нѣтъ никакой возможности дать вполнѣ точныя и неизмѣнныя правила: тутъ почти все зависитъ отъ опытности и личнаго вкуса; отъ ничтожнаго передвиженія подписи въ ту или другую сторону и отъ болѣе или менѣе тѣсной разстановки буквъ ясность и изящество изображенія могутъ выиграть или потерять. Названія естественныхъ предметовъ (горъ, рѣкъ, озеръ и т. п.) принято помѣщать внутри самого контура, по направленію его длины и такъ, чтобы подпись было удобно читать слѣва направо, когда сѣверная рамка плана или карты обращена вверхъ. Названія большихъ горныхъ хребтовъ, рѣкъ и озеръ помѣщаются по ихъ длинѣ, и подпись изгибается сообразно виду контура, причемъ имена рѣкъ стараются помѣщать тамъ, гдѣ онѣ принимаютъ притоки, чтобы устранить сомнѣнія, гдѣ главная рѣка и гдѣ ея притокъ; стрѣлку, показывающую направленіе теченія, ставятъ впереди подписи по теченію. Названія малыхъ горъ и рѣкъ, внутри контуровъ которыхъ подпись не помѣщается, располагаютъ внѣ контура, но тоже изгибая подпись параллельно подножію горы или направленію рѣки. Названія предметовъ, созданныхъ руками человѣка (населенныя мѣста, фабрики и проч.), принято располагать правѣе и приблизительно противъ середины изображенія предмета и подписывать въ одномъ опредѣленномъ направленіи: параллельно сѣверной рамкѣ или параллельно прочерченнымъ на картѣ параллелямъ.

Нерѣдко приходится отступать отъ вышеприведенныхъ правилъ: маленькое озеро подписывается, какъ населенное мѣсто, внѣ контура озера и параллельно рамкѣ, а отдѣльные дома одного разбросаннаго селенія дугообразно охватываются общею подписью его названія; родъ предмета опредѣляется здѣсь только шрифтомъ. Вообще же для помѣщенія подписей выбираютъ болѣе или менѣе свободныя мѣста, не обремененныя контурами.

Въ заключеніе необходимо замѣтить, что шрифты, а частью и расположеніе подписей мѣняются съ масштабомъ. Обыкновенно съ уменьшеніемъ масштаба число подписей сокращается, а буквы шрифтовъ уменьшаются и упрощаются. Во всякомъ случаѣ, при вычерчиваніи и подписываніи отдѣльныхъ планшетовъ одной общей съемки необходимо держаться системы, разработанной въ центральномъ управленіи; отступленія даже въ сторону болѣе цѣлесообразнаго и изящнаго не могутъ быть терпимы, потому что разнообразіе условныхъ знаковъ и подписей можетъ вызвать тутъ сбивчивость и недоразумѣнія. Образцы условныхъ знаковъ и шрифтовъ для подписей издаются, обыкновенно, въ видѣ готовыхъ таблицъ, на которыхъ показываются линейные размѣры каждой фигурки и каждой буквы; художникамъ остается лишь размѣщать ихъ по плану, для чего все исполняется предварительно карандашомъ (прографливая для каждой подписи двѣ или нѣсколько параллельныхъ линій) и затѣмъ, если знакъ или подпись окажется удачно сдѣланнымъ и расположеннымъ, его обводятъ тушью или соотвѣтствующею краской.

30. Иллюминовка. Одноцвѣтные условные знаки даютъ только контуры предметовъ, а не цвѣтъ ихъ, между тѣмъ совершенное изображеніе должно воспроизводить дѣйствительную картину мѣстности. Такъ какъ разные предметы въ природѣ имѣютъ различный цвѣтъ, то изображеніе должно передавать зрителю цвѣта предметовъ; это достигается *иллюминовкой*, т. е. покрытіемъ плановъ и картъ разными красками, болѣе или менѣе напоминающими естественные цвѣта предметовъ на мѣстности.

При иллюминовкѣ пользуются исключительно акварельными красками, натирая ихъ отдѣльно или составляя разныя смѣси. Для раскрашиванія всевозможныхъ мѣстныхъ предметовъ достаточно имѣть слѣдующія семь красокъ: черную—тушь, красную—сурикъ, голубую—лазурь, желтую—гуммигутъ, зеленую—ярь, коричневую—сепію и малиновую—карминъ.

Ниже перечислены цвѣта, принятые при раскрашиваніи Военно-Топографическихъ плановъ; этими же цвѣтами пользуются и для раскрашиванія другихъ плановъ и картъ, хотя, конечно, бываютъ и отступленія, особенно на хромолитографированныхъ печатныхъ картахъ, въ которыхъ уменьшеніе числа цвѣтовъ значительно сокращаетъ издержки изданія.

Дороги. Каменныя (булыжныя и шоссе) покрываются свѣт-

лымъ карминомъ, деревянныя (торцовыя, бревенчатыя и фашинныя)—рудо-желтою краской изъ гуммигута съ сурикомъ, грунтовыя—сепіей или свѣтлою тушью; дорожки въ садахъ—сурикомъ. Дороги въ двѣ черты покрываются краскою сплошь, между чертами; дороги же въ одну черту красятся съ одной стороны узкою полоской и такъ, чтобы черта дороги служила тѣнью, какъ будто свѣтъ падаетъ съ сѣверо-запада.

Строенія. Каменныя покрываются свѣтлымъ карминомъ, деревянныя—смѣсью гуммигута съ сурикомъ, земляныя, напримѣръ, полевыя укрѣпленія — смѣсью лазури съ гуммигутомъ (темнозеленою краской). При раскрашиваніи деревень принято дворы покрывать рудо-желтою краской изъ гуммигута съ сурикомъ, а жилые дома во дворахъ заливать сплошь тушью. Тушью же покрываютъ нежилыя постройки, стоящія отдѣльно (сараи, риги и т. п.). Мосты на дорогахъ, подобно строеніямъ, красятъ: каменные—карминомъ, а деревянные—смѣсью гуммигута съ сурикомъ.

Лѣса. Хотя лѣса въ природѣ окрашены только разнообразными оттѣнками зеленаго цвѣта, однако, принято различать на планахъ лиственные, хвойные и мѣшаные лѣса. Лиственные лѣса, въ которыхъ преобладаютъ породы съ листвой, т. е. въ которыхъ примѣсь хвойныхъ породъ не превосходитъ $10^0/_0$, изображаются темно-зеленою краской изъ смѣси гуммигута съ лазурью; хвойные, состоящіе или сплошь изъ сосны, ели и т. п., или съ подмѣсью лиственныхъ породъ не болѣе $10^0/_0$, изображаются свѣтло-вишневою краской изъ смѣси кармина съ тушью; наконецъ, мѣшаные лѣса, въ которыхъ глазъ не можетъ сразу замѣтить преобладаніе лиственныхъ или хвойныхъ породъ, изображаются коричневою краской изъ смѣси гуммигута съ карминомъ и тушью.

Лѣсныя пространства покрываются соотвѣтствующею краской, обыкновенно, сплошь; иногда же, для большей выразительности и красоты, лѣса набрасываютъ группами изъ сочетаній оваловъ, растянутыхъ съ востока на западъ. Сперва все пространство покрываютъ свѣтлою краской надлежащаго цвѣта, для группъ же берутъ ту же краску, но темнѣе; въ этихъ случаяхъ величина группъ показываетъ ростъ деревьевъ (чѣмъ они выше, тѣмъ группы большихъ размѣровъ), а болѣе или менѣе частое ихъ расположеніе—густоту деревьевъ. Кустарники изображаются красиво разбрасываемыми небольшими пятнышками овальнаго вида. Нерѣдко группы еще оттѣняютъ перомъ

темною краской того же цвѣта съ востока и юга, т. е. предполагая, будто свѣтъ падаетъ съ сѣверо-запада.

Деревья и кусты въ садахъ изображаются яркимъ зеленымъ цвѣтомъ, именно ярью; этой же краской ставятся точки вдоль дорогъ и аллей, для означенія деревьевъ, которыми онѣ иногда обсажены.

Луга, т. е. пространства съ травой, которую косятъ, кроются сплошь свѣтло и ровно желто-зеленою краской изъ гуммигута съ небольшою примѣсью лазури.

Выгоны или пространства съ травой, гдѣ не косятъ и которыя служатъ для выгона скота, покрываются сѣро-синею краской изъ смѣси лазури и туши.

Огороды покрываются иззелена-синею краской изъ лазури съ гуммигутомъ и тушью.

Пески показываютъ краснымъ цвѣтомъ—сурикомъ, набрасывая его отдѣльными точками; если пространство представляетъ такъ называемые сыпучіе или передвигающіеся пески, то точки набрасываютъ группами.

Воды, т. е. моря, прѣсныя озера, рѣки и пруды кроютъ чистою голубою краской изъ одной лазури. Если водное пространство достаточно обширно, то вдоль береговъ кладутъ нѣсколько параллельныхъ полосъ разныхъ тѣней такъ, чтобы у берега была самая узкая и темная тѣнь; далѣе отъ берега тѣни дѣлаютъ шире и свѣтлѣе. Это достигается двоякимъ путемъ: 1) сперва все пространство водъ покрываютъ сплошь самою свѣтлою голубою краской, затѣмъ кладутъ послѣдовательныя тѣни, начиная каждый разъ отъ самаго берега, и 2) сперва проводятъ узкую полоску у берега; затѣмъ, когда она высохнетъ, проводятъ полосу пошире, опять отъ самаго берега и т. д.; въ этомъ случаѣ по серединѣ моря, озера или рѣки можетъ оставаться и бѣлое незакрашенное пространство. Въ обоихъ случаяхъ густота натертой краски одинакова, и послѣдовательныя тѣни получаются только отъ того, что чѣмъ ближе полоса къ берегу, тѣмъ больше разъ она покрыта краской. Самая густая тѣнь у сѣверныхъ и западныхъ береговъ дѣлается перомъ тоже лазурью, но особо сильно натертою. Узкія полоски водъ, ручьи и канавы чертятся перомъ, но уже не лазурью, а болѣе яркою голубою краской, именно кобальтомъ.

Голубая краска примѣняется, какъ сказано выше, для изображенія морей и прѣсныхъ водъ. Соленыя озера покрываютъ

фіолетовою краской изъ лазури съ карминомъ, а горькія—сѣро-коричневою изъ сепіи съ тушью или сіеною.

Болота покрываются сперва свѣтлою лазурью, по которой проводятъ потомъ кистью или перомъ параллельныя линіи болѣе темною лазурью. Непроходимыя болота штрафируютъ линіями сплошь, а на проходимыхъ проводятъ ряды короткихъ параллельныхъ линій, располагая ихъ красивыми группами въ елочку. Во всякомъ случаѣ темно-голубыя линіи проводятъ параллельно сѣверной и южной рамкамъ плана или параллельно проведеннымъ на немъ параллелямъ.

На лугахъ, лѣсахъ и болотахъ показываютъ особенности этихъ пространствъ. Такъ, *кочки* представляютъ группами изъ трехъ зеленыхъ точекъ, набрасываемыхъ гуммигутомъ съ лазурью, *камыши*—группами изъ трехъ или пяти черточекъ чистаго сурика, располагая среднюю черточку вертикально, а боковыя наклонно съ расхожденіемъ вверхъ, *каменоломни* покрываютъ карминомъ, *пороги* и *водопады*—лазурью изъ черточекъ перомъ, *мели*—сурикомъ, точками, какъ пески и т. д.

Пашни, желѣзныя дороги и улицы въ городахъ оставляютъ бѣлыми, непокрытыми краской.

Техника иллюминовки можетъ быть передана только примѣромъ: надо видѣть, какъ дѣйствуетъ кистью опытная рука. Вотъ нѣсколько практическихъ указаній.

Для иллюминовки необходимо имѣть по крайней мѣрѣ двѣ кисти разной величины, насаженныя съ противоположныхъ сторонъ на одну ручку; меньшая служитъ для краски, а большая напитывается слегка чистою водой и назначается для сбора съ бумаги излишней краски.

Краски растираютъ на блюдечкахъ, капая туда кистью чистую воду изъ стакана. Послѣ растиранія надо краску хорошенько перемѣшать кистью и дать немного отстояться; затѣмъ слить въ другое блюдечко или процѣдить черезъ воронку изъ пропускной бумаги.

Планъ долженъ быть предварительно наклеенъ на доску, вычищенъ резиной, мякотью булки и влажною губкой и, наконецъ, быстро облитъ чистою водой. Чтобы избѣжать размывки контуровъ и гашюръ, иллюминовку надо начинать нѣсколько дней спустя послѣ окончанія черченія и пользоваться всегда свѣже-натертыми красками. При раскрашиваніи печатныхъ картъ ихъ необходимо предварительно смочить губкой, чтобы

оживить зерна бумаги, раздавленныя на печатномъ станкѣ. Вообще крыть краской надо по слегка сыроватой бумагѣ; тогда краска не такъ скоро высыхаетъ, благодаря чему облегчаются поправки, и большія пространства, требующія проведенія нѣсколькихъ послѣдовательныхъ полосъ, выходятъ однородными. При раскрашиваніи доску держатъ наклонно къ себѣ. Краску берутъ осторожно, погружая кисть лишь концомъ и дожидаясь, чтобы жидкость сама всосалась въ кисть. На кисти должно быть ни много, ни мало краски: если ея много, то бумага разбухаетъ и дѣлается волнистою, почему появляются пятна; если мало, то послѣдовательные мазки не будутъ сливаться въ однородную площадь, а образуются отдѣльныя полосы. Передъ каждымъ прикосновеніемъ къ плану кисти съ новою краской нелишне попробовать ее на отдѣльномъ листѣ чистой бумаги; эта предосторожность особенно необходима тогда, когда работа ведется нѣсколькими кистями, чтобы не перемѣшать красокъ. Большія пространства надо крыть послѣдовательными полосами слѣва направо или сверху внизъ, накладывая краску ровно, не переходя за границы контуровъ; излишнюю краску слѣдуетъ немедленно подбирать сырою кистью. Секретъ изящной иллюминовки состоитъ въ томъ, чтобы не крыть сразу краской требуемой тѣни, а накладывать ее нѣсколько разъ болѣе слабымъ оттѣнкомъ.

Иллюминовку начинаютъ съ самыхъ большихъ пространствъ, послѣдовательно переходя къ меньшимъ и заканчивая отдѣлкою перомъ. Части, покрываемыя свѣтлыми красками, надо крыть раньше темныхъ. Обыкновенно, иллюминовка ведется въ слѣдующемъ порядкѣ: луга, выгоны, болота, воды, кустарники, лѣса, огороды, сады, строенія, дороги и канавы. Иногда приходится мѣнять густоту краски для одного и того же предмета; замѣчено, что большія и малыя пространства, покрытыя одною краской, не выходятъ одинаковыми: большія кажутся темнѣе малыхъ; поэтому небольшія пространства слѣдуетъ покрывать болѣе темною краской. Точно также необходимо брать болѣе густую краску для мѣстъ, обильныхъ черченіемъ, напримѣръ, гдѣ неровности мѣстности выражены весьма толстыми гашюрами. Предметы, выдающіеся надъ земною поверхностью (строенія), оттѣняютъ съ востока и юга, а углубленные (воды)—съ сѣвера и запада. Оттѣненія дѣлаютъ перомъ соотвѣтствующею краской, но болѣе темнаго цвѣта. Дорогъ обыкновенно не оттѣняютъ.

V.

О съемкахъ вообще.

31. Сущность съемочныхъ работъ. Подъ словомъ *съемка* разумѣютъ полевую работу, которая имѣетъ цѣлью составить изображеніе на бумагѣ извѣстнаго участка мѣстности. Отъ этого изображенія требуются: вѣрность, полнота и ясность въ смыслѣ отчетливаго и нагляднаго представленія всего того, что существуетъ на мѣстности.

На каждомъ участкѣ имѣется множество предметовъ, внѣшнія границы которыхъ называются *контурами*. Задача заключается въ точномъ изображеніи этихъ контуровъ или очертаній мѣстныхъ предметовъ. Каждый контуръ состоитъ изъ частей прямыхъ или кривыхъ линій, которыя наносятся на бумагу по своимъ отдѣльнымъ точкамъ; положеніе точекъ опредѣляется при помощи координатъ (§ 4) относительно одной или нѣсколькихъ точекъ, взятыхъ за начальныя. Когда на бумагу нанесены примѣчательнѣйшія точки контура, то для его полнаго изображенія остается лишь соединить ихъ линіями. Если контуръ представляетъ только прямыя линіи (часть дороги, границы пашни, огорода и т. п.), то достаточно опредѣлить весьма небольшое число его точекъ: для прямой необходимы двѣ точки, а для прямолинейнаго многоугольника—всѣ его вершины; соединить полученныя на бумагѣ точки прямыми линіями не представляетъ никакого затрудненія. Если же предметъ имѣетъ криволинейный контуръ, то онъ тоже изображается по точкамъ, но выборъ и число взятыхъ точекъ вполнѣ зависятъ отъ искусства и опытности наблюдателя. Такъ какъ нанесеніе контуровъ дѣлается въ полѣ, т. е. когда кромѣ нанесенныхъ точекъ на бумагѣ видны и самые предметы на мѣстности, то достаточно очень ограниченнаго числа точекъ для вѣрнаго воспро-

изведенія каждаго контура. Увеличеніе числа опорныхъ точекъ только усложняетъ работу и кажется необходимымъ лишь новичку; искусство и опытность проявляются именно въ томъ, чтобы при небольшомъ числѣ вѣрно опредѣленныхъ точекъ съумѣть изобразить весь контуръ съ погрѣшностями, не выходящими изъ предѣловъ ошибокъ измѣреній и черченія. Все, что сказано о съемкѣ контуровъ мѣстныхъ предметовъ въ общихъ чертахъ, относится и къ съемкѣ неровностей: и здѣсь дѣло сводится къ опредѣленію положенія точекъ, но работа усложняется тѣмъ, что кромѣ двухъ координатъ въ горизонтальной плоскости необходимо опредѣлять еще третью координату каждой точки—ея высоту.

Такимъ образомъ сущность съемки заключается въ опредѣленіи координатъ точекъ мѣстности, т. е. въ *измѣреніи линій и угловъ*, поэтому и всѣ съемочные приборы имѣютъ цѣлью измѣрять на мѣстности длину линій и величину угловъ.

Линіи на мѣстности не всегда горизонтальны; гораздо чаще онѣ наклонены къ горизонту; на бумагу же наносятъ горизонтальныя проекціи линій, для вычисленія которыхъ необходимо измѣрять углы наклоненія линій и затѣмъ, какъ выражаются, приводить наклонныя линіи къ горизонту (см. § 84). Точно также должно наносить на бумагу горизонтальныя проекціи угловъ, измѣренныхъ между наклонными линіями на мѣстности, но съемочные приборы устроены, обыкновенно, такъ, что ими измѣряются углы между вертикальными плоскостями, заключающими существующія на мѣстности линіи, и потому приводить эти углы къ горизонту уже нѣтъ надобности. Уголъ между вертикальными плоскостями, заключающими двѣ наклонныя линіи, очевидно, равенъ углу между горизонтальными проекціями этихъ линій, т. е. горизонтальной проекціи самаго угла.

Такъ какъ планъ даннаго участка мѣстности долженъ представлять изображеніе проекцій контуровъ на уровенную поверхность океана, мысленно продолженную чрезъ материки, которую, въ предѣлахъ точности измѣреній, можно принимать за плоскость (§ 3), то естественно возникаетъ вопросъ, не слѣдуетъ ли приводить измѣренныя длины линій на мѣстности не только къ горизонту нижней точки, но и къ уровенной поверхности океана? Легко, однако, доказать, что такого приведенія, вообще говоря, можно не дѣлать, потому что радіусъ Земли

чрезвычайно великъ какъ по сравненію съ длиной измѣряемыхъ на съемкахъ линій, такъ и по сравненію съ возвышеніемъ линій надъ поверхностью океана *).

Пусть AB (черт. 59) изображаетъ длину нѣкоторой горизонтальной линіи (или наклонной, но уже приведенной къ горизонту), а ab—длину проекціи этой линіи на уровенную поверхность океана; Aa и Bb—нормали къ уровенной поверхности или отвѣсныя линіи точекъ A и B, пересѣкающіяся внутри Земли, вблизи ея центра. Если назвать абсолютныя высоты точекъ A и B черезъ h, а радіусъ Земли черезъ R, то на основаніи пропорціональности дугъ (при одномъ углѣ) ихъ радіусамъ имѣемъ:

$$\frac{AB}{ab} = \frac{R+h}{R}$$

Черт. 59.

Составимъ отсюда производную пропорцію:

$$\frac{AB-ab}{AB} = \frac{R+h-R}{R+h} = \frac{h}{R+h} = \frac{h}{R}\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-1}$$

и далѣе, разлагая по биному Ньютона:

$$AB - ab = AB \cdot \frac{h}{R}\left(1 - \frac{h}{R} + \frac{h^2}{R^2} - \ldots\right)$$

Отбрасывая, наконецъ, малые члены съ квадратомъ и высшими степенями дроби $\frac{h}{R}$, имѣемъ просто:

$$AB - ab = AB \cdot \frac{h}{R}.$$

Длина измѣряемыхъ на съемкахъ линій рѣдко превосходитъ 2 версты, а абсолютныя высоты точекъ почти на всемъ пространствѣ Европейской Россіи не достигаютъ 1 версты; вставляя въ правую часть предыдущей формулы $AB = 2$ верстамъ,

*) Самая высшая точка земной поверхности—вершина горы Гауризанкаръ ($\varphi = +27°59'$, $\omega = 56°36'$ къ востоку отъ Пулкова) имѣетъ абсолютную высоту 4143 сажени; самая низшая—впадина Великаго Океана къ сѣверо-востоку отъ группы острововъ Кермадекъ ($\varphi = -23°39'$, $\omega = 154°37'$) имѣетъ глубину 4305 саженей. Такъ какъ радіусъ земного сфероида почти 6000 верстъ, то указанныя наибольшія превышеніе и пониженіе составляютъ только $\frac{1}{700}$ земного радіуса.

$h = 1$ и $R = 6000$, получимъ

$$AB - ab = \frac{1}{3000} \text{ версты или около 1 фута.}$$

Итакъ, разность между длиною линіи на любомъ горизонтѣ и соотвѣтствующею проекціею на уровнѣ океана въ самомъ неблагопріятномъ случаѣ составляетъ только 1 футъ, т. е. величину, исчезающую по сравненію съ ошибками измѣреній въ полѣ на топографическихъ съемкахъ. Поправка за приведеніе измѣряемыхъ линій къ уровню океана имѣетъ значеніе и дѣйствительно принимается въ расчетъ лишь при точныхъ работахъ на геодезическихъ тріангуляціяхъ, при вычисленіи линій, измѣренныхъ такъ называемыми базисными приборами.

Что касается порядка производства работъ, то онъ объясненъ при описаніи разнаго рода съемокъ. Здѣсь умѣстно лишь указать, что всегда стараются вести работу отъ общаго къ частному, отъ измѣреній большихъ величинъ къ измѣренію малыхъ, а не наоборотъ; этимъ путемъ избѣгается накопленіе погрѣшностей и является возможность производить измѣренія съ большою точностью только главныхъ контуровъ, мелкія же подробности можно наносить уже приближенно. Кромѣ того, слѣдуетъ производить послѣдовательные ряды однородныхъ измѣреній, а не дѣлать разныя измѣренія въ одно время; отъ этого число дѣйствій уменьшается. Самыя измѣренія линій и угловъ необходимо производить съ соотвѣтствующею данному способу и имѣющимся приборамъ точностью, сообразуясь съ цѣлью работы и масштабомъ съемки; во многихъ случаяхъ самые грубые способы, напримѣръ, глазомѣрное опредѣленіе разстояній, бываютъ вполнѣ достаточны, и разумное ихъ примѣненіе чрезвычайно упрощаетъ и ускоряетъ работу.

Съемки называются обыкновенно по роду тѣхъ инструментовъ, которыми онѣ производятся; такъ, различаютъ съемки эккерную, буссольную, мензульную и т. п., но вообще ихъ подраздѣляютъ на *инструментальныя*, при производствѣ которыхъ пользуются болѣе или менѣе сложными инструментами, и *глазомѣрныя*, для которыхъ хотя тоже необходимы нѣкоторые простѣйшіе съемочные снаряды, но въ которыхъ главную роль играетъ хорошо развитый глазомѣръ.

32. Съемочные инструменты. Сообразно необходимости измѣрять на съемкахъ линіи и углы, назначенные для этого инстру-

менты раздѣляются на снаряды для измѣренія линій и приборы, служащіе для измѣренія угловъ.

Инструменты, назначенные для измѣренія линій, могутъ быть раздѣлены на снаряды, служащіе для непосредственнаго измѣренія длинъ (цѣпь, мѣрная тесьма), и приборы, при помощи которыхъ длина линій опредѣляется безъ непосредственнаго ихъ измѣренія (разнаго рода дальномѣры). Сущность непосредственнаго измѣренія линіи на мѣстности заключается въ томъ, что по ней укладываютъ цѣпь или мѣрную тесьму послѣдовательно нѣсколько разъ такъ, чтобы новая точка начала совпадала съ конечною точкой предыдущаго отложенія; зная длину цѣпи или тесьмы въ саженяхъ или другихъ единицахъ длины и величину остатка, легко затѣмъ вычислить длину всей линіи. Дальномѣрный же способъ опредѣленія разстояній основанъ на пропорціональности сторонъ подобныхъ треугольниковъ; зная длину одной (меньшей) стороны и уголъ, ей противолежащій, получаютъ другую (бо́льшую) сторону того же или подобнаго ему треугольника.

Инструменты, служащіе для опредѣленія величины угловъ на топографическихъ съемкахъ, раздѣляются на угломѣрные, дающіе углы въ градусахъ и минутахъ (эккеры, буссоли, астролябіи), и углоначертательные, при помощи которыхъ углы получаются графически, непосредственно на той бумагѣ, на которой вычерчивается затѣмъ самый планъ (разнаго рода мензулы). Сущность устройства каждаго угломѣрнаго инструмента заключается въ слѣдующемъ: въ центрѣ лимба, т. е. металлическаго круга, раздѣленнаго на градусы или еще мельче, вращается подвижная часть, алидада, снабженная приспособленіемъ для отсчитыванія ея положенія по лимбу и наглухо связанная съ приборомъ, служащимъ для визированія или направленія луча зрѣнія вдоль сторонъ измѣряемаго угла; если при неподвижномъ лимбѣ направить визирный снарядъ сперва вдоль одной стороны угла, а потомъ вдоль другой, и произвести оба раза отсчеты положенія алидады по лимбу, то разность этихъ отсчетовъ выразитъ величину угла въ градусахъ и минутахъ. Углоначертательные инструменты состоятъ просто изъ доски съ наклеенною на нее бумагой; доска располагается горизонтально въ вершинѣ угла. При инструментахъ этого рода имѣется всегда особая линейка съ приспособленіемъ для визированія; такую линейку направляютъ послѣдовательно вдоль сторонъ

угла и прочерчиваютъ карандашомъ линіи по краю линейки, отчего и получается самый уголъ непосредственно, графически.

Какъ въ угломѣрныхъ, такъ и въ углоначертательныхъ инструментахъ для визированія на отдаленные предметы служатъ діоптры и зрительныя трубы. Для установки инструментовъ въ полѣ пользуются треногами и штативами. Подробности устройства разныхъ топографическихъ инструментовъ весьма разнообразны и описаны въ соотвѣтствующихъ мѣстахъ книги. Здѣсь же умѣстно замѣтить, что съемочные приборы, назначенные для работы въ полѣ, при всякой погодѣ, должны быть по возможности легки и просты; сложныя соединенія съ пружинами и многочисленными винтами часто портятся и даже ломаются, а это можетъ поставить наблюдателя въ безпомощное положеніе, потому что сложные механизмы не исправляются мѣстными средствами.

Чтобы сознательно уяснить себѣ устройство разнаго рода топографическихъ инструментовъ и способы производства съемокъ, слѣдуетъ имѣть нѣкоторыя свѣдѣнія изъ оптики и понимать значеніе ошибокъ измѣреній. Свѣдѣнія изъ оптики необходимы для уясненія устройства разнаго рода зрительныхъ приборовъ, составляющихъ существенную часть весьма многихъ топографическихъ снарядовъ, а изслѣдованіе ошибокъ, неизбѣжныхъ при наблюденіяхъ, служитъ средствомъ къ ослабленію и даже устраненію вліянія ихъ на точность выводимыхъ изъ наблюденій результатовъ. Этимъ вопросамъ посвящены три слѣдующія главы.

VI.

Свѣдѣнія изъ оптики.

33. О свѣтѣ вообще. Свѣтомъ называется причина, вслѣдствіе которой мы видимъ окружающіе насъ предметы. Источники свѣта бываютъ естественные и искусственные, началомъ же свѣтовой энергіи на земной поверхности служитъ Солнце; этому первоисточнику обязано своимъ существованіемъ все живущее и движущееся на Землѣ, такъ что всѣ мы, какъ выразился знаменитый *Гельмгольцъ* (1821—1894), по благородству происхожденія не уступаемъ властителю Небесной Имперіи: всѣ мы, въ извѣстномъ смыслѣ, «сыны Солнца».

Направленія, по которымъ распространяется свѣтъ, называются *лучами свѣта*. Еще греческій философъ *Платонъ* (429—348) показалъ, что въ однородной прозрачной срединѣ лучи свѣта распространяются прямолинейно; при встрѣчѣ же другой средины свѣтовые лучи измѣняютъ направленіе и подвергаются отраженію, преломленію и разсѣиванію. Когда лучи свѣта падаютъ на какое-нибудь физическое тѣло, то, вообще, одна часть ихъ *отражается* отъ его поверхности по извѣстнымъ законамъ, другая *преломляется* и проникаетъ внутрь тѣла и, наконецъ, третья *разсѣивается*, т. е. разбрасывается по всѣмъ направленіямъ. Смотря по свойству поверхности и внутреннему строенію тѣлъ, лучи свѣта отъ однихъ преимущественно отражаются, въ другихъ — преломляются, третьими — почти исключительно разсѣиваются.

По отношенію къ лучамъ свѣта всѣ физическія тѣла дѣлятся на *прозрачныя*, пропускающія черезъ себя эти лучи, и *непрозрачныя* — не пропускающія ихъ. Если непрозрачное тѣло твердо и отлично отшлифовано, то оно преимущественно отражаетъ падающіе на него лучи по извѣстнымъ законамъ и называется *зеркаломъ*. Если же тѣло мягко или имѣетъ шеро-

ховатую поверхность, то оно преимущественно разсѣиваетъ падающіе на него лучи во всѣ стороны; эти разсѣянные лучи и образуютъ тотъ свѣтъ, благодаря которому мы видимъ темные предметы, не испускающіе собственнаго свѣта.

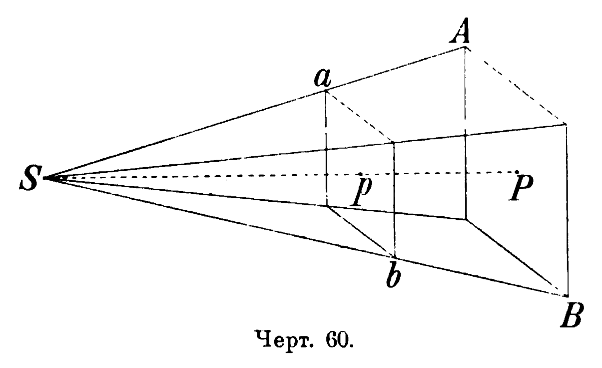
Свѣтящіяся тѣла или такъ называемые *источники свѣта* испускаютъ либо однородные лучи, т. е. лучи одного цвѣта, либо лучи всевозможныхъ цвѣтовъ, совокупность которыхъ производитъ впечатлѣніе бѣлаго цвѣта. Темныя непрозрачныя тѣла, освѣщаемыя однороднымъ свѣтомъ, имѣютъ цвѣтъ освѣщающихъ ихъ лучей, освѣщенныя же бѣлымъ свѣтомъ представляются во всемъ разнообразіи своихъ цвѣтовъ, смотря по тому, какіе именно лучи они способны преимущественно отражать; темныя тѣла, не способныя отражать и разсѣивать лучи, кажутся черными. Подобнымъ образомъ прозрачныя тѣла пропускаютъ или лучи всевозможныхъ цвѣтовъ и кажутся безцвѣтными, или же пропускаютъ только лучи опредѣленнаго цвѣта и представляются окрашенными. Въ природѣ нѣтъ ни абсолютно прозрачныхъ, ни абсолютно непрозрачныхъ тѣлъ: толстые слои стекла и воды пропускаютъ очень мало свѣта, весьма тонкія пластинки золота оказываются прозрачными.

Скорость распространенія свѣта была опредѣлена впервые датскимъ астрономомъ *Ремеромъ* (1644—1710) въ 1675 году; онъ вывелъ ее изъ наблюденій временъ затменій спутниковъ Юпитера. Впослѣдствіи англійскій астрономъ *Брадлей* (1692—1762) объяснилъ не мгновеннымъ распространеніемъ свѣта уклоненіе направленій, по которымъ кажутся намъ, съ движущейся Земли, небесныя свѣтила; по величинѣ этого уклоненія, названнаго имъ *аберраціей*, Брадлей въ 1727 г. опредѣлилъ скорость свѣта. Непосредственныя измѣренія скорости свѣта на земной поверхности произведены лишь въ новѣйшее время французскими физиками *Физо* (1819—1896) въ 1849 г. и *Фуко* (1819—1868) въ 1850 г. Первый пользовался приборомъ съ зубчатымъ колесомъ (принципъ затменій), а второй — вращающимся зеркаломъ (принципъ отклоненій). Въ послѣднее время эти опредѣленія достигли весьма большой точности: по выводамъ американскихъ астрономовъ *Ньюкомба* и *Майкельсона* въ 1882 г. свѣтъ пробѣгаетъ въ эфирѣ междупланетнаго пространства 299 860 километровъ (около 281 000 верстъ) въ секунду. Опытами доказано, что въ прозрачныхъ тѣлахъ земной поверхности свѣтъ распространяется медленнѣе, однако все же

съ такою огромною скоростью, что на земныхъ разстояніяхъ можно считать распространеніе свѣта мгновеннымъ.

Сущность свѣтовыхъ лучей неизвѣстна. Знаменитый *Ньютонъ* (1642—1727) предложилъ, а послѣдователи его развили, такъ называемую *гипотезу истеченія*, по которой свѣтъ признавался частицами невѣсомаго вещества, выбрасываемыми свѣтящимися тѣлами. Въ настоящее время эта гипотеза совершенно оставлена, и ученые держатся *гипотезы волнообразнаго колебанія эфира*. По этой гипотезѣ, предложенной голландскимъ астрономомъ *Гюйгенсомъ* (1629—1695) и подробно разработанной англійскимъ ученымъ *Юнгомъ* (1773—1829) и французскимъ физикомъ *Френелемъ* (1788—1827), міровое пространство и промежутки между частицами всѣхъ тѣлъ природы заполнены невѣсомою и чрезвычайно упругою средой — эфиромъ; колебанія этой-то среды и ощущаются органами зрѣнія. Родъ движенія частицъ эфира въ точности неизвѣстенъ, но вообще каждая частица описываетъ эллипсы около положенія равновѣсія, и движеніе передается послѣдовательно отъ одной частицы къ другой. Скорость распространенія колебаній въ свободномъ эфирѣ междупланетнаго пространства одинакова для всѣхъ лучей; въ эфирѣ же, заполняющемъ промежутки между частицами прозрачныхъ тѣлъ, она зависитъ отъ цвѣта свѣтового луча.

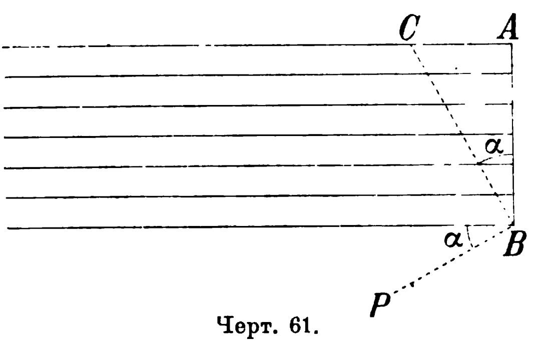
Яркостью освѣщенія какого-нибудь тѣла называется количество свѣта, приходящееся на единицу его поверхности. Яр-



Черт. 60.

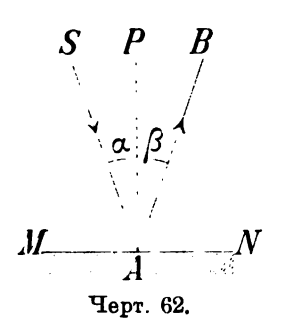
кость обратно-пропорціональна квадрату разстоянія отъ источника свѣта и прямо-пропорціональна косинусу угла, образуемаго направленіемъ свѣтовыхъ лучей съ нормалью къ освѣщаемой поверхности. Если ab и AB (черт. 60) двѣ плоскости,

пересѣкающія ребра того-же многограннаго угла SAB, то обѣ онѣ порознь освѣщаются тѣмъ же количествомъ лучей, но площади ихъ относятся, какъ квадраты ихъ разстояній отъ источника свѣта S; слѣдовательно, обратно, отношеніе количества свѣта на единицу площади плоскостей ab и AB равно отношенію $SP^2:Sp^2$. Подобнымъ же образомъ легко видѣть, что отношеніе площадей AB и BC (черт. 61), освѣщаемыхъ тѣмъ же количествомъ лучей, равно $\cos\alpha$, и, слѣдовательно, въ томъ же отношеніи будутъ и количества лучей на единицу площадей CB и AB. При прохожденіи свѣта чрезъ воздухъ и вообще чрезъ всякую прозрачную средину часть лучей поглощается, такъ что вышеприведенные законы вѣрны только для пустоты.



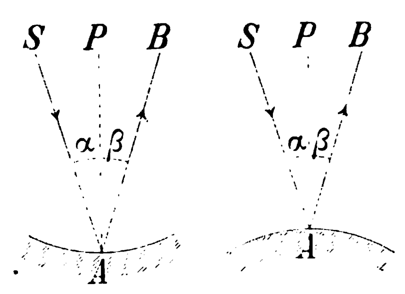
Черт. 61.

34. Отраженіе свѣта. Пусть лучъ свѣта SA (черт. 62) встрѣчаетъ плоское зеркало MN въ точкѣ A, называемой *точкою паденія;* послѣ отраженія отъ зеркала лучъ приметъ другое направленіе AB. Лучъ SA называется *падающимъ*, а лучъ AB — *отраженнымъ*; уголъ $SAP = \alpha$, составляемый падающимъ лучемъ съ перпендикуляромъ AP, возставленнымъ къ зеркалу въ точкѣ паденія, называется *угломъ паденія*, а уголъ $PAB = \beta$, составляемый отраженнымъ лучемъ съ тѣмъ же перпендикуляромъ — *угломъ отраженія.* Если зеркало не плоское, а кривое, вогнутое или выпуклое (черт. 63), то подъ перпендикуляромъ къ зеркалу въ точкѣ паденія разумѣютъ нормаль AP къ поверхности, т. е. перпендикуляръ къ плоскости, касательной къ поверхности въ точкѣ паденія. Въ частности, если зеркало отшлифовано по поверхности шара (сферическое зеркало), то нормалью будетъ, очевидно, радіусъ шара, проведенный въ точкѣ паденія свѣтового луча.



Черт. 62.

Отраженіе свѣта отъ плоскихъ и кривыхъ зеркалъ совершается по слѣдующимъ законамъ, открытымъ знаменитымъ геометромъ древности *Эвклидомъ* (300 л. до Р. X.): 1) лучи падающій и отраженный находятся въ одной плоскости съ перпендикуляромъ, возставленнымъ къ зеркалу въ точкѣ паденія, и 2) уголъ отраженія равняется углу паденія. На чертежахъ 62 и 63 уголъ α равенъ углу β.



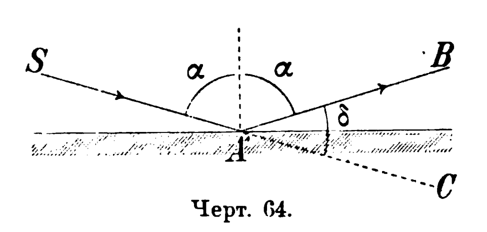
Черт. 63.

Сила свѣта отраженнаго луча всегда меньше силы свѣта луча падающаго, и потеря свѣта зависитъ какъ отъ угла паденія, такъ и отъ свойствъ и состава зеркала. Тщательно отшлифованныя металлическія зеркала при измѣненіи угла паденія отъ 0° до 90° отражаютъ отъ 60% до 100% падающихъ лучей, но они скоро тускнѣютъ, и потому чаще пользуются стеклянными зеркалами съ наведенною сзади ртутною амальгамой. Стекло, вода и другія тѣла отражаютъ меньше лучей. Въ нижеслѣдующей таблицѣ приведено количество отраженныхъ лучей отъ нѣкоторыхъ тѣлъ при разныхъ углахъ паденія. Количество падающихъ лучей принято за единицу.

Углы паденія.	Стекло.	Вода.	Стекл. зеркало.
0°	0·025	0·018	0·770
15	0·070	0·018	0·485
30	0·087	0·019	0·210
45	0·140	0·030	0·115
60	0·201	0·100	0·075
75	0·317	0·240	0·040

Въ топографическихъ инструментахъ и другихъ научныхъ приборахъ пользуются явленіемъ отраженія для поворачиванія свѣтовыхъ лучей на извѣстный уголъ. Зная законы отраженія, нетрудно вычислить въ каждомъ частномъ случаѣ тотъ уголъ, на который отклонится лучъ свѣта послѣ отраженія отъ одного или нѣсколькихъ зеркалъ.

Изъ чертежа 64 легко видѣть, что лучъ SA послѣ отраженія отъ одного зеркала въ точкѣ A пойдетъ по направленію AB, составляющему съ прежнимъ (AC) уголъ $BAC = \delta$, называемый *угломъ отклоненія*. Если уголъ паденія означимъ черезъ α, то для угла отклоненія получимъ слѣдующую формулу:

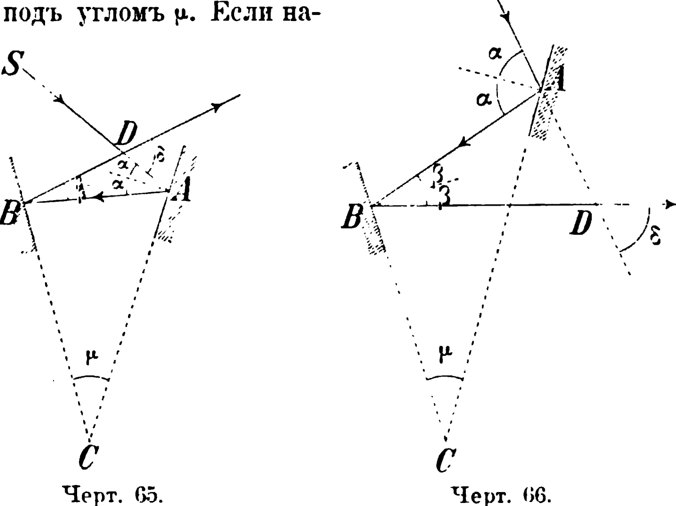


Черт. 64.

$$\delta = 180^\circ - 2\alpha \qquad (11)$$

Напримѣръ, при углѣ паденія $\alpha = 45^\circ$, уголъ отклоненія δ выходитъ 90°, и, слѣдовательно, наоборотъ, если требуется повернуть лучъ на 90°, то зеркало должно быть поставлено такъ, чтобы уголъ паденія луча былъ 45°.

На черт. 65 и 66 показаны отраженія луча послѣдовательно отъ двухъ плоскихъ зеркалъ A и B, наклоненныхъ другъ къ другу подъ угломъ μ. Если назвать углы паденія и отраженія отъ перваго зеркала черезъ α, а отъ второго черезъ β, то получается:



Черт. 65. Черт. 66.

Для чертежа 65:

Изъ $\triangle$-ка ABD .... $\delta = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta)$

Изъ $\triangle$-ка ABC .... $\mu = (90^\circ + \alpha) - (90^\circ - \beta) = \alpha + \beta$

Откуда $$\delta = 2\mu \qquad (12)$$

Для чертежа 66:

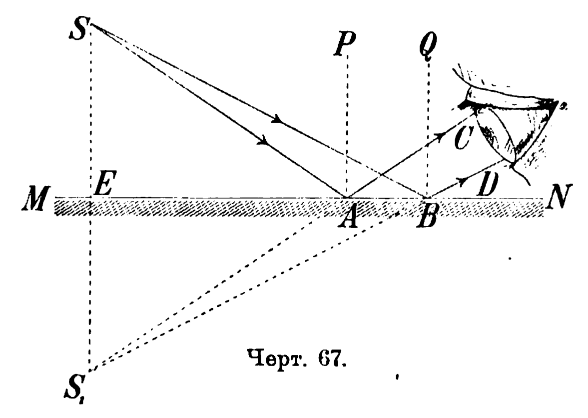
Изъ $\triangle$-ка ABD .... $\delta = 2\alpha - 2\beta = 2(\alpha - \beta)$

Изъ $\triangle$-ка ABC .... $\mu = (90^\circ + \alpha) - (90 + \beta) = \alpha - \beta$

Откуда $$\delta = 2\mu$$

Итакъ, уголъ отклоненія луча, послѣдовательно отраженнаго отъ двухъ плоскихъ зеркалъ, равенъ удвоенному углу между зеркалами и вовсе не зависитъ отъ угловъ паденія на самыя зеркала. Если оба зеркала неподвижно укрѣплены въ одной общей оправѣ, то отъ покачиванія оправы направленіе дважды отраженнаго луча не измѣняется. Это весьма замѣчательное свойство двукратнаго отраженія имѣетъ обширное примѣненіе въ приборахъ, которыми наблюдаютъ съ руки, безъ установки ихъ на штативы или треноги.

35. Плоскія зеркала. Если отшлифованная поверхность представляетъ плоскость, то зеркало называется *плоскимъ*. Пусть на такое зеркало MN (черт. 67) падаютъ лучи отъ свѣтящейся точки S, и глазъ наблюдателя помѣщенъ такъ, что въ него проникаютъ лучи послѣ отраженія отъ зеркала. Для простоты разсмотримъ только два луча SAC и SBD; глазъ, подъ впечатлѣніемъ расходящихся лучей AC и BD, увидитъ свѣтящуюся точку на пересѣченіи ихъ продолженій въ точкѣ S_1, которая называется *изображеніемъ* точки S. Для опредѣленія положенія точки S_1 разсмотримъ сперва треугольники SAB и S_1AB; у нихъ сторона AB общая, затѣмъ на основаніи равенства угловъ SAP и PAC имѣемъ:



Черт. 67.

$$\angle SAM = \angle CAN = \angle MAS_1$$

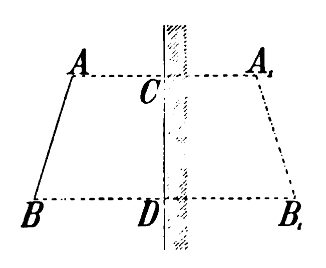
слѣдовательно, какъ дополненія равныхъ угловъ до 180°, $\angle SAB = \angle S_1AB$. Далѣе, вслѣдствіе равенства угловъ SBQ и QBD имѣемъ:

$$\angle SBA = \angle DBN = \angle ABS_1$$

Такимъ образомъ треугольники SAB и S_1AB, какъ имѣющіе общую сторону и по два соотвѣтственно равныхъ угла, равны, почему и сторона SA равна сторонѣ S_1A. Соединивъ теперь точки S и S_1 прямою SS_1, получимъ новые треугольники SEA и S_1EA, въ которыхъ по доказанному $SA = S_1A$ и $\angle SAE = \angle S_1AE$; кромѣ того сторона EA общая. Слѣдовательно, эти треугольники, какъ имѣющіе по двѣ равныхъ стороны и по равному углу, заключенному между ними, тоже равны, откуда:

$$SE = S_1E \text{ и } \angle SEA = \angle S_1EA = 90^\circ$$

Такимъ же образомъ легко доказать, что и всякій третій лучъ, вышедшій изъ свѣтящейся точки S, послѣ отраженія отъ зеркала, казался бы исходящимъ изъ точки S_1, такъ что, вообще: изображеніе точки въ плоскомъ зеркалѣ лежитъ на перпендикулярѣ, опущенномъ изъ этой точки на зеркало, и на такомъ же разстояніи за зеркаломъ, на какомъ точка находится передъ зеркаломъ.

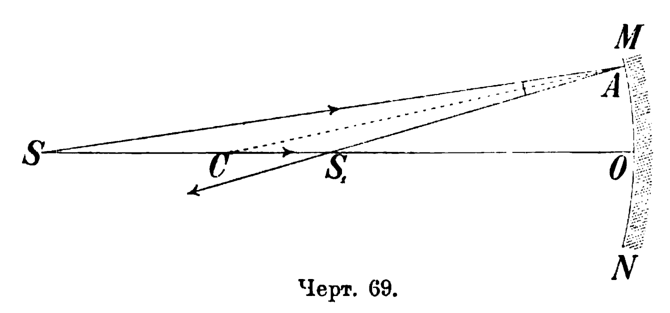


Черт. 68.

Зная положеніе изображенія одной точки, легко построить изображеніе цѣлаго предмета, разсматривая его, какъ совокупность многихъ точекъ. Напримѣръ, для построенія изображенія прямой AB (черт. 68) должно построить изображенія ея концовъ A и B; для этого опустимъ изъ A и B перпендикуляры AC и BD на зеркало и отложимъ на ихъ продолженіяхъ отрѣзки $CA_1 = AC$ и $DB_1 = BD$; соединивъ полученныя точки A_1 и B_1 прямою A_1B_1, получимъ изображеніе разсматриваемой прямой AB. Не трудно видѣть, что изображеніе предмета въ плоскомъ зеркалѣ равно самому предмету; но оно всегда расположено только симметрично относительно зеркала, т. е., не смотря на равенство, не можетъ быть совмѣщено съ предметомъ.

36. Сферическія зеркала. Если зеркало представляетъ часть шаровой поверхности, то оно называется *сферическимъ*; смотря

по тому, отшлифована ли поверхность, обращенная къ центру шара, или противоположная, различаютъ зеркала *вогнутыя* и *выпуклыя*. Діаметръ свободной зеркальной поверхности называется *отверстіемъ* зеркала. Разсмотримъ отраженіе лучей свѣта отъ вогнутаго сферическаго зеркала MN (черт. 69), допустивъ, что отверстіе его очень мало по сравненію съ радіусомъ OC его сферической поверхности. Прямая, соединяющая середину зеркала O съ его центромъ C, называется *главною оптическою осью* зеркала. Положимъ, что свѣтящаяся точка S находится на главной оптической оси. Лучъ SO, какъ идущій черезъ центръ C, т. е. по направленію радіуса зеркала, отразится по тому же направленію OC; всякій же другой лучъ SA отразится



Черт. 69.

по прямой AS_1 такъ, что уголъ отраженія CAS_1 будетъ равенъ углу паденія SAC. Въ точкѣ S_1 пересѣченія отраженныхъ лучей OS_1 и AS_1 свѣтъ усилится. Докажемъ, что черезъ эту же точку пройдутъ и всѣ прочіе отраженные отъ зеркала лучи, такъ что S_1 будетъ *изображеніемъ* свѣтящейся точки S. Изъ треугольника SAS_1, въ которомъ уголъ A дѣлится прямою AC пополамъ, имѣемъ:

$$SA : S_1A = SC : CS_1$$

Такъ какъ размѣры зеркала очень малы по сравненію съ радіусомъ R его сферической поверхности, то можно положить:

$SA = SO = d$ (разстояніе свѣтящейся точки отъ зеркала)
$S_1A = S_1O = f$ (разстояніе изображенія отъ зеркала)

Подставивъ эти значенія въ предыдущую пропорцію, получимъ:

$$d : f = (d - R) : (R - f)$$

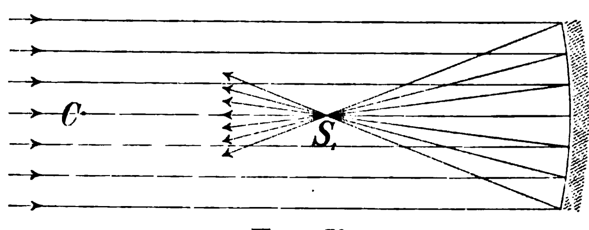
откуда, послѣ перемноженія крайнихъ и среднихъ членовъ и

раздѣленія обѣихъ частей равенства на произведеніе $d \cdot f \cdot R$, получимъ, наконецъ:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{2}{R} \tag{13}$$

Изъ этой формулы видно, что разстояніе изображенія отъ зеркала (величина f) зависитъ только отъ разстоянія свѣтящейся точки (d) и радіуса зеркала (R), и потому всѣ прочіе лучи, вышедшіе изъ S, послѣ отраженія отъ зеркала MN пересѣкутъ главную оптическую ось въ той-же точкѣ S_1, которая и представляетъ изображеніе точки S; она называется иногда *фокусомъ лучей.*

Величины d и f входятъ въ формулу (13) симметрично. такъ что, если бы свѣтящаяся точка была въ S_1 (черт. 69), то



Черт. 70.

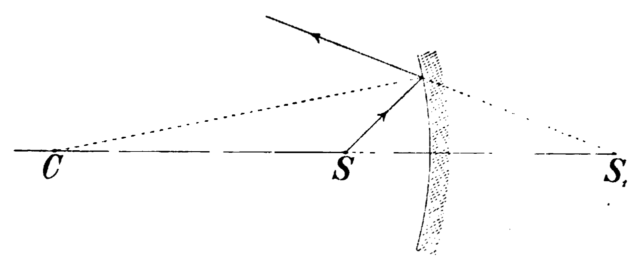
ея изображеніе оказалось бы въ S; вотъ почему точки S и S_1 называются вмѣстѣ *сопряженными фокусами.*

Если предположить, что свѣтящаяся точка, оставаясь на главной оптической оси, удалилась на безконечное разстояніе, то, полагая въ формулѣ (13) $d=\infty$, получимъ $f=\frac{R}{2}$, т. е. лучи, параллельно падающіе на вогнутое сферическое зеркало, собираются въ точкѣ S_1 (черт. 70), находящейся на серединѣ радіуса; ее называютъ *главнымъ фокусомъ* зеркала. Означивъ это частное значеніе f буквой F и подставляя въ формулу (13) вмѣсто $\frac{2}{R}$ величину $\frac{1}{F}$, получимъ:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F} \tag{14}$$

Эта легко запоминаемая основная формула оптики, выведенная впервые англійскимъ философомъ *Роджеромъ Бэкономъ* (1214—1294), даетъ возможность опредѣлять положеніе изображенія во всѣхъ частныхъ случаяхъ. Подставляя вмѣсто d раз-

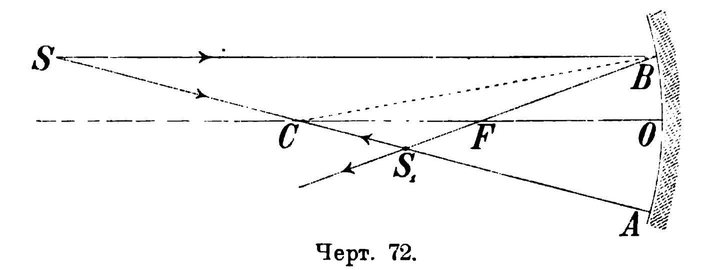
ныя величины отъ $d = \infty$ до $d = R$, будемъ получать для f разныя значенія отъ $f = F$ до $f = R$; если d будетъ уменьшаться отъ $d = R$ до $d = F$, то f начнетъ увеличиваться отъ $f = R$ до $f = \infty$, такъ что, когда свѣтящаяся точка находится въ главномъ фокусѣ S_1 (черт. 70), то лучи послѣ отраженія отъ зеркала идутъ параллельно главной оптической оси; если-же



Черт. 71.

d меньше F, то для f получаются отрицательныя величины, и лучи, послѣ отраженія отъ зеркала, расходятся, а продолженія ихъ пересѣкаются за зеркаломъ, въ точкѣ S_1 (черт. 71).

Когда изображеніе свѣтящейся точки получается передъ зеркаломъ, то его можно принять на бумагу, и оно называется *дѣйствительнымъ*, потому что отраженные лучи дѣйствительно пересѣкаются между собой; когда-же изображеніе получается за зеркаломъ, то отраженные лучи на самомъ дѣлѣ не пересѣкаются, а только кажутся исходящими изъ одной точки за зеркаломъ, и самое изображеніе называется *мнимымъ*.

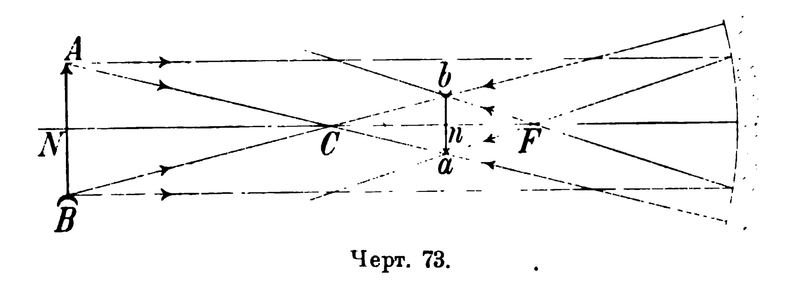


Черт. 72.

Если свѣтящаяся точка находится не на главной оптической оси, а гдѣ-нибудь въ сторонѣ, въ S (черт. 72), то, проведя изъ нея черезъ центръ зеркала C прямую SC, получимъ такъ называемую *побочную ось*, обладающую всѣми свойствами глав-

ной. Лучъ SCA отразится по тому же направленію, а лучъ SB, параллельный главной оси CO, послѣ отраженія отъ зеркала пройдетъ черезъ главный фокусъ F и пересѣчетъ побочную ось въ точкѣ S_1, которая и будетъ изображеніемъ свѣтящейся точки S. Примѣнивъ къ треугольнику SBS_1 тѣ-же разсужденія, которыя были развиты для треугольника SAS_1 чертежа 69, легко убѣдиться, что разстоянія свѣтящейся точки и ея изображенія на побочной оси связаны тою же формулой (14), что и разстоянія на главной оси.

Зная, какъ строится изображеніе одной точки, не трудно построить и изображеніе въ зеркалѣ цѣлаго предмета. Для этого



Черт. 73.

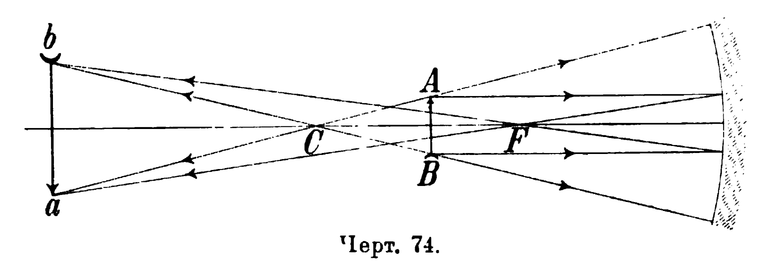
строятъ изображенія крайнихъ точекъ и соединяютъ ихъ прямыми или кривыми линіями.

Изъ каждой точки предмета достаточно проводить лишь по два луча: одинъ черезъ центръ зеркала (побочную ось), отражающійся по тому же направленію, другой—параллельно главной оптической оси, проходящій послѣ отраженія черезъ главный фокусъ. Если размѣры предмета больше размѣровъ зеркала, то вмѣсто луча, параллельнаго главной оси, должно проводить лучъ черезъ главный фокусъ; онъ отразится по прямой, параллельной главной оси зеркала. Для построенія изображеній можно разсматривать и продолженіе зеркала.

Если предметъ находится за центромъ зеркала (черт. 73), то изображеніе получается между центромъ и главнымъ фокусомъ и притомъ дѣйствительное, обратное и уменьшенное; если предметъ находится между центромъ и главнымъ фокусомъ зеркала (черт. 74), то изображеніе получается за центромъ, тоже дѣйствительное и обратное, но увеличенное; если предметъ находится между главнымъ фокусомъ и зеркаломъ (черт. 75), то изображеніе получается за зеркаломъ, т. е. выходитъ мнимое,

но зато прямое и увеличенное; если предметъ находится въ главномъ фокусѣ, то лучи отъ каждой его точки, послѣ отраженія отъ зеркала пойдутъ по параллельнымъ направленіямъ, и изображеніе не получается вовсе.

Чтобы найти отношеніе G величины изображенія къ величинѣ самого предмета, разсмотримъ черт. 73. Изъ подобія тре-

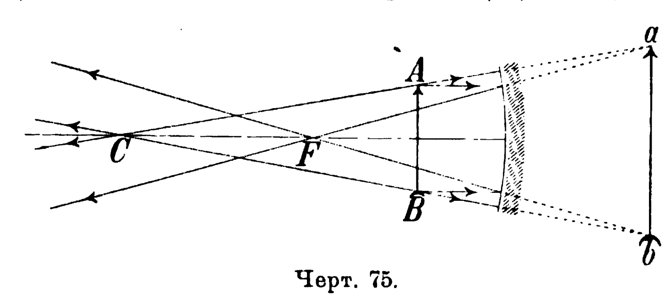


Черт. 74.

угольниковъ abC и ABC, пользуясь предыдущими обозначеніями, получаемъ:

$$G = \frac{ab}{AB} = \frac{Cn}{NC} = \frac{R-f}{d-R} = \frac{2F-f}{d-2F}$$

отсюда, исключая на основаніи формулы (14) поочередно вели-



Черт. 75.

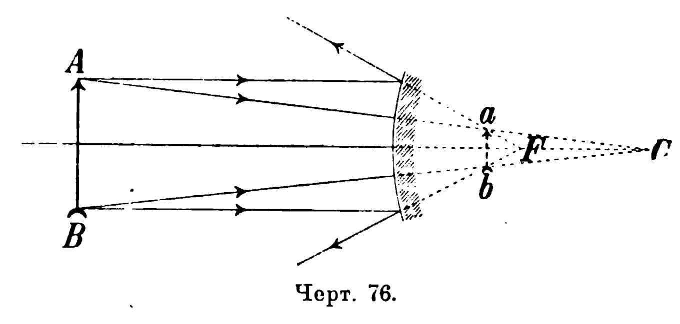
чины f, d и F, получимъ слѣдующія три выраженія для искомаго отношенія:

$$G = \frac{F}{d-F} = \frac{f-F}{F} = \frac{f}{d} \qquad (15)$$

Такимъ образомъ (какъ, впрочемъ, видно и изъ чертежей), если $d > f$, т. е. если предметъ отстоитъ отъ зеркала дальше своего изображенія, то изображеніе меньше предмета, если же $d < f$, т. е. если предметъ ближе къ зеркалу, чѣмъ его изображеніе, то изображеніе больше предмета. Мнимое изображеніе въ вогнутомъ зеркалѣ всегда больше самого предмета.

Формулы (14) и (15), выведенныя для вогнутаго зеркала, примѣнимы и для выпуклыхъ, только въ нихъ радіусъ $R = 2F$ должно считать величиной отрицательною. Изображеніе въ выпукломъ зеркалѣ (черт. 76) всегда мнимое, прямое и уменьшенное; впрочемъ, мнимыя изображенія во всякомъ зеркалѣ прямыя, а дѣйствительныя всегда обратныя.

Зная законы отраженія свѣтовыхъ лучей въ плоскихъ, вогнутыхъ и выпуклыхъ зеркалахъ, легко строить изображенія въ зеркалахъ цилиндрическихъ и коническихъ, которыя въ одномъ сѣченіи представляютъ плоское зеркало, а въ другомъ—вогнутое или выпуклое; изображенія въ такихъ зеркалахъ въ одномъ



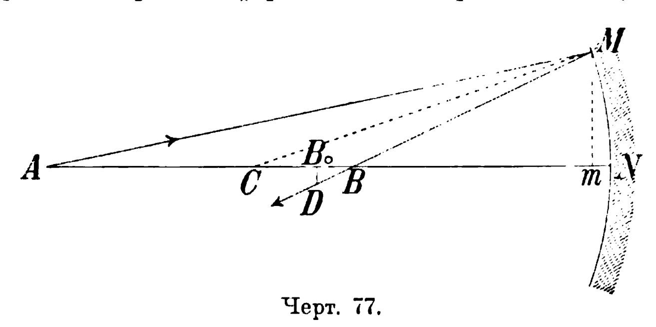
Черт. 76.

направленіи сохраняютъ размѣры предмета, а по другимъ оказываются увеличенными или уменьшенными, такъ что, вообще, они искажаются; этимъ пользуются для изготовленія нѣкоторыхъ оптическихъ приборовъ и игрушекъ.

37. Сферическая аберрація зеркалъ. Формула (14), показывающая, что лучи, вышедшіе изъ одной точки, послѣ отраженія отъ сферическаго зеркала собираются опять въ одной точкѣ (фокусѣ), выведена въ предположеніи, что отношеніе радіуса свободнаго отверстія зеркала къ радіусу его сферической поверхности безконечно мало. Если это отношеніе—величина конечная, то лучи свѣта, вышедшіе изъ одной точки, послѣ отраженія отъ разныхъ мѣстъ сферическаго зеркала не сходятся въ одной точкѣ, а своими пересѣченіями образуютъ свѣтовую поверхность, называемую *каустическою*, причемъ самое свѣтлое мѣсто этой поверхности лежитъ въ фокусѣ. Если отверстіе зеркала не очень значительно по сравненію съ радіусомъ его сферической поверхности, то можно допустить, что каждая точка предмета дастъ въ изображеніи небольшой кружокъ; кружки

отъ разныхъ точекъ предмета, захватывая другъ друга, производятъ неясность изображенія, называемую *сферическою аберраціей*. Различаютъ *продольную* сферическую аберрацію, т. е. разстояніе фокуса центральныхъ лучей отъ фокуса лучей, падающихъ на края зеркала, и аберрацію *поперечную* или длину перпендикуляра, возставленнаго къ главной оптической оси зеркала въ фокусѣ центральныхъ лучей до встрѣчи съ лучами, отраженными отъ краевъ зеркала.

Чтобы опредѣлить величину продольной сферической аберраціи, выведемъ болѣе точнымъ образомъ положеніе изображенія. Лучъ, вышедшій изъ свѣтящейся точки A (черт. 77) и прошедшій чрезъ центръ C сферической поверхности MN, падаетъ



Черт. 77.

на зеркало по направленію его радіуса и отразится по тому же направленію NA; для построенія же пути луча AM, упавшаго на другую точку зеркала M, проведемъ прямую MB, составляющую съ радіусомъ CM уголъ отраженія CMB, равный углу паденія AMC. Изъ треугольника AMB съ биссектрисою MC имѣемъ:

$$AM : MB = AC : CB$$

откуда

$$AM \,.\, CB = MB \,.\, AC \qquad (\alpha)$$

Означивъ разстояніе свѣтящейся точки отъ зеркала, т. е. длину AN, черезъ d, разстояніе изображенія ея отъ зеркала, т. е. длину BN, черезъ f, радіусъ сферической поверхности зеркала черезъ R, а удаленіе Mm точки паденія бокового луча на зеркало отъ оси AN черезъ ρ, изъ прямоугольнаго треугольника AMm имѣемъ:

$$AM = \sqrt{\left(d - \frac{\rho^2}{2R}\right)^2 + \rho^2} = \sqrt{d^2 - \frac{d\rho^2}{R} + \frac{\rho^4}{4R^2} + \rho^2}$$

Такъ какъ отверстіе зеркала всегда очень мало по сравненію съ радіусомъ его сферической поверхности, то величиною $\frac{\rho^4}{4R^2}$ можно пренебречь, и потому будетъ просто:

$$AM = d\sqrt{1 - \frac{\rho^2(a-R)}{d^2 R}}$$

Примѣнивъ разложеніе корня по формулѣ бинома Ньютона и пренебрегая членами съ высшими степенями ρ^2, получимъ окончательно:

$$AM = d - \frac{\rho^2(d-R)}{2dR} \qquad (\beta)$$

Подобнымъ же образомъ изъ прямоугольнаго треугольника BMm имѣемъ:

$$MB = \sqrt{\left(f - \frac{\rho^2}{2R}\right)^2 + \rho^2} = f\sqrt{1 - \frac{\rho^2(f-R)}{f^2 R}}$$

или

$$MB = f - \frac{\rho^2(f-R)}{2fR} \qquad (\gamma)$$

Наконецъ изъ чертежа 77 видно непосредственно, что

$$CB = R - f \text{ и } AC = d - R \qquad (\delta)$$

Вставляя значенія отдѣльныхъ множителей изъ выраженій (β), (γ) и (δ) въ (α), получаемъ:

$$\left(d - \frac{\rho^2(d-R)}{2dR}\right)(R-f) = \left(f - \frac{\rho^2(f-R)}{2fR}\right)(d-R)$$

или

$$d(R-f) - \frac{\rho^2(d-R)(R-f)}{2dR} = f(d-R) + \frac{\rho^2(d-R)(R-f)}{2fR} \qquad (p)$$

Называя фокусное разстояніе центральныхъ лучей черезъ f_0, на основаніи формулы (13) имѣемъ:

$$d(R-f_0) = f_0(d-R) \qquad (q)$$

Вычитая (q) изъ (p) и означая разность $f - f_0$, которая и представляетъ величину продольной сферической аберраціи (отрѣзокъ $B_0 B$), буквою a, получаемъ:

$$da + \frac{\rho^2(d-R)(R-f)}{2dR} = -(d-R)a - \frac{\rho^2(d-R)(R-f)}{2fR}$$

или

$$(2d - R)a = -\frac{\rho^2(d-R)(R-f)}{2R}\left(\frac{1}{d} + \frac{1}{f}\right)$$

подставляя сюда изъ формулы (13):

$$f = \frac{dR}{2d - R} \quad \text{и} \quad \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{R}$$

послѣ простыхъ преобразованій получаемъ, наконецъ:

$$a = -\frac{\rho^2 (d - R)^2}{R(2d - R)^2} \qquad (A)$$

Знакъ — показываетъ, что f всегда меньше f_0, т. е. что боковые лучи послѣ отраженія отъ зеркала пересѣкаютъ главную оптическую ось ближе къ зеркалу, чѣмъ центральные.

Чтобы получить величину поперечной сферической аберраціи, вообразимъ черезъ точку B_0, фокусъ центральныхъ лучей, плоскость, перпендикулярную къ главной оптической оси; мѣрою поперечной сферической аберраціи служитъ радіусъ свѣтлаго кружка въ фокусѣ B_0, т. е. величина отрѣзка $B_0 D = b$; изъ подобія треугольниковъ B_0DB и mMB имѣемъ:

$$\frac{b}{a} = \frac{\rho}{f} \quad \text{или} \quad b = a \cdot \frac{\rho}{f}$$

откуда, пользуясь формулами (A) и (13), получаемъ:

$$b = -\frac{\rho^3 (d - R)^2}{dR^2 (2d - R)} \qquad (B)$$

Для пучка параллельныхъ лучей (когда $d = \infty$) формулы (A) и (B) принимаютъ болѣе простой видъ; раздѣляя предварительно числителей и знаменателей на d^2, подставляя $d = \infty$ и припоминая, что $R = 2F$, получимъ для этого случая:

$$\left.\begin{aligned} &\textit{Продольная сферическая аберрація} = -\frac{\rho^2}{8F} \\ &\textit{Поперечная сферическая аберрація} = -\frac{\rho^3}{8F^2} \end{aligned}\right\} \qquad \mathbf{(16)}$$

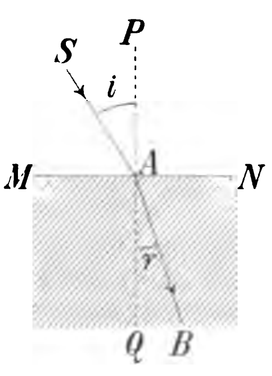
Выведенныя формулы показываютъ, что сферическая аберрація возрастаетъ съ увеличеніемъ радіуса свободнаго отверстія зеркала и съ уменьшеніемъ его главнаго фокуснаго разстоянія. На отчетливость изображенія особенно вредное вліяніе имѣетъ поперечная сферическая аберрація; она прямо-пропорціональна кубу отверстія зеркала и обратно-пропорціональна квадрату его главнаго фокуснаго разстоянія, и потому для уменьшенія сферической аберраціи надо брать зеркала съ малымъ отверстіемъ и большимъ радіусомъ сферической поверхности. Вообще *угло-*

вое отверстіе зеркала, т. е. уголъ, подъ которымъ видно зеркало изъ центра его сферической поверхности, стараются дѣлать возможно малымъ, не болѣе 5°—6°.

Необходимо еще замѣтить, что сферическая аберрація искажаетъ и видъ изображенія; напримѣръ, изображеніе плоскаго предмета въ вогнутомъ зеркалѣ является не плоскимъ, а слегка выпуклымъ къ зеркалу.

Основываясь на извѣстномъ свойствѣ коническихъ сѣченій, что углы, составляемые касательною съ радіусами-векторами точки касанія, равны, можно было бы дѣлать зеркала, свободныя отъ сферической аберраціи, но изготовленіе зеркалъ въ видѣ эллипсоидовъ и гиперболоидовъ вращенія весьма затруднительно. Пользуются лишь зеркалами *параболическими*, которыя собираютъ пучекъ параллельныхъ лучей въ одной точкѣ или, наоборотъ, отражаютъ по параллельнымъ направленіямъ лучи источника свѣта, помѣщеннаго въ фокусѣ параболоида вращенія. Первый случай примѣняется въ *рефлекторахъ* (§ 61), а второй—въ *реверберахъ*, т. е. фонаряхъ, посылающихъ лучи по параллельнымъ направленіямъ на весьма большія разстоянія почти безъ ослабленія силы свѣта.

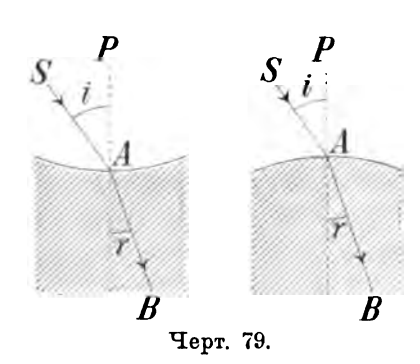
38. Преломленіе свѣта. При переходѣ изъ одной прозрачной средины въ другую лучъ свѣта, вообще, измѣняетъ свое направленіе, преломляется; самое явленіе называется *преломленіемъ свѣта*. Пусть лучъ SA (черт. 78) встрѣтилъ плоскость MN, раздѣляющую двѣ прозрачныя средины, въ точкѣ A, называемой *точкою паденія*; отсюда онъ пойдетъ по нѣкоторому другому направленію AB. Лучъ SA называется *падающимъ*, а лучъ AB — *преломленнымъ*. Уголъ $SAP = i$, составляемый падающимъ лучемъ съ перпендикуляромъ AP, возставленнымъ къ плоскости MN въ точкѣ паденія, называется *угломъ паденія*, а уголъ $BAQ = r$, составляемый преломленнымъ лучемъ съ тѣмъ же перпендикуляромъ AQ — *угломъ преломленія*. Если двѣ прозрачныя средины раздѣлены не плоскостью, а кривою поверхностью (черт. 79), то подъ перпендикуляромъ къ ней разу-



Черт. 78.

мѣютъ нормаль AP, т. е. перпендикуляръ къ плоскости, касающейся поверхности въ точкѣ паденія. Для шаровой поверхности нормали суть ея радіусы.

Преломленіе свѣта совершается по слѣдующимъ законамъ, открытымъ почти одновременно въ началѣ XVII вѣка голландскимъ геодезистомъ *Снелліусомъ* (1591—1626) и французскимъ философомъ *Декартомъ* (1596—1650): 1) лучи падающій и преломленный лежатъ въ одной плоскости съ перпендикуляромъ въ точкѣ паденія къ поверхности, раздѣляющей прозрачныя средины, и 2) синусы угловъ паденія и преломленія находятся въ постоянномъ отношеніи, называемомъ *показателемъ преломленія*. Этотъ послѣдній законъ выражается формулой:



Черт. 79.

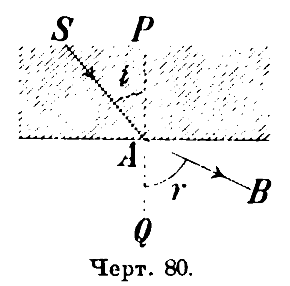
$$\frac{\sin i}{\sin r} = n \qquad (17)$$

въ которой i и r—углы паденія и преломленія, а n—показатель преломленія. Изъ формулы (17) видно, что при $i = 0$ r тоже $= 0$, т. е. лучъ, падающій перпендикулярно къ поверхности, раздѣляющей двѣ прозрачныя средины, проходитъ безъ преломленія. Во всѣхъ другихъ случаяхъ уголъ преломленія не равенъ углу паденія. Французскій математикъ *Ферма* (1608—1665) показалъ въ 1639 г., что законы преломленія (и отраженія) свѣта отвѣчаютъ началу скорѣйшаго пути, т. е. наименьшее время, потребное для прохожденія свѣта изъ точки S (черт. 78) въ точку B, оказывается по ломаной SAB, удовлетворяющей формулѣ (17), а не по прямой SB.

Если лучъ свѣта входитъ изъ пустоты въ какую-нибудь прозрачную средину, то постоянное отношеніе синусовъ угловъ паденія и преломленія называется *абсолютнымъ показателемъ преломленія*; такъ какъ въ этомъ случаѣ уголъ преломленія вообще меньше угла паденія, то абсолютные показатели преломленія для всѣхъ прозрачныхъ срединъ больше единицы. Въ нижеслѣдующей таблицѣ приведены абсолютные показатели преломленія и удѣльные вѣса разныхъ тѣлъ.

	Названія тѣлъ.	Абс. показ. прел. для линіи D*).	Удѣльные вѣса или плотности.	Предѣльные углы.
Твердыя тѣла.	Алмазъ	2·47	3·52	23°53′
	Гранатъ	1·85	3·84	32 43
	Флинтгласъ	1·75	3·78	34 51
	Горный хрусталь	1·56	2·63	39 52
	Кронгласъ	1·53	2·34	40 49
	Ледъ	1·31	0·92	49 46
Жидкости.	Сѣроуглеродъ	1·63	1·26	37 51
	Терпентинное масло	1·48	0·87	42 30
	Сѣрная кислота	1·44	1·85	43 59
	Алкоголь	1·37	0·81	46 53
	Эфиръ	1·36	0·72	47 20
	Вода	1·33	1·00	48 45
Газы.	Угольная кислота	1·00030	0·00199	88 36
	Воздухъ	1·00029	0·00130	88 37
	Кислородъ	1·00027	0·00144	88 40
	Водородъ	1·00014	0·00009	89 2

Если лучъ свѣта переходитъ изъ прозрачной средины въ пустоту, то отношеніе синусовъ угловъ паденія и преломленія вообще меньше единицы и равно обратной величинѣ абсолютнаго показателя преломленія данной средины, такъ что въ этомъ случаѣ (черт. 80):



Черт. 80.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{n} \qquad (18)$$

Если, наконецъ, лучъ свѣта переходитъ изъ одной прозрачной средины въ другую, то отношеніе синусовъ угловъ паденія и преломленія равно отношенію абсолютныхъ показателей преломленія второй и первой сре-

*) Бѣлые солнечные лучи при преломленіи разлагаются на цвѣтные, даютъ *спектръ*, пересѣкаемый такъ называемыми фраунгоферовыми линіями, означаемыми латинскими буквами (черт. 111). Каждый цвѣтной лучъ имѣетъ свой показатель преломленія; въ таблицѣ даны абсолютные показатели преломленія для желтыхъ лучей, соотвѣтствующихъ фраунгоферовой линіи D.

динъ; его называютъ *относительнымъ показателемъ преломленія*. Напримѣръ, при переходѣ свѣтового луча изъ средины съ абсолютнымъ показателемъ преломленія n_1 въ средину, имѣющую абсолютный показатель преломленія n_2, отношеніе синусовъ угловъ паденія и преломленія выразится равенствомъ:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \tag{19}$$

Такъ какъ абсолютные показатели преломленія газовъ близки къ единицѣ, то, разсматривая явленія перехода лучей изъ воздуха въ твердыя и жидкія прозрачныя средины, за исключеніемъ случаевъ, требующихъ особой точности, можно вмѣсто относительныхъ брать абсолютные показатели преломленія данныхъ тѣлъ.

39. Полное внутреннее отраженіе. Подъ какимъ бы угломъ паденія ни встрѣтилъ лучъ свѣта прозрачную средину съ бо̀льшимъ показателемъ преломленія, онъ всегда проникаетъ въ нее. Такъ, при переходѣ луча изъ пустоты въ какую-нибудь прозрачную средину, уголъ преломленія получится изъ формулы (17):

$$\sin r = \frac{\sin i}{n}$$

Такъ какъ n всегда больше единицы, то $\sin r$ непремѣнно меньше $\sin i$, и для всякаго угла паденія i можно вычислить соотвѣтствующее значеніе угла преломленія r при помощи тригонометрическихъ таблицъ.

Когда лучъ свѣта, идущій въ какой-нибудь прозрачной срединѣ, встрѣчаетъ другую средину, съ меньшимъ показателемъ преломленія, то по данному углу паденія не всегда можно вычислить соотвѣтствующій уголъ преломленія. Напримѣръ, для перехода свѣтового луча изъ стекла въ пустоту имѣемъ изъ формулы (18):

$$\sin r = n \,.\, \sin i$$

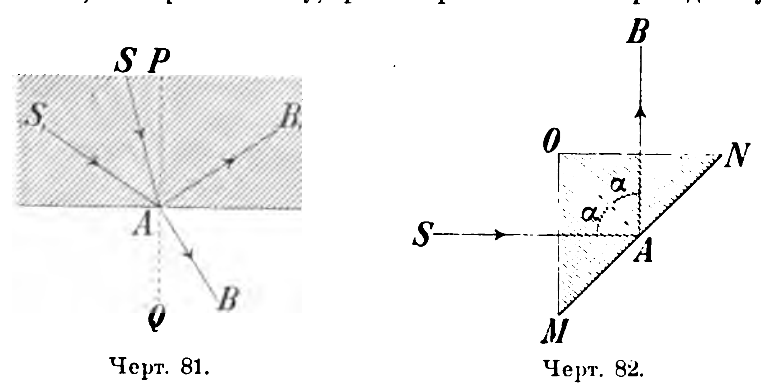
Если $\sin i < \frac{1}{n}$, то для $\sin r$ получается значеніе меньшее единицы и, слѣдовательно, уголъ r можно вычислить, если же $\sin i > \frac{1}{n}$, то для $\sin r$ получается величина большая единицы, а для самого угла r—мнимое значеніе. Въ этомъ случаѣ законъ преломленія не примѣнимъ для вычисленія пути преломленнаго луча; опытъ показываетъ, что падающій лучъ не проникаетъ тогда въ пустоту, а отражается отъ границы средины, какъ отъ зеркала, причемъ онъ подчиняется законамъ отраженія свѣта (§ 34), какъ изображено на черт. 81 (лучъ S_1AB_1). Разница лишь

въ томъ, что отъ зеркала отражается, обыкновенно, только часть лучей, прочіе разсѣиваются, тогда какъ въ данномъ случаѣ отражаются всѣ лучи (кромѣ поглощаемыхъ самою срединою), почему и явленіе это, открытое знаменитымъ *Кеплеромъ* (1571—1630) въ 1604 году, называется *полнымъ внутреннимъ отраженіемъ.*

Для каждой прозрачной средины существуетъ наименьшій уголъ паденія i_0, при которомъ возможно полное внутреннее отраженіе. Онъ называется *предѣльнымъ угломъ* и вычисляется по формулѣ:

$$\sin i_0 = \frac{1}{n} \qquad (20)$$

въ которой n — абсолютный или относительный показатель преломленія, смотря по тому, разсматриваютъ ли переходъ луча



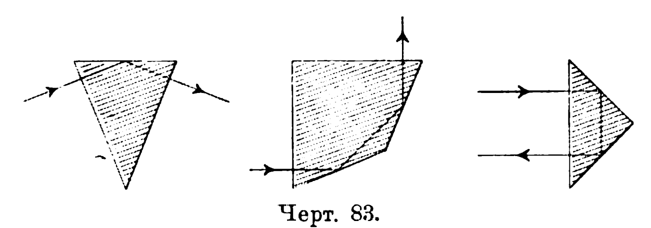
Черт. 81. Черт. 82.

изъ средины въ пустоту или изъ одной прозрачной средины въ другую. Величины предѣльныхъ угловъ въ первомъ случаѣ для разныхъ прозрачныхъ срединъ помѣщены въ послѣднемъ столбцѣ предыдущей таблицы (стр. 118).

Итакъ, если уголъ паденія меньше предѣльнаго, то лучъ выходитъ изъ средины и слѣдуетъ законамъ преломленія, если же онъ больше предѣльнаго, то лучъ возвращается внутрь средины и подчиняется законамъ отраженія. Что сказано о пустотѣ, то примѣнимо и къ воздуху и вообще къ случаямъ перехода луча изъ средины съ бо́льшимъ показателемъ преломленія въ средину съ меньшимъ.

Явленіемъ полнаго внутренняго отраженія нерѣдко пользуются для замѣны зеркалъ въ разныхъ топографическихъ и иныхъ приборахъ. На черт. 82 изображенъ разрѣзъ стеклянной прямоугольной и равнобочной призмы. Лучъ SA, падающій пер-

пендикулярно на катетъ MO, проходитъ внутрь призмы безъ преломленія и встрѣчаетъ гипотенузу MN подъ угломъ паденія 45°, который больше предѣльнаго угла для кронгласа (40° 49′), и потому отражается отъ гипотенузы подъ тѣмъ же угломъ 45°; этотъ лучъ, падая далѣе на катетъ ON подъ прямымъ угломъ, выходитъ опять безъ преломленія. Въ результатѣ свѣтовой лучъ только повернется на 90°, какъ будто онъ отразился отъ зер-



Черт. 83.

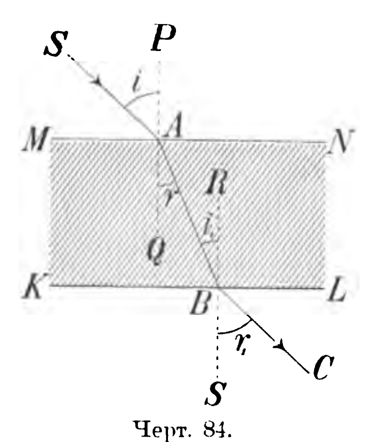
кала, расположеннаго въ MN, но съ тою существенною выгодой, что отъ зеркала отразилось бы лишь около одной восьмой всѣхъ падающихъ лучей, тогда какъ въ разсматриваемомъ случаѣ происходитъ весьма незначительная потеря свѣта, и потому изображеніе окажется несравненно ярче. На черт. 83 показаны другіе случаи примѣненія стеклянныхъ призмъ вмѣсто зеркалъ.

40. Тѣла, ограниченныя плоскостями. Пусть MN и KL (черт. 84) двѣ параллельныя плоскости, ограничивающія прозрачную средину съ показателемъ преломленія n. Лучъ SA, упавшій на первую плоскость подъ угломъ i, преломится и пойдетъ по новому направленію AB, которое связано съ начальнымъ формулою (17):

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n \qquad (\alpha)$$

При паденіи на вторую плоскость лучъ AB вновь преломится и пойдетъ по направленію BC, причемъ по формулѣ (18):

$$\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \frac{1}{n} \qquad (\beta)$$



Черт. 84.

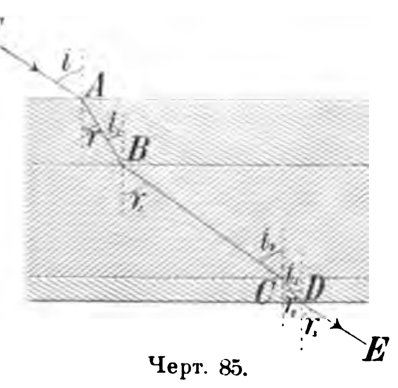
Перемноживъ почленно равенства (α) и (β), получаемъ:

$$\frac{\sin i \,.\, \sin i_1}{\sin r \,.\, \sin r_1} = 1$$

Перпендикуляры PQ и RS къ двумъ параллельнымъ прямымъ MN и KL, очевидно, параллельны, и потому уголъ r равенъ углу i_1, слѣдовательно $\sin i = \sin r_1$, а такъ какъ углы i и r_1 не могутъ быть больше 90°, то изъ равенства ихъ синусовъ слѣдуетъ равенство ихъ самихъ, т.е. $\angle i = \angle r_1$. Такимъ образомъ лучъ свѣта послѣ прохожденія чрезъ прозрачную средину, ограниченную двумя параллельными плоскостями, выходитъ по направленію, параллельному первоначальному.

Если разстояніе между плоскостями MN и KL очень мало, т. е. если прозрачная средина представляетъ тонкую пластинку, напримѣръ, оконное стекло, то параллельныя прямыя SA и BC почти совпадаютъ, и можно считать, что свѣтовые лучи проходятъ чрезъ нее вовсе безъ преломленія.

Не трудно показать, что падающій и вышедшій лучи параллельны и при прохожденіи свѣта черезъ цѣлый рядъ прозрачныхъ срединъ, ограниченныхъ параллельными плоскостями. Пусть лучъ SA (черт. 85) идетъ чрезъ три пластинки разныхъ срединъ, ограниченныя параллельными плоскостями и имѣющія показатели преломленія n, n_1 и n_2. На основаніи формулъ (17), (18) и (19) имѣемъ:



Черт. 85.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n$$

$$\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \frac{n_1}{n}$$

$$\frac{\sin i_2}{\sin r_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{\sin i_3}{\sin r_3} = \frac{1}{n_2}$$

Перемноживъ эти равенства, получаемъ:

$$\frac{\sin i \,.\, \sin i_1 \,.\, \sin i_2 \,.\, \sin i_3}{\sin r \,.\, \sin r_1 \,.\, \sin r_2 \,.\, \sin r_3} = 1$$

Изъ чертежа видно, что $i_1 = r$, $i_2 = r_1$, $i_3 = r_2$, слѣдовательно $\sin i = \sin r_3$ и $\angle i = \angle r_3$, т. е. лучъ DE параллеленъ первоначальному направленію SA.

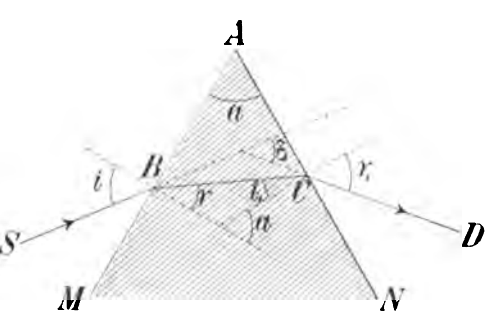
Разсмотримъ преломленіе свѣта въ срединѣ, ограниченной непараллельными плоскостями, т. е. въ призмѣ. Пусть MAN (черт. 86) представляетъ сѣченіе призмы плоскостью, перпендикулярною къ ея ребру A, называемому *преломляющимъ ребромъ призмы*. Лучъ свѣта, прошедшій чрезъ призму, прело-

мился, очевидно, два раза, въ обѣихъ боковыхъ граняхъ. Вычислимъ уголъ отклоненія δ, составляемый конечнымъ направленіемъ CD съ начальнымъ SB. Если означить черезъ a преломляющій уголъ призмы, а черезъ i, r, i_1 и r_1 углы паденія и преломленія при прохожденіи луча чрезъ обѣ грани, то изъ чертежа имѣемъ:

$$\delta = (i - r) + (r_1 - i_1) \quad (\gamma)$$

но такъ какъ $r + i_1 = a$, то

$$\delta = i + r_1 - a \quad \textbf{(21)}$$



Черт. 86.

Не трудно видѣть, что $i > r$ и $r_1 > i_1$, поэтому, какъ ясно изъ формулы (γ), уголъ отклоненія δ всегда > 0, т. е. свѣтовой лучъ послѣ прохожденія чрезъ призму уклоняется въ сторону отъ преломляющаго ребра къ основанію призмы. Уголъ отклоненія тѣмъ больше, чѣмъ больше уголъ паденія на первую грань и чѣмъ больше преломляющій уголъ призмы. Первое видно непосредственно изъ формулы (21), а второе вытекаетъ изъ того соображенія, что съ увеличеніемъ преломляющаго угла призмы (при томъ же углѣ паденія на первую плоскость) въ выраженіи (γ) первое слагаемое $(i - r)$ остается безъ перемѣны, а второе $(r_1 - i_1)$ увеличивается.

Легко доказать, что *наименьшее отклоненіе* вышедшаго луча получается при равенствѣ угловъ i и r_1. Дѣйствительно, на основаніи закона преломленія, означая показатель преломленія средины черезъ n, имѣемъ:

$$\sin i = n \cdot \sin r$$

$$\sin r_1 = n \cdot \sin i_1$$

отсюда, складывая почленно и раздѣляя на 2:

$$\sin \frac{i + r_1}{2} \cdot \cos \frac{i - r_1}{2} = n \cdot \sin \frac{r + i_1}{2} \cdot \cos \frac{r - i_1}{2}$$

или, пользуясь предыдущими формулами, получаемъ:

$$\frac{\sin \frac{a + \delta}{2}}{\sin \frac{a}{2}} = n \cdot \frac{\cos \frac{r - i_1}{2}}{\cos \frac{i - r_1}{2}} \quad (\delta)$$

Допустимъ, что i не равно r_1. Такъ какъ отклоненіе луча при одномъ преломленіи возрастаетъ съ увеличеніемъ угла паденія, то въ предположеніи, что $i > r_1$, имѣемъ:

$$i - r > r_1 - i_1$$

или

$$i - r_1 > r - i_1$$

Слѣдовательно

$$\cos\frac{r - i_1}{2} > \cos\frac{i - r_1}{2}$$

Точно также, полагая, что $i < r_1$, имѣемъ:

$$i - r < r_1 - i_1$$

или

$$i_1 - r < r_1 - i$$

а такъ какъ знакъ косинуса не мѣняется съ перемѣною знака угла, то опять

$$\cos\frac{r - i_1}{2} > \cos\frac{i - r_1}{2}$$

Итакъ, будетъ ли i больше r_1 или наоборотъ, множитель у n въ выраженіи (δ) всегда больше единицы; наименьшее его значеніе будетъ единица только въ случаѣ $i = r_1$ и $r = i_1$, а потому и наименьшее значеніе угла отклоненія δ будетъ въ томъ же случаѣ, что и требовалось доказать.

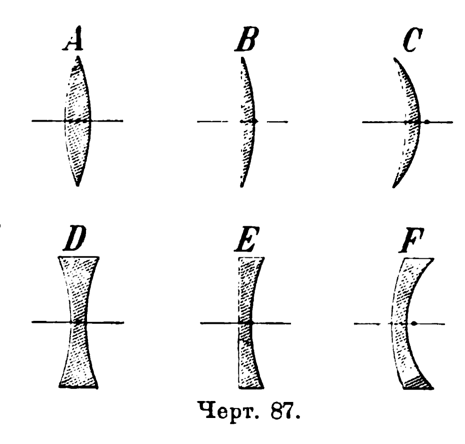
Измѣреніе наименьшаго угла отклоненія луча въ призмѣ даетъ простѣйшій способъ для опредѣленія показателя преломленія разныхъ тѣлъ; именно, такъ какъ при наименьшемъ отклоненіи δ_0 множитель у n въ выраженіи (δ) равенъ единицѣ, то получаемъ:

$$n = \frac{\sin\frac{a + \delta_0}{2}}{\sin\frac{a}{2}} \qquad (22)$$

Получивъ углы a и δ_0 изъ непосредственныхъ измѣреній, по этой формулѣ не трудно вычислить показатель преломленія n.

41. Сферическія стекла. *Линзами*, *оптическими чечевицами* или *сферическими стеклами* называются куски прозрачной средины, ограниченные шлифованными шаровыми поверхностями; сферическія стекла бываютъ (черт. 87): *двояковыпуклое* (A), *плосковыпуклое* (B), *вогнутовыпуклое* (C), *двояковогну-*

тое (*D*), *плосковогнутое* (*E*) и *выпукловогнутое* (*F*). Сѣченія стеколъ первыхъ трехъ видовъ можно разсматривать, какъ сѣченія совокупности безчисленнаго множества призмъ съ постепенно измѣняющимися преломляющими углами, обращенными наружу, отъ середины стекла; поэтому свѣтовые лучи послѣ прохожденія чрезъ нихъ сближаются по сравненію со своими первоначальными направленіями. Наоборотъ, сѣченія стеколъ послѣднихъ трехъ видовъ можно разсматривать, какъ сѣченія совокупности призмъ, преломляющіе углы которыхъ обращены внутрь, къ срединѣ стекла, и потому свѣтовые лучи послѣ прохожденія чрезъ нихъ удаляются другъ отъ друга. На этомъ основаніи первые три вида стеколъ (*A*, *B* и *C*) называются *собирательными*, а послѣдніе три (*D*, *E* и *F*)—*разсѣивающими*. Діаметры или отверстія оптическихъ чечевицъ дѣлаются всегда очень малыми по сравненію съ радіусами ихъ сферическихъ поверхностей.



Черт. 87.

Прямая, соединяющая центры сферическихъ поверхностей стекла, называется его *главною оптическою осью*. Для стеколъ плосковыпуклыхъ и плосковогнутыхъ главная оптическая ось есть прямая, проходящая чрезъ центръ сферической поверхности и перпендикулярная къ плоской сторонѣ.

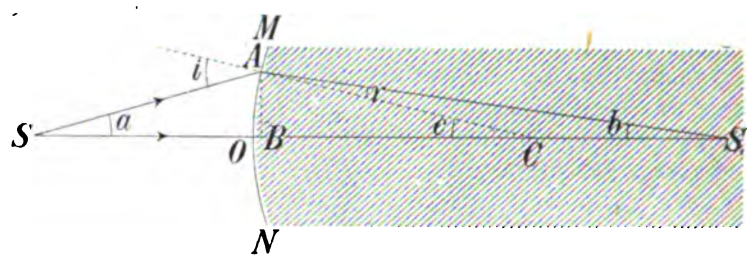
Легко доказать, что сферическія стекла собираютъ падающіе на нихъ изъ одной точки свѣтовые лучи въ одной точкѣ, называемой *фокусомъ*, подобно сферическимъ зеркаламъ (§ 36).

Для простоты разсужденій разсмотримъ сперва преломленіе лучей въ прозрачной срединѣ, ограниченной только одной сферической поверхностью MN (черт. 88) съ центромъ въ C. Лучъ SC, идущій изъ свѣтящейся точки S по радіусу поверхности, проникнетъ въ средину безъ преломленія; всякій другой лучъ SA преломится и пойдетъ по новому направленію AS_1. Докажемъ, что положеніе точки пересѣченія лучей SS_1 и AS_1 не зависитъ отъ мѣста паденія луча на поверхность MN, а потому и всѣ прочіе лучи соберутся въ той же точкѣ S_1. Если провести

радіусъ AC и назвать углы паденія и преломленія черезъ i и r, а показатель преломленія средины черезъ n, то на основаніи формулы (17) имѣемъ:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n$$

Вслѣдствіе малости угловъ i и r, отношеніе ихъ синусовъ



Черт. 88.

можно замѣнить отношеніемъ самыхъ угловъ, т. е. можно положить

$$i = n \cdot r$$

Означимъ углы, составляемые прямыми SA, AS_1 и AC съ SS_1, черезъ a, b и c; тогда изъ чертежа имѣемъ:

$$i = a + c \quad \text{и} \quad r = c - b$$

и потому, на основаніи предыдущаго равенства:

$$a + c = n\,(c - b) \qquad (\alpha)$$

Означая еще радіусъ сферической поверхности MN черезъ R, а разстоянія SA и AS_1 соотвѣтственно черезъ d и k, имѣемъ изъ треугольниковъ ASC и ACS_1:

$$\frac{\sin a}{\sin c} = \frac{R}{d} \quad \text{и} \quad \frac{\sin b}{\sin c} = \frac{R}{k}$$

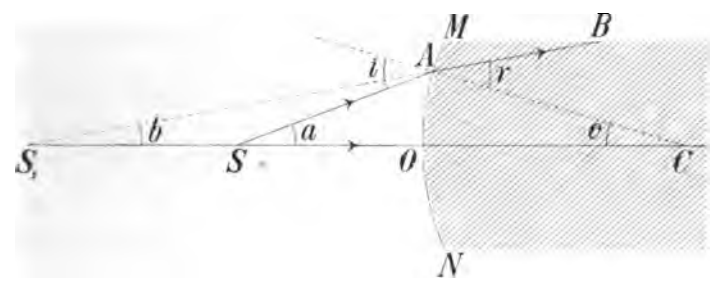
или, по малости угловъ a, b и c:

$$a = \frac{R}{d} \cdot c \quad \text{и} \quad b = \frac{R}{k} \cdot c$$

Вставляя эти выраженія въ формулу (α), сокращая на c и раздѣляя всѣ члены на R, получимъ наконецъ:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{R} = n\left[\frac{1}{R} - \frac{1}{k}\right] \qquad (23)$$

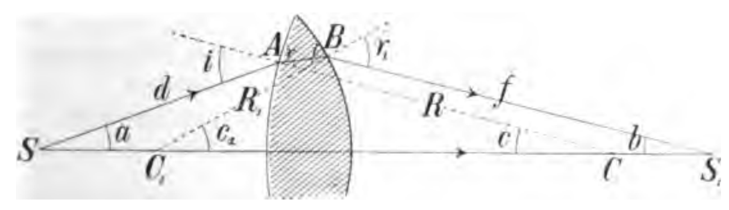
Эта формула показываетъ, что величина k зависитъ только отъ постоянныхъ R и n и отъ разстоянія d. Если отверстіе сферической поверхности MN мало по сравненію съ разстояніемъ свѣтящейся точки отъ нея, то можно положить $d=SA=$ $=SO$, и потому, дѣйствительно, всѣ лучи, вышедшіе изъ S и



Черт. 89.

упавшіе на поверхность MN, послѣ преломленія соберутся въ одной точкѣ S_1.

Если бы лучъ SA послѣ преломленія пошелъ по прямой AB (черт. 89), удаляющейся отъ SC, то и всѣ прочіе лучи остались бы расходящимися, но продолженіе ихъ пересѣкло бы прямую SC въ точкѣ S_1, которая была бы мнимымъ фокусомъ



Черт. 90.

и отстояла бы отъ сферической поверхности на разстояніи k, связанномъ съ данными величинами формулою:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{R}=n\left[\frac{1}{R}+\frac{1}{k}\right] \qquad (24)$$

отличающеюся отъ (23) только знакомъ при k. Выводъ этой формулы совершенно тождественъ съ выводомъ предыдущей.

Положимъ теперь, что лучи свѣта падаютъ на оптическую чечевицу, ограниченную двумя сферическими поверхностями съ радіусами R и R_1, и свѣтящаяся точка S (черт. 90) находится

на главной оптической оси C_1C. Послѣ преломленія въ первой сферической поверхности лучъ SA пойдетъ по направленію AB, продолженіе котораго пересѣчетъ главную оптическую ось въ нѣкоторой точкѣ на разстояніи k, опредѣляемомъ формулою (24); въ точкѣ B этотъ лучъ вновь преломится, пойдетъ по направленію BS_1 и пересѣчетъ главную оптическую ось въ S_1, въ разстояніи f отъ стекла. Если бы свѣтящаяся точка была въ S_1, то лучъ S_1B послѣ преломленія въ B пошелъ бы по направленію BA, продолженіе котораго, какъ сказано выше, пересѣкаетъ главную оптическую ось на разстояніи k, опредѣляемомъ формулою (23). Поэтому, пренебрегая толщиной стекла, получаемъ для обоихъ случаевъ преломленія:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{R} = n\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{k}\right]$$

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{R_1} = n\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{k}\right]$$

Сложивъ эти равенства и сдѣлавъ приведеніе, получимъ окончательно:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = (n-1)\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right] \qquad (25)$$

Разсужденія и выводъ не измѣнились бы, если бы продолженіе луча AB оказалось не лѣвѣе, а правѣе стекла; разница была бы лишь въ томъ, что формулы (23) и (24) пришлось бы примѣнить въ обратномъ порядкѣ.

Въ виду важности этой основной формулы оптики, открытой англійскимъ астрономомъ *Галлеемъ* (1656—1742) въ 1693 году, приведемъ и другой ея выводъ.

Изъ чертежа 90 и изъ законовъ преломленія, предполагая, какъ и раньше, что углы паденія и преломленія очень малы, имѣемъ:

$$i = nr \qquad r_1 = b + c_1$$

$$i = a + c \qquad r_1 = ni_1$$

Подставляя вторыя равенства въ первыя, складывая ихъ и замѣчая, что $r + i_1 = c + c_1$, получаемъ:

$$a + b = (n-1)[c + c_1]$$

или

$$\sin a + \sin b = (n-1)[\sin c + \sin c_1] \qquad (\beta)$$

Пренебрегая толщиною стекла, разстоянія точекъ A и B отъ главной оптической оси можно считать одинаковыми, равными, напримѣръ, h; тогда:

$$\sin a = \frac{h}{d}, \quad \sin b = \frac{h}{f}, \quad \sin c = \frac{h}{R} \quad \text{и} \quad \sin c_1 = \frac{h}{R_1}$$

Подставляя это въ (β) и сокращая на h, получимъ формулу (25).

Хотя выводъ былъ приложенъ къ двояковыпуклому стеклу, но формула (25) примѣнима и къ прочимъ видамъ оптическихъ чечевицъ; только для вогнутыхъ поверхностей должно брать радіусы съ отрицательнымъ знакомъ, а для плоскихъ считать ихъ безконечно большими.

Величины d и f входятъ въ формулу (25) симметрично; слѣдовательно, если бы свѣтящаяся точка была въ S_1, то ея фокусъ оказался бы въ S. Вотъ почему точки S и S_1 называются *сопряженными фокусами.*

Такъ какъ вторая часть формулы (25) величина постоянная (для даннаго сферическаго стекла), то, когда d увеличивается, f уменьшается, и наоборотъ. Поэтому съ удаленіемъ свѣтящейся точки S отъ стекла ея фокусъ S_1 приближается къ нему, а съ приближеніемъ S къ стеклу ея фокусъ S_1 удаляется отъ него.

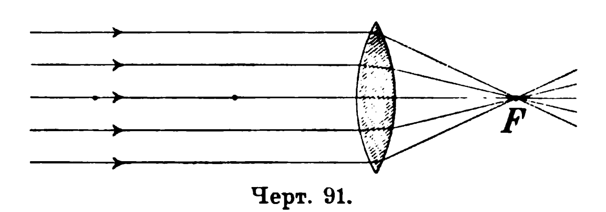
Если бы свѣтящаяся точка, оставаясь на главной оптической оси, удалилась на безконечное разстояніе, то подставляя въ формулу (25) $d = \infty$ и означая полученное частное значеніе f черезъ F, имѣемъ:

$$\frac{1}{F} = (n - 1)\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right] \qquad \textbf{(26)}$$

Разстояніе, на которомъ собираются за стекломъ лучи, падающіе на него изъ безконечности по параллельнымъ направленіямъ, называется *фокуснымъ разстояніемъ стекла*, а самая точка F (черт. 91), въ которой пересѣкаются эти лучи, *главнымъ фокусомъ*. Понятно, что каждая чечевица имѣетъ два главныхъ фокуса по обѣ стороны ея на главной оптической оси и на равныхъ разстояніяхъ, опредѣляемыхъ формулою (26). Если исключить изъ формулъ (25) и (26) ихъ вторыя части, то получается слѣдующая формула, совершенно тождественная съ формулой (14) для зеркалъ:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \qquad \textbf{(27)}$$

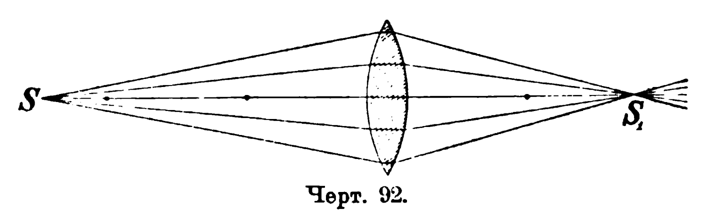
Это выраженіе выведено въ предположеніи, что свѣтящаяся точка и ея изображеніе находятся по разнымъ сторонамъ стекла; оно справедливо и для случая, когда изображеніе получается



Черт. 91.

по ту же сторону, гдѣ находится свѣтящаяся точка, только величину f надо принимать тогда отрицательною.

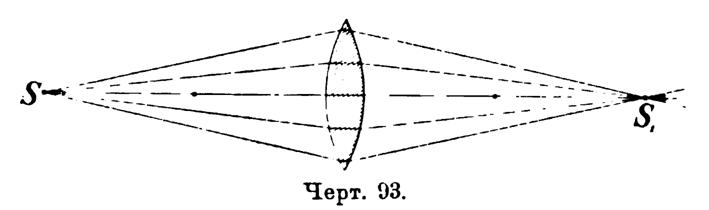
Вставляя въ формулу (27) разныя величины d, отъ $d = \infty$ до $d = 0$, получимъ слѣдующія значенія для f:



Черт. 92.

1) Если $d = \infty$, то $f = F$, т. е. лучи отъ безконечно удаленной точки собираются въ главномъ фокусѣ стекла (черт. 91).

2) Если $d > 2F$, то $f > F$, но $< 2F$, т. е. если свѣтящаяся точка отстоитъ отъ стекла дальше его двойного фокуснаго разстоянія,



Черт. 93.

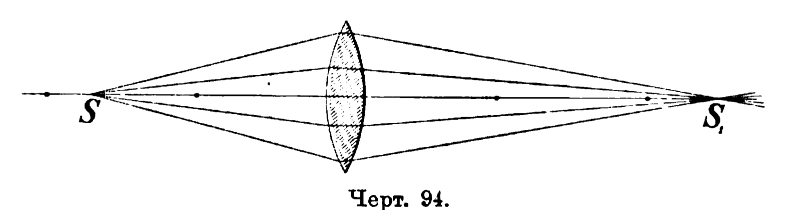
то лучи собираются по другую сторону стекла въ точкѣ, лежащей между его главнымъ фокусомъ и двойнымъ фокуснымъ разстояніемъ (черт. 92).

3) Если $d = 2F$, то f тоже $= 2F$ (черт. 93).

4) Если $d < 2F$, но $> F$, то $f > 2F$, т. е. если свѣтящаяся точка находится между фокуснымъ и двойнымъ фокуснымъ раз-

стояніями, то лучи собираются за стекломъ въ точкѣ, лежащей за двойнымъ фокуснымъ разстояніемъ (черт. 94).

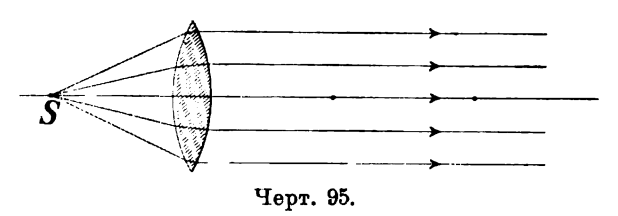
5) Если $d=F$, то $f=\infty$, т. е. лучи, вышедшіе изъ главнаго



Черт. 94.

фокуса стекла, идутъ послѣ преломленія по параллельнымъ направленіямъ (черт. 95).

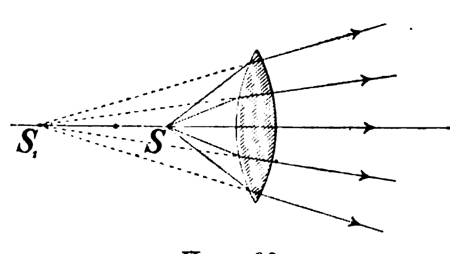
6) Если $d < F$, то для разстоянія f получается отрицательная величина. Лучи, вышедшіе изъ свѣтящейся точки, распо-



Черт. 95.

ложенной между главнымъ фокусомъ и стекломъ, послѣ преломленія продолжаютъ расходиться и *кажутся* исходящими изъ точки, находящейся передъ стекломъ (черт. 96).

Изъ разбора этихъ частныхъ случаевъ видно, что пока свѣтящаяся точка отстоитъ отъ стекла дальше главнаго фокуса, за стекломъ происходитъ дѣйствительное пересѣченіе лучей. Когда свѣтящаяся точка находится въ главномъ фокусѣ, то лучи послѣ преломленія въ стеклѣ не пересѣкаются и принимаютъ параллельныя направленія. Когда же свѣтящаяся точка находится между главнымъ фокусомъ и стекломъ, то послѣ преломленія въ стеклѣ лучи остаются расходящимися, хотя и менѣе первоначальнаго, а глазъ, смотрящій чрезъ стекло, увидитъ ихъ исходящими какъ бы

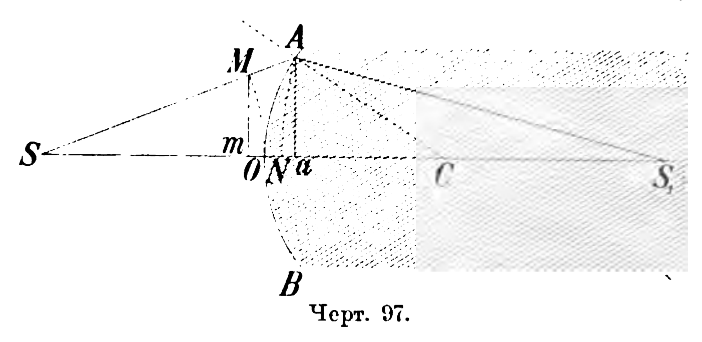


Черт. 96.

изъ общей точки пересѣченія ихъ продолженій, которая называется поэтому *мнимымъ изображеніемъ* свѣтящейся точки.

Подобныя же разсужденія примѣнимы ко всѣмъ прочимъ видамъ сферическихъ стеколъ; только, какъ упомянуто уже выше, для плоскихъ поверхностей надо полагать въ формулѣ (25) $R=\infty$, а для поверхностей вогнутыхъ считать радіусъ отрицательнымъ. Легко убѣдиться, что для разсѣивающихъ стеколъ фокусное разстояніе выходитъ величиною отрицательною, и при всевозможныхъ разстояніяхъ свѣтящейся точки отъ стекла изображеніе получается мнимымъ.

Числовые примѣры: 1) Изъ стекла съ показателемъ преломленія $n=1{\cdot}54$ приготовлена чечевица съ радіусами $R=7{\cdot}688$ и



Черт. 97.

$R_1=7{\cdot}436$ дюйма. Опредѣлить ея фокусное разстояніе. По формулѣ (26) имѣемъ $F=+7{\cdot}00$ дюйма.

2) Даны $n=1{\cdot}62$, $R=-7{\cdot}436$ и $R_1=-65{\cdot}360$ дюйма. $F=-10{\cdot}768$ дюйма.

3) Даны $n=1{\cdot}62$, $R=-4{\cdot}010$ и $R_1=+10{\cdot}042$ дюйма. $F=-10{\cdot}768$ дюйма.

Примѣчаніе. Формула (27) показываетъ, что свѣтовые лучи, вышедшіе изъ одной точки, *геометрически* пересѣкаются послѣ преломленія въ сферическихъ стеклахъ также въ одной точкѣ; спрашивается, будетъ ли въ точкѣ пересѣченія лучей усиленіе свѣта, т. е. достигаютъ ли этой точки преломленные лучи въ одной фазѣ колебаній, или, другими словами, будутъ ли эти лучи *оптически* одинаковы? Въ оптикѣ доказывается, что скорости распространенія лучей въ разныхъ прозрачныхъ срединахъ обратно-пропорціональны показателямъ преломленія въ этихъ срединахъ. Пусть AB (черт. 97) представляетъ разрѣзъ сферической поверхности, отдѣляющей пустоту отъ стекла съ показа-

телемъ преломленія n и радіусомъ R, а SAS_1—путь какого-нибудь луча, упавшаго на сферическую поверхность въ точкѣ A. Если провести дуги круговъ OM и AN радіусами $SO = d$ и $AS_1 = k$, то отрѣзки путей SO и NS_1 центральнаго луча SS_1 и отрѣзки SM и AS_1 бокового SAS_1 равны, такъ что слѣдуетъ доказать равенство въ оптическомъ отношеніи отрѣзковъ ON въ стеклѣ и MA въ пустотѣ, т. е. доказать, что

$$MA = n \,.\, ON \qquad (p)$$

Опустимъ перпендикуляры Mm и Aa изъ точекъ M и A на прямую SS_1; по малости отверстія стекла AB можно положить $MA = ma$ (на чертежѣ, ради наглядности, AB преувеличено); легко видѣть, что

$$\left.\begin{aligned} MA &= ma = mO + Oa \\ ON &= Oa - Na \end{aligned}\right\} \qquad (q)$$

но изъ чертежа имѣемъ:

$$mO = \frac{MO^2}{2d}; \quad Oa = \frac{AO^2}{2R} \quad \text{и} \quad Na = \frac{AN^2}{2k}$$

По той же причинѣ (малости дугъ) можно принять

$$MO = AO = AN$$

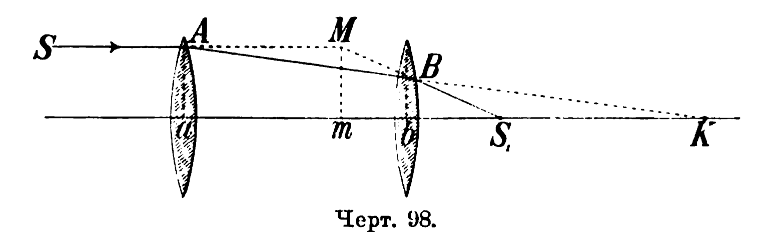
поэтому, подставляя предыдущія выраженія въ (q), а затѣмъ въ (p), получимъ:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{R} = n\left[\frac{1}{R} - \frac{1}{k}\right]$$

Это извѣстное уравненіе полулинзы (23), чѣмъ и доказывается оптическое равенство путей отъ свѣтящейся точки до ея изображенія. Подобное же разсужденіе можно примѣнить къ цѣлой линзѣ и къ сферическимъ зеркаламъ. Поэтому, вообще, лучи свѣта, собираясь въ фокусѣ и интерферируя, не ослабляются, а, являясь въ одной и той же фазѣ колебанія, усиливаютъ другъ друга.

42. Сложное стекло. Ниже въ §§ 45 и 46 объяснено, почему въ оптическихъ приборахъ примѣняютъ не простыя, а *сложныя стекла*, составленныя изъ двухъ (или болѣе) простыхъ стеколъ, вдѣланныхъ въ одну общую оправу. Эти стекла располагаютъ или рядомъ, или съ нѣкоторымъ промежуткомъ, но всегда такъ, чтобы ихъ главныя оптическія оси совпадали, т. е. ихъ *центрируютъ*. Легко доказать, что каждое сложное стекло дѣйствуетъ какъ одно, называемое *равносильнымъ* или *эквивалентнымъ*.

Пусть фокусныя разстоянія двухъ стеколъ Aa и Bb (черт. 98) суть φ и φ_1, а разстояніе между ними Δ. Положимъ, что на первое стекло падаетъ лучъ SA, параллельный общей главной оптической оси обоихъ стеколъ; послѣ преломленія въ первомъ стеклѣ, если бы не было второго, лучъ AB пересѣкъ бы главную ось въ точкѣ K, въ разстояніи $aK=\varphi$, но встрѣтивъ второе стекло въ точкѣ B, этотъ лучъ преломится вторично и пересѣчетъ главную ось въ точкѣ S_1. Продолжимъ прямыя SA и S_1B до пересѣченія въ M; легко понять, что систему двухъ разсматриваемыхъ стеколъ могло бы замѣнить одно, поставленное въ Mm и имѣющее фокусное разстояніе $mS_1=F$. Для опредѣленія



Черт. 98.

зависимости между искомымъ F и данными φ, φ_1 и Δ имѣемъ изъ подобныхъ треугольниковъ AaK и BbK, MmS_1 и BbS_1:

$$\frac{Aa}{Bb}=\frac{aK}{bK}=\frac{\varphi}{\varphi-\Delta}$$

$$\frac{Mm}{Bb}=\frac{mS_1}{bS_1}=\frac{F}{x}$$

гдѣ $x=bS_1$; но $Aa=Mm$, слѣдовательно, первыя части этихъ равенствъ равны, а потому равны и ихъ вторыя части, т. е.

$$\frac{\varphi}{\varphi-\Delta}=\frac{F}{x} \qquad (\alpha)$$

Разсматривая точку S_1, какъ свѣтящуюся, изображеніе которой послѣ преломленія въ стеклѣ B получается въ мнимомъ фокусѣ K, имѣемъ на основаніи формулы (27):

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{\varphi-\Delta}=\frac{1}{\varphi_1} \qquad (\beta)$$

Исключая неизвѣстное x изъ уравненій (α) и (β), получимъ послѣ сокращеній слѣдующую общую формулу сложнаго стекла:

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{\varphi}+\frac{1}{\varphi_1}-\frac{\Delta}{\varphi\cdot\varphi_1} \qquad \mathbf{(28)}$$

Въ частномъ случаѣ, когда стекла стоятъ рядомъ, т. е. когда $\Delta = 0$, имѣемъ:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{\varphi} + \frac{1}{\varphi_1} \tag{29}$$

Изъ послѣдней формулы очевидно, что, если оба рядомъ стоящія стекла собирательныя, т. е. если ихъ фокусныя разстоянія φ и φ_1—величины положительныя, то вмѣстѣ они дѣйствуютъ, какъ одно собирательное стекло, фокусное разстояніе котораго меньше каждаго изъ составляющихъ; если же одно стекло собирательное, а другое разсѣивающее, т. е. одно изъ φ—величина положительная, а другое—отрицательная, то совокупность стеколъ дѣйствуетъ или какъ собирательное, или какъ разсѣивающее стекло, и фокусное его разстояніе, независимо отъ знака, больше фокуснаго разстоянія стекла съ меньшимъ фокуснымъ разстояніемъ.

Зная, какъ вычисляется фокусное разстояніе совокупности двухъ стеколъ, не трудно вычислить фокусное разстояніе сложнаго стекла изъ трехъ и болѣе стеколъ; для поставленныхъ рядомъ и центрированныхъ стеколъ съ фокусными разстояніями φ_1, φ_2, φ_3 ... получается:

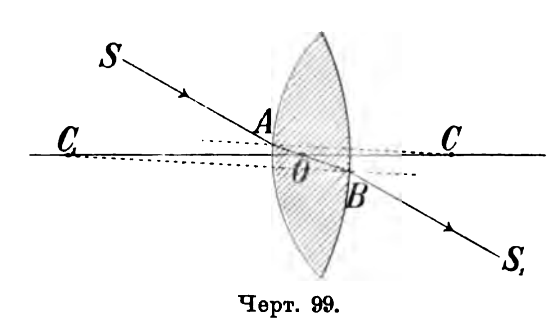
$$\frac{1}{F} = \frac{1}{\varphi_1} + \frac{1}{\varphi_2} + \frac{1}{\varphi_3} + \ldots$$

Числовые примѣры: 1) Даны два стекла съ фокусными разстояніями $\varphi = 0{\cdot}9$ и $\varphi_1 = 0{\cdot}5$ д., поставленныя на разстояніи 0·4 дюйма. $F = 0{\cdot}45$ дюйма. 2) Даны рядомъ поставленныя стекла съ фокусными разстояніями $\varphi = +3{\cdot}5$ и $\varphi_1 = -5{\cdot}384$ дюйма. $F = +10$ дюймамъ.

43. Оптическій центръ. Лучъ свѣта, идущій по главной оптической оси стекла, т. е. по направленію радіусовъ сферическихъ поверхностей, не преломляется. Въ каждомъ сферическомъ стеклѣ есть точка, обладающая тѣмъ свойствомъ, что всѣ проходящіе чрезъ нее лучи, по какому бы направленію они ни шли, тоже не преломляются, или, точнѣе, хотя и преломляются, но выходятъ изъ стекла параллельно первоначальному направленію, такъ что при незначительности толщины стекла ихъ можно считать прямолинейными. Эта замѣчательная точка, открытая итальянскимъ математикомъ *Мавроликомъ* (1494—1575), называется *оптическимъ центромъ* стекла.

Проведемъ черезъ произвольную точку A (черт. 99) первой

поверхности стекла радіусъ AC, черезъ центръ C_1 второй поверхности—радіусъ C_1B, параллельный AC, и соединимъ точки A и B прямою AB. Если на первую поверхность стекла упадетъ такой лучъ SA, который послѣ преломленія пойдетъ по направленію AB, то онъ выйдетъ изъ стекла по направленію BS_1, параллельному SA, потому что въ этомъ случаѣ, вслѣдствіе параллельности радіусовъ AC и C_1B и перпендикулярности къ нимъ касательныхъ плоскостей, преломленіе въ сферическомъ стеклѣ можно разсматривать, какъ преломленіе луча въ пластинкѣ, ограниченной параллельными плоскостями (§ 40). Найдемъ положеніе точки O, пересѣченія прямой AB съ главною оптическою осью стекла, и докажемъ, что оно не зависитъ отъ направленія AB, т. е. любой точкѣ первой поверхности соотвѣтствуетъ такая точка на второй, что падающій и вышедшій лучи оказываются параллельными.



Черт. 99.

Если означимъ радіусы сферическихъ поверхностей стекла черезъ R и R_1, разстояніе точки O отъ первой, лѣвой поверхности черезъ k, а толщину стекла черезъ a, то изъ подобія треугольниковъ AOC и BOC_1, у которыхъ стороны AC и C_1B параллельны, имѣемъ:

$$\frac{OC}{AC} = \frac{C_1O}{C_1B}$$

или

$$\frac{R-k}{R} = \frac{R_1-(a-k)}{R_1}$$

откуда:

$$k = \frac{a}{1 + \frac{R_1}{R}} \qquad (30)$$

Эта формула показываетъ, что для каждаго сферическаго стекла, т. е. для каждыхъ заданныхъ величинъ R, R_1 и a, положеніе оптическаго центра O вполнѣ опредѣленное, не зависящее отъ точки паденія луча.

Разсмотримъ положеніе оптическаго центра въ разныхъ сферическихъ стеклахъ; на черт. 87 оно показано рѣзкой точкой.

1. *Двояковыпуклое стекло (A).* R и $R_1 > 0$, слѣдовательно, $k > 0$ и $< a$, т. е. оптическій центръ лежитъ внутри стекла и притомъ ближе къ болѣе выпуклой его поверхности. Въ частномъ случаѣ, если $R = R_1$, то $k = \frac{a}{2}$, т. е. оптическій центръ находится въ геометрическомъ центрѣ стекла.

2. *Плосковыпуклое стекло (B).* $R = \infty$ и $R_1 > 0$, слѣдов. $k = a$, т. е. оптическій центръ лежитъ на серединѣ выпуклой поверхности стекла.

3. *Вогнутовыпуклое стекло (C).* $R < 0$ и $R_1 > 0$, но по численной величинѣ $R > R_1$, слѣд. $k > a$, т. е. оптическій центръ лежитъ внѣ стекла, передъ его выпуклою поверхностью.

4. *Двояковогнутое стекло (D).* R и $R_1 < 0$, слѣд. $k > 0$ и $< a$, т. е. оптическій центръ лежитъ внутри стекла и притомъ ближе къ болѣе вогнутой его поверхности. Въ частномъ случаѣ, если $R = R_1$, то $k = \frac{a}{2}$, т. е. оптическій центръ лежитъ въ геометрическомъ центрѣ стекла.

5. *Плосковогнутое стекло (E).* $R = \infty$ и $R_1 < 0$, слѣдов. $k = a$, т. е. оптическій центръ лежитъ на серединѣ вогнутой поверхности стекла.

6. *Выпукловогнутое стекло (F).* $R > 0$ и $R_1 < 0$, но по численной величинѣ $R > R_1$, слѣд. $k > a$, т. е. оптическій центръ лежитъ внѣ стекла, передъ его вогнутою поверхностью.

Такъ какъ сложное стекло можно разсматривать, какъ простое, ему равносильное, то и въ каждой сложной чечевицѣ существуетъ точка, обладающая свойствами оптическаго центра.

Зная свойства оптическаго центра стекла, легко опредѣлить положеніе изображенія свѣтящейся точки, находящейся внѣ главной оптической оси. Проведемъ изъ такой точки S (черт. 100) два луча: одинъ произвольный SA, который послѣ преломленія въ стеклѣ пойдетъ по направленію AS_1, другой SO черезъ оптическій центръ O, который пройдетъ чрезъ стекло безъ преломленія. Чтобы опредѣлить положеніе точки S_1 пересѣченія этихъ лучей, продолжимъ SA назадъ, до встрѣчи съ главною оптическою осью въ точкѣ B, и означимъ точку пересѣченія луча AS_1 съ тою же осью буквою C. Разстоянія BO и OC связаны основною формулою оптики (27), потому что, если бы свѣтящаяся точка была въ B, то изображеніе ея, очевидно, получилось бы въ C; итакъ, называя по прежнему $BO = d$ и $OC = f$, имѣемъ:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \qquad (\alpha)$$

гдѣ F—фокусное разстояніе даннаго сферическаго стекла. Далѣе по чертежу:

$$\text{изъ } \triangle\ BAC \ldots\ \frac{BC}{BA} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

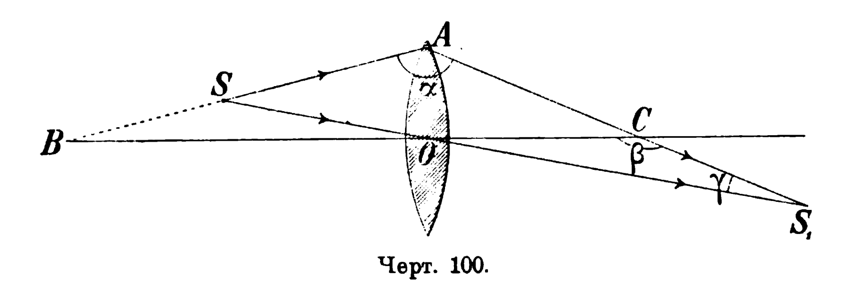
$$\text{изъ } \triangle\ OCS_1 \ldots\ \frac{OS_1}{OC} = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma}$$

$$\text{изъ } \triangle\ SAS_1 \ldots\ \frac{SA}{SS_1} = \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha}$$

Послѣ перемноженія всѣхъ трехъ пропорцій и сокращенія получимъ:

$$BC\,.\,OS_1\,.\,SA = BA\,.\,OC\,.\,SS_1$$

Означая SO и OS_1 соотвѣтственно буквами d_1 и f_1 и замѣчая, что вслѣдствіе малости отверстія стекла по сравненію



Черт. 100.

съ его фокуснымъ разстояніемъ можно считать $SA = SO = d_1$ и $BA = BO = d$, получимъ:

$$(d + f)\,.\,f_1\,.\,d_1 = d\,.\,f\,.\,(d_1 + f_1)$$

откуда, раскрывъ скобки и раздѣливъ всѣ члены на $d\,.f.\,d_1\,.f_1$:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1}$$

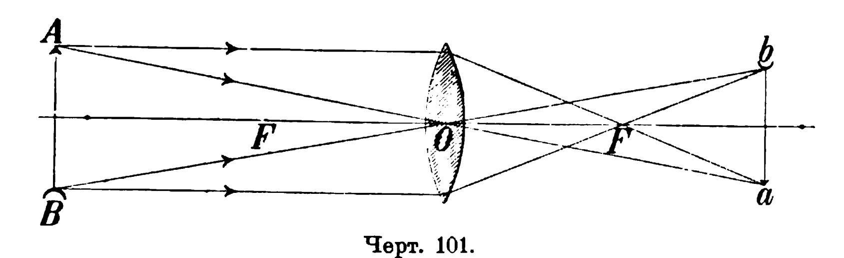
или, на основаніи формулы (α), получимъ окончательно:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F} \qquad (31)$$

Такимъ образомъ разстоянія свѣтящейся точки и ея изображенія отъ стекла для точки, лежащей внѣ главной оптической оси, связаны тѣмъ же соотношеніемъ, какъ для точки, лежащей на главной оптической оси. Вотъ почему прямая, про-

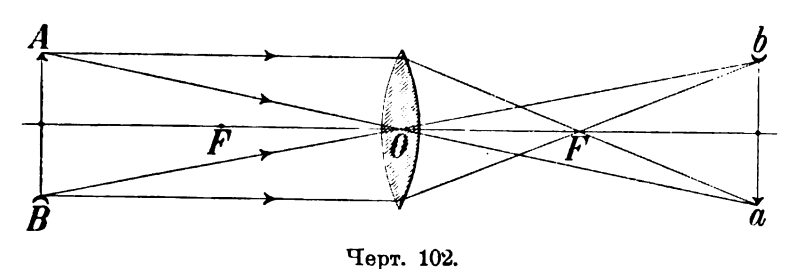
веденная черезъ любую внѣшнюю точку и оптическій центръ стекла, называется *побочною осью*; она имѣетъ всѣ свойства главной оси.

44. Построеніе изображеній. Пользуясь свойствами побочной оптической оси, весьма легко строить изображенія какъ отдѣль-



Черт. 101.

ныхъ точекъ, такъ и цѣлаго предмета въ сферическихъ стеклахъ. Для простоты обыкновенно проводятъ до взаимнаго пересѣченія только два луча, подобно тому, какъ объяснено для построенія изображеній въ сферическихъ зеркалахъ, именно: одинъ лучъ ведутъ изъ данной точки черезъ оптическій центръ (побочную ось), а другой—параллельно главной оптической оси

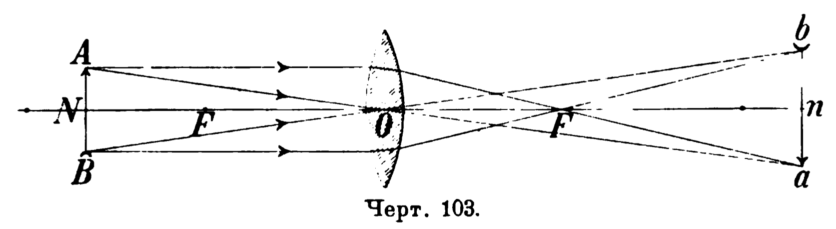


Черт. 102.

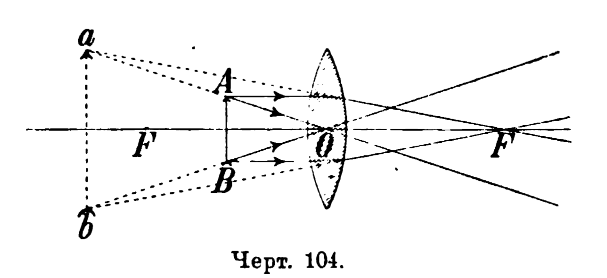
и далѣе чрезъ главный фокусъ стекла. На черт. 101—105 показано построеніе изображеній въ нѣсколькихъ частныхъ случаяхъ.

Если предметъ находится передъ стекломъ и дальше его удвоеннаго фокуснаго разстоянія (черт. 101), то изображеніе получается за стекломъ, между его фокуснымъ и двойнымъ фокуснымъ разстояніями, и притомъ дѣйствительное, обратное и уменьшенное. Если предметъ находится на двойномъ фокусномъ разстояніи передъ стекломъ (черт. 102), то изображеніе получается за стекломъ въ такомъ же разстояніи, тоже дѣйствительное и обратное, но по величинѣ равное предмету. Если

предметъ находится передъ стекломъ между его фокуснымъ и двойнымъ фокусными разстояніями (черт. 103), то изображеніе получается за стекломъ далѣе его двойного фокуснаго разстоянія, дѣйствительное, обратное и увеличенное. Если предметъ находится передъ стекломъ въ разстояніи, меньшемъ его фокуснаго разстоянія (черт. 104), то изображеніе получается передъ стекломъ, мнимое, прямое и увеличенное. Если предметъ находится въ фокусѣ стекла, то лучи отъ каждой его точки послѣ преломленія въ стеклѣ принимаютъ параллельныя направленія, и изображенія вовсе не получается; этимъ пользуются для освѣщенія отдаленныхъ предметовъ и для предостерегательныхъ знаковъ, располагая пламя лампы въ главномъ фокусѣ одного стекла или цѣлой системы оптическихъ чечевицъ (военные прожекторы и маячные огни).



Черт. 103.



Черт. 104.

Чтобы найти отношеніе G величины изображенія къ величинѣ самаго предмета, разсмотримъ одинъ изъ предыдущихъ чертежей, напримѣръ 103-й. Изъ подобія треугольниковъ abO и ABO и пользуясь прежними обозначеніями, имѣемъ:

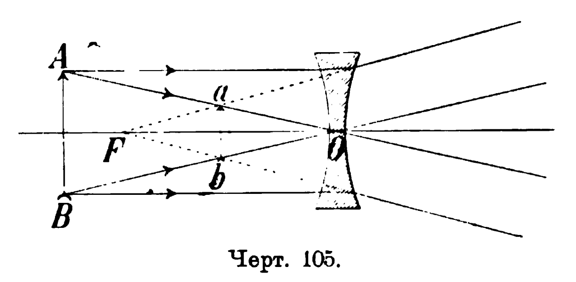
$$G = \frac{ab}{AB} = \frac{On}{NO} = \frac{f}{d}$$

Отсюда, исключая на основаніи формулы (27) послѣдовательно величины f и d, получаемъ слѣдующія выраженія для искомаго отношенія, совершенно одинаковыя съ выраженіями (15) для зеркалъ:

$$G = \frac{F}{d - F} = \frac{f - F}{F} = \frac{f}{d} \qquad (32)$$

Если $d > 2F$, то $G < 1$; если $d = 2F$, то $G = 1$; если $d < 2F$, но $> F$, то $G > 1$. Если $d < F$, то G тоже > 1, но знакъ — показываетъ, что изображеніе будетъ прямое и мнимое.

Формулы (27) и (32), выведенныя для собирательныхъ стеколъ, примѣнимы и для стеколъ разсѣивающихъ, только въ нихъ фокусное разстояніе величина отрицательная. Изображеніе въ разсѣивающемъ стеклѣ всегда мнимое, прямое и уменьшенное (черт. 105). Вообще когда изображеніе получается по той же сторонѣ стекла, гдѣ находится предметъ, оно всегда прямое, будетъ ли стекло собирательное или разсѣивающее.



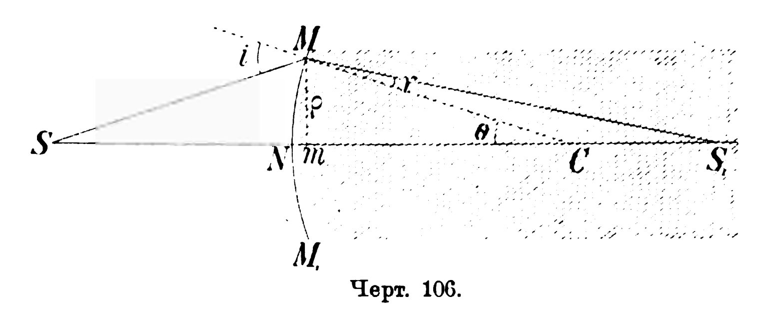
Черт. 105.

Необходимо замѣтить, что всѣ выведенныя выше формулы и заключенія изъ нихъ не совсѣмъ строги: не были приняты въ расчетъ ни сферическая и хроматическая аберраціи (§§ 45 и 46), ни толщина стеколъ. Желающіе изучить подробнѣе этотъ любопытный предметъ могутъ обратиться къ современнымъ руководствамъ оптики, основаннымъ на теоріи стеколъ, выработанной знаменитымъ нѣмецкимъ математикомъ *Гауссомъ* (1777—1855).

45. Сферическая аберрація стеколъ. Во всѣхъ предыдущихъ построеніяхъ и вычисленіяхъ предполагалось, что отношеніе свободнаго отверстія стекла къ его фокусному разстоянію безконечно мало; въ дѣйствительности это не такъ, и лучи свѣта, вышедшіе изъ одной точки, послѣ преломленія въ стеклѣ, вообще, не сходятся въ одной точкѣ, а своими пересѣченіями образуютъ свѣтовую поверхность, называемую *каустическою*. Это явленіе подобно разсмотрѣнному уже въ § 37 явленію въ зеркалахъ и называется *сферическою аберраціей*. Различаютъ *продольную* и *поперечную* сферическія аберраціи; онѣ производятъ неясность изображеній, потому что каждая точка предмета является въ изображеніи не точкой, а небольшимъ кружкомъ.

Выведемъ величину продольной сферической аберраціи сперва для случая преломленія луча въ одной сферической поверхности. Пусть такая поверхность MM_1 (черт. 106) съ центромъ

C отдѣляетъ пустое пространство (или воздухъ) отъ стекла. Лучъ, вышедшій изъ свѣтящейся точки S по направленію главной оси, т. е. чрезъ центръ C сферической поверхности стекла, войдетъ въ него безъ преломленія по прямой SS_1; всякій же другой лучъ SM, встрѣтивъ поверхность стекла въ точкѣ M, преломится и пойдетъ далѣе по прямой MS_1, такъ что точка S_1 будетъ мѣстомъ пересѣченія обоихъ лучей. Для опредѣленія ея положенія проведемъ радіусъ MC къ точкѣ M, означимъ углы паденія и преломленія соотвѣтственно черезъ i и r, уголъ MCS, образуемый радіусомъ MC съ главною осью, черезъ θ, а



Черт. 106.

показатель преломленія стекла черезъ n. На основаніи закона преломленія и изъ треугольниковъ SMC и CMS_1 имѣемъ:

$$n = \sin i : \sin r$$

$$SM : SC = \sin\theta : \sin i$$

$$CS_1 : MS_1 = \sin r : \sin\theta$$

Произведеніе этихъ трехъ пропорцій даетъ послѣ сокращеній:

$$SM \,.\, CS_1 = \frac{1}{n} SC \,.\, MS_1 \qquad (\alpha)$$

Означивъ разстояніе свѣтящейся точки отъ сферической поверхности MM_1, т. е. длину SN, черезъ d, длину NS_1 черезъ k, радіусъ поверхности черезъ R, а удаленіе точки M отъ оси черезъ ρ, имѣемъ изъ прямоугольнаго треугольника SMm:

$$SM = \sqrt{\left(d + \frac{\rho^2}{2R}\right)^2 + \rho^2} = \sqrt{d^2 + \frac{d\rho^2}{R} + \frac{\rho^4}{4R^2} + \rho^2}$$

Такъ какъ отверстіе стекла, обыкновенно, незначительно по сравненію съ радіусомъ его сферической поверхности, то чле-

номъ $\frac{\rho^4}{4R^2}$ можно пренебречь, и потому

$$SM = d\sqrt{1 + \frac{\rho^2 (d + R)}{d^2 R}}$$

Разлагая корень по биному Ньютона и также пренебрегая членами съ высшими степенями ρ, получимъ:

$$SM = d + \frac{\rho^2 (d + R)}{2dR} \qquad (\beta)$$

Подобнымъ же образомъ изъ прямоугольнаго треугольника MmS_1 имѣемъ:

$$MS_1 = \sqrt{\left(k - \frac{\rho^2}{2R}\right)^2 + \rho^2} = k\sqrt{1 - \frac{\rho^2 (k - R)}{k^2 R}}$$

или

$$MS_1 = k - \frac{\rho^2 (k - R)}{2kR} \qquad (\gamma)$$

Наконецъ, изъ чертежа видно непосредственно, что

$$CS_1 = k - R \quad \text{и} \quad SC = d + R \qquad (\delta)$$

Вставляя значенія отдѣльныхъ множителей изъ выраженій (β), (γ) и (δ) въ (α), получаемъ

$$\left(d + \frac{\rho^2 (d + R)}{2dR}\right)(k - R) = \frac{1}{n}(d + R)\left(k - \frac{\rho^2 (k - R)}{2kR}\right)$$

или

$$d(k - R) + \frac{\rho^2 (d + R)(k - R)}{2dR} = \frac{1}{n} \cdot k(d + R) - \frac{\rho^2 (d + R)(k - R)}{2nkR} \qquad (\varepsilon)$$

Называя разстояніе фокуса центральныхъ лучей черезъ k_0, на основаніи формулы (23) имѣемъ:

$$d(k_0 - R) = \frac{1}{n} \cdot k_0 (d + R) \qquad (\zeta)$$

Вычитая (ζ) изъ (ε) и означая разность $k - k_0$, которая и представляетъ продольную сферическую аберрацію, черезъ a_0, получимъ:

$$d \cdot a_0 + \frac{\rho^2 (d + R)(k - R)}{2dR} = \frac{1}{n}(d + R)\, a_0 - \frac{\rho^2 (d + R)(k - R)}{2nkR}$$

откуда

$$a_0 = -\frac{\rho^2 (d + R)(k - R)(d + nk)}{2dkR\,\{(n - 1)\,d - R\}}$$

Подставляя еще значеніе

$$R = \frac{dk\,(n - 1)}{k + nd}$$

опредѣляемое изъ формулы (23), получимъ послѣ простыхъ преобразованій:

$$a_0 = -\frac{\rho^2\,(d + k)^2\,(d + nk)}{2d^3k\,(n - 1)^2} \qquad \textbf{(33)}$$

Чтобы найти величину продольной сферической аберраціи въ оптической чечевицѣ, т. е. стеклѣ, ограниченномъ двумя сферическими поверхностями, надо имѣть въ виду, что лучъ, падая на вторую поверхность, уже претерпѣлъ аберрацію въ первой поверхности и во второй подвергается вторичной аберраціи; поэтому полная продольная сферическая аберрація въ этомъ случаѣ слагается изъ двухъ частей.

Для опредѣленія *первой* части полной аберраціи въ сферическомъ стеклѣ возьмемъ формулу (24), въ которой букву d, означающую разстояніе свѣтящейся точки, замѣнимъ буквою f— разстояніемъ фокуса отъ стекла, и назовемъ радіусъ второй сферической поверхности стекла черезъ R_1; тогда:

$$\frac{1}{f} = \frac{n - 1}{R_1} + \frac{n}{k} \qquad (\eta)$$

Полагая, что k измѣнилось на величину a_0, опредѣляемую предыдущею формулою (33), вслѣдствіе чего f измѣнилось на величину a_1, получаемъ:

$$\frac{1}{f + a_1} = \frac{n - 1}{R_1} + \frac{n}{k + a_0} \qquad (\vartheta)$$

Вычитая (ϑ) изъ (η), послѣ простыхъ преобразованій и ограничиваясь первыми степенями малыхъ величинъ a_0 и a_1, получимъ:

$$a_1 = n\frac{f^2 \,.\, a_0}{k^2}$$

а подставляя вмѣсто a_0 его значеніе изъ (33):

$$a_1 = -\frac{nf^2\rho^2\,(d + k)^2\,(d + nk)}{2d^3k^3\,(n - 1)^2}$$

Вторую часть полной аберраціи, которую назовемъ черезъ a_2, какъ легко сообразить, можно получить непосредственно изъ формулы (33), подставивъ въ нее $-k$ вмѣсто d, f вмѣсто k и

$\frac{1}{n}$ вмѣсто n, такъ что:

$$a_2 = \frac{n\rho^2 (f-k)^2 (f-nk)}{2fk^3 (n-1)^2}$$

Называя полную продольную сферическую аберрацію стекла, т. е. сумму $a_1 + a_2$, черезъ a, имѣемъ:

$$a = -\frac{nf^2\rho^2}{2(n-1)^2}\left\{\left(\frac{1}{k}+\frac{1}{d}\right)^2\left(\frac{1}{k}+\frac{n}{d}\right)-\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{1}{k}-\frac{n}{f}\right)\right\}$$

или, послѣ нѣкоторыхъ простѣйшихъ преобразованій:

$$a = -\frac{nf^2\rho^2}{2(n-1)^2}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)\left\{\frac{1+2n}{k}\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{f}\right)+\frac{2+n}{k^2}+\right.$$

$$\left.+n\left(\frac{1}{d^2}-\frac{1}{df}+\frac{1}{f^2}\right)\right\}$$

Подставивъ сюда изъ формулъ (27), (25) и (23):

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{d}-\frac{1}{f}=\frac{2}{d}-(n-1)\left[\frac{1}{R}+\frac{1}{R_1}\right]$$

$$\frac{1}{k}=\frac{n-1}{nR}-\frac{1}{nd}$$

и располагая члены по убывающимъ степенямъ n, R и R_1, получимъ окончательно:

$$a = -\frac{f^2\rho^2}{2F}\left\{\frac{n^3-2n^2+2}{nR^2}+\frac{2n^2-2n-1}{RR_1}+\frac{n^2}{R_1^2}-\right.$$
$$\left.-\frac{3n^2-3n-4}{ndR}-\frac{3n+1}{dR_1}+\frac{3n+2}{nd^2}\right\} \quad (34)$$

Для пучка параллельныхъ лучей или вообще для лучей, идущихъ отъ весьма удаленнаго предмета, можно считать $d=\infty$ и $f=F$; въ этомъ случаѣ предыдущая формула обращается въ слѣдующую:

$$a = -\frac{F\rho^2}{2}\left\{\frac{n^3-2n^2+2}{nR^2}+\frac{2n^2-2n-1}{RR_1}+\frac{n^2}{R_1^2}\right\} \quad (35)$$

Такъ какъ показатель преломленія стекла равенъ приблизительно 1·5, то при положительныхъ R и R_1, т. е. для двояковыпуклаго стекла, лучи, падающіе на края, пересѣкаютъ ось

ближе центральныхъ, и, слѣдовательно, аберрація всегда величина отрицательная. При отрицательныхъ R и R_1, т. е. для двояковогнутаго стекла, F отрицательно, и потому сферическая аберрація оказывается величиною положительною.

Задаваясь какимъ-нибудь R и приравнивая выраженіе въ скобкахъ $\{\}$ формулы (35) нулю, легко убѣдиться, что для R_1 получится величина мнимая, т. е. однимъ стекломъ, каковы бы ни были радіусы его поверхностей, сферическую аберрацію уничтожить невозможно *).

Разберемъ нѣкоторые любопытные частные случаи.

1. Двояковыпуклое стекло съ равными радіусами сферическихъ поверхностей. Для такого стекла $R = R_1$ и по формулѣ (26) $R = 2(n-1)F$, такъ что выраженіе (35) обращается въ слѣдующее:

$$a = -\frac{\rho^2(4n^3 - 4n^2 - n + 2)}{8Fn(n-1)^2}$$

2. Плосковыпуклое стекло, обращенное къ параллельнымъ лучамъ своею плоскою стороною. Здѣсь $R = \infty$ и $R_1 = (n-1)F$, и потому

$$a = -\frac{\rho^2 n^2}{2F(n-1)^2}$$

3. Плосковыпуклое стекло, обращенное къ параллельнымъ лучамъ своею выпуклою стороною. Здѣсь $R = (n-1)F$ и $R_1 = \infty$, и потому

$$a = -\frac{\rho^2(n^3 - 2n^2 + 2)}{2Fn(n-1)^2}$$

Полагая во всѣхъ этихъ формулахъ $n = 1{\cdot}5$ (см. таблицу на стр. 118) и означая величину $\frac{\rho^2}{F}$ буквою t, которая представ-

*) Въ выпукловогнутыхъ чечевицахъ, смотря по разстоянію свѣтящейся точки отъ стекла, боковые лучи послѣ преломленія встрѣчаютъ главную оптическую ось иногда ближе, иногда дальше центральныхъ, слѣдовательно, существуетъ такое разстояніе, при которомъ нѣтъ сферической аберраціи. Это разстояніе d можно вычислить, приравнявъ нулю выраженіе въ скобкахъ $\{\}$ формулы (34), но такой теоретическій выводъ не имѣетъ практическаго значенія, потому что наблюдаютъ предметы при разныхъ разстояніяхъ, и разстоянія эти всегда очень значительны по сравненію съ фокуснымъ разстояніемъ и отверстіемъ стекла. Далѣе въ текстѣ объяснено, что для уничтоженія сферической аберраціи возможенъ только одинъ способъ — замѣна простого стекла сложнымъ изъ двухъ или нѣсколькихъ чечевицъ, составляющихъ одну систему.

ляетъ приблизительно толщину стекла *) по его главной оси, получимъ слѣдующія величины продольной сферической аберраціи:

Для двояковыпуклаго стекла съ равными радіусами сферическихъ поверхностей $a = -\frac{5}{3}t$.

Для плосковыпуклаго стекла, обращеннаго къ параллельнымъ лучамъ плоскою стороной, $a = -\frac{9}{2}t$.

Для плосковыпуклаго стекла, обращеннаго къ параллельнымъ лучамъ выпуклою стороной, $a = -\frac{7}{6}t$.

Подобные же результаты не трудно получить для стеколъ съ другими показателями преломленія. Оказывается, что плосковыпуклое стекло, обращенное къ параллельнымъ лучамъ (или вообще къ лучамъ, сходящимся или расходящимся подъ весьма малымъ угломъ) выпуклою стороной, выгоднѣе симметричнаго двояковыпуклаго стекла, потому что его сферическая аберрація приблизительно въ полтора раза меньше.

Опредѣлимъ видъ стекла съ *наименьшею сферическою аберраціею.* Изъ формулы (26) имѣемъ:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{R - (n-1)F}{(n-1)RF} \qquad (\iota)$$

Подставляя это въ выраженіе аберраціи (35), получимъ:

$$a = -\frac{F\rho^2}{2}\left\{\frac{n+2}{nR^2} - \frac{2n+1}{(n-1)RF} + \frac{n^2}{(n-1)^2F^2}\right\}$$

Такъ какъ стекло задается фокуснымъ разстояніемъ F и отверстіемъ ρ, то множитель при скобкахъ { } можно считать

---

*) Дѣйствительно, толщина стекла t равна суммѣ $p + q$ (черт. 107) но

$$p = \frac{\rho^2}{2R} \quad \text{и} \quad q = \frac{\rho^2}{2R_1}$$

и

$$p + q = \frac{\rho^2}{2}\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right]$$

но формула (26) при $n = \frac{3}{2}$ даетъ:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right]$$

Слѣдовательно:

$$t = \frac{\rho^2}{F}$$

Черт. 107.

величиною постоянной, и для полученія наименьшаго *) значенія a должно приравнять нулю первую производную по R выраженія въ скобкахъ, что даетъ:

$$-\frac{2(n+2)}{nR}+\frac{2n+1}{(n-1)F}=0$$

откуда

$$R=\frac{2(n-1)(n+2)}{n(2n+1)}F \qquad (\varkappa)$$

Вставляя это въ (ι), получимъ:

$$R_1=\frac{2(n-1)(n+2)}{4+n-2n^2}F \qquad (\lambda)$$

Раздѣляя выраженія для R и R_1 одно на другое, имѣемъ, наконецъ:

$$\frac{R}{R_1}=\frac{4+n-2n^2}{n(2n+1)} \qquad (36)$$

Стекло съ отношеніемъ радіусовъ сферическихъ поверхностей, опредѣляемымъ этою формулою, и имѣющее, слѣдовательно, наименьшую сферическую аберрацію, называется *стекломъ наилучшаго вида.* Чтобы получить величину продольной сферической аберраціи такого стекла, подставимъ выраженія ($\varkappa$) и (λ) въ формулу (35), которая послѣ простыхъ преобразованій даетъ:

$$a=-\frac{\rho^2}{F}\cdot\frac{n(4n-1)}{8(n-1)^2(n+2)} \qquad (37)$$

Въ частномъ случаѣ, для стекла съ показателемъ преломленія $n=1{\cdot}5$, формулы (36) и (37) обращаются въ слѣдующія:

$$\frac{R}{R_1}=\frac{1}{6} \quad \text{и} \quad a=-\frac{15}{14}t\ .$$

гдѣ по прежнему $t=\frac{\rho^2}{F}$. Такимъ образомъ, стекло наилучшаго вида, т. е. съ наименьшею сферическою аберраціею, есть стекло двояковыпуклое, радіусы поверхностей котораго относятся, какъ 1 : 6; приэтомъ стекло должно быть обращено къ параллельнымъ лучамъ своею болѣе выпуклою стороной. Стекло наилучшаго

*) Полученное значеніе будетъ наименьшимъ по тому, что вторая производная по R того же выраженія въ скобкахъ оказывается положительною.

вида имѣетъ въ этомъ случаѣ аберрацію значительно меньше аберраціи симметричнаго двояковыпуклаго стекла. Легко замѣтить, что плосковыпуклое стекло, обращенное къ параллельнымъ лучамъ выпуклою стороной, имѣетъ почти такую же малую аберрацію, какъ и стекло наилучшаго вида, именно, отношеніе ихъ аберрацій равно $\frac{7}{6} : \frac{15}{14}$, т. е. приблизительно $1\frac{1}{11}$. Приготовленіе плосковыпуклыхъ стеколъ проще шлифовки стеколъ наилучшаго вида, и потому первыя имѣютъ большее распространеніе.

Что касается поперечной сферической аберраціи, то она, очевидно, равна продольной, умноженной на отношеніе отверстія стекла къ его фокусному разстоянію; называя ее буквою b, имѣемъ:

$$b = \frac{\rho}{F} \cdot a \qquad (38)$$

Такъ какъ показатель преломленія стекла n величина постоянная, то предыдущія выраженія можно представить слѣдующими общими формулами:

$$\left.\begin{array}{l} \textit{Продольная сферическая аберрація} = K\,\dfrac{\rho^2}{F} \\ \textit{Поперечная сферическая аберрація} = K\,\dfrac{\rho^3}{F^2} \end{array}\right\} \qquad (39)$$

въ которыхъ K—постоянный коэффиціентъ, зависящій отъ радіусовъ сферическихъ поверхностей стекла и его показателя преломленія, ρ — радіусъ отверстія стекла, а F — его фокусное разстояніе. Такимъ образомъ, какъ и для сферическихъ зеркалъ, продольная аберрація въ оптическихъ чечевицахъ прямо-пропорціональна квадрату отверстія стекла и обратно-пропорціональна его фокусному разстоянію, а поперечная прямо-пропорціональна кубу отверстія стекла и обратно-пропорціональна квадрату его фокуснаго разстоянія.

Простѣйшее средство для уменьшенія сферической аберраціи стекла заключается въ уменьшеніи свободнаго отверстія. Въ оптическихъ приборахъ служатъ для этого *діафрагмы*, т. е. перегородки съ небольшими круглыми отверстіями, пропускающими только центральные лучи, ближайшіе къ главной оптической оси. Если отверстіе діафрагмы вдвое меньше отверстія стекла, то поперечная сферическая аберрація уменьшится въ 8 разъ; но діафрагмы уменьшаютъ яркость изображенія (см. § 55),

и потому для уменьшенія сферической аберраціи пользуются и другимъ средствомъ—простыя стекла замѣняютъ сложными.

Сложное стекло (§ 42) при томъ же отверстіи и фокусномъ разстояніи имѣетъ меньшую сферическую аберрацію, чѣмъ простое, ему эквивалентное. Причина этого заключается въ томъ обстоятельствѣ, что отдѣльныя стекла сложнаго стекла имѣютъ бо́льшія фокусныя разстоянія. Впрочемъ, радіусы сферическихъ поверхностей сложнаго стекла можно подобрать такъ, что оно будетъ совершенно свободно отъ сферической аберраціи. Для этого выведемъ сперва общее выраженіе для аберраціи сложнаго стекла. Если назвать коэффиціенты формулы (34) послѣдовательно буквами A, B и C, то для лучей, идущихъ изъ точки на конечномъ разстояніи d, эта формула можетъ быть представлена такъ:

$$a = -\frac{f^2\rho^2}{2F}\left\{A + \frac{B}{d} + \frac{C}{d^2}\right\} \tag{\mu}$$

а для параллельныхъ лучей:

$$a = -\frac{F\rho^2}{2} A \tag{\nu}$$

Разсмотримъ случай двухъ рядомъ поставленныхъ стеколъ. Назовемъ фокусныя разстоянія ихъ и фокусное разстояніе системы буквами φ, φ_1 и F. Величина продольной сферической аберраціи a' сложнаго стекла слагается изъ двухъ частей: a'_1, происходящей отъ того, что лучи, падающіе на второе стекло, уже претерпѣли аберрацію въ первомъ, и a'_2 — собственной аберраціи второго стекла.

Если принять въ расчетъ аберрацію въ первомъ стеклѣ, то точная формула (29) для двухъ рядомъ поставленныхъ стеколъ обращается въ

$$\frac{1}{F + a'_1} = \frac{1}{\varphi + \Delta\varphi} + \frac{1}{\varphi_1}$$

гдѣ $\Delta\varphi$ на основаніи выраженія (ν) равно $-\frac{\varphi\rho^2}{2}A$, такъ какъ первоначальный лучъ принимается параллельнымъ главной оптической оси системы. Вычитая это выраженіе почленно изъ (29) и ограничиваясь первыми степенями малыхъ величинъ $\Delta\varphi$ и a'_1, имѣемъ

$$a'_1 = -\frac{F^2\rho^2}{2\varphi} A$$

Первоначально параллельные лучи падаютъ на второе стекло сходящимися, какъ бы стремящимися въ мнимый фокусъ съ разстояніемъ $-\varphi$, и потому вторая часть аберраціи a'_2 получится

изъ формулы (μ), если въ ней замѣнить f, F и d соотвѣтственно черезъ F, φ_1 и $-\varphi$; кромѣ того коэффиціенты A, B и C надо поставить со значками, такъ какъ они относятся ко второму стеклу; такимъ образомъ:

$$a'_2 = -\frac{F^2\rho^2}{2\varphi_1}\left\{A_1 - \frac{B_1}{\varphi} + \frac{C_1}{\varphi^2}\right\}$$

Складывая выраженія для a'_1 и a'_2, получимъ слѣдующую окончательную формулу для аберраціи сложнаго стекла:

$$a' = -\frac{F^2\rho^2}{2}\left\{\frac{1}{\varphi}A + \frac{1}{\varphi_1}\left(A_1 - \frac{B_1}{\varphi} + \frac{C_1}{\varphi^2}\right)\right\} \qquad (40)$$

въ которой

$$A = \frac{n^3 - 2n^2 + 2}{nR^2} + \frac{2n^2 - 2n - 1}{RR_1} + \frac{n^2}{R_1^2}$$

$$A_1 = \frac{m^3 - 2m^2 + 2}{mr^2} + \frac{2m^2 - 2m - 1}{rr_1} + \frac{m^2}{r_1^2}$$

$$B_1 = -\frac{3m^2 - 3m - 4}{mr} - \frac{3m + 1}{r_1}$$

$$C_1 = \frac{3m + 2}{m}$$

F — фокусное разстояніе системы, φ и φ_1 — фокусныя разстоянія составляющихъ стеколъ, ρ — радіусъ свободнаго отверстія стекла, R, R_1, r и r_1 — радіусы сферическихъ поверхностей обоихъ стеколъ въ послѣдовательномъ порядкѣ, а n и m — ихъ показатели преломленія.

Такъ какъ въ величины φ и φ_1, равно какъ и въ коэффиціенты A, A_1, B_1 и C_1 входятъ радіусы сферическихъ поверхностей стеколъ, которыми можно располагать по произволу, то, очевидно, ихъ всегда можно подобрать такъ, чтобы полная аберрація была равна нулю; необходимое и достаточное условіе этого:

$$\frac{1}{\varphi}A + \frac{1}{\varphi_1}\left(A_1 - \frac{B_1}{\varphi} + \frac{C_1}{\varphi^2}\right) = 0 \qquad (41)$$

Сущность дѣла здѣсь въ томъ, что вмѣсто одного стекла съ малымъ фокуснымъ разстояніемъ и, слѣдовательно, большою аберраціей берутъ два стекла съ большими фокусными разстояніями, т. е. съ малыми и притомъ противоположными аберраціями.

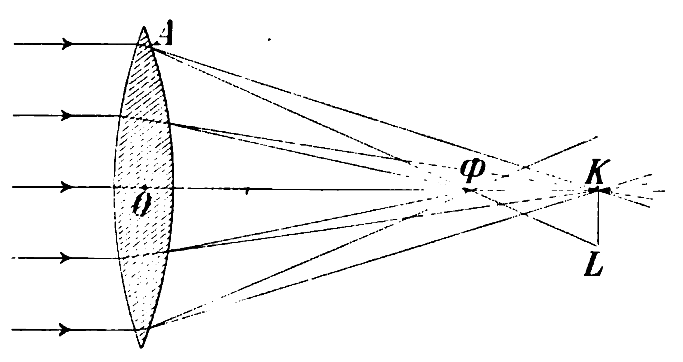
Сложное стекло, удовлетворяющее условію (41) и потому свободное отъ сферической аберраціи, называется *апланетическимъ*. Условіе апланетизма неопредѣленно, такъ какъ въ него входятъ четыре радіуса двухъ стеколъ. Въ § 47 показано, какъ воспользоваться этимъ обстоятельствомъ, чтобы сдѣлать сложную оптическую чечевицу не только апланетическою, но еще и ахроматическою, т. е. чтобы въ ней не было ни сферической, ни хроматической аберрацій.

46. Хроматическая аберрація. Великій *Ньютонъ* въ 1666 г. открылъ, что бѣлые лучи солнечнаго свѣта состоятъ изъ множества цвѣтныхъ. Пока лучи идутъ въ одномъ направленіи и въ однородной прозрачной срединѣ, совокупность ихъ производитъ на глазъ впечатлѣніе бѣлаго свѣта; когда же, при переходѣ изъ одной средины въ другую, бѣлые лучи преломляются, то они вмѣстѣ съ тѣмъ разлагаются на цвѣтные, обладающіе различными показателями преломленія. Въ сущности бѣлые лучи состоятъ изъ безчисленныхъ оттѣнковъ цвѣтныхъ, но *Ньютонъ*, увлекаясь числомъ семь, священнымъ съ древнѣйшихъ временъ, призналъ лишь семь цвѣтовъ, названныхъ *спектральными*; наименьшимъ показателемъ преломленія обладаютъ лучи красные, немного бо̀льшимъ оранжевые, затѣмъ желтые, зеленые, голубые, синіе и фіолетовые, имѣющіе наибольшій показатель преломленія. Впослѣдствіи, именно въ 1800 году, англійскій астрономъ *В. Гершель* (1738—1822) открылъ, что передъ красными существуютъ темные лучи съ еще меньшими показателями преломленія, обладающіе тепловымъ дѣйствіемъ, такъ называемые *инфракрасные*, а въ 1801 г. германскій врачъ *Риттеръ* (1776—1810) замѣтилъ, что за фіолетовыми лучами существуютъ лучи съ наибольшими показателями преломленія, обладающіе сильнымъ химическимъ дѣйствіемъ и названные *ультрафіолетовыми*.

Всѣ предыдущіе выводы оптики относились къ лучамъ однороднымъ, т. е. одного цвѣта; если же на сферическое стекло падаютъ сложные, бѣлые лучи, то вмѣстѣ съ преломленіемъ они разлагаются на цвѣтные, и каждый цвѣтъ, соотвѣтственно своему показателю преломленія, дастъ свой цвѣтной фокусъ, причемъ красные лучи собираются дальше отъ стекла, чѣмъ фіолетовые (черт. 108), а между ними получается непрерывный рядъ фокусовъ промежуточныхъ цвѣтовъ и оттѣнковъ. Это явленіе

называется *хроматическою аберраціей.* Разность фокусныхъ разстояній крайнихъ цвѣтныхъ лучей, т. е. величина *ФК*, называется *продольною* хроматическою аберраціей, а длина перпендикуляра *KL*, возставленнаго къ главной оптической оси изъ краснаго фокуса до встрѣчи съ крайнимъ фіолетовымъ лучемъ *АФ* — *поперечною* хроматическою аберраціею.

Хроматическая аберрація въ стеклахъ больше сферической и кромѣ неясности очертаній производитъ окрашиваніе изображеній. Чтобы вывести величину продольной хроматической



Черт. 108.

аберраціи, возьмемъ выраженія фокусныхъ разстояній стекла отдѣльно для фіолетовыхъ и красныхъ лучей; по формулѣ (26) имѣемъ:

$$\frac{1}{F_\phi} = (n_\phi - 1)\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right]$$

$$\frac{1}{F_\kappa} = (n_\kappa - 1)\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right]$$

гдѣ подъ F_ϕ и F_κ разумѣются фокусныя разстоянія фіолетовыхъ и красныхъ лучей, т. е. отрѣзки *ОФ* и *ОК*, а подъ n_ϕ и n_κ — соотвѣтствующіе показатели преломленія. Вычитая одно выраженіе изъ другого, получаемъ:

$$ФК = F_\kappa - F_\phi = F_\phi \,.\, F_\kappa\,(n_\phi - n_\kappa)\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right]$$

Вслѣдствіе малой разности фокусныхъ разстояній F_κ и F_ϕ произведеніе ихъ можно замѣнить квадратомъ средняго фокуснаго разстоянія F для лучей со среднимъ показателемъ преломленія n; а такъ какъ на основаніи формулы (26):

$$F\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right] = \frac{1}{n-1}$$

то предыдущая формула обращается въ слѣдующую:

$$F_к - F_ф = \frac{n_ф - n_к}{n - 1} \cdot F$$

Величина $\frac{n_ф - n_к}{n - 1}$ называется *показателемъ свѣторазсѣянія* и, дѣйствительно, она служитъ мѣрой силы разложенія на цвѣта данной прозрачной средины; означая ее черезъ N, получимъ простое выраженіе

$$F_к - F_ф = N . F$$

Если радіусъ свободнаго отверстія стекла означить, какъ и раньше, черезъ ρ, то поперечная хроматическая аберрація легко получится изъ чертежа, именно, изъ подобія прямоугольныхъ треугольниковъ $AOФ$ и $LKФ$ имѣемъ:

$$KL = ФK \cdot \frac{AO}{OФ} = N . F \cdot \frac{\rho}{F_ф} = N . \rho$$

потому что $F_ф$ весьма мало отличается отъ F. Итакъ, получаемъ окончательно:

$$\left.\begin{aligned} &\textit{Продольная хроматическая аберрація} = NF \\ &\textit{Поперечная хроматическая аберрація} = N\rho \end{aligned}\right\} \quad (42)$$

Эти выраженія показываютъ, что величины обѣихъ хроматическихъ аберрацій пропорціональны показателю свѣторазсѣянія (N); кромѣ того, продольная хроматическая аберрація пропорціональна фокусному разстоянію (F) и не зависитъ отъ размѣровъ отверстія стекла, поперечная же аберрація, наоборотъ, пропорціональна радіусу отверстія стекла (ρ), но не зависитъ отъ его фокуснаго разстоянія.

Въ § 45 было объяснено, что простѣйшимъ средствомъ для ослабленія сферической аберраціи служатъ діафрагмы; онѣ полезны и для уменьшенія поперечной хроматической аберраціи; что же касается продольной хроматической аберраціи, то она не зависитъ отъ отверстія стекла и потому отъ установки діафрагмъ не уменьшается.

Наилучшимъ средствомъ не только уменьшить, но почти вовсе устранить вредное вліяніе хроматической аберраціи служитъ замѣна простыхъ стеколъ сложными, составленными изъ двухъ, расположенныхъ одно за другимъ рядомъ или на извѣстномъ разстояніи. Сложное стекло, свободное отъ хроматической аберраціи, называется *ахроматическимъ*. Разсмотримъ

условія, которымъ должны удовлетворять стекла, образующія ахроматическую систему.

I. Пусть имѣются два рядомъ стоящія центрированныя стекла, фокусныя разстоянія которыхъ суть φ и φ_1, ихъ показатели преломленія и свѣторазсѣянія n и m, N и N_1, а фокусное разстояніе системы этихъ стеколъ F. Примѣняя формулы (29) и (26) отдѣльно къ краснымъ и фіолетовымъ лучамъ, означая соотвѣтствующія величины значками $к$ и $ф$ и называя радіусы сферическихъ поверхностей стеколъ послѣдовательно черезъ R и R_1, r и r_1, имѣемъ:

$$\frac{1}{F_к} = (n_к - 1)\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right] + (m_к - 1)\left[\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right]$$

$$\frac{1}{F_ф} = (n_ф - 1)\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right] + (m_ф - 1)\left[\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right]$$

Для соединенія фокусовъ красныхъ и фіолетовыхъ лучей въ одной точкѣ необходимо, чтобы $F_к = F_ф$ или чтобы

$$\frac{1}{F_к} = \frac{1}{F_ф}$$

При этомъ условіи предыдущія равенства даютъ послѣ вычитанія:

$$(n_ф - n_к)\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right] + (m_ф - m_к)\left[\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right] = 0$$

Откуда, опять пользуясь формулою (26), получаемъ:

$$\frac{N}{\varphi} + \frac{N_1}{\varphi_1} = 0$$

или

$$\frac{\varphi}{\varphi_1} = -\frac{N}{N_1} \qquad (43)$$

Эта простая формула показываетъ, что изъ стеколъ одного вещества нельзя составить ахроматическую систему. Дѣйствительно, при $N = N_1$ выходитъ $\varphi = -\varphi_1$, и на основаніи формулы (29) получается $F = \infty$, т. е. такое сложное стекло будетъ дѣйствовать не какъ сферическое, а какъ пластинка, ограниченная параллельными плоскостями. Составляющія стекла ахроматической системы должны обладать разными показателями свѣторазсѣянія, и формула (43) показываетъ, что для этого необходимо:

1. Чтобы одно изъ стеколъ было собирательное, а другое—разсѣивающее. Такъ какъ показатели свѣторазсѣянія N и N_1

величины положительныя, то равенство (43) можетъ существовать только въ томъ случаѣ, если фокусныя разстоянія φ и φ_1 имѣютъ разные знаки, т. е. одно положительное, а другое отрицательное.

2. Чтобы абсолютныя величины фокусныхъ разстояній составляющихъ стеколъ были прямо-пропорціональны ихъ показателямъ свѣторазсѣянія.

Въ настоящее время ахроматическія системы приготовляются почти исключительно изъ кронгласа и флинтгласа (см. § 48). Показатель свѣторазсѣянія флинтгласа почти въ $1\frac{1}{2}$ раза больше показателя свѣторазсѣянія кронгласа, поэтому и фокусныя разстоянія чечевицъ, сдѣланныхъ изъ этихъ веществъ, должны быть въ томъ же отношеніи. Приэтомъ, если сложное стекло должно быть собирательнымъ, т. е. общее фокусное разстояніе величиной положительною, то, согласно формулѣ (29), кронгласовое стекло должно быть собирательнымъ, а флинтгласовое — разсѣивающимъ; если же сложное стекло должно быть разсѣивающимъ, т. е. общее фокусное разстояніе величиною отрицательною, то наоборотъ: кронгласовое стекло должно быть разсѣивающимъ, а флинтгласовое — собирательнымъ.

II. Пусть имѣются два стекла одного состава съ фокусными разстояніями φ и φ_1, поставленныя одно за другимъ на разстояніи Δ; при прежнихъ прочихъ обозначеніяхъ имѣемъ на основаніи формулъ (28) и (26) слѣдующія выраженія для фокусныхъ разстояній красныхъ и фіолетовыхъ лучей:

$$\frac{1}{F_\kappa} = (n_\kappa - 1)\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right] + (n_\kappa - 1)\left[\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right] -$$
$$- \Delta\,(n_\kappa - 1)^2\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right]\left[\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right]$$
$$\frac{1}{F_\phi} = (n_\phi - 1)\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right] + (n_\phi - 1)\left[\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right] -$$
$$- \Delta\,(n_\phi - 1)^2\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right]\left[\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right]$$

Подобно предыдущему, для соединенія красныхъ и фіолетовыхъ лучей въ одной точкѣ необходимо, чтобы $F_\kappa = F_\phi$: вышестоящія формулы даютъ тогда послѣ вычитанія и простыхъ сокращеній:

$$\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right] + \left[\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right] - \Delta\,\{n_\phi + n_\kappa - 2\}\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right]\left[\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right] = 0$$

Замѣняя выраженія [ ] по формулѣ (26) и сумму $n_\varphi + n_\kappa$ величиной $2n$, гдѣ n среднiй показатель преломленія данной средины, получимъ:

$$\frac{1}{(n-1)\varphi} + \frac{1}{(n-1)\varphi_1} - \frac{2\Delta(n-1)}{(n-1)^2\varphi\varphi_1} = 0$$

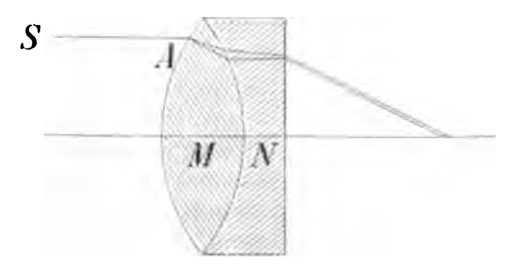
Откуда

$$\Delta = \frac{\varphi + \varphi_1}{2} \tag{44}$$

Такимъ образомъ условіе ахроматизма будетъ выполнено, если разстояніе составляющихъ стеколъ равно полусуммѣ ихъ фокусныхъ разстояній.

Только что выведенныя аналитическія условія ахроматизма (43) и (44) могутъ быть объяснены гораздо проще чертежомъ.

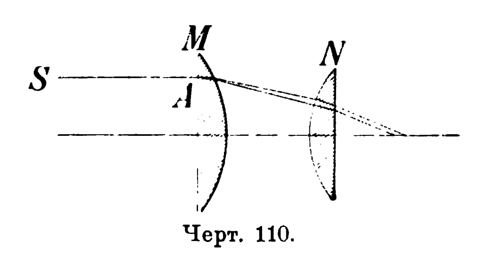
I. Пусть имѣются два рядомъ поставленныя стекла (черт. 109): M—собирательное, съ короткимъ фокуснымъ разстояніемъ, изъ вещества съ малымъ показателемъ свѣторазсѣянія, и N — разсѣивающее, съ длиннымъ фокуснымъ разстояніемъ, изъ вещества съ большимъ показателемъ свѣторазсѣянія. Каждый бѣлый лучъ SA, упавшій на первое стекло, преломится и разложится на цвѣтные, изъ которыхъ на чертежѣ показаны лишь крайніе: красный вверху и фіолетовый внизу. Проходя черезъ второе стекло, оба луча преломятся вторично и притомъ въ обратную сторону, и такъ какъ показатель свѣторазсѣянія второго стекла больше показателя свѣторазсѣянія перваго, то всегда можно подобрать кривизны ихъ поверхностей такъ, чтобы оба луча по выходѣ изъ второго стекла сдѣлались параллельными и, слѣдовательно, цвѣтные лучи соединились въ одинъ бѣлый; приэтомъ, такъ какъ фокусное разстояніе второго стекла больше фокуснаго разстоянія перваго, то, на основаніи формулы (29), окончательно вышедшій лучъ не будетъ параллеленъ первоначальному, а уклонится, и вся система будетъ дѣйствовать, какъ одна собирательная чечевица.



Черт. 109.

II. Пусть два стекла одного вещества поставлены одно за другимъ на нѣкоторомъ разстояніи (черт. 110). Бѣлый лучъ SA

послѣ преломленія въ первомъ стеклѣ M разложится на цвѣтные, причемъ крайніе изъ нихъ (красный вверху и фіолетовый внизу) показаны на чертежѣ. Такъ какъ эти лучи расходятся, то второе стекло N они встрѣтятъ въ разныхъ точкахъ, именно, красный въ точкѣ, болѣе удаленной отъ оптическаго центра, чѣмъ фіолетовый, и потому при прохожденіи черезъ второе стекло красный лучъ преломится больше фіолетоваго. Сдвигая и раздвигая стекла, можно мѣнять разстояніе между точками паденія разложившихся лучей на второе стекло, т. е. измѣнять разность ихъ преломленій въ этомъ стеклѣ; поэтому всегда можно подобрать такое разстояніе между стеклами, при которомъ красный и фіолетовый лучи по выходѣ изъ системы сдѣлаются параллельными, и первоначальный бѣлый лучъ, разложившійся на цвѣтные, выйдетъ опять бѣлымъ.



Черт. 110.

Такимъ образомъ, въ обоихъ способахъ составленія ахроматической системы первоначальные бѣлые лучи послѣ прохожденія черезъ систему преломляются, но остаются бѣлыми.

Въ настоящее время для приготовленія ахроматическихъ системъ примѣняютъ оба разсмотрѣнные способа, т. е. составляютъ сложное стекло либо изъ двухъ рядомъ поставленныхъ чечевицъ съ различными показателями свѣторазсѣянія, изъ которыхъ одна собирательная, а другая разсѣивающая (форм. 43, черт. 109), либо изъ двухъ собирательныхъ стеколъ одного вещества, но поставленныхъ на нѣкоторомъ разстояніи (форм. 44, черт. 110). Въ § 53 объяснено, что зрительныя трубы вообще состоятъ изъ двухъ оптическихъ системъ: объектива и окуляра, причемъ, чтобы сдѣлать увеличеніе трубы возможно большимъ, требуется (см. форм. 50), чтобы фокусное разстояніе объектива было большое, а фокусное разстояніе окуляра, наоборотъ, малое. Такъ какъ первый способъ ахроматизаціи способствуетъ увеличенію фокуснаго разстоянія, а второй — его уменьшенію, то вотъ причина, почему первый способъ примѣняется для объективовъ зрительныхъ трубъ, а второй—для окуляровъ.

Необходимо еще замѣтить, что второй способъ ахроматизаціи стеколъ менѣе совершенный, чѣмъ первый, но для окуляровъ

зрительныхъ трубъ онъ вполнѣ удовлетворителенъ, потому что стекла съ малыми фокусными разстояніями и, слѣдовательно, съ малыми отверстіями имѣютъ, какъ показываютъ формулы (42), весьма малую хроматическую аберрацію.

Изъ исторіи оптики извѣстно, что ахроматизація окуляровъ (по второму способу) была достигнута еще въ концѣ XVII вѣка, и всѣ усилія мысли и опыта были обращены на улучшеніе объективовъ. *Ньютонъ* изъ своихъ опытовъ надъ небольшимъ числомъ тѣлъ нашелъ, что показатели свѣторазсѣянія разныхъ прозрачныхъ techинъ одинаковы, т. е. что свѣторазсѣяніе пропорціонально преломленію, такъ что, на основаніи формулы (43), уничтоженіе свѣторазсѣянія должно бы повлечь за собою и уничтоженіе преломленія. Увидѣвъ невозможность приготовить ахроматическій объективъ, Ньютонъ предложилъ замѣнить діоптрическія трубы катоптрическими, въ которыхъ собирательное стекло объектива замѣнено вогнутымъ сферическимъ зеркаломъ (см. § 61). При отраженіи бѣлые лучи не подвергаются разложенію на цвѣтные, и потому зеркала даютъ изображенія, совершенно свободныя отъ хроматической аберраціи.

Впослѣдствіи знаменитый геометръ *Эйлеръ* (1707 — 1783), размышляя о строеніи человѣческаго глаза (см. § 49), имѣющаго внутри оптическую чечевицу (хрусталикъ) изъ веществъ разной силы преломленія, дающую на ретинѣ неокрашенное изображеніе, пришелъ въ 1747 году къ заключенію, что сочетаніемъ стеколъ разнаго состава можно достигнуть ахроматизма. Вскорѣ затѣмъ въ 1754 году шведскій физикъ *Клингенштерна* (1698—1765), повторивъ опыты Ньютона, обнаружилъ ихъ неточность и показалъ, что разныя прозрачныя средины имѣютъ, вообще, различные показатели свѣторазсѣянія. Пользуясь этимъ, французскій математикъ *Даламберъ* (1717—1783) первый вывелъ теоретически условіе ахроматизма, а извѣстный англійскій оптикъ *Доллондъ* (1706—1761) въ 1757 г. первый *) при-

*) Любопытно, что англійскій помѣщикъ *Голлъ* (1703—1771), узнавъ объ опытахъ Клингенштерна, осуществилъ ахроматическую чечевицу раньше Доллонда и даже затѣялъ съ нимъ судебное дѣло о первенствѣ. Однако судъ отказалъ ему, исходя изъ того справедливаго соображенія, что Голлъ не обнародовалъ своего открытія и держалъ результаты работъ въ тайнѣ, тогда какъ Доллондъ не только самостоятельно и съ большими усиліями добился разрѣшенія поставленной задачи, но, обнародовавъ ее, принесъ несомнѣнную пользу человѣчеству.

готовилъ ахроматическую систему изъ кронгласоваго и флинтгласоваго стеколъ.

47. Апланетическое и ахроматическое стекло. Въ §§ 45 и 46 выведены слѣдующія формулы (41) и (43), выражающія условія апланетизма и ахроматизма сложнаго стекла, составленнаго изъ двухъ оптическихъ чечевицъ съ фокусными разстояніями φ и φ_1:

Условіе апланетизма: $$\frac{1}{\varphi}A + \frac{1}{\varphi_1}\left\{A_1 - \frac{B_1}{\varphi} + \frac{C_1}{\varphi^2}\right\} = 0 \qquad (\alpha)$$

Условіе ахроматизма: $$\frac{\varphi}{\varphi_1} = -\frac{N}{N_1} = -p \qquad (\beta)$$

Такъ какъ въ эти формулы входятъ *четыре* произвольныя величины, именно, радіусы R, R_1, r и r_1 четырехъ сферическихъ поверхностей обоихъ составляющихъ стеколъ, то удовлетворить поставленнымъ *двумъ* условіямъ можно различными способами. Чтобы сдѣлать рѣшеніе опредѣленнымъ, оптики ставятъ еще два слѣдующія условія:

1. Сложное стекло должно имѣть извѣстное, напередъ заданное фокусное разстояніе F, причемъ φ и φ_1 должны удовлетворять формулѣ (29):

$$\frac{1}{\varphi} + \frac{1}{\varphi_1} = \frac{1}{F} \qquad (\gamma)$$

2. Внутреннія, обращенныя другъ къ другу и, обыкновенно, почти соприкасающіяся сферическія поверхности стеколъ должны имѣть радіусы, одинаковые по величинѣ, но различные по знаку, т. е. должно быть

$$r = -R_1 \qquad (\delta)$$

Для совмѣстнаго рѣшенія четырехъ вышестоящихъ уравненій съ четырьмя неизвѣстными выразимъ сперва R_1, r и r_1 черезъ фокусное разстояніе сложнаго стекла F, которое для упрощенія выкладокъ примемъ за единицу. Условія (β) и (γ) даютъ:

$$\frac{\varphi}{\varphi_1} = -p \text{ и } \frac{1}{\varphi} + \frac{1}{\varphi_1} = 1$$

Откуда, исключая φ_1, получаемъ:

$$\varphi = 1 - p \qquad (\varepsilon)$$

а подставляя въ (β):

$$\varphi_1 = -\frac{1-p}{p} \qquad (\zeta)$$

Радіусы R и R_1 сферическихъ поверхностей перваго стекла, съ показателемъ преломленія n, связаны извѣстною формулою (26):

$$\frac{1}{\varphi} = (n-1)\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right]$$

откуда, подставляя вмѣсто φ его выраженіе (ε), имѣемъ:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{(n-1)(1-p)} - \frac{1}{R} \tag{η}$$

Радіусы r и r_1 сферическихъ поверхностей второго стекла, съ показателемъ преломленія m, связаны тою же формулою (26):

$$\frac{1}{\varphi_1} = (m-1)\left[\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right]$$

откуда, замѣняя φ_1 его выраженіемъ (ζ) и пользуясь формулами (δ) и (η), получаемъ:

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1}{(n-1)(1-p)} - \frac{p}{(m-1)(1-p)} - \frac{1}{R} \tag{θ}$$

Подставляя теперь выраженія (ε), (ζ), (η), (δ) и (θ) въ первое условіе (α) и замѣняя коэффиціенты A, A_1, B_1 и C_1 ихъ значеніями (см. стр. 151), имѣемъ:

$$\frac{1}{1-p}\left\{\frac{n^3-2n^2+2}{nR^2} + \frac{2n^2-2n-1}{R}\left(\frac{1}{(n-1)(1-p)} - \frac{1}{R}\right) + \right.$$

$$\left. + n^2\left(\frac{1}{(n-1)(1-p)} - \frac{1}{R}\right)^2\right\} - \frac{p}{1-p}\left\{\frac{m^3-2m^2+2}{m}\left(\frac{1}{(n-1)(1-p)} - \frac{1}{R}\right)^2 - \right.$$

$$- (2m^2-2m-1)\left(\frac{1}{(n-1)(1-p)} - \frac{1}{R}\right)\left(\frac{1}{(n-1)(1-p)} - \right.$$

$$\left. - \frac{p}{(m-1)(1-p)} - \frac{1}{R}\right) + m^2\left(\frac{1}{(n-1)(1-p)} - \frac{p}{(m-1)(1-p)} - \frac{1}{R}\right)^2 -$$

$$- \frac{1}{1-p}\left[\frac{3m^2-3m-4}{m}\left(\frac{1}{(n-1)(1-p)} - \frac{1}{R}\right) - \right.$$

$$\left. - (3m+1)\left(\frac{1}{(n-1)(1-p)} - \frac{p}{(m-1)(1-p)} - \frac{1}{R}\right)\right] +$$

$$\left. + \frac{1}{(1-p)^2} \cdot \frac{3m+2}{m}\right\} = 0$$

откуда, послѣ простыхъ преобразованій и расположенія членовъ

по степенямъ неизвѣстнаго R, получаемъ окончательно:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{n+2}{n}-\frac{m+2}{m}p\right)\frac{1}{R^2} - \\ &-\left\{\frac{2n+1}{n-1}-\frac{4(m+1)}{m}p-\frac{2(m+2)}{m(n-1)}p+\frac{2m+1}{m-1}p^2\right\}\frac{1}{(1-p)R}+ \\ &+\left\{\left(\frac{n}{n-1}\right)^2-\left(\frac{3m+2}{m}+\frac{4(m+1)}{m(n-1)}+\frac{m+2}{m(n-1)^2}\right)p+\right. \\ &\left.+\left(\frac{3m+1}{m-1}+\frac{2m+1}{(n-1)(m-1)}\right)p^2-\left(\frac{m}{m-1}\right)^2p^3\right\}\frac{1}{(1-p)^2}=0 \end{aligned} \qquad (45)$$

Помощью этого уравненія опредѣляютъ радіусъ R, прочіе же радіусы находятъ уже весьма просто по формуламъ: (η) для R_1, (δ) для r и (θ) для r_1; фокусныя же разстоянія составляющихъ стеколъ вычисляютъ по формуламъ (ε) и (ζ).

Такъ какъ уравненіе (45) для опредѣленія R квадратное, то всегда получаются два рѣшенія, какъ для R, такъ и для всѣхъ прочихъ радіусовъ сферическихъ поверхностей. Оптики берутъ обыкновенно то рѣшеніе, которое даетъ бо́льшіе радіусы кривизны, потому что всѣ вышеприведенныя формулы лишь приближенныя, и остающаяся аберрація оказывается тѣмъ меньше, чѣмъ радіусы сферическихъ поверхностей, а, слѣдовательно, и фокусныя разстоянія стеколъ больше.

Числовой примѣръ. Даны два вещества съ показателями преломленія $n=1{\cdot}54$ и $m=1{\cdot}62$ и показателями свѣторазсѣянія $N=0{\cdot}0403$ и $N_1=0{\cdot}0620$, такъ что $p=0{\cdot}65$. Вычислить радіусы сферическихъ поверхностей и фокусныя разстоянія двухъ стеколъ, образующихъ апланетическую и ахроматическую систему.

По формулѣ (45) имѣемъ:

$$0{\cdot}8463\,\frac{1}{R^2}-2{\cdot}4591\,\frac{1}{R}+0{\cdot}6694=0$$

Съ вычисленными двумя корнями этого квадратнаго уравненія и далѣе по формуламъ (η), (δ) и (θ) получаемъ слѣдующія два рѣшенія:

	1-ое рѣшеніе.	2-ое рѣшеніе.
R	$+0{\cdot}3844$	$+3{\cdot}2895$
R_1	$+0{\cdot}3718$	$+0{\cdot}2005$
r	$-0{\cdot}3718$	$-0{\cdot}2005$
r_1	$-3{\cdot}2680$	$+0{\cdot}5021$

Фокусныя разстоянія составляющихъ стеколъ оказываются при обоихъ рѣшеніяхъ одинаковыми, именно, по формуламъ (ε) и (ζ), получаемъ:

$$\varphi = +0{\cdot}3500 \quad \text{и} \quad \varphi_1 = -0{\cdot}5384$$

Всѣ эти величины выражены въ частяхъ фокуснаго разстоянія системы $F = 1$. Если бы, напримѣръ, требовалось, чтобы это разстояніе равнялось 20 дюймамъ, то всѣ приведенныя числа надо умножить на 20: произведенія выразили бы радіусы сферическихъ поверхностей и фокусныя разстоянія составляющихъ стеколъ въ дюймахъ (см. стр. 132).

48. Приготовленіе оптическихъ чечевицъ. До послѣдняго времени оптическія чечевицы приготовляются изъ двухъ веществъ: кронгласа и флинтгласа. *Кронгласъ* представляетъ отличный сортъ обыкновеннаго стекла, въ составъ котораго входятъ: кварцевый песокъ (около 58% по вѣсу), сода (около 23%), мѣлъ (около 8%) и старое битое стекло (около 11%); средній показатель преломленія кронгласа, смотря по чистотѣ составныхъ частей и ихъ процентному содержанію, бываетъ отъ 1·52 до 1·55, а показатель свѣторазсѣянія около 0·04. Въ составъ *флинтгласа,* болѣе тяжелаго стекла, входятъ: кварцевый песокъ (около 44% по вѣсу), чистый сурикъ (окись свинца, около 44%), сода, селитра и небольшое количество марганца; средній показатель преломленія флинтгласа бываетъ отъ 1·61 до 1·77, а показатель свѣторазсѣянія около 0·06.

Составныя части измельчаютъ въ порошокъ, кладутъ въ глиняный сосудъ и ставятъ часовъ на 20—30 въ печь, гдѣ онѣ расплавляются; чтобы обезпечить однородность, составъ непрерывно перемѣшиваютъ особыми желѣзными палками. Затѣмъ сосудъ закрываютъ и оставляютъ въ печи, прекративъ топку, отчего составъ медленно остываетъ вмѣстѣ съ печью въ продолженіе нѣсколькихъ дней; при быстромъ остываніи наружныя части отвердѣли бы ранѣе внутреннихъ, и въ стеклѣ оказались бы пустоты (пузырьки) и мѣста съ натяженіемъ частицъ.

Когда составъ совершенно остынетъ, сосудъ вынимаютъ изъ печи и разбиваютъ, а полученное стекло подвергаютъ оптическому изслѣдованію. Для этого на немъ въ нѣсколькихъ мѣстахъ отшлифовываютъ небольшія площадки и разсматриваютъ черезъ весь кусокъ и по различнымъ направленіямъ сильный источ-

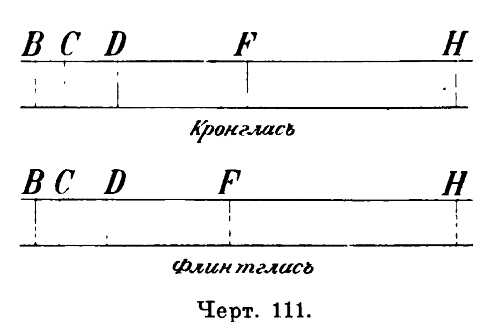
никъ свѣта при помощи зрительной трубы. Годное стекло должно быть безцвѣтно, не заключать въ себѣ пузырьковъ, жилокъ и струй (послѣднія указываютъ на неоднородность состава). Впрочемъ, маленькія зерна и пустоты не бѣда: стекло назначается не для разсматриванія его, а для смотрѣнія сквозь него. Если не весь кусокъ оказывается удовлетворительнымъ, то его разбиваютъ на части и изслѣдуютъ каждую часть отдѣльно: годные куски идутъ на изготовленіе оптическихъ чечевицъ разной величины, а негодные переплавляютъ. Получить хорошее стекло для большого объектива удается лишь послѣ многократныхъ попытокъ. Въ мастерскихъ, дѣлающихъ только малыя чечевицы, изъ сосуда съ расплавленнымъ стекломъ при помощи желѣзныхъ ложекъ сферическаго вида берутъ послѣдовательно небольшія количества стекла и подвергаютъ ихъ медленному остыванію, такъ что каждый кусокъ сразу имѣетъ уже приблизительно требуемый видъ.

Грубо отдѣланные куски стекла хорошаго качества прикрѣпляютъ варомъ къ особымъ станкамъ и *шлифуютъ* при помощи мѣдныхъ формъ, представляющихъ вогнутыя и выпуклыя поверхности требуемыхъ радіусовъ. Шлифуютъ послѣдовательно пескомъ, наждакомъ и пемзой въ продолженіе нѣсколькихъ часовъ, переходя постепенно отъ крупнаго шлифовочнаго матеріала къ болѣе мелкому.

Отшлифованное стекло имѣетъ уже правильный видъ, но поверхности его будутъ еще матовыя. Окончательная отдѣлка достигается *полировкою* колькотаромъ или муміей и кусками особаго войлока; малыя стекла полируютъ на токарныхъ станкахъ, большія же просто руками.

Готовое стекло подвергаютъ новому оптическому изслѣдованію, получая черезъ него изображеніе пламени сильнаго источника свѣта, закрытаго стѣнкой съ небольшимъ отверстіемъ. Изображеніе, разсматриваемое въ сильную зрительную трубу, должно представляться точкою съ возможно малыми сферическою и хроматическою аберраціями. Если изображеніе неправильно, то для разысканія тѣхъ мѣстъ стекла, которыя отшлифованы неудовлетворительно, наклеиваютъ на ту и другую его поверхности клочки черной непрозрачной бумаги. Каждый клочекъ, отъ наклейки котораго изображеніе улучшилось, отмѣчаютъ, и соотвѣтствующія мѣста подшлифовываютъ затѣмъ отъ руки. Такія изслѣдованія приходится повторять много разъ, по-

тому что нерѣдко случается, что послѣ новой шлифовки извѣстная часть стекла не улучшилась, а ухудшилась. Ирландскій оптикъ *Груббъ* (1801—1878) въ Дублинѣ поступалъ иначе. Благодаря самому способу шлифованія неправильныя мѣста расположены на стеклѣ концентрическими полосами, болѣе выпуклыми или вогнутыми, чѣмъ остальныя. Онъ производилъ мѣстныя охлажденія или нагрѣванія, проводя концентрически по стеклу ватой, смоченной эфиромъ, или теплымъ пальцемъ своей руки: если изображеніе мгновенно улучшалось, то мѣсто найдено вѣрно, и мастеръ приступалъ къ новой шлифовкѣ. Вообще окончательная отдѣлка стеколъ ведется, такъ сказать, ощупью и требуетъ отъ художника большого искусства и опытности.



Черт. 111.

Составляющія стекла объективовъ небольшихъ размѣровъ склеиваютъ канадскимъ бальзамомъ или же, заключая ихъ въ одну оправу, прокладываютъ между ними по краямъ, на угловыхъ разстояніяхъ въ 120°, три кусочка станіоля (листового олова); послѣдній способъ лучше, потому что даетъ возможность кронгласу и флинтгласу, имѣющимъ разные коэффиціенты расширенія, свободно измѣнять свои размѣры. Составляющія стекла большихъ объективовъ располагаютъ въ оправѣ на извѣстномъ разстояніи, при расчетѣ котораго можно достигнуть наименьшей сферической аберраціи; въ этомъ случаѣ легче чистить стекла, но зато точная центрировка ихъ затруднительнѣе.

Флинтгласъ, устраняющій хроматическую аберрацію стеколъ, имѣетъ два важныхъ недостатка: 1) такъ какъ въ немъ заключаются вещества весьма различнаго удѣльнаго вѣса, то, не смотря на непрерывное перемѣшиваніе состава въ печи, очень трудно достигнуть полной его однородности, и 2) кронгласъ и флинтгласъ даютъ *ирраціональные спектры*, т. е. спектры, получаемые отъ преломленія бѣлаго луча въ этихъ прозрачныхъ срединахъ, имѣютъ различную относительную ширину отдѣльныхъ цвѣтныхъ полосъ; точнѣе, относительныя разстоянія спектральныхъ линій ихъ спектровъ не одинаковы. На черт. 111 пока-

зано положеніе главныхъ фраунгоферовыхъ линій кронгласа и флинтгласа; легко видѣть, что при одинаковой длинѣ обоихъ спектровъ полосы у фіолетоваго конца спектра флинтгласа шире, чѣмъ у кронгласа. Поэтому если въ ахроматической системѣ достигнуто соединеніе крайнихъ красныхъ и фіолетовыхъ лучей, то промежуточные цвѣта не совмѣщаются, и остается нѣкоторое окрашиваніе изображенія, называемое *вторичнымъ спектромъ*. Это обстоятельство, открытое и объясненное знаменитымъ французскимъ геометромъ *Клеро* (1713—1765), заставило оптиковъ для лучшаго обезцвѣчиванія изображеній сводить въ одной точкѣ не крайніе красные и фіолетовые (всегда слабые) лучи, а лучи промежуточные, наиболѣе яркіе и наиболѣе различные по цвѣту, именно, желто-оранжевые и зелено-голубые, соотвѣтствующіе спектральнымъ линіямъ C и F. Вслѣдствіе такой уловки вторичный спектръ дѣлается значительно меньше, но не исчезаетъ совершенно. Даже оптическія системы изъ трехъ стеколъ, изъ двухъ кронгласовыхъ и расположеннаго между ними флинтгласоваго, даютъ еще замѣтный *третичный спектръ*. Въ неполнотѣ обезцвѣчиванія изображеній, получаемыхъ даже наилучшими ахроматическими объективами, легко убѣдиться, внимательно разсматривая края изображенія широкой бѣлой полосы на черномъ полѣ. Окрашиваніе видно особенно рѣзко, если зрительная труба установлена не по фокусу: при выдвиганіи окуляра края изображенія окрашиваются въ зеленовато-желтый цвѣтъ, а при вдвиганіи—въ пурпуровый.

Объясненныя причины неоднократно вызывали попытки замѣнить флинтгласъ другимъ веществомъ, дающимъ съ кронгласомъ спектры раціональные, при которыхъ не можетъ получаться примѣси вторичнаго спектра. Такія вещества впервые были найдены среди жидкостей. Въ 1789 году англійскій физикъ *Блэръ* (1750—1828) изготовилъ объективъ, въ которомъ флинтгласъ былъ замѣненъ хлористо-водородною кислотой, налитой въ промежутокъ между двумя кронгласовыми стеклами, обращенными выпуклостями другъ къ другу. Въ 1812 году другой англійскій же физикъ *Барлоу* (1776—1862) замѣнилъ флинтгласъ сѣро-углеродомъ, заключеннымъ въ оболочку изъ двухъ тонкихъ «часовыхъ» стеколъ, поставленную отдѣльно отъ кронгласоваго стекла. Свѣторазсѣяніе сѣро-углерода сильнѣе свѣторазсѣянія флинтгласа, и это обстоятельство очень выгодно для приготовленія ахроматической системы. Однако оба предложенія

не получили распространенія, потому что перемѣны температуры производятъ перемѣщенія частицъ жидкости, что, конечно, исключаетъ постоянную однородность состава.

Вѣнскій оптикъ *Плесль* (1794—1868), зная какъ трудно получить большую однородную чечевицу изъ флинтгласа, дѣлалъ такъ называемыя *діалитическія трубы*, въ которыхъ флинтгласовое стекло очень малыхъ размѣровъ помѣщено не рядомъ съ кронгласовымъ, а внутри трубы; вслѣдствіе трудности центрированія удаленныхъ стеколъ эти трубы тоже не получили распространенія.

Съ 1881 года профессоръ *Аббе*, занимающійся на заводѣ *Шотта* въ Іенѣ, предпринялъ систематическій рядъ изслѣдованій разныхъ стеколъ. Ему удалось найти прозрачныя вещества съ весьма различными показателями преломленія (отъ 1·50 до 1·96) и свѣторазсѣянія (отъ 0·01 до 0·06), между которыми не трудно было выбрать составы, обладающіе раціональными спектрами. Это оказались такъ называемыя *борныя* и *фосфатныя* стекла; они даютъ чрезвычайно отчетливыя изображенія на всемъ пространствѣ поля зрѣнія и притомъ безъ признаковъ вторичнаго спектра. Послѣднее обстоятельство особенно цѣнно для объективовъ фотографическихъ камеръ. Къ сожалѣнію эти новыя стекла не достаточно прочны: отъ дѣйствія атмосфернаго воздуха они тускнѣютъ; кромѣ того до сихъ поръ не удавалось приготовить изъ нихъ большихъ объективовъ.

Кромѣ сферической и хроматической аберрацій оптическія чечевицы имѣютъ еще одинъ недостатокъ, называемый *астигматизмомъ*. Самое лучшее апланетическое и ахроматическое стекло собираетъ въ одной точкѣ только лучи, симметрично расположенные относительно главной оптической оси; пучекъ же лучей, симметричныхъ относительно побочной оси, не собирается послѣ преломленія въ одной точкѣ. Ближайшее изслѣдованіе показываетъ, что точки пересѣченія такихъ лучей за стекломъ образуютъ неправильную коническую поверхность, стягивающуюся въ двухъ мѣстахъ въ небольшія плоскости, изъ которыхъ одна лежитъ въ плоскости, заключающей главную оптическую ось стекла, а другая перпендикулярна къ этой плоскости, и обѣ проходятъ чрезъ ось пучка. Величины этихъ плоскостей и разстоянія между ними тѣмъ больше, чѣмъ больше уголъ, составляемый осью пучка лучей съ главною оптическою осью стекла; при малыхъ углахъ обѣ плоскости ничтожны и

почти сливаются въ одну точку. Астигматизмъ, производящій неясность краевъ изображенія, уменьшается діафрагмами и соотвѣтствующимъ сочетаніемъ стеколъ системы.

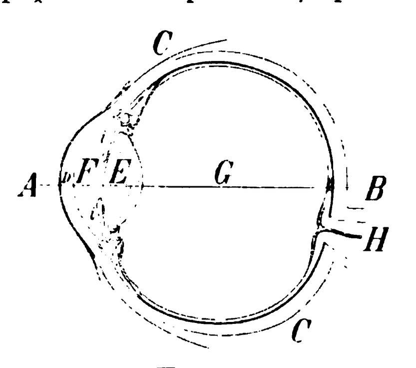
Такимъ образомъ при современныхъ средствахъ оптики нѣтъ возможности приготовить даже сложное стекло, дающее вполнѣ правильныя въ геометрическомъ и цвѣтовомъ отношеніяхъ изображенія; тѣмъ не менѣе стекла, выходящія изъ мастерскихъ лучшихъ оптиковъ, удовлетворяютъ всѣмъ практическимъ требованіямъ. Можно предполагать, что дальнѣйшія усовершенствованія едва ли принесутъ большую пользу, такъ какъ, во-первыхъ, свѣтовые лучи до вступленія въ оптическую систему проходятъ чрезъ неоднородные и волнующіеся слои атмосферы, что тоже искажаетъ изображеніе, а во-вторыхъ, и самъ человѣческій глазъ не совершененъ, обнаруживая хотя и небольшіе, но при извѣстныхъ условіяхъ замѣтные слѣды сферической и хроматической аберрацій и астигматизма. Слѣдовательно, стремленія къ усовершенствованію искусственныхъ оптическихъ системъ будутъ полезны лишь до тѣхъ поръ, пока недостатки стеколъ при разсматриваніи сквозь вполнѣ спокойную атмосферу не сдѣлаются меньше несовершенствъ человѣческаго глаза.

Vernunft und Wissenschaft
Des Menschen allerhöchste Kraft.
Goethe.

VII.

Оптическіе приборы.

49. Устройство глаза. Внѣшніе предметы мы познаемъ посредствомъ органовъ чувствъ, изъ которыхъ наиболѣе важенъ для лицъ, занимающихся топографическими работами, органъ зрѣнія — *глазъ*. Строеніе человѣческаго глаза, почти не отличающагося отъ глазъ другихъ позвоночныхъ животныхъ, впервые описано знаменитымъ арабскимъ ученымъ *Альхазеномъ* (980 — 1038; латинское изданіе его сочиненія озаглавлено Opticae thesaurus — Сокровище оптики). Съ тѣхъ поръ подробностями предмета занимались весьма многіе врачи и физики, изъ которыхъ въ новѣйшее время



Черт. 112.

наибольшую пользу наукѣ принесъ своими изслѣдованіями бывшій профессоръ Берлинскаго Университета *Гельмгольцъ*, совмѣщавшій въ себѣ рѣдко соединяемыя спеціальности врача и физика. Его трактатъ Handbuch der Physiologischen Optik (второе изданіе 1896 г.) по полнотѣ и точности изложенія надолго будетъ классическимъ; приложеніе библіографіи, заключающей перечень 7833 отдѣльныхъ изданій и журнальныхъ статей дѣлаютъ его также необходимѣйшею справочною книгой.

Глазное яблоко CC (черт. 112) имѣетъ видъ почти правильнаго шара, около 0·9 дюйма въ діаметрѣ, соединеннаго съ головнымъ мозгомъ зрительнымъ нервомъ. При помощи особыхъ мышцъ, прикрѣпленныхъ недалеко отъ передней его поверхности, яблоко свободно поворачивается вправо и влѣво, вверхъ и внизъ. Стѣнки

глаза состоятъ изъ нѣсколькихъ налегающихъ другъ на друга слоевъ или оболочекъ.

Наружный бѣлый и самый плотный слой или *склеротика* покрываетъ весь глазъ, за исключеніемъ передней поверхности, гдѣ онъ переходитъ въ круглую болѣе выпуклую и совершенно прозрачную часть, называемую *роговою оболочкою* (роговицею).

Подъ склеротикой лежитъ *сосудистая оболочка*, переходящая подъ роговою въ отдѣльную перегородку съ отверстіемъ по серединѣ. Эта перегородка *ii*, представляющая настоящую діафрагму, называется *радужницею* и имѣетъ у разныхъ лицъ разный цвѣтъ; отверстіе ея, *зрачекъ*, служитъ для пропусканія свѣтовыхъ лучей внутрь глаза. Въ зависимости отъ силы свѣта зрачекъ обладаетъ свойствомъ безсознательно съуживаться и расширяться *); чѣмъ сильнѣе свѣтъ, тѣмъ зрачекъ дѣлается меньше; обыкновенно принимаютъ, что діаметръ зрачка человѣческаго глаза равенъ въ среднемъ 0·2 дюйма.

Третья, самая внутренняя оболочка глазного яблока называется *сѣтчаткою* или *ретиною;* это наиболѣе важная часть органа зрѣнія. Сѣтчатка представляетъ развѣтвленія зрительнаго нерва и состоитъ изъ *палочекъ* и *колбочекъ*, воспринимающихъ свѣтовые лучи и передающихъ эти воспріятія по волокнамъ зрительнаго нерва, не сливаясь, головному мозгу. По гипотезѣ *Юнга* каждая изъ палочекъ и колбочекъ состоитъ изъ трехъ конечныхъ долей нерва, чувствительныхъ къ одному изъ трехъ главныхъ цвѣтовыхъ лучей: красному, зеленому и фіолетовому. Бѣлый лучъ раздражаетъ всѣ три доли нерва съ одинаковой силой; лучи прочихъ цвѣтовъ раздражаютъ ихъ въ различной степени, что и позволяетъ глазу ощущать всѣ цвѣта и оттѣнки; напримѣръ, желтый цвѣтъ вызываетъ ощущенія краснаго и зеленаго, голубой — зеленаго и фіолетоваго и т. п.

Толщина отдѣльной палочки или колбочки не превосходитъ 0·0001 дюйма, и онѣ распредѣлены по сѣтчаткѣ неравномѣрно. Самымъ тѣснымъ образомъ на разстояніяхъ около 0·0002 дюйма и притомъ исключительно однѣ колбочки расположены въ цен-

*) У человѣка эта способность ограничена, и потому мы не можемъ прямо смотрѣть на Солнце и плохо видимъ въ темнотѣ; орлы могутъ съуживать зрачекъ почти въ точку и, не мигая, свободно глядятъ на Солнце; кошки и другіе хищники, совершающіе свои экспедиціи ночью, могутъ расширять зрачекъ до полнаго исчезновенія радужницы и потому видятъ даже при слабомъ свѣтѣ звѣздъ по ночамъ.

тральной, слегка углубленной части сѣтчатки, противоположной зрачку; эта часть называется *центральною ямкою* или *желтымъ пятномъ;* она имѣетъ въ діаметрѣ лишь 0·04 дюйма, что соотвѣтствуетъ углу зрѣнія (см. § 50) почти въ 3°, и на ней глазъ ощущаетъ лучи свѣта наиболѣе отчетливо, почему для яснаго видѣнія мы и поворачиваемъ глаза такъ, чтобы изображеніе разсматриваемой части предмета получилось именно на желтомъ пятнѣ. Прямая AB, соединяющая середину желтаго пятна съ оптическимъ центромъ глаза, называется его *оптическою осью.* Чѣмъ дальше отъ желтаго пятна, тѣмъ палочки и колбочки расположены рѣже, а въ томъ мѣстѣ сѣтчатки, откуда выходитъ зрительный нервъ H, ихъ и вовсе нѣтъ. Это мѣсто, открытое извѣстнымъ французскимъ физикомъ *Маріоттомъ* (1620–1684), имѣетъ около 0·06 дюйма въ діаметрѣ, что соотвѣтствуетъ углу зрѣнія въ $4^1/_2$°, и называется *слѣпымъ пятномъ.* Оно находится въ 0·1 дюйма отъ центральной ямки, ближе къ носу (чертежъ 112 представляетъ горизонтальный разрѣзъ праваго глаза), и легко можетъ быть обнаружено, если нарисовать два небольшихъ кружка около трехъ дюймовъ одинъ отъ другого и разсматривать ихъ съ разстоянія десяти дюймовъ: закрывая лѣвый глазъ и смотря правымъ на лѣвый кружокъ, мы не увидимъ праваго кружка.

Внутри глаза, непосредственно за радужницею, при помощи особыхъ мускуловъ держится студенистое и упругое прозрачное тѣльце E — *хрусталикъ.* Толщина его около 0·15 дюйма; онъ имѣетъ всѣ свойства собирательной чечевицы, причемъ задняя его поверхность болѣе выпукла, чѣмъ передняя. Внутренность глаза раздѣляется хрусталикомъ на двѣ неравныя полости, изъ которыхъ передняя, меньшая, F наполнена *водянистою влагой.* а задняя, бо́льшая, G — *стекловидною влагой.* Эти двѣ прозрачныя жидкости вмѣстѣ съ хрусталикомъ образуютъ собственно оптическій аппаратъ глаза; оптическій центръ всей системы лежитъ внутри хрусталика. Лучи свѣта, вступающіе въ глазъ отъ внѣшнихъ предметовъ, преломляются въ названныхъ прозрачныхъ срединахъ и даютъ на сѣтчаткѣ дѣйствительное, обратное и (обыкновенно) уменьшенное изображеніе, такъ что, какъ выразился впервые итальянскій физикъ *Порта* (1538—1615), глазъ представляетъ естественную камеру-обскуру.

Если бы глазъ составлялъ неизмѣнную оптическую систему, то изображеніе получалось бы на самой сѣтчаткѣ только при

нѣкоторомъ опредѣленномъ разстояніи отъ предмета. Изображенія предметовъ болѣе удаленныхъ получались бы внутри глаза, передъ сѣтчаткою, изображенія же болѣе близкихъ предметовъ, наоборотъ, внѣ глаза—за сѣтчаткою; въ обоихъ случаяхъ зрѣніе становилось бы неяснымъ. На самомъ дѣлѣ глаза обладаютъ удивительнымъ свойствомъ *приспособленія* къ разстояніямъ *(аккомодація)*, и каково бы ни было разстояніе до внѣшняго предмета, если только оно не выходитъ изъ извѣстныхъ весьма широкихъ предѣловъ, изображеніе получается какъ разъ на сѣтчаткѣ. Свойство приспособленія приписывалось весьма различнымъ причинамъ: сжатію и растяженію яблока, перемѣщенію хрусталика внутри глаза и пр. *Гельмгольцъ* первый доказалъ непосредственными опытами, что приспособленіе заключается въ измѣненіи кривизны передней поверхности хрусталика, производимомъ особою кольцеобразною мышцею, охватывающей его края. Когда разсматриваемый предметъ очень удаленъ, то хрусталикъ растягивается къ краямъ, и кривизна его передней поверхности уменьшается; когда же предметъ очень близокъ, то хрусталикъ сжимается, дѣлается выпуклѣе, и кривизна его передней поверхности увеличивается. Въ обоихъ случаяхъ изображеніе безсознательно приводится точно на сѣтчатку.

Показатели преломленія водянистой и стекловидной влагъ почти равны показателю преломленія воды; вещество же хрусталика вообще имѣетъ болѣе значительный показатель преломленія. Хрусталикъ по своему строенію напоминаетъ луковицу: онъ состоитъ изъ множества слоевъ, показатели преломленія которыхъ возрастаютъ отъ внѣшнихъ поверхностей къ центральному ядру. Благодаря такому строенію, хрусталикъ преломляетъ проходящіе сквозь него лучи сильнѣе, чѣмъ въ томъ случаѣ, если бы онъ состоялъ изъ однороднаго вещества съ показателемъ преломленія равнымъ даже показателю преломленія своего центральнаго ядра. Дѣйствительно, выдѣлимъ мысленно въ однородной собирательной чечевицѣ центральную часть съ болѣе выпуклыми поверхностями; боковыя части чечевицы можно тогда разсматривать, какъ два разсѣивающія стекла, уменьшающія преломляющее дѣйствіе центральной части. Если бы эти боковыя части имѣли меньшій показатель преломленія, то ослабляющее ихъ дѣйствіе стало бы меньше, а полное дѣйствіе чечевицы сдѣлалось бы больше, чѣмъ дѣйствіе первоначальной однородной чечевицы.

Замѣчательное строеніе хрусталика, помимо объясненнаго увеличенія его преломляющей силы, имѣетъ еще особое и весьма важное назначеніе. Боковые лучи, проходящіе сквозь части хрусталика съ меньшими показателями преломленія, не пересѣкаютъ оптическую ось глаза ближе лучей центральныхъ, какъ въ однородной чечевицѣ (см. § 45), и, слѣдовательно, указанное строеніе имѣетъ цѣлью устранять сферическую аберрацію. Хроматическая аберрація, тоже почти не существующая въ глазѣ, устраняется совокупнымъ дѣйствіемъ жидкостей глазного яблока и вещества хрусталика, имѣющихъ разные показатели свѣторазсѣянія.

Наиболѣе ясное и отчетливое изображеніе получается на сѣтчаткѣ въ томъ случаѣ, когда разсматриваемый предметъ отстоитъ отъ глаза на разстояніи, при которомъ хрусталикъ имѣетъ свой естественный видъ, не измѣненный его кольцеобразною мышцей. Это разстояніе называется *разстояніемъ наилучшаго зрѣнія;* для нормальнаго глаза оно равно 10 дюймамъ. На такомъ, приблизительно, разстояніи мы, совершенно безсознательно, держимъ, напримѣръ, книгу при чтеніи. Нормальный глазъ легко приспособляется къ разстояніямъ немного меньшимъ и ко всѣмъ бо́льшимъ указаннаго, но существуютъ глаза съ бо́льшею естественною кривизною хрусталика, для которыхъ разстояніе наилучшаго зрѣнія меньше нормальнаго и которые поэтому не могутъ отчетливо видѣть далекіе предметы; такіе глаза называются *близорукими.* Наоборотъ, существуютъ глаза, для которыхъ разстояніе наилучшаго зрѣнія болѣе нормальнаго; они называются *дальнозоркими.* Близорукость свойственна раннему возрасту и съ годами проходитъ; подъ старость близорукіе глаза дѣлаются нормальными, а нормальные — дальнозоркими, причемъ у стариковъ ослабѣваетъ и возможность приспособленія къ разстояніямъ. Дѣти, читающія мелко напечатанныя книги, пріучаясь держать ихъ близко къ глазамъ, становятся искусственно близорукими, а охотники, горцы и моряки, привыкающіе съ малолѣтства разсматривать отдаленные предметы, рано дѣлаются дальнозоркими.

Чтобы близорукіе и дальнозоркіе могли ясно видѣть мелкіе предметы съ разстоянія наилучшаго зрѣнія для нормальнаго глаза, пользуются *очками.* Близорукимъ, т. е. глазамъ съ излишнею кривизной, нужны очки съ разсѣивающими стеклами, а дальнозоркимъ, имѣющимъ недостаточную кривизну—стекла

собирательныя. Для смотрящаго черезъ очки стекла очковъ и глаза составляютъ какъ бы одну оптическую систему, назначенную для полученія изображенія какъ разъ на сѣтчаткѣ.

Такъ какъ уголъ, составляемый лучами, идущими отъ оптическаго центра глаза къ краямъ центральной ямки, не превосходитъ 3°, то глазъ можетъ съ особенною отчетливостью видѣть только предметы, уголъ зрѣнія на которые не болѣе указаннаго предѣла. Хотя дѣйствительное *поле зрѣнія глаза* или пространство, которое онъ охватываетъ при неподвижномъ положеніи, несравненно обширнѣе (сверху внизъ оно обнимаетъ 120°, а справа налѣво даже 150°), но боковые предметы глазъ видитъ неясно, потому что, какъ указано выше, на боковыхъ частяхъ сѣтчатки палочки и колбочки расположены, сравнительно, рѣдко. Если мы все же охватываемъ зрѣніемъ большіе внѣшніе предметы, то этимъ мы обязаны подвижности нашихъ глазъ, которые быстро переводятъ оптическія оси съ одной точки предмета на другую.

Выше было упомянуто, что разстоянія отдѣльныхъ колбочекъ на сѣтчаткѣ въ желтомъ пятнѣ равны приблизительно 0·0002 дюйма, поэтому уголъ, составляемый лучами, проведенными отъ оптическаго центра глазной системы къ двумъ рядомъ лежащимъ оконечностямъ зрительнаго нерва, составляетъ около 1′, слѣдовательно подробностей, лежащихъ въ углахъ зрѣнія, меньшихъ 1′, мы уже не различаемъ. Если начертить на бумажкѣ квадратикъ и кружокъ и разсматривать ихъ на такомъ разстояніи, чтобы ихъ поперечники представлялись подъ углами зрѣнія, бо́льшими 1′, то изображенія ихъ закроютъ нѣсколько колбочекъ, и глазъ ясно различитъ ихъ видъ; если же бумажку удалить настолько, чтобы уголъ зрѣнія уменьшился до 1′, то изображенія фигуръ на сѣтчаткѣ покроютъ лишь по одной оконечности зрительнаго нерва и обѣ покажутся одинаковыми точками. Если начерченные квадратикъ и кружокъ имѣютъ въ поперечникѣ 0·1 дюйма, то невозможность различить ихъ видъ начинается съ разстоянія $3438.0{\cdot}1 = 344$ дюйма или, приблизительно, съ разстоянія въ 4 сажени.

Съ ранняго дѣтства мы пріучаемся повѣрять зрительныя впечатлѣнія осязаніемъ и потому видимъ внѣшніе предметы не обращенными, какими они являются на сѣтчаткѣ, а прямыми. Что на самомъ дѣлѣ изображенія на сѣтчаткѣ получаются обратными, легко доказать слѣдующимъ простымъ, но порази-

тельнымъ опытомъ: въ тонкомъ картонѣ прокалываютъ небольшое отверстіе и, держа его возможно ближе къ глазу, передвигаютъ между картономъ и глазомъ иглу; передвиженія будутъ казаться обратными. Не смотря на сознаніе, что рука. напримѣръ, опускаетъ иглу, глазу представляется, будто игла поднимается; тутъ зрительное впечатлѣніе, подъ вліяніемъ необычной обстановки, не искажается пріобрѣтенною привычкой.

Въ Топографіи имѣетъ большое значеніе и приноситъ огромную пользу на съемкахъ *глазомѣръ* или способность оцѣнивать на глазъ, безъ помощи инструментовъ, разстоянія до внѣшнихъ предметовъ. О разстояніи мы судимъ: по числу элементовъ сѣтчатки, участвующихъ въ воспріятіи изображенія предмета, по напряженію, сопровождающему актъ аккомодаціи, по сходимости оптическихъ осей обоихъ глазъ и по ясности изображенія (воздушная перспектива).

Ежедневнымъ опытомъ мы убѣждаемся въ уменьшеніи угла зрѣнія по мѣрѣ удаленія предмета (черт. 113); предметъ извѣстной величины кажется намъ ближе или дальше, смотря по тому, виденъ ли онъ подъ большимъ или малымъ угломъ зрѣнія. Если же мы видимъ новый предметъ, или хотя и извѣстный, но въ новой, непривычной для насъ обстановкѣ, то величина угла зрѣнія не достаточна для сужденія о разстояніи, и въ подобныхъ случаяхъ происходятъ зачастую удивительные обманы зрѣнія. Напримѣръ, Луна въ небольшую зрительную трубу кажется отнюдь не больше, чѣмъ невооруженному глазу; однако стоитъ лишь посмотрѣть на нее обоими глазами сразу (однимъ черезъ трубу, а другимъ непосредственно), чтобы убѣдиться въ увеличеніи трубы.

Напряженіе мускуловъ во время приспособленія къ разстоянію ощутительно только для весьма близкихъ предметовъ; за небольшимъ, сравнительно, предѣломъ въ 20—30 дюймовъ это напряженіе приноситъ глазомѣру уже мало пользы. Къ счастью человѣкъ имѣетъ не одинъ, а два глаза, и разсматривая какой нибудь предметъ, онъ устанавливаетъ глаза свои такъ, чтобы ихъ оптическія оси пересѣкались на разсматриваемой точкѣ. Понятно, что при различныхъ разстояніяхъ углы между осями глазъ оказываются разными, и по величинѣ угла между осями, ощущаемой напряженіемъ глазныхъ мышцъ, поворачивающихъ глаза въ ихъ впадинахъ, мы судимъ о разстояніи независимо отъ того, знакомъ ли намъ предметъ или нѣтъ. Однако пере-

мѣны угла между оптическими осями глазъ значительны, и потому ощутительны тоже лишь на небольшихъ разстояніяхъ; при разстояніи въ 100—200 саженей глазныя оси располагаются почти параллельно, и глазомѣръ на большихъ разстояніяхъ приводитъ уже къ грубымъ ошибкамъ.

Вслѣдствіе неполной прозрачности атмосферы дальніе предметы представляются обыкновенно менѣе ясно, чѣмъ ближніе; этимъ обстоятельствомъ пользуются живописцы для перспективы своихъ картинъ: они изображаютъ дальніе предметы съ меньшею отчетливостью, чѣмъ близкіе. Этимъ объясняется, почему предметы, ярко освѣщенные, кажутся намъ всегда ближе ихъ дѣйствительныхъ разстояній, почему Луна и Солнце у горизонта повидимому больше, чѣмъ на значительной высотѣ. У горизонта эти свѣтила отъ прохожденія ихъ лучей сквозь огромную толщу атмосферы теряютъ свой блескъ и кажутся намъ дальше, а такъ какъ они видны подъ тѣми же углами зрѣнія, какъ и на значительной высотѣ, то намъ представляется, что они стали больше.

Когда мы смотримъ на близкій предметъ обоими глазами, то изображенія на двухъ сѣтчаткахъ не вполнѣ одинаковы, но каждая точка предмета даетъ изображеніе на такъ называемыхъ *сопряженныхъ точкахъ* сѣтчатокъ, и мы не видимъ предмета вдвойнѣ; разсматриваніе двумя глазами позволяетъ лучше воспринимать видъ самого предмета и судить о всѣхъ подробностяхъ его поверхности. Однако если глаза устремлены на опредѣленную точку, то только изображенія ближайшихъ частей предмета получаются на сопряженныхъ точкахъ сѣтчатокъ, изображенія же удаленныхъ частей того же или другихъ предметовъ получаются уже не на сопряженныхъ точкахъ, и предметы двоятся. Если держать передъ глазами два пальца на разныхъ разстояніяхъ и смотрѣть на ближній, то дальній будетъ виденъ вдвойнѣ; наоборотъ, если смотрѣть на дальній, то ближній покажется вдвойнѣ. Предметы двоятся также, если придавить яблоко одного глаза и тѣмъ искусственно измѣнить положеніе его оптической оси. Слѣпыя пятна не соотвѣтствуютъ сопряженнымъ точкамъ сѣтчатокъ, и потому объ ихъ существованіи мы даже не подозрѣваемъ.

Геометрическое мѣсто внѣшнихъ точекъ, дающихъ изображенія на сопряженныхъ точкахъ сѣтчатокъ обоихъ глазъ, образуетъ поверхность, называемую *гороптеромъ*. Часть гороптера

совпадаетъ съ горизонтальною плоскостью, проходящею черезъ подошвы прямо стоящаго или идущаго человѣка, и вотъ почему мы не затрудняясь можемъ ходить, глядя впередъ, а не подъ ноги. Предметы, лежащіе внѣ гороптера, даютъ изображенія не на сопряженныхъ точкахъ, и потому видны не ясно.

Въ заключеніе этого краткаго очерка органа зрѣнія необходимо замѣтить, что въ глазѣ, какъ и въ лучшихъ оптическихъ приборахъ, существуютъ слѣды сферической и хроматической аберрацій и астигматизма.

Чтобы замѣтить въ глазѣ сферическую аберрацію, прокалываютъ въ картонѣ четыре дырочки, расположенныя на одной прямой и столь близко, чтобы разстояніе крайнихъ было меньше діаметра зрачка при слабомъ свѣтѣ. Если поднести картонъ къ глазу такъ, чтобы рядъ отверстій былъ вертикаленъ, и разсматривать очень близко расположенную горизонтальную иглу, то глазъ увидитъ не одну, а четыре иглы, потому что при очень маломъ разстояніи хрусталикъ не въ силахъ свести лучи, прошедшіе черезъ всѣ четыре отверстія, въ одну точку. Если медленно удалять иглу, то изображенія начнутъ сближаться, и на разстояніи наилучшаго зрѣнія сольются. Для разныхъ глазъ совпаденіе происходитъ различно: обыкновенно сливаются сперва оба среднія изображенія, и легко понять, что въ этомъ случаѣ аберрація глаза противоположна сферической аберраціи простого собирательнаго стекла, т. е. въ немъ крайніе лучи пересѣкаются дальше центральныхъ; если сольются сперва крайнія изображенія, то аберрація глаза подобна аберраціи въ собирательной чечевицѣ; если же всѣ четыре изображенія сливаются одновременно, что случается крайне рѣдко, то глазъ не имѣетъ замѣтной сферической аберраціи.

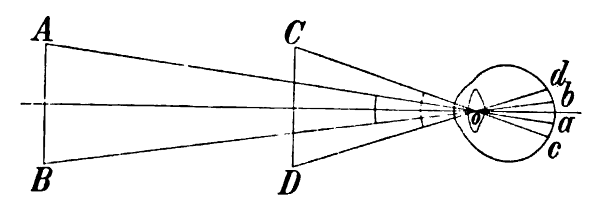
Существованіе хроматической аберраціи въ глазахъ доказывается окрашиваніемъ краевъ изображенія черной полосы на бѣломъ полѣ при разсматриваніи ея искусственно расширеннымъ (белладонною) зрачкомъ, а также явленіемъ, замѣченнымъ впервые нѣмецкимъ ученымъ *Фраунгоферомъ* (1787—1826): если внимательно наблюдать спектральныя линіи помощью ахроматической трубы, то приходится устанавливать окуляръ различно для разныхъ цвѣтовъ.

Астигматизмъ легко замѣтить, разсматривая систему лучеобразно пересѣкающихся въ одной точкѣ одинаково тонко прочерченныхъ прямыхъ; обыкновенно не всѣ прямыя равно хо-

рошо видны. Если астигматизмъ глазъ значителенъ, то прибѣгаютъ къ очкамъ съ цилиндрическими стеклами.

Нормальный здоровый глазъ не замѣчаетъ своихъ несовершенствъ. Какъ ни малы палочки и колбочки, представляющія оконечности зрительнаго нерва, онѣ все же имѣютъ извѣстные размѣры, и потому неполное пересѣченіе лучей отъ одной точки предмета на сѣтчаткѣ почти не примѣчается; кромѣ того при яркомъ освѣщеніи, когда недостатки глаза могли бы сдѣлаться замѣтными, зрачекъ съуживается и пропускаетъ лишь узкій пучекъ центральныхъ лучей, отчего аберраціи и астигматизмъ становятся вовсе не ощутительными.

50. Цѣль оптическихъ приборовъ. Уголъ, образуемый свѣтовыми лучами, идущими отъ крайнихъ точекъ разсматриваемаго предмета къ оптическому центру глаза, называется *угломъ зрѣ-*



Черт. 113.

нія. Чѣмъ больше уголъ зрѣнія, тѣмъ больше и изображеніе предмета на сѣтчаткѣ, а чѣмъ это изображеніе больше, тѣмъ оно возбуждаетъ большее число оконечностей зрительнаго нерва и тѣмъ, слѣдовательно, съ большею подробностью и отчетливостью виденъ разсматриваемый внѣшній предметъ.

Если *o* (черт. 113) — оптическій центръ глаза, то предметъ *AB* виденъ подъ угломъ зрѣнія *AoB*, и изображеніе его на сѣтчаткѣ будетъ *ab*; если тотъ же предметъ приблизить къ глазу, въ *CD*, то онъ будетъ виденъ подъ бóльшимъ угломъ зрѣнія *CoD* и дастъ на сѣтчаткѣ большее изображеніе *cd*. Такимъ образомъ для лучшаго разсматриванія предмета слѣдуетъ видѣть его подъ бóльшимъ угломъ зрѣнія. Въ предыдущемъ § 49 было объяснено, что нормальный глазъ безъ всякихъ усилій мышцъ даетъ изображеніе на самой сѣтчаткѣ при разстояніи наилучшаго зрѣнія, но онъ легко приспособляется ко всѣмъ бóльшимъ разстояніямъ, только съ увеличеніемъ разстоянія до

предмета уголъ зрѣнія уменьшается, такъ что очень удаленные предметы мы видимъ лишь въ общихъ чертахъ, не различая подробностей.

Чтобы увеличить уголъ зрѣнія, подъ которымъ виденъ внѣшній предметъ, слѣдуетъ приблизить его къ глазу. Однако непосредственное приближеніе не всегда возможно: уменьшать разстоянія до небесныхъ свѣтилъ и отдаленныхъ земныхъ предметовъ не въ нашей власти. Мелкіе же переносные предметы, хотя и поддаются приближенію, но бываютъ сами по себѣ столь малы, что даже на разстояніи наилучшаго зрѣнія видны подъ весьма малыми углами; дальнѣйшее ихъ приближеніе, хотя и увеличило бы уголъ зрѣнія, но зато сдѣлало бы изображенія ихъ на сѣтчаткѣ неясными, такъ какъ былъ бы перейденъ предѣлъ приспособленія. Для близорукихъ и дальнозоркихъ глазъ условія яснаго видѣнія предметовъ еще болѣе ограничены.

Итакъ, невооруженными глазами мы видимъ внѣшніе предметы обыкновенно подъ слишкомъ малыми углами зрѣнія: далекіе — вслѣдствіе громадности разстояній до нихъ, близкіе — вслѣдствіе невозможности приблизить ихъ болѣе, чѣмъ допускаетъ предѣльное разстояніе наилучшаго зрѣнія. Въ обоихъ случаяхъ приносятъ большую пользу такъ называемые *оптическіе приборы*, назначеніе которыхъ заключается въ увеличеніи угла зрѣнія, подъ которымъ видны внѣшніе предметы, и въ приведеніи ихъ изображеній точно на сѣтчатку. Существенную часть всѣхъ оптическихъ приборовъ составляютъ сферическія стекла, дающія изображеніе внѣшняго предмета точно на разстояніи наилучшаго зрѣнія и притомъ такой величины, чтобы уголъ зрѣнія, подъ которымъ видно это изображеніе, оказался больше угла зрѣнія, подъ которымъ предметъ виденъ невооруженнымъ глазомъ.

Изъ предыдущаго ясно, что оптическіе приборы должны быть двоякаго рода: одни назначаются для разсматриванія большихъ отдаленныхъ предметовъ и имѣютъ цѣлью, такъ сказать, *приближать* ихъ къ глазу; другіе служатъ для разсматриванія мелкихъ предметовъ, чтобы видѣть ихъ отчетливо, когда они помѣщены весьма близко къ глазу, именно такъ близко, что безъ прибора они оказались бы внѣ наименьшаго предѣла аккомодаціи, такъ что приборъ дѣйствительно *увеличиваетъ* предметъ. Приборы перваго рода называются вообще *зрительными трубами* или *телескопами*, а второго—*лупами* и *микроскопами*.

Многія мѣста сочиненій древнихъ показываютъ, что имъ было извѣстно увеличеніе мелкихъ предметовъ, разсматриваемыхъ черезъ капли воды и стеклянные шарики; при раскопкахъ развалинъ Ниневіи даже найдено стекло, обдѣланное въ видѣ чечевицы. Знаменитый философъ *Сенека* (2—65) въ первой книгѣ своихъ «Естественныхъ вопросовъ» прямо говоритъ, что предметы кажутся больше, если ихъ разсматривать черезъ стеклянный шаръ, наполненный водой, хотя увеличеніе онъ приписываетъ не виду сосуда, а содержащейся въ немъ водѣ. Изобрѣтеніе очковъ относятъ обыкновенно къ XIV вѣку и приписываютъ его итальянцамъ, и если *Плиній Старшій* (23—79) упоминаетъ о чудесной силѣ шлифованнаго изумруда, то и здѣсь свойства его объясняетъ не видомъ, а таинственнымъ качествомъ этого драгоцѣннаго камня. Такимъ образомъ дѣйствіе простыхъ стеколъ или *лупъ* извѣстно издавна, но точная теорія этого простѣйшаго оптическаго прибора разработана впервые лишь въ концѣ XVII вѣка голландскимъ зоологомъ *Левенгукомъ* (1632—1723).

Что касается зрительныхъ трубъ, то не подлежитъ сомнѣнію, что онѣ сдѣлались извѣстными только въ началѣ XVII вѣка. Хотя въ сочиненіяхъ древнихъ и упоминается о трубахъ, служившихъ для разсматриванія отдаленныхъ предметовъ, но эти трубы были безъ стеколъ или зеркалъ, и дѣйствіе ихъ ограничивалось устраненіемъ боковыхъ лучей, подобно дѣйствію козырька или руки, приставленной ко лбу, для лучшаго разсматриванія отдаленныхъ предметовъ при яркомъ солнечномъ свѣтѣ.

Дѣти мастера очковъ *Липперсгея* (1560—1619) въ Мидльбургѣ, играя однажды очковыми стеклами, при случайномъ расположеніи вогнутаго и выпуклаго стеколъ были поражены близостью пѣтуха, укрѣпленнаго на вершинѣ сосѣдней колокольни. Отецъ, которому дѣти сообщили о своемъ удивленіи, понялъ великую важность этого случайнаго открытія и въ 1606 году получилъ отъ голландскихъ Генеральныхъ Штатовъ привилегію на зрительную трубу. Въ 1608 году о дарованіи такой же привилегіи хлопоталъ Яковъ *Мецій* (1565—1630), братъ знаменитаго Адріана *Меція* (1571—1635), алькмарскаго бургомистра, извѣстнаго открытіемъ простого и весьма точнаго отношенія окружности къ діаметру (355 : 113). Геніальный *Галилей* (1564—1642), получивъ въ 1609 году смутныя извѣстія о голландскихъ трубахъ, размышлялъ цѣлую ночь и на другое утро устроилъ та-

кой же инструментъ. Галилей сдѣлалъ своимъ приборомъ рядъ безсмертныхъ открытій на небѣ и объяснилъ его дѣйствіе, отчего труба изъ собирательнаго и разсѣивающаго стеколъ называется и понынѣ его именемъ (см. § 60). Вскорѣ затѣмъ, именно въ 1611 году, *Кеплеръ*, исходя изъ теоретическихъ соображеній, устроилъ зрительную трубу изъ двухъ собирательныхъ стеколъ (см. § 53), имѣющую извѣстныя преимущества передъ трубою Галилея. Къ этимъ же годамъ XVII вѣка относится изобрѣтеніе микроскопа, приписываемое обыкновенно голландцу Захарію *Янсену*, современнику Липперсгея.

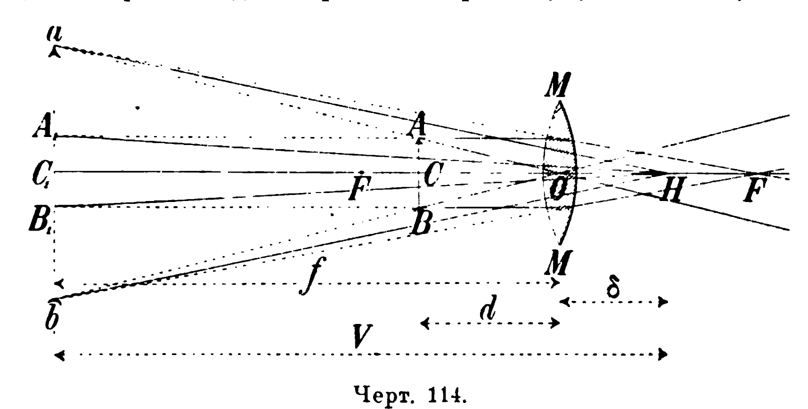
Зрительныя трубы бываютъ двухъ родовъ: *рефракторы* или *діоптрическія трубы*, состоящія исключительно изъ сферическихъ стеколъ, т. е. дѣйствующія только преломленіемъ лучей, и *рефлекторы* или *катоптрическія трубы*, главную часть которыхъ составляетъ вогнутое сферическое зеркало, производящее изображеніе отраженіемъ свѣтовыхъ лучей. Ниже объяснены устройство и дѣйствіе разныхъ оптическихъ приборовъ, начиная съ простѣйшаго—лупы.

51. Лупа. Внѣшніе предметы видны тѣмъ отчетливѣе и тѣмъ съ бо̀льшими подробностями, чѣмъ они ближе къ глазу: по мѣрѣ уменьшенія разстоянія до предмета увеличивается уголъ зрѣнія; однако приближеніе предмета возможно только до извѣстнаго предѣла, называемаго разстояніемъ наилучшаго зрѣнія; дальнѣйшее *непосредственное* приближеніе предмета къ глазу не приноситъ уже пользы, потому что, хотя уголъ зрѣнія и становится тогда больше, но зато внѣ предѣла аккомодаціи изображеніе предмета получается за сѣтчаткой и, слѣдовательно, не можетъ быть ясно видно. Приблизить предметъ къ глазу болѣе названнаго предѣла безъ ущерба ясности видѣнія можно лишь въ томъ случаѣ, если между предметомъ и глазомъ помѣщено собирательное стекло или *лупа*.

Пусть MM (черт. 114) представляетъ поперечный разрѣзъ собирательнаго стекла съ фокуснымъ разстояніемъ F; AB— предметъ, расположенный передъ стекломъ на разстояніи $CO=d$, которое должно быть меньше F (см. черт. 104); ab — мнимое, прямое и увеличенное изображеніе предмета, получаемое на разстояніи (отъ стекла) $C_1O=f$; H—оптическій центръ глаза, разстояніе котораго отъ стекла, т. е. отрѣзокъ OH, назовемъ черезъ δ.

Благодаря лупѣ, глазъ видитъ изображеніе предмета подъ угломъ aHb, безсознательно устанавливая самый предметъ такъ, чтобы разстояніе C_1H равнялось разстоянію наилучшаго зрѣнія V; если бы лупы не было, то предметъ пришлось бы помѣстить на разстояніи наилучшаго зрѣнія, въ A_1B_1, и глазъ усматривалъ бы его подъ угломъ A_1HB_1.

Увеличеніемъ лупы называется отношеніе угловъ зрѣнія, подъ которыми виденъ предметъ черезъ лупу и безъ нея, невооруженнымъ глазомъ, при наилучшихъ условіяхъ. Означая увеличеніе лупы черезъ G, имѣемъ:



Черт. 114.

$$G = \frac{\angle\, aHb}{\angle\, A_1HB_1}$$

Такъ какъ разсматриваемые углы вообще невелики, то отношеніе самихъ угловъ можно замѣнить отношеніемъ ихъ тангенсовъ, т. е. положить (пользуясь далѣе подобіемъ треугольниковъ aOb и AOB):

$$G = \frac{ab}{A_1B_1} = \frac{ab}{AB} = \frac{f}{d} \qquad (\alpha)$$

Чтобы исключить перемѣнныя величины f и d, примѣнимъ здѣсь основную формулу оптики (27), которая даетъ

$$\frac{f}{d} = \frac{f}{F} + 1$$

Изъ чертежа видно, что $f = V - \delta$, слѣдовательно

$$\frac{f}{d} = \frac{V - \delta}{F} + 1$$

Подставляя это въ выраженіе (α), имѣемъ окончательно:

$$G = \frac{V}{F} - \frac{\delta}{F} + 1 \qquad (46)$$

Такимъ образомъ увеличеніе лупы G зависитъ отъ трехъ данныхъ: 1) разстоянія наилучшаго зрѣнія V, 2) фокуснаго разстоянія лупы F и 3) разстоянія глаза отъ стекла δ. Изъ формулы (46) видно непосредственно, что увеличеніе лупы тѣмъ больше, чѣмъ больше разстояніе наилучшаго зрѣнія наблюдателя, чѣмъ меньше фокусное разстояніе самой лупы и чѣмъ меньше разстояніе отъ нея глаза.

При одной и той же лупѣ дальнозоркій получаетъ большее увеличеніе, чѣмъ близорукій; это видно не только изъ формулы (46), но понятно и непосредственно: безъ лупы близорукій можетъ придвинуть предметъ ближе къ глазу, чѣмъ дальнозоркій, видитъ его подъ бо̀льшимъ угломъ зрѣнія, и, слѣдовательно, лупа приноситъ ему меньше пользы. Понятно еще, что близорукій долженъ придвигать предметъ къ стеклу ближе, чѣмъ дальнозоркій.

Для лупы надо всегда брать оптическую систему, фокусное разстояніе которой меньше разстоянія наилучшаго зрѣнія ($F < V$). Если есть выборъ, то для полученія большаго увеличенія надо предпочесть лупу съ самымъ короткимъ фокуснымъ разстояніемъ. Однако, чѣмъ меньше фокусное разстояніе, тѣмъ короче радіусы сферическихъ поверхностей стекла и тѣмъ, стало быть, меньше самая лупа и ея свободное отверстіе, такъ что лупою съ большимъ увеличеніемъ можно разсматривать лишь малое пространство.

Изъ формулы (26) видно, что болѣе короткое фокусное разстояніе можно получить съ тѣми же радіусами сферическихъ поверхностей, если взять вещество съ бо̀льшимъ показателемъ преломленія. Ювелиры и часовые мастера имѣютъ лупы изъ граната и другихъ драгоцѣнныхъ минераловъ. Хотя алмазъ, какъ видно изъ таблицы на стр. 118, имѣетъ наибольшій показатель преломленія, но онъ не пригоденъ для лупъ, потому что обладаетъ иногда двойнымъ лучепреломленіемъ.

Наконецъ, формула (46) показываетъ, что увеличеніе лупы тѣмъ больше, чѣмъ меньше разстояніе глаза отъ прибора; слѣдовательно, пользуясь лупою, надо держать глазъ возможно ближе къ стеклу. При такомъ положеніи увеличивается еще ея

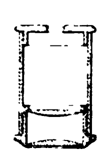
поле зрѣнія, т. е. пространство, которое можно обозрѣвать при неподвижномъ положеніи прибора.

Такъ какъ члены $\frac{\delta}{F}$ и 1 выраженія (46) обыкновенно малы по сравненію съ членомъ $\frac{V}{F}$ и имѣютъ противоположные знаки, то ими иногда вовсе пренебрегаютъ и представляютъ увеличеніе лупы приближенною формулою:

$$G = \frac{V}{F} \tag{47}$$

т. е. считаютъ, что увеличеніе лупы прямо-пропорціонально разстоянію наилучшаго зрѣнія наблюдателя и обратно-пропорціонально ея фокусному разстоянію.

Чѣмъ меньше фокусное разстояніе стекла, тѣмъ больше его сферическая и хроматическая аберраціи, и потому лупы нерѣдко составляются изъ двухъ и даже трехъ стеколъ, вдѣланныхъ въ одну общую вычерненную внутри оправу (черт. 115). Въ этомъ случаѣ составляющія стекла дѣйствуютъ, какъ одно эквивалентное (§ 42); фокусное его разстояніе всегда меньше фокусныхъ разстояній составляющихъ стеколъ, и, слѣдовательно, помимо ослабленія и даже полнаго уничтоженія аберрацій, такая *сложная лупа* обладаетъ еще бо́льшимъ увеличеніемъ и бо́льшимъ полемъ зрѣнія. Если лупою служитъ только одно плосковыпуклое стекло, то ее надо держать выпуклою стороной къ глазу.



Черт. 115.

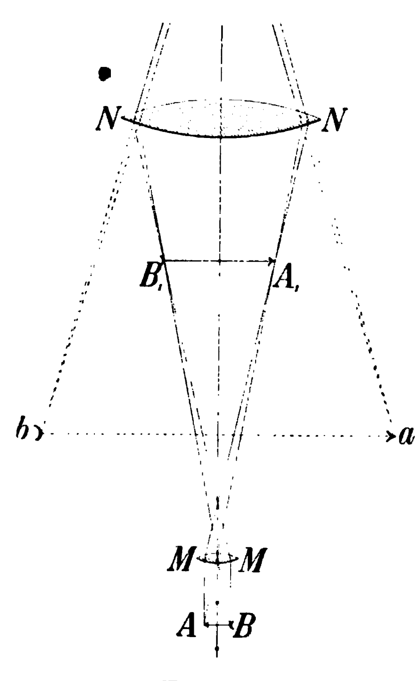
Яркость изображенія (см. § 55) при разсматриваніи предмета въ лупу такая же, какъ при разсматриваніи невооруженнымъ глазомъ. Дѣйствительно, хотя отъ приближенія предмета къ глазу количество лучей, попадающихъ отъ каждой точки его въ зрачекъ наблюдателя, и увеличивается, но зато лучи, составляющіе изображеніе на сѣтчаткѣ, распредѣляются на большую площадь. Нетрудно доказать, что отношеніе соотвѣтствующихъ количествъ лучей въ точности равно увеличенію лупы, и, слѣдовательно, выигрышъ и потеря въ яркости взаимно уравновѣшиваются.

Такъ какъ черезъ лупу разсматривается не самый предметъ, а его изображеніе, получаемое притомъ на разстояніи наилучшаго зрѣнія, то лупа сохраняетъ, а отнюдь не портитъ, какъ думаютъ иные, глаза наблюдателя. Безъ нея желаніе видѣть

малый предметъ подъ бóльшимъ угломъ зрѣнія принуждало бы насиловать способность аккомодаціи и развивало бы искусственную близорукость.

Microscope.

52. Микроскопъ. Увеличеніе лупы рѣдко превосходитъ 10—12; когда требуется болѣе значительное увеличеніе, то берутъ *микроскопъ* (черт. 116), состоящій изъ двухъ оптическихъ системъ: *объектива MM*, обращеннаго къ предмету, и *окуляра NN*, обращеннаго къ глазу наблюдателя. Обѣ системы вдѣлываются въ двѣ вставленныя одна въ другую и вычерненныя внутри трубки, снабженныя приспособленіемъ для взаимнаго удаленія и приближенія стеколъ. Чтобы ослабить сферическую и хроматическую аберраціи, объективъ и окуляръ составляются изъ двухъ или нѣсколькихъ стеколъ; на чертежѣ, для простоты, они изображены одиночными двояковыпуклыми чечевицами.



Черт. 116.

Предметъ AB располагается передъ объективомъ между его фокуснымъ и двойнымъ фокуснымъ разстояніями (см. черт. 103), такъ что внутри микроскопа получается дѣйствительное, обратное и увеличенное изображеніе A_1B_1. Окуляръ ставятъ такъ, чтобы это дѣйствительное изображеніе оказалось между стекломъ окуляра и его главнымъ фокусомъ, почему окуляръ дѣйствуетъ, какъ лупа (§ 51) и даетъ окончательно мнимое и еще разъ увеличенное изображеніе ab. Полное *увеличеніе микроскопа* равно, очевидно, произведенію увеличеній объектива и окуляра. Увеличеніе объектива g_1, какъ видно изъ чертежа, равно отношенію разстояній дѣйствительнаго изображенія и предмета отъ оптическаго центра объектива; если означить ихъ соотвѣтственно черезъ d_1 и d, то

$$g_1 = \frac{d_1}{d}$$

Для простоты весьма часто принимаютъ, что d_1 равно длинѣ микроскопа (D), а d — фокусному разстоянію объектива (F), такъ что считаютъ

$$g_1 = \frac{D}{F}$$

Если взять для увеличенія окуляра тоже приближенное выраженіе (47), въ которомъ фокусное разстояніе окуляра означимъ теперь черезъ f, то полное увеличеніе микроскопа представится формулою:

$$G = \frac{D \cdot V}{F \cdot f} \qquad (48)$$

т. е. увеличеніе микроскопа тѣмъ больше, чѣмъ меньше фокусныя разстоянія его объектива и окуляра.

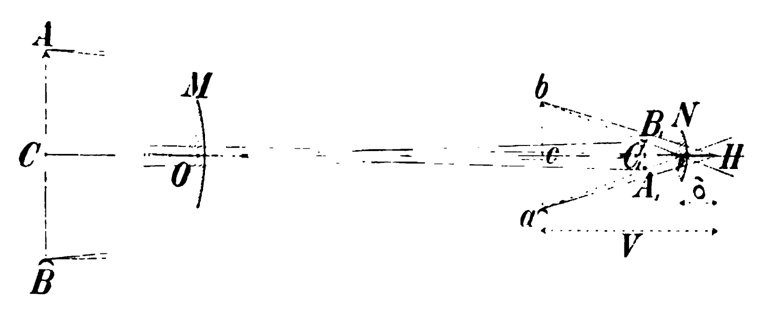
Чтобы изображеніе было ясно видно, должно *установить* микроскопъ. Этого достигаютъ передвиженіемъ объектива относительно окуляра (приближая или удаляя подвижную часть оправы микроскопа) и подниманіемъ или опусканіемъ всего микроскопа относительно разсматриваемаго предмета.

Подвижная трубка микроскопа позволяетъ измѣнять разстояніе объектива отъ окуляра обыкновенно только въ весьма тѣсныхъ предѣлахъ, и потому такой микроскопъ имѣетъ одно опредѣленное увеличеніе, но существуютъ микроскопы, въ которыхъ окулярное колѣно можетъ выдвигаться на значительную величину, такъ что, мѣняя отношеніе разстояній d и d_1, можно измѣнять и увеличеніе всего прибора; такіе микроскопы называются *панкратическими*. Кромѣ того хорошіе микроскопы имѣютъ всегда нѣсколько объективовъ и окуляровъ, дающихъ различныя увеличенія, и которые, смотря по цѣли наблюденій, можно навинчивать на ту же трубку. Сильныя увеличенія не всегда полезны: изображеніе теряетъ въ яркости освѣщенія, а поле зрѣнія уменьшается. При очень большомъ увеличеніи необходимо сильное освѣщеніе предмета, достигаемое боковымъ собирательнымъ стекломъ, вогнутымъ зеркаломъ или особымъ экраномъ (иллюминаторомъ), которые сосредоточиваютъ внѣшній свѣтъ на разсматриваемое мѣсто предмета. Въ настоящее время существуютъ микроскопы, дающіе линейное увеличеніе до 3000.

Первые микроскопы, изобрѣтенные въ Голландіи почти одновременно съ зрительными трубами, имѣли разсѣивающіе окуляры, какъ въ трубѣ Галилея (см. § 60), и только въ 1646 г.

итальянскій физикъ *Фонтана* (1602—1656) замѣнилъ ихъ лупами и придалъ микроскопамъ современный видъ. Надъ дальнѣйшими усовершенствованіями микроскоповъ, особенно ихъ объективовъ, представляющихъ многія любопытныя свойства, потрудились другой итальянскій физикъ *Амичи* (1786 — 1863) и іенскій профессоръ *Аббе*.

53. Труба Кеплера. Въ астрономическихъ и топографическихъ приборахъ пользуются обыкновенно трубою Кеплера, состоящею изъ двухъ собирательныхъ стеколъ: *объектива* M (черт. 117), обращеннаго къ предмету, съ большимъ фокуснымъ разстоя-



Черт. 117.

ніемъ и большимъ отверстіемъ, и *окуляра* N, обращеннаго къ глазу наблюдателя, съ малымъ фокуснымъ разстояніемъ и малымъ отверстіемъ. Для простоты чертежа объективъ и окуляръ изображены одиночными собирательными стеклами; на самомъ же дѣлѣ, для возможнаго ослабленія сферической и хроматической аберрацій они представляютъ въ современныхъ трубахъ сложныя стекла (см. §§ 42, 45, 46 и 47), вставленныя въ отдѣльныя трубки; трубки эти можно двигать одну въ другой, чтобы наблюдатель, смотря по удаленію предмета и свойствамъ своего глаза, могъ устанавливать ихъ «по фокусу» и «по глазу» (см. § 57). Внутреннія поверхности трубокъ, равно какъ вставленныя въ нихъ діафрагмы, покрыты черною матовою краской для того, чтобы боковые лучи и посторонній свѣтъ, проникающіе въ трубку, не достигали глаза наблюдателя.

При наведеніи трубы на предметъ AB внутри ея, за главнымъ фокусомъ объектива, образуется дѣйствительное, обратное и уменьшенное изображеніе A_1B_1, которое разсматривается оку-

ляромъ, какъ лупою, такъ что глазъ видитъ лишь окончательное мнимое изображеніе ab.

Увеличеніемъ зрительной трубы называется отношеніе угловъ зрѣнія, подъ которыми предметъ виденъ черезъ трубу и невооруженнымъ глазомъ. Пусть глазъ наблюдателя находится въ H; изображеніе ab устанавливается такъ, чтобы разстояніе cH равнялось разстоянію наилучшаго зрѣнія V. Уголъ зрѣнія, подъ которымъ видно изображеніе предмета въ трубѣ, опредѣляется прямыми aH и bH, проведенными отъ оконечностей изображенія ab къ глазу, т. е. представляется угломъ aHb; уголъ же зрѣнія, подъ которымъ предметъ AB виденъ невооруженнымъ глазомъ, опредѣляется прямыми, проведенными отъ краевъ предмета къ глазу, т. е. угломъ AHB. Означивъ увеличеніе трубы буквою G, имѣемъ:

$$G = \frac{\angle aHb}{\angle AHB}$$

Такъ какъ эти углы всегда очень малы, то ихъ отношеніе можно замѣнить отношеніемъ ихъ тангенсовъ, т. е. положить

$$G = \frac{ab}{cH} : \frac{AB}{CH} = \frac{ab}{A_1B_1} \cdot \frac{A_1B_1}{AB} \cdot \frac{CH}{cH} \qquad (\alpha)$$

Означимъ удаленіе предмета и мнимаго изображенія отъ глаза наблюдателя буквами D и V, такъ что $D=CH$ и $V=cH$. Далѣе, означимъ удаленіе дѣйствительнаго изображенія отъ оптическаго центра окуляра, т. е. разстояніе C_1o, черезъ k, удаленіе глаза отъ окуляра, т. е. разстояніе oH, черезъ δ, а разстоянія предмета и дѣйствительнаго изображенія отъ оптическаго центра объектива, т. е. отрѣзки CO и OC_1, соотвѣтственно черезъ d и d_1. Изъ подобія треугольниковъ съ одной стороны abo и A_1B_1o, съ другой A_1B_1O и ABO имѣемъ:

$$\frac{ab}{A_1B_1} = \frac{V-\delta}{k} \quad \text{и} \quad \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{d_1}{d} \qquad (\beta)$$

Если назвать еще фокусныя разстоянія объектива и окуляра черезъ F и f, то на основаніи формулы (27) получаемъ:

$$\frac{1}{k} - \frac{1}{V-\delta} = \frac{1}{f} \quad \text{и} \quad \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$$

откуда

$$\frac{V-\delta}{k} = \frac{V-\delta+f}{f} \quad \text{и} \quad \frac{d}{d_1} = \frac{d-F}{F}$$

Подставляя эти выраженія сперва въ (β), потомъ въ (α), получаемъ окончательно:

$$G = \frac{F}{f} \cdot \frac{D}{d-F}\left(1 + \frac{f-\delta}{V}\right) \tag{49}$$

Эта точная формула показываетъ, что увеличеніе зрительной трубы Кеплера зависитъ отъ отношенія фокусныхъ разстояній объектива и окуляра, разстоянія предмета, свойствъ глаза (величина V) и удаленія глаза отъ трубы.

Оставляя первый множитель въ сторонѣ, разсмотримъ сперва остальные два. Второй множитель показываетъ, что съ возрастаніемъ разстоянія предмета отъ трубы увеличеніе трубы становится меньше, и при $d = \infty$ оно самое малое, но разность увеличеній весьма незначительна. Въ самомъ дѣлѣ, раздѣливъ числителя и знаменателя второго множителя на D и полагая для простоты $d = D - F$, имѣемъ:

$$\frac{D}{d-F} = \frac{1}{1 - \frac{2F}{D}}$$

Ясно, что этотъ множитель равенъ единицѣ лишь при $D = \infty$; при конечномъ D онъ всегда больше единицы, но такъ какъ разстояніе D обыкновенно во много разъ превосходитъ удвоенную величину фокуснаго разстоянія объектива, то на практикѣ его всегда можно считать равнымъ единицѣ.

Третій множитель формулы (49) показываетъ, что близорукій глазъ получаетъ большее увеличеніе, чѣмъ дальнозоркій, и кромѣ того увеличеніе тѣмъ больше, чѣмъ ближе глазъ къ окуляру трубы (обстоятельство, на которое иные наблюдатели не обращаютъ вниманія). Во всякомъ случаѣ второй членъ третьяго множителя составляетъ малую дробь, а самый множитель почти равенъ единицѣ.

Итакъ, для всѣхъ практическихъ цѣлей второй и третій множители выраженія (49) можно считать единицами, и самую формулу замѣнить болѣе простою и легкою для запоминанія:

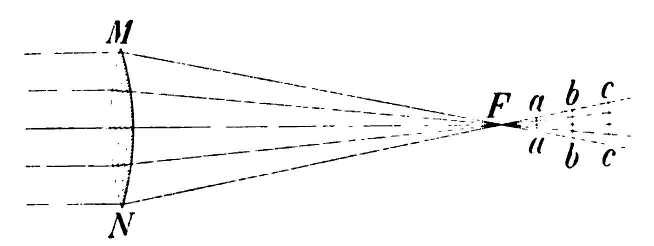
$$G = \frac{F}{f} \tag{50}$$

т. е. считать, что увеличеніе трубы Кеплера равно отношенію фокусныхъ разстояній объектива и окуляра.

Большія зрительныя трубы астрономическихъ инструментовъ

снабжаются обыкновенно нѣсколькими окулярами съ разными фокусными разстояніями *f*, такъ что, навинчивая тотъ или другой, можно по желанію получать различныя увеличенія. Большое увеличеніе не всегда полезно, такъ какъ съ возрастаніемъ увеличенія уменьшаются яркость изображенія (см. § 55) и поле зрѣнія трубы (см. § 56). Во всякомъ случаѣ для каждаго даннаго объектива существуютъ извѣстные *предѣлы*, какъ для наибольшаго, такъ и для наименьшаго увеличеній.

На черт. 118 изображенъ пучекъ параллельныхъ лучей, преломленныхъ объективомъ *MN* и пересѣкающихся въ его главномъ фокусѣ *F*. Ограничиться разсмотрѣніемъ лишь параллельныхъ лучей можно по тому, что разстоянія не только до небес-



Черт. 118.

ныхъ свѣтилъ, но и до наблюдаемыхъ земныхъ предметовъ всегда очень велики въ сравненіи съ длиною зрительной трубы. Такъ какъ фокусное разстояніе окуляра почти равно удаленію окуляра отъ главнаго фокуса объектива *F*, то отверстія различныхъ окуляровъ для даннаго объектива должны быть не меньше сѣченій *aa*, *bb*, *cc*... пучка расходящихся лучей въ соотвѣтственномъ мѣстѣ, иначе боковыя части объектива сдѣлаются безполезными.

Формула (50) показываетъ, что наибольшее увеличеніе получается при наименьшемъ *f*. При весьма маломъ фокусномъ разстояніи окуляра отверстіе его было бы столь малымъ, что царапинка или пылинка на стеклѣ и всякій недостатокъ его внутренняго строенія исказили бы изображеніе; при очень большомъ увеличеніи окуляра рѣзко обнаруживались бы и всѣ недостатки объектива; кромѣ того предметъ не плоскость, а тѣло, такъ что при весьма большомъ увеличеніи только часть предмета была бы ясно видна, прочія представлялись бы не ясно, какъ бы въ туманѣ. Оптики нашли, что безъ ущерба для ясно-

сти изображенія нельзя дѣлать фокусное разстояніе окуляра менѣе 0·3 дюйма. Поэтому *наибольшее увеличеніе* трубы для даннаго объектива выходитъ:

$$G_м = \frac{F}{0 \cdot 3}$$

причемъ фокусное разстояніе объектива F должно быть выражено здѣсь, конечно, въ дюймахъ.

Чѣмъ больше фокусное разстояніе окуляра, тѣмъ увеличеніе трубы съ даннымъ объективомъ становится меньше; но съ увеличеніемъ фокуснаго разстоянія необходимо увеличивать и отверстіе окуляра, иначе лучи внѣшнихъ частей конуса cFc (черт. 118) не попадутъ въ окуляръ и сдѣлаются безполезными. Такъ какъ вышедшіе изъ окуляра лучи должны попасть еще и въ зрачекъ глаза наблюдателя, то ясно, что діаметръ окуляра не долженъ превосходить діаметра зрачка. Если назвать діаметры объектива и зрачка соотвѣтственно буквами Q и q, то наибольшее фокусное разстояніе окуляра можно получить изъ пропорціи:

$$f : F = q : Q$$

откуда

$$f = \frac{F \cdot q}{Q}$$

Вставивъ это въ формулу (50), получаемъ слѣдующее выраженіе для *наименьшаго увеличенія* трубы съ даннымъ объективомъ:

$$G_m = \frac{Q}{q}$$

Числовые примѣры: 1) Въ трубѣ кипрегеля (см. § 144) $Q = 1 \cdot 2$, $F = 12$ дюймамъ, и потому наибольшее увеличеніе выходитъ 40, а наименьшее 6 ($q = 0 \cdot 2$ дюйма); дѣйствительное увеличеніе трубъ кипрегелей, имѣющихъ обыкновенно только одинъ окуляръ, бываетъ отъ 15 до 20.

2) Въ большомъ пулковскомъ рефракторѣ $Q = 30$, $F = 550$ дюймамъ, и потому наибольшее увеличеніе выходитъ 1833, а наименьшее 150; труба имѣетъ десять окуляровъ съ увеличеніями 1550, 1300, 1200, 1030, 850, 630, 500, 350, 180 и 150.

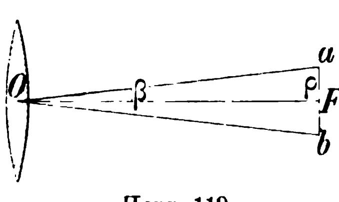
Оптики выработали болѣе простое правило для вычисленія предѣловъ увеличенія трубы съ даннымъ объективомъ: наибольшее увеличеніе равно удвоенному числу миллиметровъ, за-

ключающемуся въ діаметрѣ объектива, а наименьшее—въ десять разъ меньше. Это правило не даетъ результатовъ, вполнѣ согласныхъ съ выведенными выше формулами, но крайнихъ предѣловъ всегда избѣгаютъ и довольствуются промежуточными значеніями.

Не лишнее замѣтить, что при увеличеніи G глазъ получаетъ не то впечатлѣніе, какое онъ получилъ бы отъ приближенія къ предмету въ G разъ, какъ это слѣдуетъ изъ самаго понятія объ увеличеніи: воздухъ не вполнѣ прозраченъ, стекла трубы поглощаютъ часть лучей, да и изображеніе въ трубѣ получается всегда нѣсколько искаженнымъ.

54. Опредѣленіе увеличенія. Изъ формулы (50) видно, что для опредѣленія увеличенія зрительной трубы достаточно знать фокусныя разстоянія ея объектива и окуляра. Къ сожалѣнію, измѣреніе фокуснаго разстоянія не только сложнаго, но и простого стекла представляетъ весьма трудную задачу. Казалось бы, слѣдуетъ только обратить стекло къ Солнцу, лучи котораго можно считать параллельными, и измѣрить разстояніе фокуса лучей, т. е. изображенія Солнца, отъ оптическаго центра стекла; но вѣдь положеніе оптическаго центра тоже неизвѣстно, и для его вычисленія необходимо знать радіусы сферическихъ поверхностей стекла и его толщину.

Для опредѣленія фокусныхъ разстояній объективовъ и вообще стеколъ съ большими фокусными разстояніями примѣняютъ слѣдующій пріемъ: получаютъ изображеніе Солнца или Луны и измѣряютъ обыкновеннымъ масштабомъ или микрометромъ діаметръ изображенія, получаемаго за стекломъ. Назовемъ половину діаметра, т. е. радіусъ изображенія, черезъ ρ; изъ астрономическихъ таблицъ берутъ для времени наблюденія угловой радіусъ β того же свѣтила. Такъ какъ по громадности разстояній до свѣтилъ можно считать, что изображенія ихъ получаются въ главномъ фокусѣ стекла, то, какъ легко видѣть изъ чертежа 119-го, фокусное разстояніе стекла получится по формулѣ



Черт. 119.

$$OF = \rho \,.\, cotg\, \beta$$

Вмѣсто Солнца или Луны можно взять какую-нибудь пару двойныхъ звѣздъ: тогда измѣряютъ линейное разстояніе ихъ изображеній и берутъ изъ каталога ихъ угловое разстояніе.

Для окуляровъ и вообще стеколъ съ короткими фокусными разстояніями описанный пріемъ не можетъ дать удовлетворительныхъ результатовъ, такъ какъ изображенія Солнца и Луны получаются здѣсь столь малыми, а двойныхъ звѣздъ столь близкими, что ошибка въ какую-нибудь тысячную долю дюйма при измѣреніи ρ произвела бы крупную ошибку въ опредѣленіи фокуснаго разстоянія. Вотъ почему для опредѣленія увеличенія зрительныхъ трубъ прибѣгаютъ къ другимъ, болѣе удобнымъ и точнымъ способамъ, изъ которыхъ ниже описаны три простѣйшихъ.

I. *Помощью рейки.* Въ разстояніи 10—20 саженей отъ трубы ставятъ рейку (вертикальный брусокъ, раздѣленный на мелкія равныя части) и смотрятъ на нее однимъ глазомъ въ трубу, а другимъ непосредственно. Наблюдатель увидитъ одновременно нѣсколько крупныхъ дѣленій (увеличенныхъ въ трубу) и множество мелкихъ (представляющихся невооруженному глазу). Глаза надо расположить такъ, чтобы изображенія закрывали другъ друга, какъ показано на чертежѣ 120; тогда легко сосчитать, сколько мелкихъ дѣленій закрывается однимъ крупнымъ; полученное число выразитъ увеличеніе трубы. Здѣсь производится, очевидно, непосредственное сравненіе угловъ зрѣнія на предметъ въ трубу и невооруженнымъ глазомъ. Пусть, напримѣръ, 17 мелкихъ дѣленій закрыли 2 крупныхъ; увеличеніе трубы равно $\frac{17}{2} = 8{\cdot}5$.

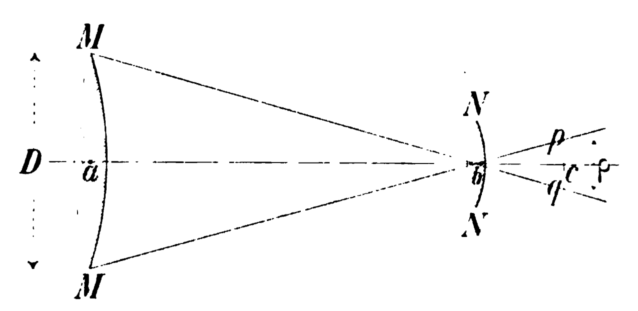
m M N n

Черт. 120.

За неимѣніемъ рейки можно воспользоваться всякимъ предметомъ, представляющимъ равныя и рѣзко видимыя мелкія части, напримѣръ, кирпичною стѣною, досчатымъ заборомъ и т. п. Этотъ наиболѣе простой способъ предложенъ еще *Галилеемъ,* но онъ удобенъ только для трубъ съ малыми увеличеніями.

II. *Динаметромъ.* Установивъ предварительно трубу на какой-нибудь отдаленный предметъ, направляютъ ее объективомъ къ свѣту, напримѣръ, въ окно, на разсѣянный свѣтъ неба; если за окуляромъ держать листъ бумаги, то, придвигая и ото-

двигая его, легко найти положеніе, при которомъ на бумагѣ получится свѣтлый, рѣзко очерченный кружокъ pq (черт. 121), представляющій изображеніе отверстія объектива, полученное преломленіемъ лучей въ окулярѣ. Затѣмъ измѣряютъ діаметры



Черт. 121.

объектива трубы D и полученнаго свѣтлаго кружка ρ. Частное отъ раздѣленія перваго на второй выразитъ увеличеніе трубы.

Дѣйствительно, изъ подобія треугольниковъ MMb и pqb имѣемъ:

$$\frac{D}{\rho} = \frac{ab}{bc} \qquad (\alpha)$$

но длину трубы ab можно считать равною суммѣ фокусныхъ разстояній объектива и окуляра, т. е. $F + f$; величина же bc опредѣлится изъ основной формулы (27) сферическаго стекла, которымъ въ данномъ случаѣ будетъ окуляръ:

$$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} = \frac{1}{f}$$

откуда, такъ какъ $ab = F + f$:

$$\frac{ab}{bc} = \frac{ab - f}{f} = \frac{F}{f} \qquad (\beta)$$

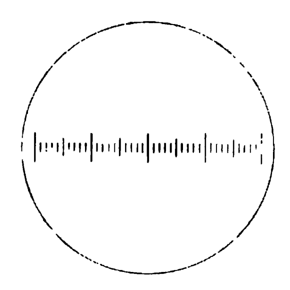
Подставляя это въ пропорцію (α), получаемъ на основаніи формулы (50):

$$\frac{D}{\rho} = \frac{F}{f} = G$$

Это замѣчательное соотношеніе открыто знаменитымъ французскимъ геометромъ *Лагранжемъ* (1736—1813).

Для болѣе точнаго измѣренія діаметра весьма малаго свѣтлаго кружка, получаемаго за окуляромъ, извѣстный англійскій

механикъ *Рамсденъ* (1735—1800) предложилъ приборчикъ, называемый *динаметромъ*. Онъ состоитъ изъ тонкой стеклянной пластинки съ награвированными весьма мелкими дѣленіями, напримѣръ, черезъ 0·1 миллиметра (черт. 122); пластинка вставлена въ раздвижную трубочку съ лупою. Приложивъ трубочку къ окуляру испытываемой трубы, установивъ пластинку какъ разъ въ томъ мѣстѣ, гдѣ получается рѣзко очерченный свѣтлый кружокъ, а лупу такъ, чтобы дѣленія пластинки и края кружка были видны вполнѣ отчетливо, опредѣленіе числа дѣленій, т. е. измѣреніе діаметра свѣтлаго кружка (ρ), можно произвести съ высокою точностью; діаметръ же объектива, какъ величину значительную, всегда легко измѣрить циркулемъ по масштабу.


Черт. 122.

Пусть діаметръ объектива равенъ 1·5 дюйма, діаметръ же свѣтлаго кружка за окуляромъ по измѣренію динамѣтромъ оказался 0·05 дюйма. Увеличеніе трубы равно 30.

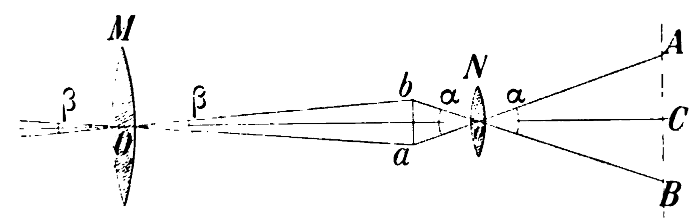
Здѣсь кстати замѣтить, что то мѣсто за окуляромъ, гдѣ получается наиболѣе рѣзкое изображеніе объектива, называется *окулярнымъ окномъ* и представляетъ самое узкое сѣченіе пучка свѣтовыхъ лучей, прошедшихъ черезъ зрительную трубу. Въ этомъ мѣстѣ всего выгоднѣе помѣщать зрачекъ глаза, потому что тогда наибольшее количество лучей, вышедшихъ изъ окуляра, войдетъ въ глазъ наблюдателя. Вотъ почему это мѣсто называютъ еще *мѣстомъ глаза*. Изъ формулы (β) имѣемъ:

$$bc = \frac{f\,(F+f)}{F} \text{ или почти } = f$$

т. е. зрачекъ глаза надо помѣщать за трубою въ разстояніи фокуснаго разстоянія ея окуляра. Обыкновенно наружная діафрагма за окуляромъ трубы располагается такъ, что для наивыгоднѣйшаго видѣнія надо приставлять глазъ по возможности ближе къ этой діафрагмѣ. При разборѣ формулы (49) было объяснено, что съ удаленіемъ глаза отъ окуляра уменьшается увеличеніе трубы, теперь же видимъ, что вмѣстѣ съ тѣмъ уменьшается и яркость изображенія, такъ какъ лучи послѣ прохожденія черезъ окулярное окно дѣлаются расходящимися,

и съ удаленіемъ глаза въ него попадаетъ все меньшее и меньшее ихъ количество.

III. *По Солнцу.* Установивъ трубу «по фокусу» на удаленный предметъ, направляютъ ее объективомъ къ Солнцу и за окуляромъ въ произвольномъ разстояніи располагаютъ листъ бумаги, на которомъ получится свѣтлый кругъ. Легко измѣрить непосредственно діаметръ AB (черт. 123) этого круга и раз-



Черт. 123.

стояніе oC его центра отъ окуляра. Изъ прямоугольнаго треугольника AoC имѣемъ:

$$tg\frac{\alpha}{2} = \frac{AB}{2 \, . \, oC}$$

Эта формула послужитъ для вычисленія угла α, подъ которымъ дискъ Солнца виденъ въ трубу; уголъ же β, подъ которымъ виденъ тотъ же дискъ невооруженнымъ глазомъ, берется изъ астрономическихъ эфемеридъ (средняя его величина равна 32′). Затѣмъ не трудно уже вычислить и увеличеніе трубы.

Числовой примѣръ. Изъ непосредственныхъ измѣреній 1 іюля 1900 г. получено: $AB = 2{\cdot}75$ и $oC = 20$ дюймамъ, откуда $\alpha = 7°52'$; β для этого дня было $31'28''$, слѣдовательно, увеличеніе $G = \frac{\alpha}{\beta} = 15$.

55. Яркость изображенія. Яркостью называютъ количество свѣтовыхъ лучей, приходящееся на единицу площади; для вычисленія яркости изображенія разсматриваемаго предмета слѣдуетъ раздѣлить количество свѣтовыхъ лучей, проникшихъ въ зрачекъ глаза, на поверхность изображенія этого предмета на сѣтчаткѣ. Разсмотримъ сперва яркость изображенія въ невооруженномъ глазѣ. Независимо отъ разстоянія до предмета и силы испускаемаго или отражаемаго имъ свѣта, мѣриломъ количества проникающихъ въ глазъ лучей можно принять площадь зрачка; дѣйствительно, не имѣя возможности выразить числомъ коли-

чество лучей, можно принять, что оно пропорціонально площади зрачка. Такимъ образомъ, означивъ коэффиціентъ пропорціональности буквою A, а діаметръ зрачка буквою q, имѣемъ: количество лучей $= A \cdot \pi \left(\frac{q}{2}\right)^2$. Назовемъ поверхность изображенія предмета на сѣтчаткѣ, когда онъ разсматривается невооруженнымъ глазомъ, буквою s. Согласно вышеприведенному опредѣленію, получаемъ для случая наблюденія невооруженнымъ глазомъ:

$$\text{Яркость изображенія } C_1 = A \frac{\pi q^2}{4s} \qquad (\alpha)$$

При разсматриваніи того же предмета въ зрительную трубу количество лучей будетъ измѣряться уже не площадью зрачка глаза, а площадью объектива трубы, діаметръ котораго означимъ буквою Q. Однако при прохожденіи лучей чрезъ стекла зрительной трубы часть ихъ отражается и поглощается, и изъ окуляра выходитъ и проникаетъ въ глазъ, какъ показываетъ опытъ, лишь $85^0/_0$ всѣхъ падающихъ на объективъ лучей, такъ что въ данномъ случаѣ количество лучей $= 0{\cdot}85\, A \cdot \pi \left(\frac{Q}{2}\right)^2$. Изображенія на сѣтчаткѣ, при разсматриваніи предмета въ трубу и невооруженнымъ глазомъ, представляютъ подобныя фигуры; отношеніе ихъ сходственныхъ сторонъ равно увеличенію трубы, а отношеніе ихъ поверхностей равно квадрату увеличенія. Такъ какъ поверхность изображенія на сѣтчаткѣ при разсматриваніи предмета невооруженнымъ глазомъ названа выше буквою s, то въ трубу, увеличивающую въ G разъ, поверхность изображенія будетъ $s \cdot G^2$. Раздѣливъ опять количество лучей на поверхность изображенія, получаемъ для наблюденія въ зрительную трубу:

$$\text{Яркость изображенія } C_2 = 0{\cdot}85\, A \frac{\pi Q^2}{4sG^2} \qquad (\beta)$$

Вслѣдствіе неизвѣстности коэффиціента пропорціональности A, абсолютныя яркости C_1 и C_2 нельзя выразить опредѣленными числами, но зато, раздѣливъ C_2 на C_1, можно получить такъ называемую *относительную яркость* C, показывающую, во сколько разъ яркость изображенія на сѣтчаткѣ, при наблюденіи предмета въ зрительную трубу, больше или меньше яркости изображенія того же предмета, при разсматриваніи его невооруженнымъ глазомъ. Именно, раздѣляя (β) на (α), получаемъ послѣ сокращеній:

$$C = 0{\cdot}85 \frac{Q^2}{q^2 G^2} \qquad \textbf{(51)}$$

Итакъ, если считать діаметръ зрачка глаза величиною постоянною, то яркость изображенія прямо-пропорціональна квадрату отверстія объектива и обратно-пропорціональна квадрату увеличенія зрительной трубы.

Отсюда ясно, что сильныя увеличенія не всегда полезны: они уменьшаютъ яркость изображенія. Въ большой объективъ вступаетъ и проникаетъ далѣе въ глазъ наблюдателя, разумѣется, большее количество свѣта, чѣмъ въ зрачекъ невооруженнаго глаза, но зато это большее количество лучей, благодаря увеличенію трубы, распредѣляется на бóльшую поверхность изображенія на сѣтчаткѣ, и яркость изображенія, т. е. количество лучей на единицу поверхности, оказывается незначительною. Легко показать, что даже при самомъ маломъ увеличеніи данной трубы съ простымъ окуляромъ Кеплера яркость изображенія меньше яркости изображенія того же предмета, разсматриваемаго невооруженнымъ глазомъ. Въ § 53 было доказано, что наименьшее увеличеніе трубы равно $\frac{Q}{q}$; если его подставить въ формулу (51), то для наибольшей яркости получится величина $C = 0{\cdot}85$, меньшая единицы *). Во всѣхъ другихъ случаяхъ относительная яркость, вычисляемая по формулѣ (51), оказывается обыкновенно лишь малою дробью.

Конечно, многіе предметы испускаютъ столь сильный свѣтъ, что потеря въ яркости при пользованіи зрительною трубой не имѣетъ значенія; на Солнце, напримѣръ, вовсе нельзя смотрѣть, если не помѣстить за окуляромъ едва пропускающее свѣтъ *темное стекло*. Однако и при наблюденіи слабо освѣщенныхъ предметовъ зрительныя трубы приносятъ несомнѣнную пользу и притомъ въ трояномъ отношеніи:

1) Труба ослабляетъ посторонній свѣтъ. Черезъ зрительную трубу въ глазъ наблюдателя проникаютъ лучи, идущіе только отъ разсматриваемаго предмета, или близкіе къ нимъ; всѣ прочіе боковые лучи, если и входятъ чрезъ объективъ, то почти все-

*) Это заключеніе не совсѣмъ справедливо; при полевыхъ наблюденіяхъ невооруженнымъ глазомъ зрачекъ всегда съуживается, а при разсматриваніи въ трубу, вслѣдствіе устраненія побочнаго свѣта, наоборотъ, расширяется, и относительная яркость при наименьшемъ увеличеніи трубы равняется коэффиціенту 0·85, умноженному на отношеніе квадратовъ діаметровъ зрачка расширеннаго и съуженнаго. Перемѣны размѣровъ зрачка не поддаются однако точнымъ вычисленіямъ.

цѣло поглощаются діафрагмами и вычерненными стѣнками трубы и не достигаютъ сѣтчатки. Отъ этого изображеніе представляется на болѣе темномъ полѣ, и слабо освѣщенный предметъ, скрываемый для невооруженнаго глаза яркостью разсѣянныхъ лучей окружающихъ частей небеснаго свода, дѣлается видимымъ при наблюденіи въ трубу, хотя, какъ объяснено выше, яркость, въ смыслѣ количества лучей на единицу поверхности изображенія на сѣтчаткѣ, при смотрѣніи въ трубу меньше, чѣмъ для невооруженнаго глаза. Въ этомъ случаѣ зрительная труба исполняетъ, и притомъ съ бо̀льшимъ успѣхомъ, назначеніе ладони, приставленной ко лбу, козырька фуражки или простой трубки безъ стеколъ, польза которыхъ извѣстна изъ повседневнаго опыта: безъ нихъ зрительные нервы, пораженные яркимъ свѣтомъ неба, не воспринимаютъ впечатлѣній отъ слабыхъ лучей, отражаемыхъ земными предметами.

2) Труба увеличиваетъ. Увеличенное изображеніе предмета, привлекая къ участію въ видѣніи большее число оконечностей зрительнаго нерва, производитъ на сѣтчаткѣ болѣе сильное впечатлѣніе, чѣмъ не увеличенное, хотя бы и болѣе яркое изображеніе, получаемое невооруженнымъ глазомъ. Видя больше подробностей, глазъ ощущаетъ и большую отчетливость изображенія.

3. При наблюденіи въ трубу каждый можетъ установить изображеніе какъ разъ «по глазу», т. е. для своего разстоянія наилучшаго зрѣнія. Близорукій безъ помощи трубы вовсе не можетъ ясно видѣть далекій предметъ.

Ко всему этому надо еще прибавить, что сѣтчатка обладаетъ удивительною способностью измѣнять свою впечатлительность къ яркости въ весьма широкихъ предѣлахъ. Извѣстно, что человѣку, пробывшему продолжительное время въ темной комнатѣ, невыносимо смотрѣть на дневной свѣтъ, но вскорѣ глазъ осваивается и не ощущаетъ поразившей его яркости; наоборотъ, при переходѣ отъ солнечнаго свѣта въ слабо освѣщенную комнату глазъ сперва ничего не видитъ, но черезъ нѣсколько минутъ начинаетъ уже ясно различать окружающіе предметы. Благодаря этому свойству нашей сѣтчатки, зрительная труба, устраняя посторонніе боковые лучи, позволяетъ видѣть предметы, на которые она наведена, съ гораздо большею отчетливостью, чѣмъ невооруженнымъ глазомъ. Вотъ почему ночью въ зрительныя трубы видны такія небесныя тѣла, какъ Нептунъ, спутники

планетъ, астероиды, мелкія кометы, совершенно недоступныя невооруженному глазу.

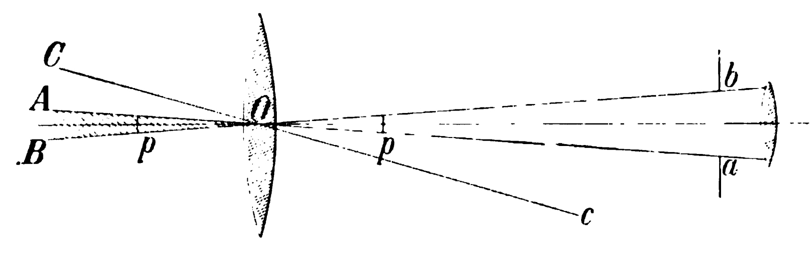
Тѣмъ не менѣе формула (51) имѣетъ огромное практическое значеніе, и необходимо твердо помнить, что для наблюденія слабо освѣщенныхъ предметовъ надо выбирать трубы съ *большими объективами* и примѣнять всегда *малыя увеличенія*. Отдаленные земные предметы и многія небесныя свѣтила не видны при большихъ увеличеніяхъ. Напримѣръ, для земныхъ предметовъ, при небольшой трубѣ угломѣрнаго инструмента, рѣдко можно пользоваться увеличеніями, бо̀льшими 50. Для планетъ и кометъ примѣняютъ тоже незначительныя увеличенія. Даже Луна при увеличеніи болѣе 500 дѣлается недоступною для разсматриванія подробностей.

Все сказанное относится къ предметамъ, видимымъ подъ замѣтными углами зрѣнія, каковы всѣ земные предметы, а изъ небесныхъ свѣтилъ: Солнце, Луна, планеты съ ихъ спутниками, кометы и неразрѣшимыя туманныя пятна. Звѣзды же при самыхъ сильныхъ увеличеніяхъ кажутся такими же (но болѣе блестящими) точками, какъ и невооруженному глазу; въ нихъ нельзя замѣтить никакого признака диска, онѣ, такъ сказать, вовсе не увеличиваются трубою, и потому яркость ихъ изображеній выражается простою формулою:

$$C = 0{\cdot}85\,\frac{Q^2}{q^2}$$

т. е. яркость только прямо-пропорціональна квадрату отверстія объектива, и польза зрительной трубы сказывается здѣсь не въ увеличеніи изображенія на сѣтчаткѣ, а именно въ сосредоточеніи бо̀льшаго числа лучей звѣзды въ одной точкѣ и въ устраненіи постороннихъ лучей. При разсматриваніи звѣзды невооруженнымъ глазомъ на сѣтчатку попадаетъ много лучей разсѣяннаго свѣта и весьма малый пучекъ лучей отъ самой звѣзды, именно тотъ, котораго сѣченіе опредѣляется размѣрами зрачка; при пользованіи же трубою боковой свѣтъ почти не достигаетъ глаза, но зато въ зрачекъ проникаетъ пучекъ лучей звѣзды, имѣющій поперечнымъ сѣченіемъ размѣры объектива. Вотъ почему днемъ при полномъ сіяніи Солнца въ зрительныя трубы можно видѣть яркія звѣзды, а ночью видно несравненно больше звѣздъ, чѣмъ на томъ же пространствѣ видитъ невооруженный глазъ. Чѣмъ больше объективъ, тѣмъ болѣе слабыя звѣзды дѣлаются видимыми.

56. Поле зрѣнія. Стоитъ взглянуть въ окуляръ наведенной куда-нибудь трубы, чтобы убѣдиться, что въ нее видны лишь предметы, лежащіе невдалекѣ отъ направленія ея оптической оси. Пространство, охватываемое глазомъ при неподвижномъ положеніи трубы, называется ея *полемъ зрѣнія*. Оно измѣряется угломъ, вершина котораго находится въ оптическомъ центрѣ объектива, а стороны опираются на свободное отверстіе окуляра. Изъ чертежа 124 видно, что всѣ точки пространства, заключенныя внутри конуса AOB и дающія изображенія внутри діафрагмы ab, видимы черезъ окуляръ и потому находятся въ предѣлахъ поля зрѣнія трубы. Лучи же отъ точекъ, лежащихъ внѣ



Черт. 124.

этого конуса (напримѣръ, лучъ COc), не попадутъ въ окуляръ, поглотятся зачерненными стѣнками трубы и вообще будутъ невидимы.

Ниже, въ § 57, объяснено, что главная діафрагма съ сѣткою нитей устанавливается въ трубѣ тамъ, гдѣ получается дѣйствительное изображеніе внѣшнихъ предметовъ, такъ что разстояніе ея отъ объектива почти равно его фокусному разстоянію F; поэтому поле зрѣнія P, т. е. уголъ aOb или равный ему уголъ AOB, можетъ быть вычислено по формулѣ:

$$tg\frac{P}{2} = \frac{q/2}{F}$$

гдѣ q—отверстіе или діаметръ діафрагмы ab.

Такъ какъ уголъ P обыкновенно весьма малъ, не болѣе 1°—2°, то $tg\frac{P}{2}$ можно замѣнить черезъ $\frac{P'}{2 \cdot 3438}$; тогда будетъ въ минутахъ дуги:

$$P' = 3438\frac{q}{F} \qquad (52)$$

т. е. поле зрѣнія прямо-пропорціонально отверстію окулярной діафрагмы трубы и обратно-пропорціонально фокусному разстоянію ея объектива. Такимъ образомъ, величина поля зрѣнія трубы Кеплера совершенно не зависитъ отъ отверстія ея объектива. Это заключеніе легко повѣрить опытомъ: если часть объектива закрыть кускомъ картона или просто рукой, то поле остается круглымъ; замѣчается лишь ослабленіе яркости изображенія.

Чѣмъ меньше фокусное разстояніе окуляра, тѣмъ меньше должны быть его отверстіе и отверстіе окулярной діафрагмы. Изъ опыта найдено, что отношеніе діаметра окулярной діафрагмы къ фокусному разстоянію окуляра должно выражаться дробью 0·6. Поэтому, замѣняя въ предыдущей формулѣ q черезъ 0·6 f, получимъ:

$$P' = \frac{2063 f}{F}$$

Такъ какъ отношеніе $\frac{F}{f}$ равно увеличенію трубы G (формула 50), то, округляя еще число 2063 въ 2000, получимъ другое, болѣе простое выраженіе для поля зрѣнія трубы Кеплера въ минутахъ дуги:

$$P' = \frac{2000}{G} \qquad \textbf{(53)}$$

т. е. поле зрѣнія обратно-пропорціонально увеличенію трубы. Если труба имѣетъ нѣсколько окуляровъ съ разными увеличеніями, то чѣмъ увеличеніе больше, тѣмъ поле зрѣнія меньше.

Когда поле зрѣнія очень мало, то навести трубу непосредственно на данный предметъ весьма трудно; вотъ почему большія зрительныя трубы съ весьма ограниченнымъ полемъ зрѣнія снабжаются *искателемъ* -- небольшою трубою съ малымъ увеличеніемъ, но зато съ большимъ полемъ зрѣнія. Искатель прикрѣпляется неподвижно къ главной трубѣ такъ, чтобы ихъ оптическія оси были параллельны. Сперва направляютъ искатель, и когда предметъ будетъ въ немъ замѣченъ, приводятъ изображеніе на самую середину его поля зрѣнія (на пересѣченіе нитей, см. § 57), тогда предметъ окажется и въ полѣ зрѣнія главной трубы. Наведеніе искателя, а слѣдовательно, и главной трубы, производится сперва непосредственно руками, а потомъ вращеніемъ особыхъ винтовъ, измѣняющихъ положеніе трубы по высотѣ и по азимуту.

Въ малыхъ трубахъ топографическихъ инструментовъ поле зрѣнія бываетъ большое, отъ 30′ до 2°. Въ большихъ же трубахъ оно гораздо меньше; напримѣръ, въ большомъ рефракторѣ Пулковской обсерваторіи для окуляра съ наименьшимъ увеличеніемъ (150) поле зрѣнія равно 9·7 минутъ дуги, а для окуляра съ наибольшимъ увеличеніемъ (1550) оно всего 1′. Понятно, что въ такую трубу нельзя видѣть даже полные диски Луны и Солнца; въ полѣ зрѣнія помѣщаются лишь небольшія ихъ части, напримѣръ, отдѣльныя пятна.

Для опредѣленія поля зрѣнія рѣдко пользуются формулою (52), потому что діаметръ діафрагмы и фокусное разстояніе объектива не поддаются точному опредѣленію. На практикѣ или примѣняютъ формулу (53), или прибѣгаютъ къ одному изъ слѣдующихъ простыхъ пріемовъ.

I. Помощью рейки. Передъ трубою, въ произвольномъ разстояніи L (саженей 10—15) ставятъ вертикально рейку и, глядя въ трубу, сосчитываютъ число дѣленій, помѣщающихся въ діаметрѣ поля зрѣнія. Поле зрѣнія въ минутахъ дуги будетъ

$$P' = 3438 \frac{l}{L}$$

гдѣ l — длина видимой части рейки, которую легко получить, умноживъ линейную величину одного дѣленія на число усмотрѣнныхъ въ трубу дѣленій. Основаніе этого способа легко понять изъ чертежа 124, въ которомъ вмѣсто угла aOb опредѣляется равный ему уголъ AOB. Пусть съ разстоянія 10 саженей видно 26 дѣленій рейки, изъ которыхъ каждое равно 0·01 саж.; поле зрѣнія составляетъ около $1^1/_2°$.

II. Наблюденіемъ экваторіальныхъ звѣздъ. Ночью, установивъ трубу приблизительно въ плоскости меридіана, замѣчаютъ по часамъ время, въ теченіе котораго экваторіальная звѣзда проходитъ всю ширину поля зрѣнія по его діаметру. Раздѣливъ число сосчитанныхъ секундъ на 4, получаютъ размѣры поля въ минутахъ дуги. Способъ этотъ основанъ на томъ соображеніи, что экваторіальная звѣзда проходитъ видимымъ суточнымъ движеніемъ 360° въ 24 часа, т. е. 15″ или $^1/_4$′ въ каждую секунду времени. Напримѣръ, если время прохожденія равнялось 5 минутамъ времени (300 секундамъ), то поле зрѣнія трубы равно 75′ или 1° 15′.

III. По дискамъ Солнца или Луны. Въ трубы съ большимъ полемъ зрѣнія можно видѣть полные диски названныхъ свѣ-

тилъ и оцѣнить на глазъ, сколько разъ діаметръ диска могъ бы помѣститься въ діаметрѣ поля. Въ виду такой глазомѣрной оцѣнки достаточно помнить, что діаметры дисковъ Солнца и Луны приблизительно равны 30′. Если, напримѣръ, оказывается, что въ діаметрѣ поля помѣстилось бы 2 діаметра Луны, то поле зрѣнія данной трубы равно 1°.

IV. Поле зрѣнія трубы угломѣрнаго инструмента можно получить изъ разности отсчетовъ круга при наблюденіяхъ какого нибудь предмета на двухъ противолежащихъ точкахъ поля.

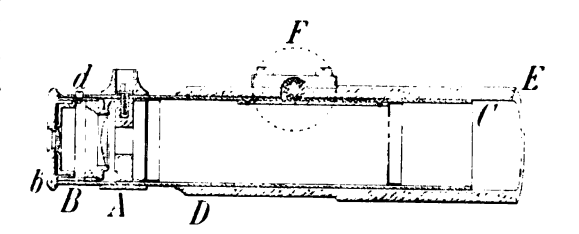
57. Сѣтка нитей. Зрительныя трубы, снабженныя только объективомъ и окуляромъ, могутъ служить лишь для разсматриванія отдаленныхъ предметовъ: такъ понимали назначеніе трубъ сами изобрѣтатели, и въ продолженіе болѣе полустолѣтія во всѣхъ *измѣрительныхъ* приборахъ, гдѣ требовалось точное наведеніе на предметъ, примѣнялись не зрительныя трубы, а діоптры (см. § 74). Въ трубахъ первоначальнаго устройства не существовало прицѣльной линіи для наведенія на предметъ. Только въ 1667 году французскимъ ученымъ *Пикару* (1620—1682) и *Озу* (1640—1691) пришла счастливая мысль помѣстить въ фокусѣ объектива, т. е. въ томъ мѣстѣ, гдѣ получается *дѣйствительное* изображеніе внѣшнихъ предметовъ, діафрагму съ *сѣткою нитей* въ видѣ простого или двойного креста *). Если сѣтка представляетъ простой крестъ изъ двухъ пересѣкающихся подъ прямымъ угломъ нитей, то на изображеніе наводятъ точку пересѣченія нитей; если же сѣтка состоитъ изъ двойныхъ нитей, то точкою прицѣла служитъ центръ квадратика, образуемаго взаимнымъ пересѣченіемъ горизонтальныхъ и вертикальныхъ нитей.

Оптическою осью трубы съ сѣткою называется прямая, соединяющая оптическій центръ объектива съ центромъ сѣтки нитей при окулярѣ. Навести на предметъ трубу съ сѣткою значитъ совмѣстить ея оптическую ось съ направленіемъ на разсматриваемый предметъ и притомъ такъ, чтобы сѣтка пришлась какъ разъ въ томъ мѣстѣ трубы, гдѣ получилось дѣйствительное изображеніе предмета.

Положеніе изображенія въ трубѣ зависитъ отъ разстоянія до

*) Для окулярной сѣтки пользуются обыкновенно нитями паутины. Въ нѣкоторыхъ инструментахъ сѣтка нитей замѣняется тонкимъ стеклышкомъ съ награвированными черточками.

предмета, именно, чѣмъ ближе предметъ къ трубѣ, тѣмъ дальше его изображеніе отъ объектива, поэтому сѣтка нитей A (черт. 125) располагается въ особомъ *сѣточномъ колѣнѣ* BC, представляющемъ отдѣльную трубку, передвигаемую вдоль главной трубы DE при помощи зубчатки съ рукояткою F. Стекла же окуляра заключаются въ третью небольшую *окулярную трубочку* bc, которую можно приближать къ нитямъ или удалять отъ нихъ (а, слѣдовательно, и отъ изображенія предмета), чтобы поставить окуляръ въ требуемое положеніе, смотря по свойствамъ глаза наблюдателя. Близорукій долженъ вдвинуть окуляръ больше, чѣмъ дальнозоркій. Установку окуляра «по глазу» должно дѣлать однажды на все время наблюденія однимъ лицомъ, почему трубочка bc послѣ установки прочно закрѣпляется винтикомъ d; сѣточное же колѣно (вмѣстѣ съ окуляромъ) приходится передвигать зубчаткою на каждый предметъ отдѣльно. Впрочемъ, это послѣднее передвиженіе ограничивается весьма тѣсными предѣлами, особенно если наблюдають не очень близкіе предметы. Если, напримѣръ, фокусное разстояніе объектива равно 10 дюймамъ, то передвиженіе сѣтки для установки на предметъ, отстоящій въ 10 саженяхъ и на безконечномъ разстояніи, какъ показываетъ простое вычисленіе по формулѣ (27), ограничивается всего 0·12 дюйма.

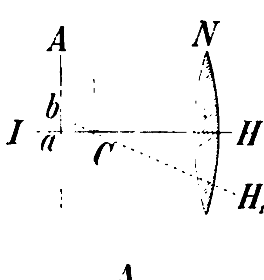


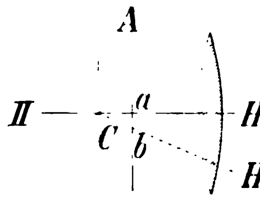
Черт. 125.

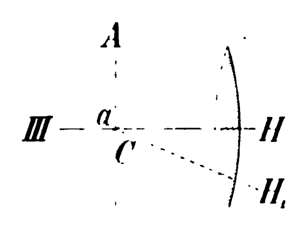
Точная установка сѣтки не можетъ быть достигнута одною оцѣнкою ясности видѣнія изображенія, такъ какъ глазъ приспособляется и къ не совсѣмъ точному совмѣщенію. Между тѣмъ, если сѣтка нитей не вполнѣ совмѣщена съ дѣйствительнымъ изображеніемъ въ трубѣ, то при различныхъ положеніяхъ глаза наблюдателя центръ сѣтки покрываетъ разныя точки изображенія, и происходитъ явленіе, называемое *параллаксомъ нитей*—явленіе, не допускающее точнаго наведенія.

Положимъ, что плоскость сѣтки C (черт. 126) находится за дѣйствительнымъ изображеніемъ A предмета (положеніе I). Если глазъ находится въ H, т. е. центръ его зрачка совпадаетъ съ

оптическою осью трубы, то центръ сѣтки закрываетъ нѣкоторую точку a изображенія, при положеніи же глаза въ H_1 центръ сѣтки закроетъ уже другую точку b, лежащую выше a. При положеніи II, т. е. когда плоскость сѣтки находится передъ дѣйствительнымъ изображеніемъ предмета, происходитъ обратное явленіе: если при центральномъ положеніи глаза въ H середина сѣтки проектируется на точку a изображенія, то при пониженіи глаза въ H_1 она будетъ покрываться точкою b, лежащею ниже a. При повышеніи глаза относительно центральнаго положенія будутъ происходить очевидно, явленія прямо противоположныя. Только при совмѣщеніи сѣтки съ изображеніемъ предмета (положеніе III) точка изображенія, лежащая противъ центра сѣтки, *не зависитъ отъ положенія глаза:* находится ли глазъ въ H или H_1, центръ сѣтки неизмѣнно приходится противъ той же точки a изображенія. Подобныя же разсужденія можно приложить къ передвиженіямъ глаза вправо и влѣво отъ наивыгоднѣйшаго положенія на продолженіи оптической оси трубы.







Черт. 126.

Хотя отверстіе внѣшней діафрагмы у окулярнаго конца трубы невелико, и наблюдатель невольно располагаетъ глазъ противъ его середины, однако небольшія уклоненія всегда возможны, и при существованіи параллакса нитей наблюденія могутъ быть ошибочны: это особенно пагубно отзывается на *отсчитываніи* дѣленій рейки при наблюденіяхъ кипрегелемъ и нивелиромъ. Поэтому передъ производствомъ наблюденій слѣдуетъ непремѣнно удостовѣриться въ правильности установки нитей, т. е. не довольствоваться ясностью видѣнія сѣтки и предмета, а убѣдиться еще и въ отсутствіи параллакса нитей.

Изъ вышесказаннаго легко понять, какъ слѣдуетъ уничтожать параллаксъ: если при перемѣщеніи глаза вверхъ и внизъ или вправо и влѣво изображеніе предмета перемѣщается въ ту

же сторону, т. е. напримѣръ, при подниманіи глаза, изображеніе тоже поднимается относительно сѣтки, то сѣточное колѣно трубы слѣдуетъ вдвинуть; если же передвиженія изображенія относительно сѣтки происходятъ въ сторону, противоположную перемѣщенію глаза, то сѣточное колѣно слѣдуетъ выдвинуть. Вдвиганіе и выдвиганіе производятся вращеніемъ рукоятки F (черт. 125). Какъ ни просты указанныя правила, но ихъ можно забыть: тогда поступаютъ ощупью, именно, убѣдившись, что параллаксъ существуетъ, наблюдатель передвигаетъ сѣтку въ любомъ направленіи, напримѣръ, выдвигаетъ ее изъ трубы. Если параллаксъ сталъ меньше, то передвиженіе сдѣлано въ вѣрномъ направленіи, но недостаточно, и надо продолжать выдвиганіе; если параллаксъ сталъ больше первоначальнаго, то передвиженіе сдѣлано невѣрно и сѣточное колѣно надо вдвигать; если же, наконецъ, параллактическое перемѣщеніе изображенія послѣ выдвиганія сѣтки стало обратнымъ, то должно вдвинуть сѣтку, но на величину, меньшую первоначальнаго выдвиганія. Точная установка достигнута, когда изображеніе предмета остается неподвижнымъ относительно нитей при любомъ измѣненіи положенія глаза.

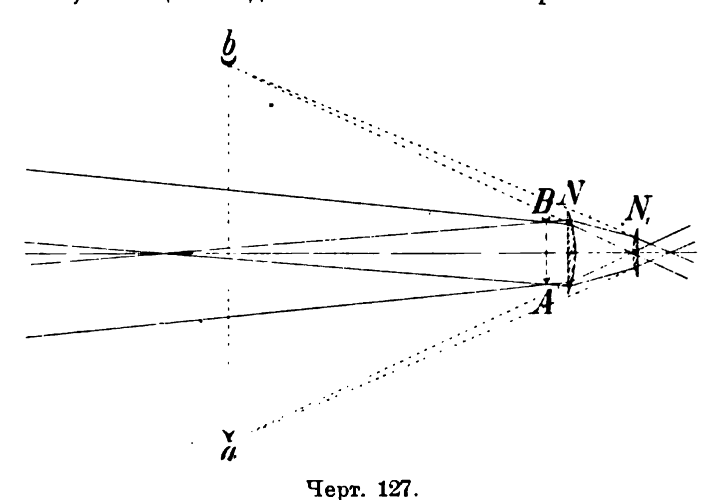
Итакъ, для точной установки трубы съ сѣткою нитей должно сперва направить ее на небо и поставить окуляръ «по глазу», передвигая трубочку bc непосредственно пальцами, пока нити не будутъ видны совершенно отчетливо; затѣмъ направляютъ трубку на разсматриваемый предметъ и устанавливаютъ ее «по фокусу», т. е. вращаютъ рукоятку F до тѣхъ поръ, пока изображеніе предмета не будетъ ясно видно и пока не уничтожится параллаксъ нитей.

Если труба не имѣетъ сѣтки, какъ всѣ такъ называемыя земныя трубы и бинокли, то устанавливаютъ только одно окулярное колѣно такъ, чтобы предметъ былъ ясно виденъ, не заботясь о параллаксѣ. Въ этихъ трубахъ окулярныя стекла привинчены наглухо и ихъ можно двигать лишь вмѣстѣ съ окулярнымъ колѣномъ.

58. Сложные окуляры. Въ § 46 было объяснено, что для ослабленія сферической и хроматической аберрацій окуляры зрительныхъ трубъ составляются изъ двухъ кронгласовыхъ стеколъ, поставленныхъ на извѣстномъ разстояніи. Расположеніе стеколъ и сѣтки нитей въ разныхъ окулярахъ не одинаково: чаще

всего встрѣчаются два вида окуляровъ, называемыхъ *положительнымъ* и *отрицательнымъ* или, по именамъ ихъ изобрѣтателей, окулярами *Рамсдена* и *Гюйгенса*.

Окуляръ Рамсдена (черт. 127) состоитъ изъ двухъ плосковыпуклыхъ стеколъ, обращенныхъ другъ къ другу своими выпуклостями. Переднее стекло N съ бо̀льшимъ фокуснымъ разстояніемъ, стоящее за дѣйствительнымъ изображеніемъ AB, по-



Черт. 127.

лучаемымъ отъ преломленія лучей въ объективѣ, называется *полевымъ*: заднее же N_1, съ меньшимъ фокуснымъ разстояніемъ, у глаза наблюдателя—*глазнымъ*.

Фокусныя разстоянія φ и φ_1 стеколъ окуляра Рамсдена и разстояніе между ними Δ связаны соотношеніемъ:

$$\varphi : \Delta : \varphi_1 = 9 : 4 : 5 \qquad \textbf{(54)}$$

Это соотношеніе не удовлетворяетъ формулѣ (44), по которой при $\varphi = 9$ и $\varphi_1 = 5$ разстояніе стеколъ Δ должно бы равняться числу 7; но зато именно уменьшеніемъ этого разстоянія достигнуто большее увеличеніе трубы, какъ легко повѣрить по формулѣ (28). Несовершенство же окуляра въ смыслѣ неполнаго уничтоженія хроматической аберраціи здѣсь нечувствительно, потому что фокусныя разстоянія обоихъ стеколъ очень малы (см. формулу 42), и, кромѣ того, самое свѣторазсѣяніе въ этомъ окулярѣ ничтожно, такъ какъ дѣйствительное изображеніе получается очень близко къ полевому стеклу.

Сравнимъ дѣйствіе окуляра Рамсдена съ дѣйствіемъ простого окуляра Кеплера изъ одного стекла, считая, что послѣднимъ было бы одно глазное стекло съ фокуснымъ разстояніемъ φ_1. По формулѣ (28), пользуясь соотношеніемъ (54) и называя фокусное разстояніе сложнаго окуляра черезъ f, имѣемъ:

$$\frac{1}{f}=\frac{5}{9\varphi_1}+\frac{1}{\varphi_1}-\frac{4}{9\varphi_1}=\frac{10}{9\varphi_1}$$

откуда

$$f=\frac{9}{10}\varphi_1$$

Подставляя эту величину f въ формулы (50), (51) и (53) и называя увеличеніе, яркость изображенія и поле зрѣнія въ трубѣ съ простымъ окуляромъ соотвѣтственно буквами G, C и P, имѣемъ для окуляра Рамсдена:

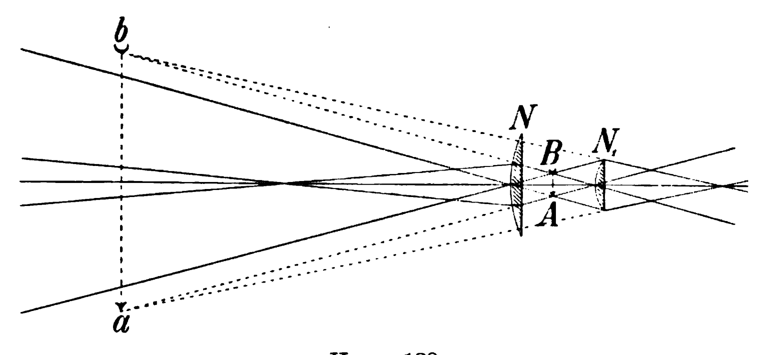
$$\text{Увеличеніе} = \frac{10}{9}G$$

$$\text{Яркость изображенія} = \frac{81}{100}C$$

$$\text{Поле зрѣнія} = \frac{9}{10}P$$

Итакъ, по сравненію съ простымъ, окуляръ Рамсдена даетъ большее увеличеніе, но зато меньшую яркость изображенія и имѣетъ меньшее поле зрѣнія.

Окуляръ Гюйгенса (черт. 128) состоитъ тоже изъ двухъ плосковыпуклыхъ стеколъ, но они обращены выпуклостями въ

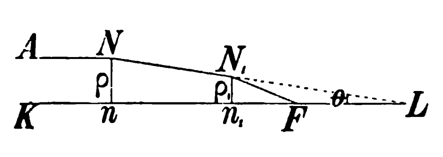


Черт. 128.

одну сторону—къ объективу. Въ основаніе своего окуляра Гюйгенсъ поставилъ условіе, чтобы отношеніе удаленій боковыхъ лучей отъ главной оптической оси къ фокуснымъ разстояніямъ

обоихъ составляющихъ стеколъ было одинаково. Отъ такого условія сферическая аберрація сложнаго стекла дѣлается наименьшею. Если означить фокусныя разстоянія полевого и глазного стеколъ N и N_1 черезъ φ и φ_1, а удаленіе какого-нибудь бокового луча отъ главной оптической оси KL (черт. 129) черезъ ρ и ρ_1, то вышепоставленное условіе выразится пропорціею:

$$\rho : \rho_1 = \varphi : \varphi_1$$



Черт. 129.

Пусть θ—уголъ, составляемый преломленнымъ боковымъ лучемъ NN_1 съ главною осью, а Δ—разстояніе между составляющими стеклами; тогда изъ чертежа имѣемъ:

$$\rho_1 = \rho - \Delta \, . \, tg\,\theta$$

Если боковой лучъ до паденія на полевое стекло былъ параллеленъ главной оптической оси (что всегда допустимо, имѣя въ виду значительность длины трубы по сравненію съ отверстіемъ окуляра), то разстояніе nL есть фокусное разстояніе полевого стекла, и потому:

$$tg\,\theta = \frac{\rho}{\varphi}$$

Исключая изъ трехъ вышестоящихъ уравненій перемѣнныя величины ρ, ρ_1 и θ, получимъ

$$\Delta = \varphi - \varphi_1 \qquad (\alpha)$$

Съ другой стороны, условіе ахроматизма системы по формулѣ (44) даетъ:

$$\Delta = \frac{\varphi + \varphi_1}{2} \qquad (\beta)$$

Изъ двухъ выраженій (α) и (β) имѣемъ:

$$\varphi_1 = \frac{1}{3}\varphi \quad \text{и} \quad \Delta = \frac{2}{3}\varphi$$

такъ что окончательное соотношеніе между величинами φ, Δ и φ_1 выходитъ:

$$\varphi : \Delta : \varphi_1 = 3 : 2 : 1 \qquad \textbf{(55)}$$

Одинаковое преломленіе, а слѣдовательно, и совершенное устраненіе сферической и хроматической аберрацій составляющихъ стеколъ въ окулярѣ Гюйгенса достигается лишь въ томъ случаѣ, если дѣйствительное изображеніе AB (черт. 128) полу-

чается *между стеклами* окуляра. Такимъ образомъ, въ трубѣ съ окуляромъ Гюйгенса полевое стекло окуляра составляетъ какъ бы одну систему съ объективомъ, и самый окуляръ располагается между объективомъ и его фокусомъ, перехватывая своимъ полевымъ стекломъ лучи еще до ихъ пересѣченія; такъ какъ это стекло вторично преломляетъ лучи, идущіе отъ объектива, то дѣйствительное изображеніе AB получается здѣсь ближе къ объективу, чѣмъ если бы окуляра не было или если бы стоялъ простой окуляръ, или окуляръ Рамсдена. Это обстоятельство даетъ трубамъ съ окуляромъ Гюйгенса то преимущество, что, при одинаковомъ объективѣ, онѣ короче, а слѣдовательно, имѣютъ бо̀льшее поле зрѣнія, какъ ясно изъ формулы (52). Далѣе, такъ какъ дѣйствительное изображеніе получается отъ преломленія лучей и въ объективѣ, и въ полевомъ стеклѣ окуляра, то оно выходитъ меньше, чѣмъ при окулярѣ Рамсдена. Вслѣдствіе этого труба съ окуляромъ Гюйгенса имѣетъ меньшее увеличеніе, а потому бо̀льшую яркость изображенія, сравнительно съ трубою, снабженною такимъ же объективомъ, но окуляромъ Рамсдена.

Дѣйствительно, фокусное разстояніе объектива (F_1), разсматриваемаго, какъ сочетаніе изъ самого объектива и полевого стекла окуляра съ фокусными разстояніями F и φ, по формулѣ (28) выходитъ:

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{F} + \frac{1}{\varphi} - \frac{\delta}{F \cdot \varphi} \qquad (\gamma)$$

гдѣ δ — удаленіе полевого стекла окуляра отъ объектива; оно можетъ быть опредѣлено по чертежу 98, разсматривая боковой лучъ SA, параллельный главной оптической оси; именно, изъ пропорцій:

$$\frac{Aa}{Bb} = \frac{F}{F - \delta} \quad \text{и} \quad \frac{Mm}{Bb} = \frac{F_1}{bS_1}.$$

Здѣсь bS_1, разстояніе изображенія отъ полевого стекла, равно $\frac{\Delta}{2}$, или на основаніи соотношенія (55) равно $\frac{1}{3}\varphi$. По равенству первыхъ отношеній этихъ пропорцій имѣемъ и равенство вторыхъ:

$$\frac{F}{F - \delta} = \frac{3F_1}{\varphi}$$

откуда:

$$\delta = \frac{3F \cdot F_1 - F \cdot \varphi}{3F_1}$$

а подставляя это въ выраженіе (γ), имѣемъ:

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{F} + \frac{1}{\varphi} - \frac{1}{\varphi} + \frac{1}{3F_1}$$

и, наконецъ:

$$F_1 = \frac{2}{3} F$$

Подставляя эту величину F_1 вмѣсто F въ формулы (50), (51) и (53) и называя по прежнему увеличеніе, яркость изображенія и поле зрѣнія въ трубѣ съ простымъ окуляромъ соотвѣтственно буквами G, C и P, имѣемъ для трубы съ окуляромъ Гюйгенса:

$$\text{Увеличеніе} = \frac{2}{3} G$$

$$\text{Яркость изображенія} = \frac{9}{4} C$$

$$\text{Поле зрѣнія} = \frac{3}{2} P$$

Итакъ, по сравненію съ простымъ, окуляръ Гюйгенса даетъ меньшее увеличеніе, но зато бо̀льшую яркость изображенія и имѣетъ большее поле зрѣнія. Изъ того, что было сказано о яркости изображенія въ § 55, вполнѣ понятно, что трубою съ окуляромъ Гюйгенса, пользуясь наименьшимъ увеличеніемъ, можно достигнуть яркости, большей единицы, т. е. больше, чѣмъ невооруженнымъ глазомъ.

Выше было упомянуто, что дѣйствительное изображеніе предмета въ окулярѣ Гюйгенса получается между его стеклами. Отъ этого не портится изображеніе, доставляемое преломленіемъ лучей въ апланетическомъ и ахроматическомъ объективѣ, такъ какъ насколько первое, полевое стекло окуляра исказитъ изображеніе, настолько второе, глазное стекло его исправитъ. Однако если труба снабжена сѣткою нитей, которая располагается какъ разъ въ томъ мѣстѣ, гдѣ получается дѣйствительное изображеніе внѣшнихъ предметовъ, то, при окулярѣ Гюйгенса, она разсматривалась бы только черезъ одно глазное стекло и потому была бы ясно видна лишь у середины поля зрѣнія; у краевъ же поля нити представлялись бы неясными и окрашенными отъ дѣйствія сферической и хроматической аберрацій. Поэтому окуляромъ Гюйгенса нельзя пользоваться въ тѣхъ случаяхъ, когда сѣтка должна быть отчетливо видна на всемъ протяженіи поля зрѣнія, какъ въ дальномѣрахъ и въ трубахъ,

снабженныхъ микрометрами. Въ такихъ инструментахъ всегда ставятъ окуляры Рамсдена. При установкѣ окуляра Гюйгенса «по глазу» двигаютъ и самую сѣтку, что сопряжено съ измѣненіемъ положенія оптической оси трубы и измѣненіемъ углового разстоянія нитей.

Вообще окуляръ Гюйгенса примѣняется въ зрительныхъ трубахъ, снабженныхъ простѣйшею сѣткою изъ двухъ пересѣкающихся нитей, или въ трубахъ совсѣмъ безъ сѣтки, назначенныхъ лишь для разсматриванія предметовъ. Бо̀льшая яркость изображенія и большее поле зрѣнія окуляра Гюйгенса дѣлаютъ его особенно пригоднымъ для разсматриванія слабо освѣщенныхъ земныхъ предметовъ и едва замѣтныхъ небесныхъ свѣтилъ; вотъ почему его ставятъ въ земныхъ трубахъ, кометоискателяхъ и т. п.

Даже неопытному наблюдателю легко отличить описанные окуляры; надо вынуть окулярную трубочку и смотрѣть черезъ нее на близкій предметъ, напримѣръ, на мелкую печать книги: окуляромъ Рамсдена можно пользоваться какъ лупою, въ окуляръ же Гюйгенса ничего не будетъ видно.

Въ послѣднее время начали распространяться такъ называемые *ортоскопическіе окуляры*, изобрѣтенные еще въ 1849 году вецлярскимъ оптикомъ *Кельнеромъ* (1826—1855). Этотъ окуляръ совмѣщаетъ преимущества обоихъ вышеописанныхъ и состоитъ изъ трехъ стеколъ, помѣщаемыхъ за дѣйствительнымъ изображеніемъ предмета, какъ окуляръ Рамсдена; полевое стекло представляетъ двояковыпуклую чечевицу, а глазное состоитъ изъ двухъ стеколъ: собирательнаго изъ кронгласа и разсѣивающаго изъ флинтгласа. Главное достоинство ортоскопическаго окуляра заключается въ томъ, что сферическая и хроматическая аберраціи устранены въ немъ на всемъ протяженіи поля зрѣнія.

59. Земная труба. Такъ какъ подробности небесныхъ свѣтилъ не видны невооруженному глазу, то астрономическіе инструменты, снабженные трубою Кеплера, дающею обратное изображеніе, не представляютъ никакихъ неудобствъ; эта же труба примѣняется и для топографическихъ инструментовъ, въ которыхъ наблюденіе сводится къ установкѣ сѣтки нитей на извѣстныя точки изображенія. Весьма трудно однако пріучить себя *разсматривать* земные предметы въ трубу Кеплера; всякій знакомъ съ неловкостью, испытываемою при разглядываніи кар-

тины или чтеніи книги «вверхъ ногами». Вотъ почему вскорѣ послѣ изобрѣтенія зрительныхъ трубъ явились попытки устроить такъ называемую *земную* или *подзорную* трубу, дающую прямыя изображенія внѣшнихъ предметовъ. Первая такая труба была устроена патеромъ *Рейта* (1597—1660) еще въ 1645 году, но она давала дурныя изображенія. Въ настоящее время земныя трубы дѣлаютъ по образцу, выработанному *Доллондомъ*.

Чтобы сдѣлать окончательное изображеніе прямымъ, между объективомъ и окуляромъ помѣщаютъ добавочное стекло, переворачивающее первоначальное обратное изображеніе, получаемое за объективомъ. Для ослабленія сферической и хроматической аберрацій добавочное стекло, подобно системамъ въ сложныхъ окулярахъ, составляется изъ двухъ плосковыпуклыхъ стеколъ, обращенныхъ къ объективу трубы своими плоскими сторонами. Такъ какъ въ земныхъ трубахъ ставятъ обыкновенно окуляръ Гюйгенса, состоящій тоже изъ двухъ стеколъ, то окулярная трубка земной трубы заключаетъ въ себѣ четыре стекла K, L, N и N_1, какъ показано на черт. 130, на которомъ M изображаетъ объективъ, отстоящій отъ перваго стекла окуляра далѣе своего фокуснаго разстоянія.

Первое дѣйствительное и обратное изображеніе A_1B_1 внѣшняго предмета получается передъ добавочными стеклами K и

Черт. 130.

L; лучи отъ этого изображенія послѣ преломленія въ добавочныхъ стеклахъ и въ полевомъ стеклѣ N окуляра даютъ второе дѣйствительное же, но прямое (относительно предмета) изображеніе a_1b_1, отъ котораго, въ свою очередь, получается прямое мнимое изображеніе ab, разсматриваемое наблюдателемъ черезъ глазное стекло N_1 окуляра, какъ черезъ лупу.

Введеніе добавочныхъ стеколъ увеличиваетъ длину трубы и ослабляетъ яркость изображенія, такъ что, при одинаковыхъ объективахъ и одномъ и томъ же увеличеніи, земной окуляръ

(изъ четырехъ стеколъ) даетъ меньшее поле зрѣнія и меньшую яркость изображенія, чѣмъ сложный окуляръ изъ двухъ стеколъ. Притомъ же всякое лишнее стекло увеличиваетъ трудности центрированія стеколъ, и потому, не смотря на удобство для наблюдателя, земныя трубы не примѣняются для измѣрительныхъ приборовъ.

Увеличеніе земной трубы зависитъ не только отъ фокусныхъ разстояній объектива и окуляра, но еще и отъ разстоянія перваго дѣйствительнаго изображенія отъ оптическаго центра системы добавочныхъ стеколъ. Чѣмъ это разстояніе меньше, тѣмъ второе дѣйствительное изображеніе, а слѣдовательно, и увеличеніе всей трубы больше. Съ приближеніемъ добавочныхъ стеколъ K и L къ первому дѣйствительному изображенію A_1B_1 должно, конечно, увеличивать и разстояніе между добавочными стеклами и полевымъ стекломъ (N) окуляра. Обыкновенно всѣ четыре стекла K, L, N и N_1 вдѣлываются неподвижно въ одну трубку, которая перемѣщается цѣликомъ относительно объектива M для установки «по глазу», и труба имѣетъ одно постоянное увеличеніе; но существуютъ трубы, въ которыхъ добавочныя стекла K и L и стекла окуляра N и N_1 можно по произволу удалять и сближать и тѣмъ мѣнять увеличеніе всего прибора. Такія трубы называются *панкратическими*.

Земныя трубы дѣлаются по большей части въ видѣ нѣсколькихъ колѣнъ, входящихъ одно въ другое, такъ что въ сложенномъ видѣ онѣ имѣютъ небольшой объемъ и обращаются почти въ карманный инструментъ. Увеличеніе ихъ невелико, отъ 10 до 20. Такъ какъ ими пользуются безъ штатива, то при бо̀льшемъ увеличеніи дрожаніе рукъ не позволяло бы производить наблюденій.

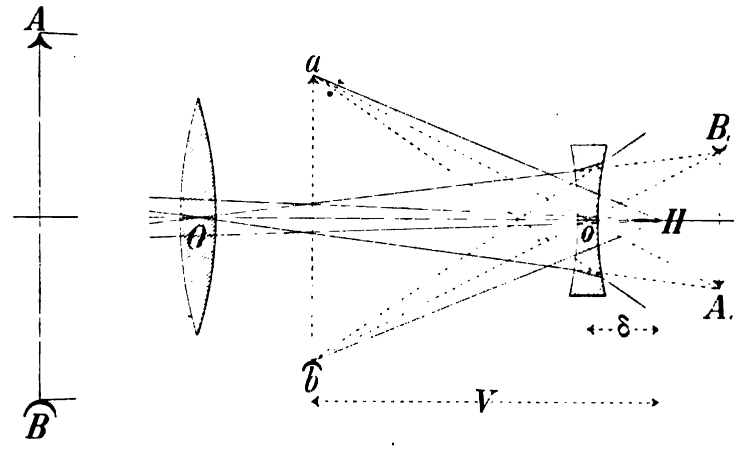
Небольшія зрительныя трубы нерѣдко снабжаются двумя отдѣльными вдвижными трубками: короткою съ «астрономическимъ» окуляромъ Гюйгенса и длинною съ «земнымъ» окуляромъ. Первая даетъ обратное, а вторая прямое изображеніе разсматриваемыхъ предметовъ.

Galileo's Telescope.

60. Труба Галилея. Названіе Галилеевой присвоено простѣйшей и первой по времени появленія зрительной трубѣ. Она состоитъ изъ собирательнаго объектива и разсѣивающаго окуляра и даетъ прямыя изображенія внѣшнихъ предметовъ.

На черт. 131, представляющемъ продольный разрѣзъ трубы

Галилея, видно, что одинъ объективъ безъ окуляра далъ бы изображеніе A_1B_1, которое было бы дѣйствительнымъ, обратнымъ и уменьшеннымъ относительно предмета AB. Окуляръ расположенъ между объективомъ и мѣстомъ этого изображенія, такъ что онъ перехватываетъ сходящіеся къ нему лучи и, будучи разсѣивающимъ, дѣлаетъ ихъ расходящимися; поэтому глазу наблюдателя, смотрящаго въ окуляръ, эти лучи кажутся исходящими изъ мнимаго и увеличеннаго изображенія ab, ко-



Черт. 131.

торое притомъ оказывается прямымъ относительно разсматриваемаго предмета. Понятно, что съ передвиженіемъ окуляра впередъ и назадъ мѣняется положеніе окончательнаго мнимаго изображенія ab, и каждый наблюдатель долженъ установить окуляръ «по глазу» такъ, чтобы удаленіе изображенія отъ глаза H равнялось разстоянію наилучшаго зрѣнія V.

Для вывода *увеличенія* трубы Галилея разсмотримъ отношеніе угловъ зрѣнія, подъ которыми предметъ виденъ черезъ трубу и невооруженнымъ глазомъ. Изъ чертежа ясно, что это увеличеніе G выразится такъ:

$$G = \frac{\angle aHb}{\angle AHB}$$

По малости этихъ угловъ ихъ отношеніе можно замѣнить отношеніемъ ихъ тангенсовъ, т. е. положить:

$$G = \frac{ab}{V} : \frac{AB}{D} = \frac{ab}{A_1B_1} \cdot \frac{A_1B_1}{AB} \cdot \frac{D}{V} \qquad (\alpha)$$

гдѣ V — разстояніе наилучшаго зрѣнія, а D — разстояніе предмета отъ глаза; множитель A_1B_1 и таковый же дѣлитель поставлены для послѣдующаго вывода. Означимъ разстояніе глаза отъ окуляра, т. е. отрѣзокъ oH, черезъ δ, разстояніе перваго изображенія A_1B_1 отъ оптическаго центра окуляра черезъ k, а разстоянія предмета AB и изображенія A_1B_1 отъ оптическаго центра объектива соотвѣтственно черезъ d и d_1. Изъ подобія треугольниковъ съ одной стороны abo и A_1B_1o, съ другой A_1B_1O и ABO, имѣемъ:

$$\frac{ab}{A_1B_1} = \frac{V-\delta}{k} \quad \text{и} \quad \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{d_1}{d} \tag{β}$$

Если F и f — фокусныя разстоянія объектива и окуляра, то на основаніи формулы (27) и вспоминая, что f для разсѣивающаго стекла величина отрицательная, получаемъ:

$$-\frac{1}{k} - \frac{1}{V-\delta} = -\frac{1}{f} \quad \text{и} \quad \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$$

откуда

$$\frac{V-\delta}{k} = \frac{V-\delta-f}{f} \quad \text{и} \quad \frac{d}{d_1} = \frac{d-F}{F} \tag{γ}$$

Подставляя эти выраженія сперва въ (β), потомъ въ (α), получаемъ окончательно:

$$G = \frac{F}{f} \cdot \frac{D}{d-F}\left(1 - \frac{f+\delta}{V}\right) \tag{56}$$

Эта формула аналогична формулѣ (49), выражающей увеличеніе трубы Кеплера; разница заключается въ томъ, что добавочный членъ $\frac{f}{V}$ входитъ здѣсь съ обратнымъ знакомъ, такъ что близорукій глазъ получаетъ въ трубѣ Галилея меньшее увеличеніе, чѣмъ дальнозоркій (въ трубѣ Кеплера, наоборотъ, близорукій глазъ получаетъ большее увеличеніе, чѣмъ дальнозоркій). Другой же добавочный членъ $\frac{\delta}{V}$ входитъ, какъ и въ формулѣ (49), со знакомъ минусъ и показываетъ, что, пользуясь трубою Галилея, надо держать глазъ по возможности ближе къ окуляру. Это обстоятельство имѣетъ здѣсь даже бòльшее значеніе, чѣмъ въ трубѣ Кеплера, такъ какъ тамъ глазъ все же полезно немного отодвигать, чтобы зрачекъ оказался въ «окулярномъ окнѣ»; здѣсь же лучи изъ окуляра выходятъ сразу расходящимися и, слѣдовательно, приближеніе глаза къ окуляру

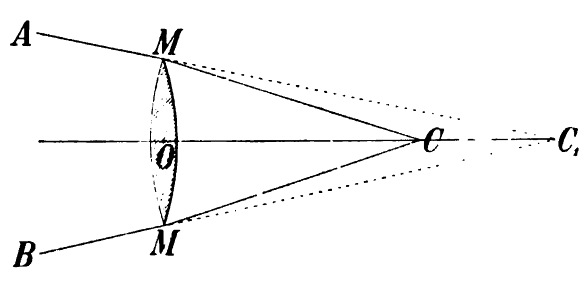
выгодно не только для полученія бо́льшаго увеличенія, но и для введенія въ него большаго количества лучей, т. е. для полученія бо́льшей яркости изображенія.

При наибольшемъ приближеніи глаза къ окуляру добавочные члены третьяго множителя предыдущей формулы всегда можно считать ничтожными; кромѣ того, какъ объяснено было въ § 53, второй множитель на практикѣ почти единица, и потому увеличеніе трубы Галилея выразится простою формулою:

$$G = \frac{F}{f} \tag{57}$$

т. е. увеличеніе этой трубы, какъ и трубы Кеплера, приблизительно равно отношенію фокусныхъ разстояній объектива и окуляра.

Поле зрѣнія трубы Галилея существенно отличается отъ поля зрѣнія трубы Кеплера и, какъ впервые показалъ русскій физикъ *Любимовъ* (1830—1897), зависитъ не только отъ длины трубы и отверстія діафрагмы при окулярѣ, но еще и отъ отверстія объектива. Въ трубѣ Кеплера окуляръ и глазъ наблюдателя находятся за главнымъ фокусомъ объектива, такъ что,



Черт. 132.

если сдѣлать отверстіе окуляра безконечно малымъ, то и поле зрѣнія станетъ безконечно мало; въ окуляръ попадали бы тогда лишь центральные лучи, идущіе вблизи оптической оси трубы. Въ трубѣ Галилея окуляръ и глазъ наблюдателя находятся между объективомъ и его главнымъ фокусомъ, и потому, если сдѣлать отверстіе окуляра безконечно малымъ, то все же въ него попадутъ лучи, идущіе изъ всего коническаго пространства, опредѣляемаго угломъ AC_1B (черт. 132), построеннымъ такъ, что крайніе лучи AM и BM, падающіе на края объектива, послѣ преломленія сходятся въ точкѣ C—въ опти-

ческомъ центрѣ окуляра. Такимъ образомъ даже для безконечно малаго отверстія окуляра поле зрѣнія выразилось бы угломъ P_1, опредѣляемымъ формулою:

$$tg\,\frac{P_1}{2} = \frac{MO}{OC_1}$$

Но OC и OC_1 связаны основною формулою (27):

$$\frac{1}{OC} - \frac{1}{OC_1} = \frac{1}{F}$$

гдѣ $OC = F - f$, потому что разстояніе k, какъ видно изъ первой формулы (γ), при маломъ f почти равно f; съ этой подстановкой

$$\frac{1}{OC_1} = \frac{f}{F(F-f)}$$

Если означить отверстіе объектива черезъ Q, такъ что $MO = \frac{Q}{2}$, то имѣемъ:

$$tg\,\frac{P_1}{2} = \frac{Q}{2} \cdot \frac{f}{F(F-f)}$$

а замѣняя по малости угла P_1 его тангенсъ самимъ угломъ въ минутахъ, раздѣленнымъ на 3438, получимъ:

$$P_1' = 3438\,\frac{Q\,.\,f}{F(F-f)}$$

Къ этой величинѣ надо прибавить обыкновенное поле зрѣнія, зависящее отъ конечныхъ размѣровъ отверстія окуляра q и длины трубы $F - f$, которое, согласно формулѣ (52), будетъ:

$$P_2' = 3438\,\frac{q}{F-f}$$

Складывая величины P_1' и P_2' и замѣняя отношеніе $\frac{F}{f}$ увеличеніемъ G, получаемъ слѣдующее окончательное выраженіе для поля зрѣнія трубы Галилея въ минутахъ дуги:

$$P' = \frac{3438}{F-f}\left(\frac{Q}{G} + q\right) \qquad (58)$$

Итакъ, поле зрѣнія трубы Галилея дѣйствительно зависитъ не только отъ діаметра окуляра q, но еще и отъ діаметра объектива Q. Кромѣ того, какъ и въ трубѣ Кеплера, оно обратно-пропорціонально длинѣ трубы $F - f$. Если часть объектива трубы Галилея закрыть кускомъ картона или просто рукой, то

поле зрѣнія не останется круглымъ, какъ въ трубѣ Кеплера, а приметъ видъ сегмента. Изъ сравненія формулъ (52) и (58) ясно, что при равныхъ отверстіяхъ объективовъ и окуляровъ поле зрѣнія трубы Галилея всегда больше поля зрѣнія трубы Кеплера.

Въ трубѣ Галилея не получается дѣйствительнаго изображенія внѣшнихъ предметовъ, слѣдовательно, въ ней вовсе нельзя помѣстить сѣтку нитей, и она не можетъ служить для инструментовъ, въ которыхъ требуется опредѣленное направленіе луча зрѣнія: въ нее можно лишь разсматривать отдаленные предметы.

Такъ какъ трубою Галилея пользуются обыкновенно безъ штатива, съ руки, то увеличеніе ея дѣлаютъ небольшимъ, отъ 2 до 10. Большею частью соединяютъ двѣ трубки Галилея одною оправою, располагая ихъ оптическія оси параллельно другъ другу такъ, чтобы смотрѣть въ нихъ обоими глазами; такой приборъ называется *биноклемъ*. Въ оправѣ дѣлается приспособленіе для одновременнаго вдвиганія или выдвиганія обѣихъ трубокъ, чтобы ставить окуляры «по глазу». Разстояніе оптическихъ осей трубокъ бинокля должно приблизительно равняться разстоянію между глазами человѣка, т. е. около 2·5 дюйма, и потому діаметры объективовъ, полагая нѣкоторую величину на оправы, не могутъ быть болѣе 2 дюймовъ.

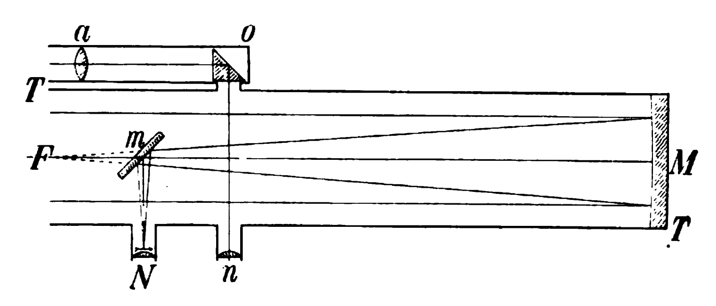
При пользованіи биноклемъ надо сперва выдвинуть окулярныя трубки и затѣмъ медленно вдвигать ихъ, пока наблюдаемый предметъ не будетъ ясно видимъ; при обратномъ порядкѣ, т. е. при выдвиганіи окуляровъ, аккомодація затруднительнѣе.

61. Рефлекторы. Геніальный *Ньютонъ*, убѣжденный въ невозможности уничтожить свѣторазсѣяніе лучей путемъ сочетанія разныхъ прозрачныхъ срединъ (см. § 46) и зная, что при отраженіи свѣта вовсе не происходитъ разложенія бѣлыхъ лучей на цвѣтные, а сферическая аберрація при отраженіи почти въ 8 разъ меньше, чѣмъ при преломленіи, предложилъ замѣнить стеклянные объективы зрительныхъ трубъ вогнутыми зеркалами. Такимъ образомъ появились трубы, называемыя *отражательными телескопами* или *рефлекторами*, хотя послѣднее названіе не совсѣмъ точно, потому что окуляры рефлекторовъ состоятъ изъ стеколъ и дѣйствуютъ преломленіемъ. Окуляры никогда и не пытались замѣнять зеркалами, такъ какъ, вслѣдствіе малости отверстій и фокусныхъ разстояній, ихъ

хроматическая аберрація всегда ничтожна, и издавна устранялась сочетаніемъ двухъ кронгласовыхъ стеколъ (см. формулы 42 и 44).

Въ рефракторахъ первое дѣйствительное изображеніе внѣшняго предмета получается за объективомъ, и потому ничто не мѣшаетъ разсматривать его сзади черезъ окуляръ; въ рефлекторахъ же вогнутое зеркало даетъ дѣйствительное изображеніе впереди, и если бы наблюдатель вздумалъ разсматривать его окуляромъ непосредственно, то собственною головой закрылъ бы большую часть свободнаго отверстія зеркала. Надо было придумать такое расположеніе частей прибора, чтобы наблюдатель не мѣшалъ прохожденію лучей къ зеркалу. *Ньютонъ* первый въ 1671 году нашелъ къ тому простое средство; затѣмъ предложено было нѣсколько другихъ способовъ, объясненныхъ ниже.

Телескопъ Ньютона изображенъ въ горизонтальномъ разрѣзѣ на черт. 133. Вогнутое сферическое зеркало M весьма большого



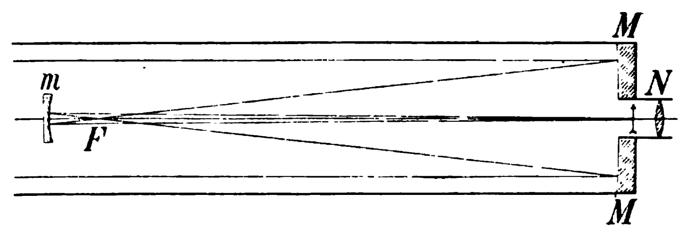
Черт. 133.

радіуса вставлено въ дно цилиндрической трубы TT такъ, что его главная оптическая ось совпадаетъ съ осью трубы. Вошедшіе въ открытый конецъ трубы лучи, послѣ отраженія отъ зеркала M, встрѣчаютъ до полученія изображенія маленькое плоское зеркало m, поставленное подъ угломъ въ 45° къ оси трубы и прикрѣпленное на тонкомъ стержнѣ къ ея стѣнкѣ. Этому зеркалу (замѣняемому часто призмою, отражающею больше свѣта) даютъ видъ эллипса съ отношеніемъ осей 7 : 5, чтобы въ своемъ наклонномъ положеніи оно закрывало круговой и притомъ весьма узкій пучекъ лучей, вступающихъ въ трубу. Дѣйствительное изображеніе предмета получается близъ боковой стѣнки, гдѣ вдѣлана трубочка съ обыкновеннымъ окуляромъ

N. Изображеніе выходитъ обратнымъ, потому что верхъ его будетъ внизу, но правая часть остается правою.

Въ виду малаго поля зрѣнія телескопъ снабжается искателемъ *ao*, расположеннымъ сбоку трубы; лучи въ искателѣ отражаются плоскимъ зеркаломъ или призмою въ его окуляръ *n*, располагаемый рядомъ съ главнымъ.

Телескопъ Грегори. Современникъ Ньютона, эдинбургскій профессоръ *Грегори* (1638—1675), ослѣпшій отъ астрономическихъ наблюденій, справедливо замѣтилъ неудобство, что человѣкъ, смотрящій въ телескопъ Ньютона, расположенъ бокомъ, а не лицомъ къ предмету; поэтому онъ далъ своему телескопу видъ, напоминающій обыкновенную зрительную трубу. Именно,

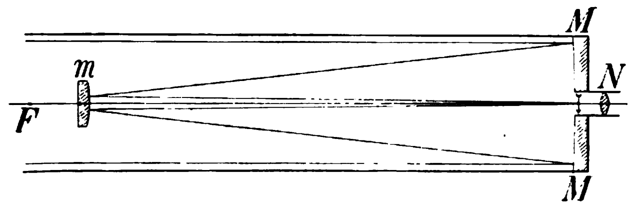


Черт. 134.

у середины внѣшняго отверстія трубы онъ расположилъ маленькое вогнутое зеркало *m* (черт. 134) съ такимъ расчетомъ, чтобы первое дѣйствительное изображеніе предмета, получаемое отъ главнаго зеркала *MM*, оказалось между центромъ и фокусомъ малаго зеркала. Согласно законамъ отраженія, объясненнымъ въ § 36, малое зеркало даетъ другое дѣйствительное же, обратное, но уже прямое, относительно самого предмета, и увеличенное изображеніе, получаемое у дна трубы, гдѣ въ серединѣ главнаго зеркала сдѣлано отверстіе и вставленъ обыкновенный окуляръ *N*.

Такъ какъ въ телескопѣ Ньютона малое зеркало расположено до пересѣченія отраженныхъ лучей, а въ телескопѣ Грегори за нимъ, то при одинаковыхъ главныхъ зеркалахъ труба Грегори должна быть немного длиннѣе, но, какъ упомянуто уже выше, эта система представляетъ выгоды для наблюдателя: онъ обращенъ лицомъ къ предмету и видитъ прямое его изображеніе. Кромѣ того расположеніе малаго вогнутаго, а не плоскаго зеркала, позволяетъ давать телескопу бóльшія увеличенія.

Телескопъ Кассегрена. Французскій физикъ, профессоръ въ Шартрѣ, *Кассегренъ* въ 1672 г. замѣнилъ вогнутое зеркальце Грегори выпуклымъ (черт. 135), расположеннымъ ближе къ главному зеркалу, до мѣста образованія перваго изображенія, такъ, чтобы фокусъ главнаго зеркала приходился между малымъ зеркаломъ и его главнымъ фокусомъ. Лучи, отброшенные большимъ зеркаломъ, сходятся, но послѣ отраженія отъ малаго зеркала дѣлаются менѣе сходящимися и даютъ у середины главнаго зеркала увеличенное и обратное относительно предмета изображеніе, разсматриваемое окуляромъ N. Обратное изображеніе не представляетъ неудобствъ при астрономическихъ наблюденіяхъ, и самъ Кассегренъ, предлагая свою систему, видѣлъ главную ея выгоду въ нѣкоторомъ уменьшеніи длины

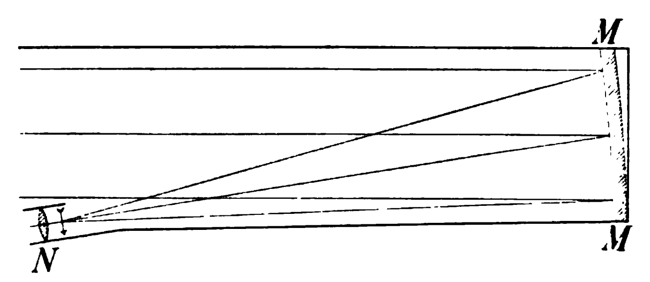


Черт. 135.

трубы. Тѣмъ не менѣе по сравненію съ системою Грегори она имѣетъ важное преимущество въ другомъ отношеніи. Сферическія аберраціи вогнутаго и выпуклаго зеркалъ сопровождаются противоположными знаками, и потому соотвѣтствующимъ подборомъ радіусовъ сферическихъ поверхностей и отверстій большого и малаго зеркалъ въ разсматриваемомъ телескопѣ удается уравнять ихъ недостатки и получить инструментъ почти свободный отъ сферической аберраціи, съ весьма отчетливыми изображеніями. Въ телескопахъ Грегори и Ньютона сферическая аберрація всегда существуетъ и ослабляется лишь увеличеніемъ фокуснаго разстоянія и уменьшеніемъ отверстія главнаго зеркала, что возможно только въ большихъ трубахъ. Система Кассегрена позволяетъ устраивать трубы небольшихъ размѣровъ, въ которыхъ однако можно ставить зеркала съ относительно большими отверстіями.

Телескопъ Гершеля. Знаменитый астрономъ *В. Гершель*, собственноручно изготовлявшій множество телескоповъ разныхъ системъ, замѣтилъ, что малое зеркало отнимаетъ значительную

долю свѣта, какъ непосредственнымъ уменьшеніемъ свободнаго отверстія главнаго зеркала, такъ и благодаря вторичному отраженію лучей; послѣ многихъ размышленій онъ напалъ на счастливую мысль вовсе устранить малое зеркало, а чтобы голова наблюдателя не препятствовала свободному пропуску лучей въ трубу, расположить большое зеркало съ небольшимъ наклономъ, какъ показано на черт. 136. Дѣйствительное и обратное изображеніе предмета, получаемое отъ вогнутаго зеркала близъ внѣшняго края стѣнки трубы, разсматривается обыкновеннымъ окуляромъ N, причемъ наблюдатель, конечно, обращенъ спи-

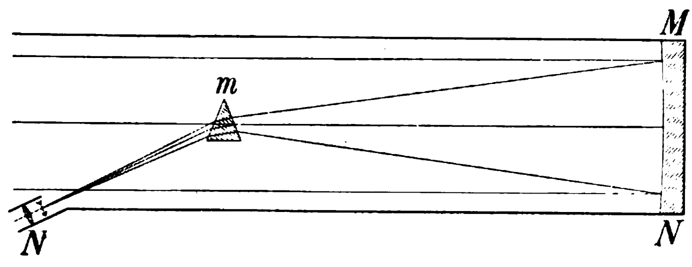


Черт. 136.

ною къ самому предмету. Правда, наклоненіе зеркала и пользованіе его побочною осью вмѣсто главной усиливаетъ сферическую аберрацію изображенія, но при большихъ размѣрахъ телескопа наклонъ ничтоженъ, и указанное расположеніе имѣетъ большое преимущество въ достиженіи бо́льшей яркости изображенія и возможности поэтому примѣнять бо́льшія увеличенія. Наибольшій телескопъ Гершеля былъ 40 футовъ длины, зеркало имѣло 6 футовъ въ діаметрѣ, и увеличеніе доводилось до 6450.

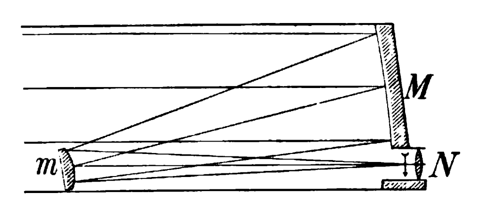
Телескопъ Брюстера. Какъ только что замѣчено, система Гершеля примѣнима лишь для телескоповъ весьма большихъ размѣровъ; при малой длинѣ трубы наклонъ зеркала вышелъ бы столь значительнымъ, что изображенія получались бы весьма искаженными. Извѣстный англійскій физикъ *Брюстеръ* (1781—1868) предложилъ систему, устраняющую этотъ недостатокъ (черт. 137). Зеркало поставлено прямо, т. е. его главная оптическая ось совпадаетъ съ осью трубы; изображеніе же отклоняется къ стѣнкѣ при помощи небольшой ахроматической призмы m, расположенной на оси трубы. Окуляръ N помѣщенъ, какъ и

у Гершеля, наклонно, у внѣшняго отверстія. Непонятно, почему эта остроумная система не получила широкаго распространенія.



Черт. 137.

Брахителескопъ. Всѣ разсмотрѣнные телескопы имѣютъ одинъ общій недостатокъ—большую длину. Если при томъ же отверстіи зеркала значительно уменьшить радіусъ его сферической поверхности и длину трубы, то недостатки изображеній отъ сферической аберраціи дѣлаются нестерпимыми. Формулы (16) показываютъ, что при уменьшеніи фокуснаго разстоянія зеркала вдвое поперечная сферическая аберрація увеличивается въ четыре раза. Берлинскій профессоръ *Форстеръ* и вѣнскій механикъ *Фритчъ* построили въ 1877 году телескопъ, который при томъ же фокусномъ разстояніи главнаго зеркала оказывается въ два раза короче телескоповъ другихъ системъ, почему и назвали его *брахителескопомъ.* Изъ черт. 138 легко понять, что этотъ инструментъ совмѣщаетъ выгоды системъ Кассегрена и Гершеля. Оба зеркала, большое вогнутое *M* и малое выпуклое *m* стоятъ наклонно къ направленію на предметъ, но главныя оптическія оси ихъ параллельны. Окуляръ *N* расположенъ сбоку большого зеркала, и наблюдатель смотритъ въ брахителескопъ, какъ въ обыкновенную зрительную трубу. Для первоначальнаго направленія на предметъ служитъ искатель. Брахителескопы небольшихъ размѣровъ получили довольно значительное распространеніе между любителями астрономіи въ Германіи.



Черт. 138.

Въ заключеніе этого краткаго очерка рефлекторовъ необходимо прибавить, что, принятые первоначально съ восторгомъ, они, послѣ изобрѣтенія ахроматическихъ стеколъ, были почти оставлены и строились только въ Англіи, гдѣ имъ придавали всегда большіе размѣры, чтобы количествомъ дѣйствующихъ лучей вознаградить значительную потерю свѣта при отраженіи. Металлическія зеркала скоро тускнѣли, и это обстоятельство препятствовало борьбѣ рефлекторовъ съ рефракторами. Замѣна металлическихъ зеркалъ стеклянными съ осажденіемъ на нихъ химическимъ путемъ тонкаго и ровнаго слоя серебра дала новый толчекъ распространенію рефлекторовъ, которыми въ настоящее время снабжены многія обсерваторіи. Хорошее зеркало гораздо дешевле объективнаго стекла того же діаметра: опытъ показываетъ, что при влажномъ воздухѣ зеркала потѣютъ не такъ скоро, какъ стекла. Знатоки увѣряютъ, что кто хоть разъ смотрѣлъ на Луну въ большой рефлекторъ, тотъ не захочетъ уже любоваться ею въ рефракторъ. Во всякомъ случаѣ рефлекторы примѣняются и теперь лишь для разсматриванія свѣтилъ, особенно кометъ, туманныхъ пятенъ и звѣздныхъ кучъ. Для измѣрительныхъ же цѣлей служатъ исключительно рефракторы. Немаловажный недостатокъ рефлекторовъ составляютъ неизбѣжныя теченія воздуха, свободно проникающаго въ открытый конецъ трубы; эти теченія вредно отзываются на чистотѣ изображеній. Извѣстные французскіе оптики братья *Анри* предложили закрывать переднее отверстіе трубы стекломъ, сперва просто плоскимъ, а потомъ даже сферическимъ, помогающимъ полученію изображенія послѣ отраженія отъ большого зеркала; такъ положено начало новому виду зрительныхъ трубъ, называемыхъ *катадіоптрическими*. Впрочемъ, воздушныя теченія всего проще устраняются замѣною сплошныхъ стѣнокъ трубы рѣшетчатыми, что и примѣнено уже въ рефлекторахъ, установленныхъ въ Мельбурнѣ и другихъ мѣстахъ.

62. Повѣрки зрительныхъ трубъ. Для опредѣленія достоинства зрительныхъ трубъ при покупкѣ или пріемѣ ихъ слѣдуетъ произвести нижеслѣдующія испытанія или повѣрки.

1. Убѣдиться, что стекла хорошо отшлифованы, и внутри ихъ нѣтъ пузырьковъ, свищей и жилокъ разныхъ плотностей. Для этого стекла вывинчиваютъ изъ оправъ и разсматриваютъ каждое изъ нихъ отдѣльно въ темной комнатѣ передъ пламе-

немъ свѣчи: каждая наружная царапинка, а также пузырьки, жилки и потеки дѣлаются тогда ясно видимыми.

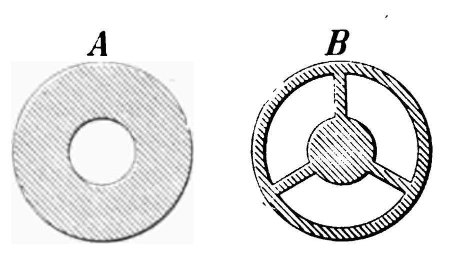
2. Повѣрить правильность центрировки стеколъ, т. е. узнать, установлены ли главныя оптическія оси всѣхъ стеколъ трубы по одной прямой. Для этого наводятъ трубу на удаленную и рѣзко видимую свѣтящуюся точку, напримѣръ, на маленькое отверстіе въ экранѣ, за которымъ поставлена зажженная свѣча или лампа. Если стекла центрированы правильно, то изображеніе свѣтящейся точки представляется рѣзко очерченнымъ маленькимъ кружкомъ; въ противномъ случаѣ изображеніе имѣетъ темныя пятна или сопровождается хвостикомъ. Однако правильность кружка при установкѣ «по фокусу» еще недостаточна: надо вдвигать и выдвигать окуляръ. При хорошей центрировкѣ наблюдаются рѣзкіе концентрическіе и полные кружки. Вмѣсто искусственнаго свѣта еще лучше навести трубу на какую-нибудь яркую звѣзду первой величины. При установкѣ «по фокусу» изображеніе должно представляться яркою свѣтящеюся точкой; при выдвиганіи же и вдвиганіи сѣточнаго колѣна точка должна обращаться въ круглый дискъ, состоящій изъ нѣсколькихъ концентрическихъ свѣтлыхъ колецъ. Дурныя и неправильно поставленныя стекла даютъ въ этомъ случаѣ искаженныя и неполныя кольца или неопредѣленное и разноцвѣтное пятно

Неправильная центрировка стеколъ замѣчается чаще всего и отзывается наиболѣе вредно въ объективахъ. Исправить центрировку небольшого объектива можно безъ помощи оптика. Вывинчиваютъ и разнимаютъ составляющія его стекла, удаляютъ старые листики станіоля и кладутъ новые, вырѣзанные изъ одного кусочка, чтобы они были одинаковой толщины. При подклейкѣ гуммиарабикомъ слѣдятъ за тѣмъ, чтобы слои клея были тоже равной толщины и чтобы листики лежали симметрично, въ разстояніи 120°. Послѣ сборки объектива испытаніе, конечно, повторяется.

3. Убѣдиться въ устраненіи сферической аберраціи. Изъ чернаго матоваго картона приготовляютъ два колпачка, которые можно свободно надѣвать на оправу объектива трубы; одинъ колпачекъ *A* (черт. 139) дѣлается съ отверстіемъ по срединѣ, другой *B*—съ кольцевыми вырѣзами такой величины, чтобы центральный круговой дискъ равнялся или былъ даже больше отверстія въ первомъ колпачкѣ. Надѣвъ колпачекъ *A*

на трубу, направляютъ ее на рѣзко очерченный предметъ, напримѣръ, на листъ бѣлой бумаги съ нарисованнымъ на немъ чернымъ кругомъ или квадратомъ, и устанавливаютъ окуляръ точно «по фокусу». Затѣмъ снимаютъ колпачекъ *A* и надѣваютъ другой *B*; если и теперь изображеніе представляется такимъ же рѣзкимъ, то сферическая аберрація устранена, такъ какъ теперь боковые лучи собрались въ тѣхъ же точкахъ, въ которыхъ раньше собирались центральные.

Другимъ средствомъ испытанія служатъ наблюденія такъ называемыхъ двойныхъ звѣздъ. Если существуетъ сферическая аберрація, то изображенія составляющихъ звѣздъ даже при самой тщательной установкѣ по фокусу представляются не точками, а небольшими кружками, которые, вслѣдствіе близости звѣздъ, налегаютъ другъ на друга, и наблюдатель вмѣсто двухъ отдѣльныхъ звѣздъ видитъ одну овальнаго очертанія. Очень близкія двойныя звѣзды раздѣляются только самыми большими трубами. Звѣздами для испытанія небольшихъ трубъ топографическихъ инструментовъ могутъ служить Мизаръ (ζ Ursae Majoris), въ которой разстояніе составляющихъ звѣздъ равно 14″, и Касторъ (α Geminorum), съ разстояніемъ 5″.



Черт. 139.

4. Убѣдиться въ отсутствіи хроматической аберраціи. Наводятъ испытуемую трубу на рѣзкія фигуры (бѣлыя на черномъ полѣ или наоборотъ), напримѣръ, на фигуры, вырѣзанныя изъ черной бумаги и наклеенныя на оконное стекло, причемъ наблюдатель съ трубою долженъ находиться въ комнатѣ и навести трубу такъ, чтобы видѣть черезъ окно только небо. Послѣ установки «по фокусу» очертанія фигуръ должны быть совершенно безцвѣтными; слабые признаки окрашиванія, происходящіе отъ вторичнаго спектра, при хорошо ахроматизованныхъ стеклахъ замѣчаются только на краяхъ поля зрѣнія. Дурныя стекла даютъ по всѣмъ очертаніямъ фигуръ цвѣтныя каймы.

Можно испытать ахроматизмъ трубы и по яркой бѣлой звѣздѣ. При установкѣ «по фокусу» звѣзда должна казаться бѣлою точкой. При небольшомъ вдвиганіи окуляра изображеніе

окружается слабымъ краснымъ кольцомъ, при выдвиганіи—желтоватымъ.

5. Повѣрить положеніе діафрагмъ. Діафрагмы въ зрительной трубѣ должны быть расположены такъ, чтобы боковые лучи не мѣшали ясности изображенія. Кромѣ того внутренность стѣнокъ трубы и сами діафрагмы должны быть равномѣрно вычернены. Для испытанія вынимаютъ изъ трубы окуляръ и направляютъ ее на небо: стѣнки трубы изъ-за діафрагмъ должны быть совсѣмъ не видимы. Если діафрагмы поставлены неправильно, то стѣнки будутъ частью видимы, а если къ тому же краска мѣстами отстала, то явятся блестки, происходящія отъ отраженія оголенными стѣнками свѣта, не задержаннаго діафрагмами.

При испытаніи биноклей и вообще бинокулярныхъ трубъ необходимо кромѣ перечисленныхъ произвести еще слѣдующія повѣрки:

6. Убѣдиться въ равенствѣ увеличеній обѣихъ трубокъ. По способамъ, указаннымъ въ § 54, можно порознь опредѣлить увеличеніе каждой трубки и сравнить ихъ, но собственно равенство увеличеній можно узнать проще, наведя бинокль на ярко очерченную фигуру (черную на бѣломъ полѣ или наоборотъ). При смотрѣніи обоими глазами наблюдатель долженъ видѣть вполнѣ рѣзко одинъ предметъ, безъ всякаго «двоенія»; при попеременномъ же закрываніи праваго и лѣваго глазъ изображенія должны представляться равной величины и одинаково ясными. Это испытаніе полезно повторить, перевернувъ бинокль и смотря правымъ глазомъ въ ту трубку, въ которую раньше смотрѣлъ лѣвый. Если наблюдатель имѣетъ разные глаза, то и хорошій бинокль при такомъ двойномъ испытаніи можетъ дать разные результаты; подобному лицу можно посовѣтовать заказать себѣ бинокль, у котораго составляющія трубки не одинаковы и приспособлены къ его личнымъ свойствамъ.

7. Испытать параллельность оптическихъ осей трубокъ. На горизонтальный столъ или на мензульную доску ставятъ кипрегель, направляютъ его на удаленный ясно видимый предметъ и располагаютъ передъ нимъ при помощи подставки надлежащей высоты бинокль такъ, чтобы трубки его были въ одной горизонтальной плоскости, и объективъ одной изъ нихъ былъ обращенъ къ объективу кипрегеля, а оптическія оси этой трубки бинокля и трубы кипрегеля составляли одну прямую. Послѣднее достигнуто, если черезъ кипрегель и трубку бинокля наблю-

датель увидитъ прежній предметъ точно на пересѣченіи нитей. Тогда вдоль линейки кипрегеля прочерчиваютъ прямую, кипрегель переставляютъ противъ объектива другой трубки бинокля, добиваются опять установки изображенія того же предмета на пересѣченіи нитей и снова по краю линейки прочерчиваютъ прямую. Если обѣ прямыя окажутся параллельными, то и оптическія оси трубокъ бинокля параллельны; въ противномъ случаѣ уголъ между прочерченными прямыми выразитъ величину ихъ непараллельности. Если при наведеніяхъ кипрегеля отсчитывать еще показанія верньеровъ на его вертикальномъ кругѣ, то разность отсчетовъ покажетъ, на сколько оптическія оси трубокъ бинокля не находятся въ одной плоскости. Эта послѣдняя, правда, рѣдко встрѣчаемая неправильность имѣетъ болѣе существенное значеніе, чѣмъ первая. При значительной непараллельности оптическихъ осей трубокъ бинокля всѣ разсматриваемые предметы двоятся; если же уголъ между осями не превосходитъ 10′, то двоенія не замѣчается, но глаза наблюдателя скоро утомляются.

8. Удаленіе оптическихъ осей трубокъ бинокля должно равняться разстоянію между центрами зрачковъ наблюдателя. У нормально сложенныхъ людей это разстояніе равно 2·5 дюйма. Сравненіе дѣлается непосредственнымъ измѣреніемъ циркулемъ разстоянія между центрами окуляровъ бинокля и между центрами зрачковъ наблюдателя. Если разность разстояній незначительна, то пользованіе биноклемъ совершенно безопасно, если же она болѣе 0·2 дюйма, то глаза страдаютъ. Большіе бинокли снабжаются иногда приспособленіемъ для измѣненія разстоянія между осями его трубокъ; тогда каждый наблюдатель можетъ устанавливать ихъ по разстоянію между своими глазами.

Для *общаго сужденія* о достоинствахъ зрительной трубы или бинокля полезно имѣть особую таблицу, на которой по бѣлому полю черною краской напечатаны буквы разной величины и рядъ полосъ различной толщины съ постепенно убывающими промежутками. Нормальный глазъ различаетъ отдѣльныя полосы до предѣла, когда промежутки между ними представятся подъ угломъ въ 1′. При меньшихъ промежуткахъ полосы сливаются въ одно сѣрое пятно. Если увеличеніе трубы означить черезъ G, то разстояніе, съ котораго въ трубу сливаются тѣ же полосы, должно быть въ G разъ больше, чѣмъ для невооруженнаго глаза; если же съ такого разстоянія сливаются полосы

болѣе рѣдкія, то труба имѣетъ несовершенства, т. е. стекла дурно отшлифованы и не свободны отъ сферической аберраціи. Впрочемъ здѣсь необходимо принять въ расчетъ поглощеніе свѣта атмосферою (см. § 53): если труба увеличиваетъ, напримѣръ, въ 10 разъ, то слитіе полосъ въ трубу начинается при разсматриваніи съ разстоянія немного меньшаго, чѣмъ удесятеренное, при которомъ наблюдатель видѣлъ отдѣльно тѣ же полосы невооруженнымъ глазомъ.

При обращеніи со зрительными трубами не слѣдуетъ прикасаться къ стекламъ пальцами. Пыль и грязь должно счищать мягкою барсуковою кисточкой, замшею или мягкою, старою, но чистою тряпкой. Очень грязныя стекла вытираютъ сперва тряпочкой, смоченной спиртомъ, а затѣмъ тряпкой съ мелко истолченнымъ мѣломъ; остатки мѣла, когда спиртъ высохнетъ, удаляютъ кисточкой. Безъ крайней необходимости не слѣдуетъ разъединять составляющія стекла объективовъ и окуляровъ, такъ какъ при этомъ легко разстроить ихъ центрировку. Во всякомъ случаѣ, при разборкѣ надо замѣчать (карандашемъ на ребрахъ стеколъ) положеніе стеколъ, чтобы, собирая, ставить ихъ на прежнія мѣста. Отнюдь нельзя переворачивать стекла при сборкѣ, потому что съ измѣненіемъ положенія мѣняется сферическая аберрація сложнаго и даже простого стекла.

Räthsel.

Kennst du das Bild auf zartem Grunde?
Es giebt sich selber Licht und Glanz.
Ein and'res ist's zu jeder Stunde,
Und immer ist es frisch und ganz.
Im engsten Raum ist's ausgeführet,
Der kleinste Rahmen fasst es ein;
Doch alle Grösse, die dich rühret,
Kennst du durch dieses Bild allein.

Und kannst du den Krystall mir nennen,
Ihm gleicht an Werth kein Edelstein;
Er leuchtet, ohne je zu brennen,
Das ganze Weltall saugt er ein?
Der Himmel selbst ist abgemalet
In seinem wundervollen Ring;
Und doch ist, was er von sich strahlet,
Noch schöner, als was er empfing.

Schiller.

VIII.

Ошибки измѣренiй.

63. Роды ошибокъ. Если разстоянiе, уголъ или вообще какую-нибудь величину измѣрять нѣсколько разъ, то обыкновенно получаются хотя и близкiе другъ къ другу, но все же различные результаты. Бываютъ, конечно, промахи, отъ которыхъ выводы дѣлаются совершенно несообразными, но и помимо такихъ промаховъ самыя тщательныя измѣренiя не даютъ одинаковыхъ результатовъ. Причинами этого обстоятельства являются съ одной стороны несовершенства нашихъ органовъ чувствъ—зрѣнiя, осязанiя и слуха, съ другой—недостатки измѣрительныхъ приборовъ. Такъ, напримѣръ, при измѣренiи какого-нибудь разстоянiя на бумагѣ циркулемъ по масштабу, мы не можемъ поставить ножки циркуля совершенно точно въ концы линiи; самый масштабъ сдѣланъ обыкновенно не вполнѣ безупречно. Подобнымъ же образомъ, при измѣренiи линiи цѣпью на мѣстности мы не въ состоянiи начало слѣдующей цѣпи положить точно въ то мѣсто, гдѣ былъ конецъ предыдущей. Наводя зрительную трубу, наблюдатель при всемъ своемъ старанiи не можетъ установить изображенiе какъ разъ на пересѣченiе нитей въ окулярѣ. Все это дѣлается съ нѣкоторыми *ошибками*.

Ошибки измѣренiй бываютъ постоянныя и случайныя. *Постоянныя ошибки* происходятъ отъ какого-нибудь извѣстнаго несовершенства инструмента, являются съ опредѣленнымъ знакомъ и всегда могутъ быть введены въ результатъ въ видѣ поправки или даже вовсе исключены соотвѣтствующимъ расположенiемъ наблюденiй. Напримѣръ, если измѣренiе производится невѣрною цѣпью, то, зная эту невѣрность, всегда можно исправить результатъ, введя поправку за погрѣшность цѣпи (см. § 79): коллимацiонная ошибка исключается отсчетами при двухъ различныхъ положенiяхъ инструмента. Въ этихъ примѣрахъ по-

стоянныя ошибки остаются одинаковыми для даннаго инструмента, но онѣ могутъ быть и величинами перемѣнными. Такъ, если центръ вращенія алидады угломѣрнаго инструмента не совпадаетъ съ центромъ лимба, то при разныхъ положеніяхъ алидады ошибки угловъ бываютъ различными, но вѣрный уголъ легко получить, сдѣлавъ отсчеты по двумъ или нѣсколькимъ верньерамъ, расположеннымъ на равныхъ разстояніяхъ. Напротивъ того, *случайныя ошибки* неуловимы и происходятъ отъ несовершенства нашихъ органовъ чувствъ и тѣхъ погрѣшностей инструментовъ, которыя не поддаются числовымъ опредѣленіямъ, такъ что вычислить ихъ впередъ или исключить изъ результата соотвѣтствующимъ расположеніемъ наблюденій невозможно.

Постоянныя ошибки всегда могутъ и должны быть вычислены или исключены, поэтому точность результатовъ наблюденій зависитъ только отъ случайныхъ ошибокъ. Эти ошибки обладаютъ двумя свойствами, вытекающими изъ самаго ихъ опредѣленія: 1) малыя ошибки случаются чаще большихъ, и величина ихъ имѣетъ извѣстный предѣлъ, такъ что, если въ данномъ рядѣ наблюденій обнаружена ошибка, бо̀льшая этого предѣла, то это уже не ошибка, а грубый промахъ, и 2) случайныя ошибки являются съ одинаковою вѣроятностью какъ положительныя, такъ и отрицательныя, т. е. какъ со знакомъ +, такъ и со знакомъ —. Благодаря такимъ свойствамъ случайныхъ ошибокъ, оказывается, что если произвести безконечное число измѣреній какой-нибудь величины, то среднее изъ всѣхъ этихъ измѣреній свободно отъ случайныхъ ошибокъ. Произвести въ дѣйствительности не только безконечное, но и весьма большое конечное число измѣреній не всегда возможно; обыкновенно приходится довольствоваться ограниченнымъ, весьма небольшимъ числомъ измѣреній, такъ что средній результатъ всегда оказывается неточнымъ. Для сужденія о степени довѣрія къ результатамъ очень важно умѣть вычислять погрѣшности разныхъ выводовъ изъ наблюденій. Случайныя ошибки совершенно неизбѣжны, но величина ихъ зависитъ отъ способа измѣренія; напримѣръ, при измѣреніи разстоянія шагами являются бо̀льшія случайныя ошибки, чѣмъ при измѣреніи цѣпью. Ослабить вліяніе случайныхъ ошибокъ на результатъ можно двумя путями: увеличеніемъ числа измѣреній и введеніемъ другого болѣе точнаго способа измѣреній.

Ниже показаны простѣйшіе пріемы для опредѣленія оши-

боќъ какъ непосредственно измѣренныхъ величинъ, такъ и результатовъ, выведенныхъ изъ нихъ путемъ вычисленій.

64. Средняя ошибка. Положимъ, что какая-нибудь величина a (напримѣръ, линія или уголъ) измѣрена n разъ и получено n различныхъ близкихъ между собою чиселъ a_1, a_2, a_3 .... a_n. За окончательный результатъ берутъ такъ называемое *среднее ариѳметическое*, т. е. частное отъ дѣленія суммы всѣхъ полученныхъ выводовъ на число измѣреній. Означивъ это среднее ариѳметическое черезъ a_0, имѣемъ:

$$a_0 = \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n} \tag{59}$$

Опытъ показываетъ, что среднее ариѳметическое a_0 ближе къ истинѣ, чѣмъ каждое изъ отдѣльныхъ измѣреній $a_1, a_2 \dots a_n$; оно представляетъ, какъ говорятъ, *вѣроятнѣйшее значеніе* измѣренной величины и равнялось бы истинной величинѣ a, если бы число измѣреній было безконечно велико. При конечномъ числѣ измѣреній среднее ариѳметическое a_0 отличается отъ истиннаго a на небольшую величину, называемую *ошибкою ариѳметической средины*.

Чтобы вывести величину ошибки ариѳметической средины, допустимъ сперва, что истинная величина a извѣстна; тогда изъ сравненія каждаго отдѣльнаго измѣренія $a_1, a_2 \dots a_n$ съ истинною величиною a легко получить слѣдующій рядъ *истинныхъ ошибокъ* r_1, r_2 .... r_n:

$$\begin{aligned} r_1 &= a - a_1 \\ r_2 &= a - a_2 \\ &\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots \\ r_n &= a - a_n \end{aligned} \tag{α}$$

Каждая изъ этихъ ошибокъ имѣетъ случайно большую или меньшую величину, и потому судить о точности измѣреній слѣдуетъ не по отдѣльнымъ ошибкамъ, а по такъ называемой *средней ошибкѣ* m, подъ которою разумѣютъ однако не среднее ариѳметическое изъ всѣхъ r, которыя имѣютъ обыкновенно разные знаки, а по среднему изъ квадратовъ всѣхъ ошибокъ; именно, если назвать среднюю ошибку черезъ m, то

$$m^2 = \frac{r_1^2 + r_2^2 + \cdots + r_n^2}{n}.$$

или, означая сумму $v_1^2 + v_2^2 + \cdots + v_n^2$ черезъ Σv^2, имѣемъ:

$$m = \pm \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n}} \qquad (60)$$

Величина m есть *средняя ошибка одного измѣренія.* Посмотримъ теперь, чему равна *средняя ошибка результата* всѣхъ измѣреній. Результатомъ всѣхъ измѣреній называютъ среднее ариѳметическое, и потому средняя ошибка результата представляетъ, очевидно, разность между истинною величиною a и среднимъ ариѳметическимъ a_0, вычисленнымъ по формулѣ (59), т. е. величину $\mu = a - a_0$. Если сложить всѣ равенства (α) и раздѣлить сумму на число измѣреній n, то получится:

$$\frac{v_1 + v_2 + \cdots + v_n}{n} = a - a_0 = \mu$$

Чтобы избавиться отъ разныхъ знаковъ отдѣльныхъ v, возвысимъ обѣ части этого равенства въ квадратъ; тогда:

$$\mu^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2 + \cdots + v_n^2 + 2v_1v_2 + 2v_1v_3 + \cdots + 2v_{n-1}v_n}{n^2}$$

Такъ какъ по свойству случайныхъ ошибокъ удвоенныя произведенія $2v_1v_2$, $2v_1v_3$... имѣютъ вообще разные знаки, то при достаточно большомъ числѣ измѣреній сумма ихъ непремѣнно стремится къ нулю; если бы этого не было, то величины v_1, v_2... не были бы случайными ошибками, а носили бы характеръ ошибокъ постоянныхъ. Отбрасывая поэтому удвоенныя произведенія и пользуясь предыдущимъ обозначеніемъ, получимъ для средней ошибки результата величину:

$$\mu = \pm \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n^2}} \qquad (61)$$

Сравнивая формулы (60) и (61), легко замѣтить слѣдующую связь ошибки результата со среднею ошибкою одного измѣренія:

$$\mu = \pm \frac{m}{\sqrt{n}} \qquad (62)$$

Такимъ образомъ, съ увеличеніемъ числа измѣреній ошибка результата, т. е. ошибка средняго ариѳметическаго, уменьшается, однако уменьшеніе пропорціонально не числу измѣреній, а лишь корню квадратному изъ числа измѣреній. Если, напримѣръ, извѣстно, что какой-нибудь угломѣрный инструментъ непосред-

ственнымъ измѣреніемъ даетъ уголъ со среднею ошибкою $\pm 30''$, то если измѣрить тотъ же уголъ 4 раза, результатъ получится съ ошибкою вдвое меньшею, т. е. $\pm 15''$; среднее изъ 9 измѣреній дастъ ошибку втрое меньшую, т. е. $\pm 10''$ и вообще среднее изъ n измѣреній дастъ ошибку

$$\mu = \pm \frac{30''}{\sqrt{n}}$$

Въ дѣйствительности истинное значеніе измѣряемой величины обыкновенно неизвѣстно, но вышеприведенныя разсужденія остаются въ полной силѣ, только въ этомъ случаѣ вмѣсто истинныхъ ошибокъ v_1, v_2.... будутъ извѣстны лишь уклоненія Δ_1, $\Delta_2 .... \Delta_n$ отъ ариѳметической средины a_0 каждаго отдѣльнаго измѣренія; вмѣсто равенствъ (α) получаются слѣдующія:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= a_0 - a_1 \\ \Delta_2 &= a_0 - a_2 \\ &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \Delta_n &= a_0 - a_n \end{aligned} \qquad (\beta)$$

Между уклоненіями Δ и ошибками v существуетъ простое соотношеніе; сравнивая, напримѣръ, Δ_1 и v_1 въ равенствахъ (α) и (β) и вспоминая, что $a - a_0 = \mu$, имѣемъ:

$$v_1 - \Delta_1 = a - a_0 = \mu$$

откуда

$$v_1 = \Delta_1 + \mu$$

Продѣлавъ то же для всѣхъ уклоненій, получимъ:

$$\begin{aligned} v_1 &= \Delta_1 + \mu \\ v_2 &= \Delta_2 + \mu \\ &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ v_n &= \Delta_n + \mu \end{aligned}$$

Сложимъ теперь квадраты этихъ равенствъ и раздѣлимъ последовательныя суммы на n:

$$\frac{\Sigma v^2}{n} = \frac{\Sigma \Delta^2}{n} + 2\mu \frac{\Sigma \Delta}{n} + \mu^2 \qquad (\gamma)$$

Второй членъ правой части равенъ нулю, потому что если

сложить равенства (β) и раздѣлить на n, то получится:

$$\frac{\Sigma\Delta}{n} = a_0 - \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}$$

а такъ какъ на основаніи формулы (59) $\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n} = a_0$, то очевидно

$$\frac{\Sigma\Delta}{n} = 0 \qquad (63)$$

Такимъ образомъ, предыдущее равенство (γ) обращается въ

$$\frac{\Sigma v^2}{n} = \frac{\Sigma\Delta^2}{n} + \mu^2$$

Замѣнивъ здѣсь $\frac{\Sigma v^2}{n}$ черезъ m^2 и μ^2 черезъ $\frac{m^2}{n}$, на основаніи формулъ (60) и (62), получимъ:

$$m^2 = \frac{\Sigma\Delta^2}{n} + \frac{m^2}{n}$$

или

$$m^2\left(\frac{n-1}{n}\right) = \frac{\Sigma\Delta^2}{n}$$

и, наконецъ:

$$m = \pm \sqrt{\frac{\Sigma\Delta^2}{n-1}} \qquad (64)$$

Итакъ, если истинное значеніе измѣряемой величины неизвѣстно, то средняя ошибка одного измѣренія равна корню квадратному изъ суммы квадратовъ уклоненій каждаго отдѣльнаго измѣренія отъ средняго ариѳметическаго, раздѣленной на число измѣреній безъ единицы.

Легко понять причину различія формулъ (60) и (64), т. е. понять, почему, если извѣстны истинныя ошибки измѣреній, то при выводѣ средней ошибки одного измѣренія сумму квадратовъ ошибокъ дѣлятъ на число измѣреній, а когда истинное значеніе измѣряемой величины неизвѣстно, а извѣстны лишь уклоненія отдѣльныхъ измѣреній отъ средняго ариѳметическаго, то сумму квадратовъ уклоненій дѣлятъ на число измѣреній безъ единицы. Пусть сдѣлано только *одно измѣреніе*. Если истинная величина извѣстна, то и по одному измѣренію можно уже судить объ его точности, и, какъ показываетъ формула (60), $m = \pm v$. Если же истинная величина неизвѣстна, то среднее ариѳметическое равно, очевидно, результату этого одного измѣ-

ренія, и потому судить о точности его невозможно; дѣйствительно, формула (64) даетъ въ этомъ случаѣ $\frac{0}{0}$, т. е. средняя ошибка дѣлается неопредѣленною. По формулѣ же (60) получилось бы для этого случая $m = 0$, какъ будто самое измѣреніе безошибочно, что, конечно, невѣрно. Вотъ почему при наблюденіяхъ, имѣющихъ цѣлью получить надежные результаты, необходимо дѣлать нѣсколько измѣреній—два и болѣе. Въ среднемъ выводѣ получится болѣе точная величина, а по уклоненіямъ отдѣльныхъ измѣреній отъ средняго ариѳметическаго можно судить и объ ошибкѣ результата.

Числовые примѣры. 1) Четыре измѣренія цѣпью длины линіи дали:

Отдѣльныя измѣренія	Δ	Δ^2
573·20 саж.	— 0·10	0·0100
573·08	+ 0·02	0·0004
[illegible]·98	+ 0·12	0·0144
573·14	— 0·04	0·0016
$a_0 = 573{\cdot}10$ саж.	$\Sigma\Delta = 0$	$\Sigma\Delta^2 = 0{\cdot}0264$

На основаніи формулъ (64) и (62) имѣемъ:

Средняя ошибка одного измѣренія $m = \pm\ 0{\cdot}094$ сажени

Средняя ошибка результата . . . $\mu = \pm\ 0{\cdot}047$ —

2) Шесть измѣреній угла теодолитомъ дали:

Отдѣльныя измѣренія	Δ	Δ^2
73° 42′ 10″	+ 10″	100
40	— 20	400
25	— 5	25
10	+ 10	100
15	+ 5	25
20	0	0
$a_0 = 73^\circ\,42'\,20''$	$\Sigma\Delta = 0$	$\Sigma\Delta^2 = 650$

$$m = \pm \sqrt{\frac{650}{5}} = \pm \sqrt{130} = \pm\ 11''{\cdot}5$$

$$\mu = \pm \sqrt{\frac{650}{30}} = \pm \sqrt{22} = \pm\ 4''{\cdot}7$$

Замѣтимъ, что сумма уклоненій $\Sigma\Delta$, какъ и должно быть по формулѣ (63), равна 0, т. е. сумма положительныхъ уклоненій равна суммѣ отрицательныхъ. Это обстоятельство служитъ

отличною повѣркою правильности вывода средняго ариѳметическаго; имъ отнюдь не слѣдуетъ пренебрегать при вычисленіяхъ.

Формула (62) позволяетъ вычислить, сколько именно необходимо сдѣлать измѣреній, чтобы низвести ошибку результата до требуемой величины. Если бы явилось желаніе уменьшить въ предыдущихъ примѣрахъ ошибку результата измѣренія линіи цѣпью до 0·01 сажени, то потребовалось бы 88 измѣреній, а чтобы ошибка результата измѣренія угла теодолитомъ была 1″, то 132 измѣренія. Ясно, что для уменьшенія ошибокъ результатовъ наблюденій гораздо выгоднѣе пользоваться болѣе точнымъ инструментомъ, чѣмъ достигать той же цѣли увеличеніемъ числа измѣреній.

65. Способъ наименьшихъ квадратовъ. Выше было упомянуто, что если произведено нѣсколько измѣреній одной и той же величины, то за окончательный результатъ берутъ ариѳметическую средину. Это правило оправдывается тѣмъ обстоятельствомъ, что сумма квадратовъ уклоненій отдѣльныхъ измѣреній отъ ариѳметической средины меньше, чѣмъ сумма квадратовъ уклоненій тѣхъ же измѣреній отъ всякой другой, произвольно взятой величины.

Пусть a_0 — ариѳметическая средина измѣреній a_1, a_2 .... a_n, а b—какое-нибудь другое число. Составимъ разности:

$$\begin{array}{ll} \Delta_1 = a_0 - a_1 & \delta_1 = b - a_1 \\ \Delta_2 = a_0 - a_2 & \delta_2 = b - a_2 \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ \Delta_n = a_0 - a_n & \delta_n = b - a_n \end{array}$$

Суммы квадратовъ обѣихъ системъ даютъ:

$$\Sigma\Delta^2 = na_0^2 - 2a_0\Sigma a + \Sigma a^2$$

$$\Sigma\delta^2 = nb^2 - 2b\,\Sigma a + \Sigma a^2$$

Вычитая первое изъ второго, получимъ:

$$\Sigma\delta^2 - \Sigma\Delta^2 = nb^2 - na_0^2 - 2b\,\Sigma a + 2a_0\Sigma a$$

или, подставляя изъ формулы (59) $a_0 = \frac{\Sigma a}{n}$:

$$\Sigma\delta^2 - \Sigma\Delta^2 = nb^2 - \frac{(\Sigma a)^2}{n} - 2b\Sigma a + 2\,\frac{(\Sigma a)^2}{n} =$$

$$= n\left\{b^2 - 2b\,\frac{\Sigma a}{n} + \left(\frac{\Sigma a}{n}\right)^2\right\} = n\left(b - \frac{\Sigma a}{n}\right)^2$$

Здѣсь n, число измѣреній, и $\left(b - \frac{\Sigma a}{n}\right)^2$, какъ всякій квадратъ, величины положительныя, и потому

$$\Sigma\Delta^2 < \Sigma\delta^2$$

Итакъ, сумма квадратовъ уклоненій отдѣльныхъ измѣреній отъ ариѳметической средины дѣйствительно меньше суммы квадратовъ уклоненій отдѣльныхъ измѣреній отъ всякой другой, произвольно взятой величины; вотъ почему самый способъ вывода ариѳметической средины и всѣ его слѣдствія называются *способомъ наименьшихъ квадратовъ.*

Способъ наименьшихъ квадратовъ даетъ весьма простое средство рѣшать уравненія въ тѣхъ случаяхъ, когда число уравненій больше числа неизвѣстныхъ.

Пусть для неизвѣстной x имѣются уравненія:

$$\begin{aligned} x &= a_1 \\ x &= a_2 \\ &\cdots \\ &\cdots \\ x &= a_n \end{aligned}$$

Чтобы рѣшить ихъ по способу наименьшихъ квадратовъ, составляемъ сумму квадратовъ уклоненій:

$$S = (x - a_1)^2 + (x - a_2)^2 + \cdots + (x - a_n)^2 = \text{minimum}$$

Приравнявъ нулю первую производную S по x, имѣемъ

$$2(x - a_1) + 2(x - a_2) + \cdots + 2(x - a_n) = 0$$

откуда вѣроятнѣйшее значеніе для x выходитъ:

$$x = \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}$$

что вполнѣ согласно съ формулою (59).

Положимъ теперь, что рядъ наблюденій даетъ систему уравненій съ двумя неизвѣстными x и y:

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y + c_1 &= 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 &= 0 \\ &\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots \\ a_nx + b_ny + c_n &= 0 \end{aligned} \qquad (\alpha)$$

Подобно предыдущему, по способу наименьшихъ квадратовъ должно быть:

$$S = (a_1x + b_1y + c_1)^2 + (a_2x + b_2y + c_2)^2 + \cdots +$$
$$+ (a_nx + b_ny + c_n)^2 = \text{minimum}$$

Это условіе приводить къ совмѣстному рѣшенію двухъ уравненій:

$$\frac{dS}{dx} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{dS}{dy} = 0$$

т. е.

$$a_1(a_1x + b_1y + c_1) + a_2(a_2x + b_2y + c_2) + \cdots + a_n(a_nx + b_ny + c_n) = 0$$
$$b_1(a_1x + b_1y + c_1) + b_2(a_2x + b_2y + c_2) + \cdots + b_n(a_nx + b_ny + c_n) = 0$$

или, послѣ раскрытія скобокъ и приведенія:

$$\left.\begin{aligned} \Sigma a^2 \,.\, x + \Sigma ab \,.\, y + \Sigma ac = 0 \\ \Sigma ab \,.\, x + \Sigma b^2 \,.\, y + \Sigma bc = 0 \end{aligned}\right\} \quad (\beta)$$

Для полученія перваго изъ этихъ уравненій должно каждое изъ данныхъ уравненій (α) умножить на его коэффиціентъ при x и сложить всѣ полученные результаты, а для полученія второго каждое изъ данныхъ уравненій должно умножить на его коэффиціентъ при y и тоже сложить всѣ полученные результаты. Уравненія (β) рѣшаются по правиламъ начальной алгебры.

Подобнымъ же образомъ рѣшаются системы уравненій и со многими неизвѣстными.

Числовой примѣръ. Для опредѣленія длины мѣднаго масштаба l и коэффиціента его расширенія k сдѣлано нѣсколько измѣреній и получено:

при	температурѣ	20°C	оказалось	$l = 1000{\cdot}22$	миллиметра
—	—	40°	—	$l = 1000{\cdot}65$	—
—	—	50°	—	$l = 1000{\cdot}90$	—
—	—	60°	—	$l = 1001{\cdot}05$	—

Эти четыре измѣренія даютъ четыре уравненія вида:

$$l = l_0 + kt$$

съ двумя неизвѣстными: l_0 — длина масштаба при температурѣ 0° C и k — коэффиціентъ его расширенія. Вотъ эти уравненія:

$$l_0 + 20k - 1000{\cdot}22 = 0$$
$$l_0 + 40k - 1000{\cdot}65 = 0$$
$$l_0 + 50k - 1000{\cdot}90 = 0$$
$$l_0 + 60k - 1001{\cdot}05 = 0$$

Чтобы избѣгнуть большихъ чиселъ, примемъ приближенно $l = 1000$ мм. и будемъ искать лишь поправку Δl; тогда предыдущія уравненія обращаются въ слѣдующія:

$$\begin{aligned} \Delta l + 20k - 0{\cdot}22 &= 0 \\ \Delta l + 40k - 0{\cdot}65 &= 0 \\ \Delta l + 50k - 0{\cdot}90 &= 0 \\ \Delta l + 60k - 1{\cdot}05 &= 0 \end{aligned} \qquad (\alpha)$$

Составляя непосредственно коэффиціенты уравненій (β), имѣемъ:

$\Sigma a^2 = 4$, $\Sigma ab = 170$, $\Sigma b^2 = 8100$, $\Sigma ac = -2{\cdot}82$ и $\Sigma bc = -138{\cdot}40$

такъ что окончательныя два уравненія (β) будутъ:

$$\begin{aligned} 4\Delta l + 170k - 2{\cdot}82 &= 0 \\ 170\Delta l + 8100k - 138{\cdot}40 &= 0 \end{aligned} \qquad (\beta)$$

откуда:

$$\Delta l = -0{\cdot}196$$
$$k = 0{\cdot}0212$$

Слѣдовательно, длина масштаба при температурѣ 0° C выходитъ $l_0 = 999{\cdot}804$ миллиметра, а коэффиціентъ расширенія будетъ, очевидно, $\frac{k}{1000}$, т. е. 0·0000212.

Иногда о точности измѣреній судятъ не по средней, а по такъ называемой *вѣроятной ошибкѣ*. Если расположить всѣ ошибки многократнаго измѣренія одной величины въ рядъ, въ возрастающемъ порядкѣ, то вѣроятная ошибка будетъ та, которая окажется въ серединѣ этого ряда; слѣдовательно, сдѣлать при измѣреніи ошибку, бо̀льшую вѣроятной, одинаково вѣроятно, какъ сдѣлать ошибку, меньшую вѣроятной. Въ теоріи вѣроятностей доказывается, что вѣроятная ошибка ε равна 0·6745 средней ошибки m, т. е. почти

$$\varepsilon = \pm \frac{2}{3} m = \pm \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\Sigma\Delta^2}{n-1}} \qquad \textbf{(65)}$$

Разсматриваютъ какъ вѣроятную ошибку одного измѣренія, такъ и вѣроятную ошибку средняго изъ многихъ измѣреній.

66. Вѣсъ наблюденій. Если для нѣкоторой величины имѣется не одинъ, а нѣсколько рядовъ измѣреній, произведенныхъ од-

нимъ и тѣмъ же инструментомъ и при одинаковыхъ обстоятельствахъ, и для каждаго ряда выведено уже его среднее ариѳметическое, то вмѣсто обычнаго суммированія всѣхъ измѣреній и дѣленія суммы на общее ихъ число, окончательное среднее можно получить проще, умноженіемъ средняго результата каждаго ряда на соотвѣтствующее число измѣреній и раздѣленіемъ суммы этихъ произведеній на сумму чиселъ измѣреній въ каждомъ рядѣ.

Пусть имѣются ряды измѣреній какой-нибудь величины и получено:

a_1 въ среднемъ изъ n_1 измѣреній
a_2 — — — n_2 —
. . . .
a_k — — — n_k —

Окончательное среднее a_0 будетъ:

$$a_0 = \frac{a_1 n_1 + a_2 n_2 + \cdots + a_k n_k}{n_1 + n_2 + \cdots + n_k} \qquad (66)$$

Числовой примѣръ. Для длины нѣкоторой линіи получено:

1-ый рядъ.	2-ой рядъ.	3-ій рядъ.
3723·3 саж.	3722·6 саж.	3722·0 саж.
3721·6	3723·4	3721·2
3720·2		3720·4
		3720·7
		3722·7
$a_1 = 3721·7$	$a_2 = 3723·0$	$a_3 = 3721·4$

Для полученія окончательнаго средняго можно либо непосредственно сложить всѣ измѣренія и раздѣлить сумму на ихъ число (10), т. е. взять

$$a_0 = \frac{3723·3 + 3721·6 + \cdots + 3722·7}{10} = 3721·81 \text{ саж.}$$

либо, что гораздо проще, воспользоваться формулою (66); результатъ будетъ тотъ же:

$$a_0 = \frac{3721·7.3 + 3723·0.2 + 3721·4.5}{3 + 2 + 5} = 3721·81 \text{ саж.}$$

Степень довѣрія къ результату наблюденій называется его *вѣсомъ*. Чѣмъ больше число измѣреній въ данномъ рядѣ наблюденій, тѣмъ бо̀льшую степень довѣрія или тѣмъ большій вѣсъ

имѣетъ результатъ этого ряда. Поэтому принято считать, что *вѣсъ результата пропорціоналенъ числу измѣреній.*

Изъ предыдущаго слѣдуетъ, что если имѣется нѣсколько результатовъ измѣреній одной и той же величины изъ нѣсколькихъ рядовъ съ разными вѣсами, то общее или *вѣсовое среднее* равно суммѣ произведеній отдѣльныхъ среднихъ на соотвѣтствующіе вѣса, дѣленной на сумму вѣсовъ.

Общее среднее изъ всѣхъ рядовъ измѣреній, очевидно, точнѣе каждаго частнаго средняго изъ отдѣльныхъ рядовъ, а вѣсъ общаго средняго равенъ суммѣ вѣсовъ этихъ отдѣльныхъ рядовъ. Такъ, если для величины a получены среднія:

a_1 съ вѣсомъ p_1
a_2 — — p_2
. . . .
a_k — — p_k

то вѣроятнѣйшая величина a_0 будетъ

$$a_0 = \frac{a_1 p_1 + a_2 p_2 + \cdots + a_k p_k}{p_1 + p_2 + \cdots + p_k} \tag{67}$$

съ вѣсомъ

$$P = p_1 + p_2 + \cdots + p_k$$

Числовой примѣръ. Для нѣкотораго угла имѣются слѣдующіе результаты измѣреній:

32° 41′ 20″	съ вѣсомъ	2
32 41 30	— —	4
32 41 40	— —	10

Вѣсовое среднее = 32° 41′ 35″ съ вѣсомъ 16.

Введеніе вѣсовъ встрѣчается при выводѣ средняго изъ нѣсколькихъ измѣреній различной точности, т. е. тамъ, гдѣ нельзя брать ариѳметическую средину изъ полученныхъ результатовъ. Такъ какъ ошибка ариѳметической средины, какъ показываетъ формула (62), обратно-пропорціональна корню квадратному изъ числа измѣреній, а вѣсъ прямо-пропорціоналенъ числу измѣреній, то ясно, что вѣсъ обратно-пропорціоналенъ квадрату средней ошибки.

Числовой примѣръ. Для нѣкотораго угла имѣется два вывода:

1) $a_1 = 51° 14' 10''$ со среднею ошибкою $m_1 = \pm 6''$
2) $a_2 = 51\ 14\ 7$ — — — $m_2 = \pm 2$

Второй выводъ, очевидно, точнѣе перваго, и потому для окончательнаго средняго надо принять во вниманіе ихъ вѣса, которые въ данномъ случаѣ, по неизвѣстности чиселъ измѣреній, можно опредѣлить только изъ среднихъ ошибокъ; именно:

для перваго вывода $p_1 = \frac{1}{m_1^2} = 0{\cdot}03$

для второго — $p_2 = \frac{1}{m_2^2} = 0{\cdot}25$

$$P = p_1 + p_2 = 0{\cdot}28$$

Слѣдовательно, вѣсовое среднее изъ секундъ угла будетъ

$$\frac{10''.0{\cdot}03 + 7''.0{\cdot}25}{0{\cdot}28} = 7{\cdot}3''$$

и окончательный результатъ для угла получается

$$a_0 = 51^\circ 14' 7{\cdot}3'' \pm 1{\cdot}9''$$

причемъ средняя его ошибка опредѣлена по формулѣ:

$$m = \pm \frac{1}{\sqrt{0{\cdot}28}} = \pm 1{\cdot}9''$$

Формула (67) показываетъ, что результатъ не измѣняется, если всѣ вѣса умножить или раздѣлить на одно и то же число; поэтому весьма часто, для простоты вычисленій, принимаютъ вѣсъ одного ряда измѣреній за единицу, а вѣса прочихъ выражаютъ соотвѣтствующими возможно простыми числами.

Числовой примѣръ. Изъ трехъ рядовъ измѣреній линіи получены слѣдующіе результаты:

Длины линіи l	Ср. ошибки	Вѣса	
2456·3 метра	± 0·1 метра	100	4
2457·7 —	± 0·2 —	25	1
2457·0 —	± 0·05 —	400	16

Для этихъ трехъ рядовъ по даннымъ среднимъ ошибкамъ выходятъ вѣса:

$$\frac{1}{(0{\cdot}1)^2} = 100 \qquad \frac{1}{(0{\cdot}2)^2} = 25 \qquad \frac{1}{(0{\cdot}05)^2} = 400$$

Вмѣсто нихъ можно, по раздѣленіи на 25, принять вѣса: 4, 1 и 16, тогда по формулѣ (67) вѣсовое среднее выходитъ:

$$l_0 = 2456{\cdot}9 \text{ метра} \pm 0{\cdot}04$$

Если имѣются только два результата съ соотвѣтствующими

средними ошибками, то вѣсовое среднее можно получить болѣе короткимъ путемъ, не опредѣляя самихъ вѣсовъ. Пусть даны результаты a_1 и a_2 со средними ошибками $\pm m_1$ и $\pm m_2$; на основаніи формулы (67) имѣемъ:

$$a_0 = \frac{a_1\left(\frac{1}{m_1}\right)^2 + a_2\left(\frac{1}{m_2}\right)^2}{\left(\frac{1}{m_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{m_2}\right)^2}$$

или, послѣ простого приведенія:

$$a_0 = \frac{a_1 m_2^2 + a_2 m_1^2}{m_1^2 + m_2^2} \qquad (68)$$

Вѣсъ этого результата будетъ:

$$P = p_1 + p_2 = \frac{1}{m_1^2} + \frac{1}{m_2^2}$$

а средняя его ошибка

$$m = \frac{1}{\sqrt{P}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{m_1^2} + \frac{1}{m_2^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{m_1^2 + m_2^2}{m_1^2 m_2^2}}}$$

или

$$m = \frac{m_1 m_2}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}} \qquad (69)$$

Для примѣра стр. 244—245 имѣемъ по этимъ формуламъ:

$$a_0 = \frac{10.2^2 + 7.6^2}{2^2 + 6^2} = 7{\cdot}3''$$

$$m = \frac{2.6}{\sqrt{2^2 + 6^2}} = \pm\ 1{\cdot}9''$$

что совершенно согласно съ предыдущими опредѣленіями, сдѣланными другимъ, болѣе кружнымъ путемъ.

67. Ошибки выводовъ. Весьма часто требуется опредѣлить среднюю ошибку величины, не непосредственно измѣренной, а полученной вычисленіемъ изъ другихъ измѣренныхъ величинъ. Въ такихъ случаяхъ средняя ошибка результата зависитъ не только отъ ошибокъ измѣреній, но и отъ тѣхъ дѣйствій, посредствомъ которыхъ вычисленъ этотъ результатъ. Разсмотримъ сперва нѣсколько частныхъ примѣровъ.

I. Пусть непосредственно измѣрены два угла или двѣ линіи a и b со средними ошибками m_1 и m_2 и требуется вычислить среднюю ошибку суммы этихъ угловъ или линій. Называя сумму $a+b$ черезъ A, а ошибку этой суммы черезъ ΔA, имѣемъ:

$$A \pm \Delta A = (a \pm m_1) + (b \pm m_2) = a + b \pm m_1 \pm m_2$$

откуда

$$\pm \Delta A = \pm m_1 \pm m_2$$

Такъ какъ знаки при m_1 и m_2 неизвѣстны, то возвысимъ обѣ части равенства въ квадратъ; тогда будетъ:

$$(\Delta A)^2 = m_1{}^2 + m^2{}_2 \pm 2m_1m_2$$

Знакъ члена $2m_1m_2$ можетъ быть какъ $+$, такъ и —, и потому, вслѣдствіе случайнаго характера ошибокъ m_1 и m_2, этотъ членъ будетъ иногда увеличивать, иногда уменьшать всю сумму; разсматривая вопросъ вообще, можно вовсе отбросить послѣдній членъ, такъ что будетъ:

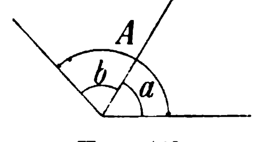
$$\Delta A = \pm \sqrt{m_1{}^2 + m_2{}^2}$$

Легко понять, что такая же средняя ошибка получится и для разности двухъ измѣренныхъ величинъ.

Числовые примѣры. 1) Измѣрены углы (черт. 140):

$$a = 59^\circ 30' \; 0'' \pm 10''$$
$$b = 72 \; 32 \; 30 \pm 7$$

Сумма $A = 132^\circ \; 2' 30'' \pm 12''$



Черт. 140.

Здѣсь $\Delta A = \pm \sqrt{10^2 + 7^2}$, что почти $= \pm 12''$.

2) Измѣрены прямыя (черт. 141):

$$a = 127{\cdot}2 \text{ саж.} \pm 0{\cdot}3 \text{ саж.}$$
$$b = 93{\cdot}1 \;—\; \pm 0{\cdot}4 \;—$$

Разность $B = 34{\cdot}1$ саж. $\pm$ $0{\cdot}5$ саж.

a
B b

Черт. 141.

$$\Delta B = \pm \sqrt{(0{\cdot}3)^2 + (0{\cdot}4)^2} = \pm 0{\cdot}5 \text{ сажени.}$$

Вообще, если результатъ равенъ алгебраической суммѣ нѣсколькихъ непосредственно измѣренныхъ величинъ, со средними ошибками $m_1, m_2 \dots m_k$, то средняя ошибка M этого результата

равна корню квадратному изъ суммы квадратовъ всѣхъ отдѣльныхъ ошибокъ слагаемыхъ:

$$M = \pm \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + \cdots + m_k^2} \tag{70}$$

Числовые примѣры. 1) Опредѣлены разности долготъ:

Бостонъ—Лондонъ	= — 4ʰ 44ᵐ	30·99ˢ	± 0·23ˢ
Омаха—Бостонъ	= — 1 39	15·04	± 0·06
Спрингфильдъ—Омаха . .	= + 0 25	8·69	± 0·11
Спрингфильдъ—Лондонъ	= — 5ʰ 58ᵐ	37·34ˢ	± 0·26ˢ

2) По точнымъ нивелировкамъ получено:

С.-Петербургъ (Воксалъ Ник. ж. д.)—Кронштадтъ (футштокъ)	= + 5·09 с.	± 0·05
Бологое—С.-Петербургъ	= + 79·04	± 0·09
Москва (Воксалъ Ник. ж. д.)—Бологое . .	= — 12·23	± 0·07
Москва (Вокзалъ Н. ж. д.) выше Кроншт. футштока на	71·90 с.	± 0·12

Въ частномъ случаѣ, если $m_1 = m_2 = \ldots = m_k$, то средняя ошибка алгебраической суммы выходитъ:

$$M = \pm m \sqrt{k} \tag{71}$$

Напримѣръ, если линія въ 1400 саженей измѣрена цѣпью, и при каждомъ отложеніи десятисаженной цѣпи дѣлалась ошибка ± 2 дюйма, то для всей линіи (140 цѣпей) средняя ошибка выходитъ $\pm 2\sqrt{140}$, или почти ± 24 дюйма.

Формула (71) показываетъ, что при измѣреніи цѣлаго по отдѣльнымъ частямъ выгоднѣе брать возможно бо́льшія части. Если линія L измѣрена жезлами длиною l, причемъ отложеніе каждаго жезла сопровождалось ошибкою $\pm m$, то средняя ошибка всей линіи равна $\pm m\sqrt{\frac{L}{l}}$, такъ что чѣмъ больше l, тѣмъ средняя ошибка результата выходитъ меньше.

II. Пусть результатъ A равенъ произведенію измѣренной величины a на постоянное число C, такъ что

$$A = C \cdot a$$

Если a измѣрено со среднею ошибкою $\pm m$, то ошибка ΔA въ произведеніи A опредѣлится изъ равенства:

$$A + \Delta A = C(a + m)$$

откуда:

$$\Delta A = \pm C . m \tag{72}$$

т. е. средняя ошибка результата равна средней ошибкѣ измѣренія, умноженной на постоянное число.

Напримѣръ, если циркулемъ по масштабу отложенъ радіусъ круга $r=4$ дюйма $\pm$ 0·005 д., то средняя ошибка вычисленной длины окружности будетъ $2\pi . 0{\cdot}005 = \pm 0{\cdot}03$ дюйма.

Такъ какъ постояннымъ множителемъ можетъ быть и дробь, то правило для вычисленія средней ошибки произведенія измѣренной величины на постоянное число распространяется и на вычисленіе средней ошибки частнаго отъ раздѣленія измѣренной величины на постоянное число.

Пусть требуется вычислить среднюю ошибку выраженія

$$a_0 = \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}$$

въ которомъ каждое изъ слагаемыхъ a_1, $a_2 \ldots\ldots a_n$ измѣрено со среднею ошибкою $\pm m$, а n—постоянное число. Ошибка суммы $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, на основаніи формулы (71), равна $\pm m\sqrt{n}$, а

$$\text{ср. ошибка въ } a_0 = \pm \frac{1}{n}\, m\sqrt{n} = \pm \frac{m}{\sqrt{n}}$$

что совершенно согласно съ формулою (62), выведенною выше для средней ошибки ариѳметической средины.

III. Пусть требуется вычислить среднюю ошибку ΔA произведенія A двухъ величинъ a и b, измѣренныхъ со средними ошибками m_1 и m_2. Подобно предыдущему, имѣемъ:

$$A \pm \Delta A = (a \pm m_1)(b \pm m_2) = ab \pm bm_1 \pm am_2 + m_1 m_2$$

Отбрасывая произведеніе $m_1 m_2$, какъ величину второго порядка малости, получимъ:

$$\Delta A = \pm bm_1 \pm am_2$$

или

$$(\Delta A)^2 = b^2 m_1{}^2 + a^2 m_2{}^2$$

причемъ произведеніе $2abm_1m_2$ отброшено вслѣдствіе неизвѣстности его знака. Итакъ

$$\Delta A = \pm \sqrt{b^2 m_1{}^2 + a^2 m_2{}^2} \tag{73}$$

Числовой примѣръ. Требуется вычислить среднюю ошибку площади прямоугольника, стороны котораго суть:

$a = 100 \pm 0{\cdot}2$ с. и $b = 200 \pm 0{\cdot}4$ с. По формулѣ (73) имѣемъ:

$$\Delta A = \pm \sqrt{40\,000 \,.\, 0{\cdot}04 + 10\,000 \,.\, 0{\cdot}16} = 57 \text{ кв. саж.}$$

Такимъ образомъ, площадь прямоугольника равна $20\,000 \pm$ $\pm\ 57$ кв. саж.

Разсмотримъ теперь самый общій случай, когда окончательный результатъ U выражается нѣкоторою функціею отъ измѣренныхъ величинъ $x, y, z \ldots$, такъ что

$$U = f(x, y, z \ldots)$$

Чтобы выразить ошибку ΔU въ зависимости отъ ошибокъ въ $x, y, z \ldots$, возьмемъ полный дифференціалъ этой функціи:

$$dU = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \cdots$$

Возвысивъ обѣ части въ квадратъ и отбросивъ произведенія отдѣльныхъ членовъ, какъ величины, могущія имѣть разные знаки, по извлеченіи квадратнаго корня и замѣнѣ знаковъ дифференціала d знаками ошибки Δ, получимъ:

$$\Delta U = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 (\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 (\Delta y)^2 + \cdots} \qquad (74)$$

Легко убѣдиться, что результаты предыдущихъ изслѣдованій частныхъ примѣровъ могутъ быть получены гораздо проще изъ этой общей формулы.

Пусть въ треугольникѣ ABC (черт. 142) измѣрены: сторона b и два угла A и B со средними ошибками Δb, ΔA и ΔB. Требуется опредѣлить среднюю ошибку Δa вычисленной стороны a. Изъ чертежа имѣемъ:

$$a = b \frac{\sin A}{\sin B}$$

откуда

$$\frac{\partial a}{\partial b} = \frac{\sin A}{\sin B}$$

$$\frac{\partial a}{\partial A} = \frac{b}{\sin B} \,.\, \cos A$$

$$\frac{\partial a}{\partial B} = -\, b \sin A \frac{\cos B}{\sin^2 B} = -\, a \cot g\, B$$

Черт. 142.

Подставляя эти выраженія въ формулу (74), получаемъ:

$$\Delta a = \pm \sqrt{\left(\frac{\sin A}{\sin B}\right)^2 (\Delta b)^2 + \left(b\,\frac{\cos A}{\sin B}\right)^2 (\Delta A)^2 + (a \operatorname{cotg} B)^2 (\Delta B)^2}$$

Если ошибки угловъ даны въ секундахъ, то $\Delta A''$ и $\Delta B''$ надо раздѣлить на 206 265.

Числовой примѣръ. Непосредственными измѣреніями получено (черт. 142):

$$b = 573{\cdot}10 \pm 0{\cdot}06 \text{ сажени}$$
$$A = 73^\circ 42' 28{\cdot}4'' \pm 3{\cdot}6''$$
$$B = 32 \quad 41 \quad 35 \quad \pm 8$$

Требуется вычислить сторону a и опредѣлить ея среднюю ошибку.

Пользуясь предыдущею формулою, имѣемъ:

$lg\,b = 2{\cdot}75823$
$lg \sin A = 9{\cdot}98220$
$2{\cdot}74043$
$lg \sin B = 9{\cdot}73251$
$lg\,a = 3{\cdot}00792$
$a = 1018{\cdot}40$ с.

$lg \sin A = 9{\cdot}98220$
$lg \sin B = 9{\cdot}73251$
$0{\cdot}24969$
квадр. $= 0{\cdot}49938$
$lg (\Delta b)^2 = 7{\cdot}55630$
$8{\cdot}05568$
1-ый членъ $= 0{\cdot}011368$

$lg\,b = 2{\cdot}75823$
$lg \cos A = 9{\cdot}44798$
доп. $lg \sin B = 0{\cdot}26749$
$2{\cdot}47370$
квадр. $= 4{\cdot}94740$
$lg (\Delta A)^2 = 1{\cdot}11260$
доп. $lg (206\,265)^2 = 9{\cdot}37114$
$5{\cdot}43114$
2-ой членъ $= 0{\cdot}000027$

$lg\,a = 3{\cdot}00792$
$lg \operatorname{cotg} B = 0{\cdot}19258$
$3{\cdot}20050$
квадр. $= 6{\cdot}40100$
$lg (\Delta B)^2 = 1{\cdot}80618$
доп. $lg (206\,265)^2 = 9{\cdot}37114$
$7{\cdot}57832$
3-ій членъ $= 0{\cdot}003787$

Итакъ:

$$\Delta a = \pm \sqrt{0{\cdot}011\,368 + 0{\cdot}000\,027 + 0{\cdot}003\,787} = \pm\, 0{\cdot}123 \text{ саж.}$$

а потому

$$a = 1018{\cdot}40 \pm 0{\cdot}123 \text{ саж.}$$

Къ тому же результату можно прійти проще, воспользовавшись обычнымъ порядкомъ вычисленія при помощи логариѳмовъ. Именно:

$$lg\,a = lg\,b + lg\,sin\,A - lg\,sin\,B$$

слѣдовательно:

$$\Delta\,lg\,a = \pm\sqrt{(\Delta\,lg\,b)^2 + (\Delta\,lg\,sin\,A)^2 + (\Delta\,lg\,sin\,B)^2}$$

$lg\,b = 2{\cdot}75823$	$\Delta\,lg\,b = 4{\cdot}8$	$(\Delta lg\,b)^2 = 23{\cdot}04$
$lg\,sin\,A = 9{\cdot}98220$	$\Delta\,lg\,sin\,A = 0{\cdot}24$	$(\Delta lg\,sin\,A)^2 = 0{\cdot}06$
$2{\cdot}74043$		
$lg\,sin\,B = 9{\cdot}73251$	$\Delta\,lg\,sin\,B = 2{\cdot}7$	$(\Delta\,lg\,sin\,B)^2 = 7{\cdot}29$
$lg\,a = 3{\cdot}00792$		сумма $= 30{\cdot}39$
$a = 1018{\cdot}40 \pm 0{\cdot}13$ саж.		$\Delta\,lg\,a = 5{\cdot}5$

Пусть въ томъ же треугольникѣ ABC (черт. 142) измѣрены: сторона b и прилежащіе углы A и C со средними ошибками Δb, ΔA и ΔC. Опредѣлить среднія ошибки ΔB угла B и Δa стороны a.

Такъ какъ $$B = 180^0 - A - C$$

$$a = b\frac{sin\,A}{sin\,B}$$

то послѣ дифференцированія и простѣйшихъ преобразованій получимъ:

$$\Delta B = \pm\sqrt{(\Delta A)^2 + (\Delta C)^2}$$

$$\Delta a = \pm\sqrt{\left(\frac{sin\,A}{sin\,B}\right)^2 (\Delta b)^2 + \left(b\frac{sin\,C}{sin^2\,B}\right)^2 (\Delta A)^2 + (a\,cotg\,B)^2\,(\Delta C)^2}$$

IX.

Parts of Instruments.

Части инструментовъ.

The Plummet.

68. Отвѣсъ. Для установки топографическихъ инструментовъ надъ избранною точкою мѣстности служитъ простѣйшій приборъ—*отвѣсъ*, представляющій тонкую бичевку съ грузикомъ на концѣ; отъ дѣйствія силы тяжести бичевка на каждой точкѣ принимаетъ вполнѣ опредѣленное направленіе, называемое *отвѣсною линіею*. Чтобы оконечность грузика приходилась точно по продолженію вытянутой бичевки, грузику придаютъ обыкновенно видъ опрокинутаго конуса (черт. 143), въ основаніе котораго ввинчивается небольшой цилиндрикъ; въ отверстіе этого цилиндрика пропускается бичевка съ узломъ на концѣ. Подобные отвѣсы имѣются почти при всѣхъ топографическихъ инструментахъ.



Черт. 143.

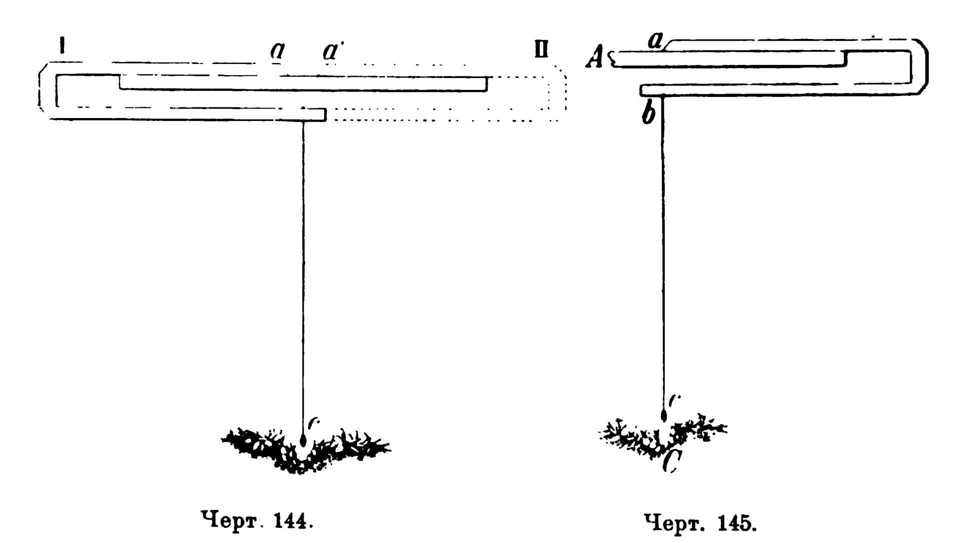
Пользованіе отвѣсомъ весьма просто. Свободный конецъ бичевки привязываютъ къ крючку или кольцу, придѣланному къ серединѣ нижней части инструмента, и передвигаютъ самый инструментъ въ ту или другую сторону до тѣхъ поръ, пока оконечность грузика не будетъ «бить» въ точку мѣстности, означенную коломъ или инымъ образомъ.

Если точка, которую хотятъ установить надъ опредѣленнымъ мѣстомъ, назначена на верхней части прибора, например, точка на планшетѣ мензулы (глава XVI), то отвѣсъ прикрѣпляется къ *вилкѣ** (черт. 145), сдѣланной изъ дерева или металла и снабженной носикомъ, приходящимся при горизонтальномъ положеніи вилки на продолженіи свободно висящей бичевки *bc*. Пусть требуется установить нѣкоторую точку планшета *A* надъ данною точкою *C* мѣстности. Прикладываютъ вилку ея носикомъ къ точкѣ *a* и смотрятъ на положеніе гру-

* fork

зика: если онъ не «бьетъ» въ точку *C*, то, удерживая носикъ вилки у точки *a*, передвигаютъ планшетъ въ ту или другую сторону до тѣхъ поръ, пока грузикъ отвѣса не окажется надъ точкою *C*.

Каждую вилку необходимо *повѣрить*, т. е. убѣдиться, что ея носикъ, при горизонтальномъ положеніи линейки, находится на продолженіи отвѣса. Для этого кладутъ вилку такъ, чтобы грузикъ приходился надъ какою-нибудь замѣтною на землѣ точкою (положеніе I, черт. 144), отмѣчаютъ на планшетѣ положе-



Черт. 144. Черт. 145.

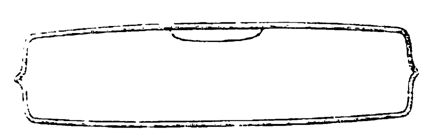
ніе носика и перекладываютъ вилку въ другое положеніе (II), отличающееся отъ перваго на 180°, и снова такъ, чтобы грузикъ пришелся надъ тою же точкою на землѣ. Если новое положеніе носика совпадаетъ съ прежнимъ, то условіе выполнено, и вилка вѣрна; если же во второмъ положеніи носикъ укажетъ другую точку *a'*, то условіе не выполнено, и вилку необходимо исправить, измѣнивъ точку прикрѣпленія бичевки на половину разстоянія точекъ *a* и *a'*, что ясно изъ чертежа.

Кромѣ описанныхъ приложеній, отвѣсомъ пользуются при нивелировкахъ для установки реекъ; онъ составляетъ также существенную часть простѣйшаго нивелира, называемаго ватерпасомъ (§ 168). Вообще отвѣсъ можетъ служить для приведенія разныхъ приборовъ какъ въ вертикальное, такъ и въ горизонтальное положеніе.

Недостатокъ отвѣса заключается въ томъ, что имъ нельзя пользоваться при сильномъ вѣтрѣ, когда бичевка не принимаетъ опредѣленнаго положенія, а непрерывно колеблется. Во всякомъ случаѣ это приборъ грубый, годный лишь для приближенныхъ установокъ.

The Level.

69. Уровень. Для болѣе точнаго приведенія частей топографическихъ инструментовъ въ вертикальное или горизонтальное положеніе служитъ *уровень*—закрытый стеклянный сосудъ, чаще всего цилиндрическая трубка, внутренняя поверхность которой въ продольномъ разрѣзѣ представляетъ дугу круга весьма большого радіуса (черт. 146). Трубка уровня почти наполнена спиртомъ или сѣрнымъ эфиромъ, жидкостями со слабымъ сцѣпленіемъ частицъ и не замерзающими при температурахъ обычныхъ полевыхъ работъ; остальное весьма малое пространство трубки занято парами жидкости и называется *пузырькомъ уровня.* Снаружи на верхней части трубки нарѣзаны поперечныя и равноотстоящія черточки, по которымъ отсчитывается положеніе пузырька. Черточки подписываются черезъ 5 или 10 дѣленій и притомъ обыкновенно такъ, что подписи возрастаютъ отъ середины трубки къ обоимъ ея концамъ. При спокойномъ положеніи трубки уровень жидкости горизонталенъ, и пузырекъ занимаетъ высшее положеніе. При измѣненіи угла наклоненія трубки пузырекъ передвигается, стремясь занять всегда самую высшую часть трубки. Чѣмъ кривизна верхней поверхности меньше, тѣмъ на большее число дѣленій передвинется пузырекъ при томъ же измѣненіи угла наклоненія.



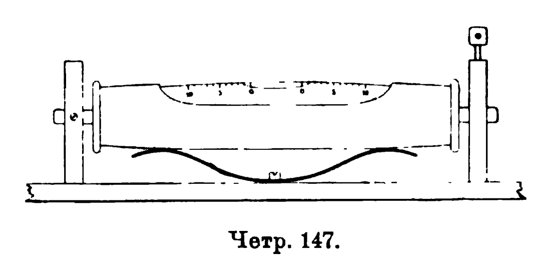
Черт. 146.

Уровни приготовляются изъ обыкновенныхъ стеклянныхъ трубокъ. Въ старину кривизна внутренней поверхности достигалась сгибаніемъ трубки на огнѣ, но такіе уровни не имѣли правильной кривизны, и съ середины XVIII вѣка, по предложенію директора парижской Школы мостовъ и дорогъ *Шези* (1718—1798), внутренняя кривизна получается шлифовкою особыми стальными стержнями съ шероховатою поверхностью. Отверстія выточенной трубки, послѣ ея наполненія жидкостью,

либо запаиваются, либо заклеиваются стеклянными пробками. Послѣдній способъ примѣняется только для уровней точныхъ астрономическихъ и геодезическихъ приборовъ, потому что при разогрѣваніи концовъ для запаиванія кривизна стѣнокъ можетъ измѣниться.

Готовый уровень заключаютъ въ металлическую оправу съ прорѣзомъ, черезъ который можно видѣть и отсчитывать положеніе пузырька (черт. 147). Оправа защищаетъ трубку отъ ударовъ и разбиванія при не совсѣмъ осторожномъ обращеніи.

Длина пузырька уровня мѣняется съ температурою; именно, при пониженіи температуры, отъ сжатія жидкости, пузырекъ становится длиннѣе; наоборотъ, при возвышеніи температуры, вслѣдствіе расширенія жидкости, пузырекъ укорачивается. Въ большихъ уровняхъ это обстоятельство имѣетъ значеніе: при очень низкой температурѣ пузырекъ можетъ сдѣлаться настолько длиннымъ, что концы его окажутся подъ оправою, такъ что ихъ нельзя уже видѣть и отсчитывать; при высокой же температурѣ, въ лѣтнюю жару, пузырекъ можетъ совершенно исчезнуть, и отъ дальнѣйшаго расширенія жидкости трубка лопнетъ. Въ этомъ отношеніи спиртъ лучше эѳира, потому что его коэффиціентъ расширенія меньше.

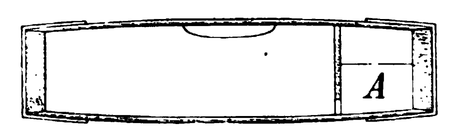


Чөтр. 147.

Чтобы имѣть возможность по желанію мѣнять длину пузырька, устраиваютъ уровни *съ камерою* (черт. 148), заключающей частью жидкость, частью ея пары. Камера *A* отдѣляется отъ остальнаго пространства трубки стеклянною перегородкою съ небольшимъ отверстіемъ въ самой нижней части. При наклоненіи трубки тѣмъ или другимъ концомъ жидкость переливается въ камеру или обратно, такъ что легко держать длину пузырька одинаковою при разныхъ температурахъ.

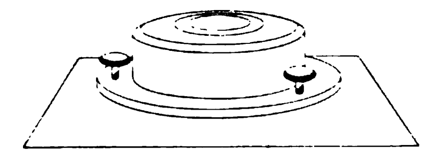
Уровень служитъ главнымъ образомъ для приведенія извѣстной части инструмента въ горизонтальное положеніе. Если эта часть—мензульная доска или горизонтальный кругъ угломѣрнаго инструмента, то оправа уровня неподвижно привинчивается къ особой линейкѣ (алидадѣ); если же уровень назна-

чается для приведенія въ горизонтальное положеніе горизонтальной оси угломѣрнаго инструмента или зрительной трубы нивелира, то оправа уровня снабжается ножками съ особыми вырѣзами, которыми уровень ставится на цапфы оси или трубы. Такой уровень называется *накладнымъ*. Въ обоихъ случаяхъ оправа снабжается такъ называемыми *исправительными винтиками* съ цѣлью приданія трубкѣ уровня опредѣленнаго положенія; именно, трубка должна быть установлена такъ, чтобы при горизонтальномъ положеніи нижней плоскости алидады или оси, на которую ставятъ накладной уровень, отсчеты по концамъ пузырька были одинаковы. Въ повѣркѣ этого условія и заключается *повѣрка уровня* (см. § 70).



Черт. 148.

Если уровень соединенъ съ алидадою вертикальнаго круга угломѣрнаго инструмента, то цѣль его заключается въ приданіи этой алидадѣ однообразнаго положенія относительно горизонтальной плоскости. Въ этомъ случаѣ уровень не нуждается въ особой повѣркѣ.

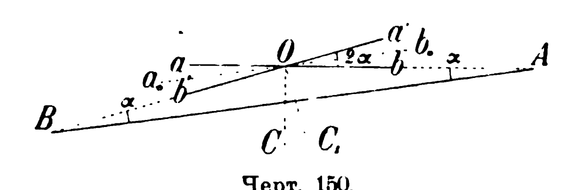

Черт. 149.

Кромѣ описаннаго уровня въ видѣ трубки, дѣлаютъ еще *круглые уровни*, въ видѣ маленькой цилиндрической коробки, герметически замкнутой стеклянною крышкой, внутренняя поверхность которой представляетъ часть поверхности шара весьма большого радіуса (черт. 149). Коробка наполнена спиртомъ или эфиромъ; положеніе пузырька жидкости оцѣнивается сравненіемъ его краевъ съ концентрическими кругами, награвированными на стеклянной крышкѣ. Установка круглаго уровня достигается тремя исправительными винтиками, расположенными черезъ 120° и распираемыми пружиною.

70. Повѣрка уровня. Положимъ, что оправа уровня привинчена къ линейкѣ, какъ это дѣлается обыкновенно на алидадахъ съ діоптрами и кипрегеляхъ. Если бы въ распоряженіи наблюдателя имѣлась точно горизонтальная плоскость, то по-

вѣрка уровня производилась бы весьма просто: слѣдовало бы поставить линейку на эту плоскость и отсчитать дѣленія, противъ которыхъ остановились концы пузырька. Если отсчеты оказались одинаковыми, то уровень прикрѣпленъ вѣрно; если же они не одинаковы, то оставалось бы дѣйствовать исправительными винтиками при оправѣ до тѣхъ поръ, пока отсчеты концовъ пузырька не стали бы одинаковыми.

Въ дѣйствительности произвести повѣрку уровня такимъ простымъ образомъ невозможно, потому что не только въ полѣ на топографическихъ работахъ, но и въ мастерскихъ, обыкновенно, нѣтъ точно вывѣренныхъ горизонтальныхъ плоскостей. Однако этого и не нужно: достаточно имѣть плоскость, установленную приблизительно въ горизонтальное положеніе, и уголъ наклоненія которой можно измѣнять помощью такъ называемыхъ подъемныхъ винтовъ. Подобную плоскость представляетъ мензульная доска. На нее-то и ставятъ линейку алидады или кипрегеля съ повѣряемымъ уровнемъ. Если пузырекъ окажется не на серединѣ трубки, а ближе къ одному изъ ея концовъ, то вращаютъ подъемные винты мензульнаго штатива до тѣхъ поръ, пока пузырекъ не остановится на серединѣ трубки или, точнѣе, пока отсчеты по его концамъ не сдѣлаются равными. Радіусъ кривизны внутренней поверхности трубки, проведенный въ точкѣ, занимаемой серединою пузырька O (черт. 150), по свойству самаго прибора, имѣетъ всегда отвѣсное положеніе OC, а прямая ab, къ нему перпендикулярная, т. е. касательная къ дугѣ внутренней поверхности въ серединѣ пузырька, будетъ, очевидно, горизонтальна. Пусть продолженіе этой касательной встрѣтитъ нижнюю плоскость алидады BA подъ угломъ α; этотъ уголъ и выразитъ погрѣшность уровня. Переложимъ теперь линейку съ уровнемъ на 180°; новыя положенія упомянутаго радіуса и перпендикуляра къ нему будутъ OC_1 и $a'b'$, причемъ уголъ, составляемый касательною $a'b'$ съ нижнею плоскостью линейки, останется прежній, α, но съ первоначальнымъ положеніемъ касательной, т. е. съ горизонтальною прямою ab, новое направленіе касательной образуетъ



Черт. 150.

уголъ $a'Ob$, который, какъ внѣшній уголъ треугольника OAB, равенъ суммѣ угловъ OAB и OBA, т. е. равенъ 2α. На этотъ-то уголъ и передвинется середина пузырька уровня относительно своего первоначальнаго положенія. Чтобы привести касательную $a'b'$ въ положеніе, параллельное нижней плоскости линейки, т. е. въ положеніе a_0b_0, необходимо измѣнить наклонъ оправы уровня на уголъ $a'Ob_0$, на половину угла, указаннаго передвиженіемъ пузырька. Это измѣненіе производится вращеніемъ *вертикальныхъ* исправительныхъ винтиковъ при оправѣ уровня. Именно, отпускаютъ одинъ и завинчиваютъ другой до тѣхъ поръ, пока пузырекъ не станетъ по серединѣ между первоначальнымъ своимъ положеніемъ и новымъ, послѣ перекладки линейки на 180°.

Чтобы убѣдиться, что вывѣрка достигнута, необходимо повторить описанныя дѣйствія еще одинъ или нѣсколько разъ; новое исправленіе всегда бываетъ меньше предыдущаго. Нѣсколькими попытками удается установить оправу такъ, что послѣ перекладки пузырекъ уровня снова останавливается на серединѣ трубки или отклоняется отъ нея не болѣе, какъ на одно дѣленіе, что для практики совершенно достаточно.

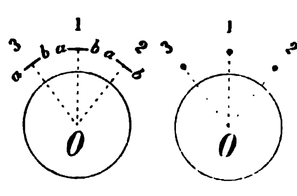
Итакъ, для повѣрки уровня, прикрѣпленнаго къ алидадной линейкѣ или линейкѣ кипрегеля, ставятъ его на мензульную доску по направленію двухъ подъемныхъ винтовъ штатива и вращеніемъ этихъ подъемныхъ винтовъ приводятъ пузырекъ уровня на средину трубки. Затѣмъ перекладываютъ линейку на 180° *) и смотрятъ на пузырекъ: если онъ остановился на серединѣ трубки, то уровень вѣренъ; въ противномъ случаѣ замѣчаютъ положеніе пузырька и вращеніемъ исправительныхъ винтиковъ передвигаютъ пузырекъ на половину его отклоненія.

Накладной уровень, снабженный ножками для установки на горизонтальную ось инструмента или на цапфы трубы нивелира, послѣ описанной повѣрки подвергается еще другому изслѣдованію, именно, необходимо убѣдиться, что при покачиваніи уровня впередъ и назадъ положеніе пузырька не измѣняется.

---

*) Перестановка въ новое положеніе, отличающееся отъ первоначальнаго на 180°, производится обыкновенно на глазъ; если же желаютъ достигнуть большей точности (здѣсь, впрочемъ, излишней), то по краю линейки въ ея первоначальномъ положеніи проводятъ карандашомъ прямую и къ этой прямой прикладываютъ линейку съ противоположной стороны.

На черт. 151 изображены схематически поперечный разрѣзъ горизонтальной оси инструмента (или трубы нивелира) и касательной къ серединѣ внутренней поверхности трубки уровня. Въ положеніи (1) эта касательная горизонтальна (пузырекъ на серединѣ трубки), но не параллельна оси O, и потому, при покачиваніи оправы впередъ (положеніе 2) и назадъ (положеніе 3), уровень наклоняется, причемъ въ первомъ случаѣ пузырекъ, стремясь занять наивысшее мѣсто въ трубкѣ, движется къ концу a, а во второмъ къ концу b. Если бы упомянутая касательная была не только горизонтальна, но еще и параллельна оси O, то при покачиваніи оправы она оставалась бы горизонтальною, какъ видно изъ чертежа 152, и пузырекъ оставался бы на серединѣ трубки при всякомъ положеніи оправы. Уничтоженіе объясненной погрѣшности производится *горизонтальными* исправительными винтиками, располагаемыми въ оправѣ уровня на сторонѣ, противоположной той, гдѣ помѣщаются вертикальные исправительные винтики. Цѣль такой повѣрки—сдѣлать показанія уровня независимыми отъ точной установки его относисительно вертикальной плоскости, заключающей горизонтальную ось инструмента или ось трубы нивелира.



Черт. 151. Черт. 152.

Такимъ образомъ, накладной уровень послѣ перекладки на 180° и вывѣрки вертикальными исправительными винтиками подвергается еще покачиванію и вторичной вывѣркѣ горизонтальными исправительными винтиками.

Замѣтимъ, что если при покачиваніи оправы впередъ и назадъ пузырекъ уровня передвигается не въ разныя, а въ одну сторону, то это служитъ признакомъ, что первоначальная вывѣрка еще не окончена.

Повѣрка круглаго уровня заключается въ изслѣдованіи, горизонтальна ли нижняя плоскость оправы при расположеніи пузырька по серединѣ крышки. Это изслѣдованіе производится на мензульной доскѣ или другомъ приборѣ съ подъемными винтами, подобно повѣркѣ обыкновеннаго уровня. Поставивъ коробку уровня на мензульную доску, вращаютъ подъемные винты до тѣхъ поръ, пока пузырекъ не окажется на серединѣ крышки, затѣмъ перекладываютъ коробку на 180° и смотрятъ на пузы-

Value of the divisions of the Level.

рекъ: если онъ остановится на серединѣ крышки, то уровень вѣренъ; въ противномъ случаѣ вращеніемъ исправительныхъ винтиковъ приводятъ пузырекъ въ положеніе, среднее между новымъ и первоначальнымъ. Изслѣдованіе производится затѣмъ въ плоскости, перпендикулярной къ прежней, и повторяется нѣсколько разъ, пока при любомъ поворотѣ коробки пузырекъ не будетъ останавливаться всегда по серединѣ крышки.

71. Цѣна дѣленій уровня. Черточки на внѣшней поверхности цилиндрическаго уровня нарѣзаются всегда на равныхъ разстояніяхъ, и потому если внутренняя поверхность выточена правильно, т. е. въ продольномъ сѣченіи представляетъ дугу круга, то передвиженію пузырька на одно дѣленіе трубки соотвѣтствуетъ измѣненіе ея наклоненія къ горизонту на опредѣленный уголъ, называемый *цѣною дѣленія уровня.*

Такъ какъ середина пузырька ничѣмъ не означена, то ея положеніе опредѣляется отсчетами концовъ пузырька. Если бы подписи дѣленій возрастали отъ одного конца трубки къ другому, то отсчетъ, соотвѣтствующій серединѣ пузырька, равнялся полусуммѣ отсчетовъ его концовъ; обыкновенно же подписи расположены такъ, что черточка у середины трубки означена нулемъ, и подписи возрастаютъ въ обѣ стороны; поэтому отсчетъ, соотвѣтствующій серединѣ пузырька, равенъ полуразности отсчетовъ его концовъ. Однако въ этомъ случаѣ принято записывать отсчеты лѣвой стороны со знакомъ +, а правой со знакомъ —, такъ что отсчетъ, соотвѣтствующій серединѣ пузырька, всегда равенъ алгебраической полусуммѣ отсчетовъ.

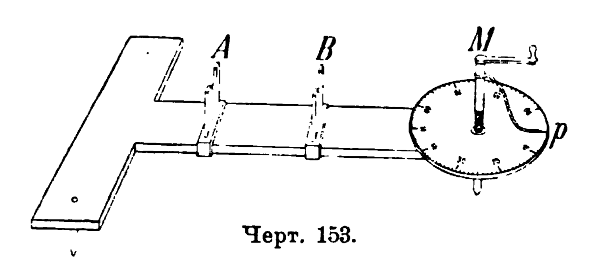
При наклоненіи трубки на какой-нибудь уголъ i пузырекъ (а слѣдовательно, и его середина) передвигается на нѣкоторое число дѣленій, пропорціональное углу наклоненія; поэтому измѣненіе наклоненія трубки (i) въ секундахъ дуги представляется равенствомъ:

$$i = \frac{a+b}{2} \tau = (a+b)\frac{\tau}{2} \qquad (75)$$

въ которомъ a и b—отсчеты лѣваго и праваго концовъ пузырька, τ—цѣна одного дѣленія, а $\frac{\tau}{2}$—цѣна одного полудѣленія уровня въ секундахъ дуги.

Разсмотримъ пріемы, служащіе для опредѣленія цѣны дѣленія уровня.

1. *На испытатель.* Испытатель (или экзаменаторъ) уровней представляетъ металлическую линейку въ видѣ буквы *T* (черт. 153), снабженную двумя подвижными подставками *A* и *B* для помѣщенія испытываемаго уровня. Наклоненіе линейки и лежащаго на ней уровня къ горизонту можно легко измѣнять и точно измѣрять. Для этого въ поперечной части линейки имѣется два подъемныхъ винта съ грубыми нарѣзками или просто двѣ неподвижныя ножки (какъ показано на чертежѣ), а въ противоположномъ концѣ линейки помѣщенъ точно нарѣзанный *микрометрическій винтъ M* съ ручкою и указателемъ *p*, который, вращаясь вмѣстѣ съ винтомъ, указываетъ на дѣленія горизонтальнаго диска, прикрѣпленнаго неподвижно къ линейкѣ и раздѣленнаго на 100 (или иное число) равныхъ частей.



Черт. 153.

Каждое дѣленіе диска соотвѣтствуетъ обыкновенно 1″, т. е. при поворотѣ микрометрическаго винта на одно дѣленіе диска, линейка экзаменатора измѣняетъ наклоненіе къ горизонту на 1″. Впрочемъ, значеніе дѣленій на дискѣ новаго инструмента легко опредѣлить, сосчитавъ число всѣхъ его дѣленій и измѣривъ высоту хода микрометрическаго винта и разстояніе его оси отъ прямой, соединяющей концы двухъ другихъ ножекъ. Это разстояніе измѣряется просто циркулемъ, если предварительно поставить экзаменаторъ на листъ бумаги и замѣтить мѣста всѣхъ трехъ его ножекъ, величина же хода микрометрическаго винта опредѣляется съ наибольшею точностью слѣдующимъ образомъ: придавливаютъ бумажку къ стержню винта такъ, чтобы на ней оттиснулось по возможности большее число оборотовъ винта, послѣ чего измѣряютъ разстояніе между крайними оттисками и дѣлятъ его на число оборотовъ.

Если назвать высоту хода микрометрическаго винта черезъ h, разстояніе оси его отъ прямой, соединяющей двѣ другія ножки, черезъ l, а число дѣленій на дискѣ черезъ n, то значеніе одного его дѣленія k въ секундахъ дуги получится по формулѣ:

$$k'' = 206265 \frac{h}{n \cdot l}$$

Чтобы опредѣлить цѣну дѣленія уровня, экзаменаторъ ставятъ на прочное основаніе, напримѣръ, на каменный столбъ, кладутъ уровень на подставки A и B такъ, чтобы черточки его трубки были обращены вверхъ, выжидаютъ часа два, чтобы уровень принялъ температуру помѣщенія, и вращеніемъ микрометрическаго винта приводятъ пузырекъ уровня ближе къ одному концу трубки. Когда пузырекъ успокоится, т. е. перестанетъ перемѣщаться, записываютъ до десятыхъ долей дѣленія у его концовъ и дѣленіе диска противъ указателя p. Затѣмъ, осторожно поворачивая микрометрическій винтъ, передвигаютъ пузырекъ на противоположную сторону трубки и снова записываютъ дѣленія у его концовъ и дѣленіе диска противъ указателя. Если назвать число дѣленій, на которое передвинулся пузырекъ уровня, черезъ n, а разность отсчетовъ указателя (переведенную уже въ секунды дуги) черезъ m, то цѣна одного дѣленія уровня (τ) получится по формулѣ:

$$\tau = \frac{m}{n}$$

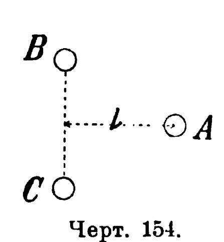
Для вывода цѣны дѣленія съ большею точностью и вмѣстѣ съ тѣмъ для того, чтобы убѣдиться въ равенствѣ отдѣльныхъ промежутковъ между черточками и въ правильности кривизны трубки уровня, пузырекъ вращеніемъ микрометрическаго винта перегоняютъ въ ту и другую сторону послѣдовательно нѣсколько разъ, черезъ опредѣленное число дѣленій на дискѣ, и за окончательную цѣну дѣленія принимаютъ среднее изъ всѣхъ полученныхъ результатовъ.

Числовой примѣръ. При изслѣдованіи уровня нивелира на экзаменаторѣ, одно дѣленіе диска котораго равно 1″, получены отсчеты:

Лѣвый конецъ.	Правый конецъ.	Указатель.	
+16·8	−1·6	10	
9·5	8·7	50	$7{\cdot}20\tau = 40''$
2·3	16·0	90	$7{\cdot}25$ « $= 40$
2·5	15·9	90	
9·7	8·5	50	$7{\cdot}30$ « $= 40''$
16·9	1·3	10	$7{\cdot}20$ « $= 40$

Въ среднемъ $7{\cdot}24\ \tau = 40''$ и $1\ \tau = \frac{40}{7{\cdot}24} = 5{\cdot}52''$.

2. *Инструментомъ съ тремя подъемными винтами.* Треножку каждаго инструмента съ подъемными винтами можно разсматривать, какъ грубый экзаменаторъ, а нѣкоторые инструменты имѣютъ даже дѣленія на головкѣ одного изъ винтовъ; но если бы дѣленій и не было, всегда можно самому придѣлать указатель, чтобы имѣть увѣренность, что подъемный винтъ повернутъ какъ разъ на цѣлый оборотъ. Величину хода подъемнаго винта и разстояніе его оси до прямой, соединяющей два другіе винта, опредѣляютъ такъ, какъ объяснено выше для микрометрическаго винта экзаменатора. Изслѣдуемый уровень прикрѣпляютъ дѣленіями вверхъ къ треножкѣ или другой части инструмента по направленію отъ одного подъемнаго винта *A* (черт. 154) къ серединѣ прямой, соединяющей два другіе *B* и *C*. Затѣмъ одновременнымъ вращеніемъ винтовъ *B* и *C* приводятъ пузырекъ уровня къ одному концу трубки, напримѣръ, къ лѣвому, и, дождавшись его успокоенія, производятъ отсчеты. Послѣ этого вращеніемъ винта *A* перегоняютъ пузырекъ къ противоположному концу трубки и снова отсчитываютъ. Такъ какъ винтъ *A* сдѣлаетъ при этомъ только часть полнаго оборота, которая обыкновенно не можетъ быть отсчитана, то новымъ одновременнымъ вращеніемъ винтовъ *B* и *C* въ одну сторону перегоняютъ пузырекъ назадъ къ лѣвому концу трубки и послѣ отсчетовъ снова вращаютъ винтъ *A*. Эти дѣйствія повторяются до тѣхъ поръ, пока винтъ *A* не сдѣлаетъ одного полнаго оборота. Сумма всѣхъ передвиженій пузырька въ одномъ направленіи, слѣва направо, даетъ число дѣленій уровня, соотвѣтствующее одному обороту подъемнаго винта. Отсюда не трудно вывести цѣну одного дѣленія уровня.



Черт. 154.

Числовой примѣръ. Разстояніе между подъемными винтами *A* и *B* инструмента равно 5·37 дюйма, 60 нарѣзокъ винта составляютъ 1·19 дюйма и одному полному его обороту соотвѣтствуетъ 271·5 τ. Легко сообразить, что въ данномъ случаѣ:

$$\tau = \frac{206\,265 \cdot 1{\cdot}19}{5{\cdot}37 \cdot \sin 60^\circ \cdot 271{\cdot}5 \quad 60} = 3{\cdot}24''$$

3. *Инструментомъ съ вертикальнымъ кругомъ.* Изслѣдуемый уровень привинчиваютъ или привязываютъ къ алидадѣ

вертикальнаго круга, снабженной наводящимъ винтомъ (напримѣръ, къ алидадѣ вертикальнаго круга кипрегеля) такъ, чтобы трубка уровня была параллельна плоскости круга и дѣленія были наверху. Вращеніемъ наводящаго винта пузырекъ уровня устанавливаютъ сперва у одного, затѣмъ у другого конца трубки и оба раза отсчитываютъ какъ положеніе пузырька по обоимъ концамъ, такъ и верньеры вертикальнаго круга. Чтобы имѣть увѣренность въ неподвижности самого вертикальнаго круга во время наблюденій, не лишнее навести трубу кипрегеля (которая неизмѣнно связана съ кругомъ) на какой-нибудь отдаленный, ясно видимый предметъ и взглядывать въ нее передъ каждымъ отсчетомъ уровня. Частное отъ раздѣленія разности отсчетовъ по верньерамъ на число дѣленій, пройденныхъ пузырькомъ, даетъ цѣну одного дѣленія уровня.

Числовой примѣръ.

Отсчеты по концамъ пузырька уровня.		Среднія изъ отсчетовъ по верньерамъ.	
+ 15·9	— 2·4	2° 13′	$13{\cdot}4\,\tau = 3'$
2·5	15·8	2 16	
0·7	17·7	2 17	$15{\cdot}3\,\tau = 4$
16·0	2·4	2 13	

Въ среднемъ $14{\cdot}35\,\tau = 3{\cdot}5' = 210''$; откуда $1\tau = \frac{210}{14{\cdot}35} = 14{\cdot}6''$

Цѣна дѣленія разныхъ уровней весьма разнообразна. Въ большинствѣ топографическихъ приборовъ она колеблется отъ 15″ до 1′; въ нивелирахъ она меньше, отъ 2″ до 15″. У точныхъ астрономическихъ инструментовъ имѣются уровни, цѣна дѣленія которыхъ меньше 2″. Необходимо замѣтить, что малая цѣна дѣленія требуется только отъ уровней самыхъ точныхъ инструментовъ и притомъ инструментовъ, устанавливаемыхъ при наблюденіяхъ на прочное основаніе, напримѣръ, на каменный столбъ. Для большинства топографическихъ приборовъ малая цѣна дѣленія не только безполезна, но даже вредна, напрасно удорожая ихъ и принуждая тратить лишнее время на установку; на деревянныхъ треногахъ точные уровни почти не успокаиваются, и пузырекъ непрерывно бѣгаетъ въ предѣлахъ нѣсколькихъ дѣленій: не даромъ нѣмцы называютъ уровень libelle, т. е. стрекозой.

Sensitiveness of the Level.

72. Чувствительность уровня. Подъ «чувствительностью» разумѣютъ способность уровня обнаруживать малѣйшія перемѣны въ его наклоненіи и при томъ же наклоненіи давать одни и тѣ же отсчеты по концамъ пузырька. Чувствительность уровня зависитъ отъ цѣны дѣленія, величины пузырька, свойствъ жидкости, отъ тщательности шлифовки внутреннихъ стѣнокъ и, наконецъ, отъ матеріала трубки.

Отъ дѣйствія силы тяжести пузырекъ уровня стремится занять всегда самую высшую часть трубки, такъ что середина пузырька представляетъ ту точку внутренней поверхности, въ которой касательная къ ней плоскость горизонтальна. Если цѣна дѣленія уровня велика, то значительное измѣненіе въ углѣ наклоненія трубки производитъ весьма малое перемѣщеніе пузырька, и такъ какъ отсчеты концовъ не могутъ дѣлаться точнѣе, какъ до 0·1 τ, то перемѣна угла наклоненія уровня, не превосходящая этой величины, не будетъ замѣчена. Напримѣръ, уровнемъ, у котораго $1\,\tau = 20''$, нельзя обнаружить перемѣну угла наклоненія, меньшую $2''$. Вообще можно принять, что чувствительность уровня обратно-пропорціональна цѣнѣ одного дѣленія.

Всякая жидкость, смачивающая стѣнки заключающаго ее сосуда, прилипаетъ къ нимъ; поэтому при измѣненіи угла наклоненія уровня пузырекъ станетъ двигаться къ новой высшей точкѣ трубки только тогда, когда разность давленій на концахъ пузырька преодолѣетъ прилипаніе жидкости къ стѣнкамъ. При одинаковомъ измѣненіи угла наклоненія трубки разность высотъ концовъ пузырька тѣмъ больше, чѣмъ длиннѣе пузырекъ: если пузырекъ очень малъ, то разность давленій можетъ вовсе не преодолѣть силы прилипанія, и пузырекъ останется неподвижнымъ. Вотъ почему хорошо имѣть уровень съ камерою, позволяющею сохранять постоянную и притомъ значительную длину пузырька. Вообще чувствительность уровня при прочихъ равныхъ условіяхъ прямо-пропорціональна длинѣ пузырька.

Остальныя три причины, отъ которыхъ зависитъ еще чувствительность уровня, легко объясняются тѣмъ же дѣйствіемъ прилипанія. Сѣрный эфиръ прилипаетъ къ стеклу меньше, чѣмъ спиртъ, и потому уровень, наполненный сѣрнымъ эфиромъ, при одинаковыхъ цѣнѣ дѣленія и длинѣ пузырька чувствительнѣе уровня, наполненнаго спиртомъ. Болѣе грубая шлифовка и не-

большія щербинки на внутренней поверхности способствуютъ прилипанію. При равномѣрномъ и медленномъ измѣненіи угла наклоненія уровня на экзаменаторѣ замѣчается иногда пріостановка движенія пузырька, послѣ чего онъ вдругъ срывается и быстро проходитъ одно или нѣсколько дѣленій; ближайшее изслѣдованіе обыкновенно показываетъ, что причиною остановки была внутренняя щербинка, задержавшая одинъ изъ концовъ пузырька. Наконецъ, что касается матеріала трубки, то ясно, что вещество, къ которому эфиръ или спиртъ менѣе прилипаютъ, дастъ болѣе чувствительный уровень, но этотъ вопросъ мало разработанъ, потому что веществомъ для изготовленія уровней служитъ исключительно стекло, а эфиръ и спиртъ прилипаютъ къ разнымъ родамъ стекла почти одинаково.

Чувствительность уровня изслѣдуется на экзаменаторѣ. Пузырекъ останавливаютъ на разныхъ мѣстахъ трубки, слегка измѣняютъ ея наклоненіе микрометрическимъ винтомъ и смотрятъ, двигается ли пузырекъ или остается на мѣстѣ? Если пузырекъ передвигается и притомъ на число дѣленій, пропорціональное измѣненію угла наклоненія, то уровень признаютъ чувствительнымъ. Можно поступить и иначе: записываютъ положеніе пузырька и дѣленіе на дискѣ экзаменатора; затѣмъ сдвигаютъ пузырекъ небольшимъ поворотомъ микрометрическаго винта и снова приводятъ указатель на прежнее дѣленіе диска. Если при многократномъ повтореніи этихъ дѣйствій (и притомъ на разныхъ мѣстахъ трубки) пузырекъ всегда возвращается на прежнее мѣсто, то уровень чувствителенъ.

Если уровень обладаетъ малою чувствительностью, то онъ не годенъ для точнаго измѣренія малыхъ угловъ наклоненія, а можетъ служить лишь для приведенія частей инструмента приблизительно въ горизонтальное положеніе.

Applications of the Level.

73. Примѣненія уровня. Уровень служитъ для трехъ цѣлей: 1) для приведенія извѣстной части инструмента въ горизонтальное или вертикальное положеніе, 2) для установки алидадъ вертикальныхъ круговъ въ опредѣленное положеніе относительно горизонтальной плоскости и 3) для измѣренія небольшихъ угловъ наклоненія.

1. Пусть требуется привести въ горизонтальное положеніе мензульную доску. Для этого ставятъ алидадную линейку или кипрегель съ *вывѣреннымъ* уже уровнемъ на доску, по напра-

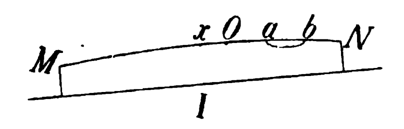
вленію двухъ подъемныхъ винтовъ, и вращаютъ ихъ въ разныя стороны до тѣхъ поръ, пока пузырекъ не остановится по серединѣ трубки, т. е. пока отсчеты его концовъ не сдѣлаются равными; затѣмъ переставляютъ линейку въ положеніе, перпендикулярное къ прежнему, въ направленіи отъ середины между двумя первыми подъемными винтами на третій, и вращеніемъ этого третьяго подъемнаго винта приводятъ пузырекъ уровня снова на середину трубки. Этими двумя дѣйствіями приводятъ въ горизонтальное положеніе двѣ взаимно-перпендикулярныя прямыя на мензульной доскѣ, отчего, конечно, и вся верхняя плоскость доски станетъ горизонтально. Оба дѣйствія не лишне повторить, избравъ для первоначальной установки линейки другіе два подъемные винта.

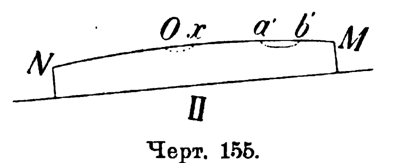
Совершенно подобнымъ же образомъ приводятъ въ горизонтальное положеніе всякій другой инструментъ, а также въ вертикальное положеніе вертикальную ось теодолита или другого угломѣрнаго инструмента.

2. Примѣненіе уровня для установки алидадъ вертикальныхъ круговъ въ опредѣленное положеніе относительно горизонтальной плоскости не требуетъ поясненія: если передъ каждымъ отсчетомъ верньеровъ вертикальнаго круга пузырекъ уровня, скрѣпленнаго наглухо съ названною алидадою, приводится на середину трубки, то этимъ, очевидно, обезпечивается неизмѣнное положеніе алидады относительно горизонтальной плоскости.

3. Чтобы измѣрить уровнемъ небольшой уголъ наклоненія, ставятъ оправу уровня на соотвѣтствующую часть инструмента и отсчитываютъ положеніе концовъ пузырька. Если бы уровень былъ совершенно вѣренъ, т. е. если бы при горизонтальномъ положеніи оправы отсчеты по концамъ пузырька были одинаковы, то уголъ наклоненія получился бы непосредственно по формулѣ (75), именно, равнялся бы алгебраической суммѣ отсчетовъ концовъ пузырька, умноженной на цѣну одного полудѣленія уровня. На самомъ же дѣлѣ уровень рѣдко бываетъ безусловно вѣренъ, и отсчеты концовъ пузырька при горизонтальномъ положеніи оправы обыкновенно не одинаковы. Въ такомъ случаѣ отсчитываютъ концы пузырька при двухъ положеніяхъ уровня, отличающихся ровно на 180°, и вмѣсто алгебраической суммы отсчетовъ при одномъ положеніи берутъ среднее изъ такихъ суммъ при обоихъ положеніяхъ.

Пусть O (черт. 155) начало счета дѣленій на трубкѣ уровня, а x дѣленіе, соотвѣтствующее наивысшей точкѣ внутренней поверхности при горизонтальномъ положеніи оправы. Вѣрные отсчеты получались бы лишь въ томъ случаѣ, если бы x совпадало съ O; это-то и достигается повѣркою уровня.





Черт. 155.

Положимъ теперь, что въ положеніи (I) отсчеты концовъ пузырька оказались a и b, а въ положеніи (II)—a' и b'. Если обозначить уголъ наклоненія плоскости, на которую поставленъ уровень, къ горизонту черезъ i, а цѣну одного дѣленія уровня черезъ τ, то имѣемъ изъ чертежа:

$$\text{I} \ldots\ i = \frac{a+b}{2}\,\tau + x\,.\,\tau$$

$$\text{II} \ldots\ i = \frac{a'+b'}{2}\,\tau - x\,.\,\tau$$

Отсюда, взявъ полусумму, получимъ:

$$i = \frac{(a+b)+(a'+b')}{2}\cdot\frac{\tau}{2} \qquad (76)$$

Если вычесть уравненіе (I) изъ (II), то легко получить и погрѣшность уровня x или такъ называемое *мѣсто нуля;* оно будетъ:

$$x = \frac{\frac{a'+b'}{2} - \frac{a+b}{2}}{2} \qquad (77)$$

Послѣдняя формула показываетъ, что повѣрку уровня можно производить не только на инструментѣ съ подъемными винтами, какъ объяснено въ § 70, но и на всякой приблизительно горизонтальной неподвижной плоскости, лишь бы въ двухъ положеніяхъ уровня, отличающихся на 180°, пузырекъ его не скрывался подъ оправою, чтобы въ обоихъ положеніяхъ можно было отсчитывать дѣленія противъ концовъ пузырька. Если полусуммы отсчетовъ въ обоихъ положеніяхъ не одинаковы, то это

и послужитъ указаніемъ, что уровень не вѣренъ, и слѣдуетъ вращать исправительные винтики при оправѣ до тѣхъ поръ, пока послѣдовательными попытками не добьются того, чтобы $a + b = a' + b'$.

Въ заключеніе необходимо указать на предосторожности, которыя слѣдуетъ соблюдать при отсчетахъ и вообще при разумномъ пользованіи уровнемъ:

1. Слѣдуетъ повѣрять отсчеты по алгебраической ихъ разности; этимъ избѣгаютъ промаховъ въ отсчетахъ. Разность отсчетовъ по концамъ пузырька выражаетъ его длину и потому она должна оставаться постоянною въ предѣлахъ точности отсчетовъ. Конечно, длина пузырька мѣняется съ перемѣною температуры, но такъ медленно, что въ теченіе небольшого промежутка времени ее можно считать постоянною.

2. При отсчетахъ уровня должно смотрѣть на него такъ, чтобы лучъ зрѣнія былъ перпендикуляренъ къ трубкѣ въ томъ мѣстѣ, гдѣ находится отсчитываемый конецъ пузырька. Благодаря извѣстной толщинѣ стѣнокъ трубки, несоблюденіе этой предосторожности вызываетъ ошибки отсчетовъ, подобныя параллаксу нитей (см. § 57).

3. Не слѣдуетъ подходить очень близко къ уровню, такъ какъ лучистая теплота тѣла наблюдателя можетъ производить неравномѣрное нагрѣваніе трубки, отчего пузырекъ будетъ перемѣщаться независимо отъ перемѣны угла наклоненія уровня къ горизонту.

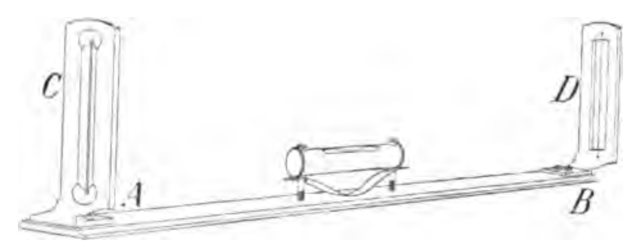
4. На полевыхъ работахъ при ясной солнечной погодѣ необходимо защищать уровень, да и весь инструментъ зонтикомъ: прямо падающіе солнечные лучи, помимо неравномѣрнаго нагрѣванія, могутъ такъ расширить жидкость, что уровень безъ камеры лопнетъ.

74. Визирные приборы. Для опредѣленія направленія луча зрѣнія на данный предметъ относительно извѣстныхъ плоскостей и линій инструмента служатъ *діоптры* и *зрительныя трубы*.

Діоптры представляютъ двѣ металлическія пластинки (черт. 156), укрѣпленныя на концахъ линейки AB, называемой *алидадою*. Пластинка C, обращенная къ глазу, *глазной діоптръ*, имѣетъ узкій прорѣзъ или небольшое круглое отверстіе: въ пластинкѣ же D, обращенной къ предмету, *предметномъ діоптрѣ*, сдѣланъ широкій прорѣзъ, въ которомъ натянутъ либо одинъ волосокъ,

параллельный прорѣзу глазного діоптра, либо два взаимно-перпендикулярныхъ волоска. Иногда алидады снабжаются двойными діоптрами, т. е. каждая пластинка имѣетъ какъ глазной, такъ и предметный діоптры, чтобы визировать въ обоихъ направленіяхъ. Навести діоптры значитъ установить алидаду такъ, чтобы при визированіи въ щель глазного діоптра волосокъ предметнаго діоптра казался по серединѣ щели и закрывалъ наблюдаемый предметъ.

Чѣмъ ўже щель или прорѣзъ глазного діоптра, тѣмъ наведеніе алидады производится точнѣе, но зато сквозь узкую щель проникаетъ въ глазъ очень мало свѣта, и потому наблюдаемый предметъ не можетъ быть ясно видимъ. Обыкновенно ширина прорѣза глазного діоптра имѣетъ около $^1/_3$ линіи. Кромѣ ширины прорѣза, на точность наведенія вліяетъ разстояніе между діоптрами, т. е. длина алидады. Всего выгоднѣе располагать діоптры въ разстояніи наилучшаго зрѣнія (§ 49); тогда, приблизивъ глазъ къ прорѣзу глазного діоптра, можно видѣть волосокъ предметнаго безъ всякаго утомленія; впрочемъ, въ малыхъ инструментахъ, не требующихъ большой точности наведенія, напримѣръ, въ буссоляхъ, діоптры располагаются и ближе.



Черт. 156.

Вообще ошибка наведенія или, какъ ее нерѣдко называютъ, *ошибка визированія* при помощи діоптровъ зависитъ отъ ширины прорѣза глазного, толщины волоска предметнаго и разстоянія между діоптрами; непосредственные опыты показали, что эта ошибка достигаетъ $\pm 1'$, хотя при большомъ навыкѣ наблюдателя она и меньше, именно, около $\pm 30''$. Во всякомъ случаѣ діоптры устраиваются лишь въ простѣйшихъ топографическихъ инструментахъ; въ болѣе совершенныхъ они замѣняются зрительными трубами. Ошибка наведенія зрительной трубы обратно-пропорціональна ея увеличенію, такъ что если

принять для ошибки наведенія діоптрами, т. е. простымъ глазомъ, величину ± 1′, то зрительная труба съ увеличеніемъ въ 20 разъ дастъ ошибку наведенія только въ ± 3″.

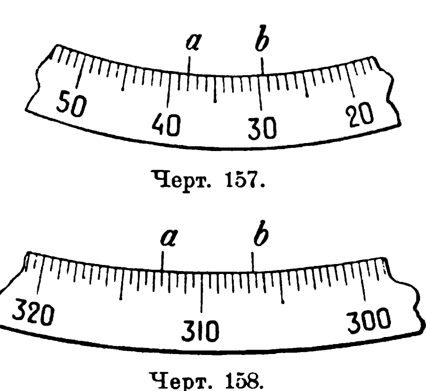
Кромѣ увеличенія, зрительныя трубы по сравненію съ діоптрами имѣютъ то преимущество, что изображеніе предмета въ трубѣ получается какъ разъ въ томъ мѣстѣ, гдѣ находится сѣтка нитей, и потому глазъ безъ утомленія *одновременно* усматриваетъ одинаково ясно видимые предметъ и пересѣченіе нитей сѣтки. При наведеніи же діоптровъ глазъ не можетъ одновременно видѣть ясно предметъ и волосокъ предметнаго діоптра, потому что первый всегда удаленъ, а второй близокъ; здѣсь глазъ невольно лишь послѣдовательно приспособляется то къ смотрѣнію на далекій предметъ, то къ смотрѣнію на близкій волосокъ предметнаго діоптра; каждое отдѣльное мгновеніе глазъ видитъ вполнѣ ясно либо то, либо другое, и въ сущности сводитъ вмѣстѣ не два одинаково ясно видимыхъ предмета, какъ въ зрительной трубѣ, а, такъ сказать, фактъ и воспоминаніе. Хотя промежутки времени между ясными видѣніями того и другого ничтожны, однако, благодаря именно неодновременности видѣнія, полное сведеніе невозможно, и точное визированіе недостижимо. Помимо этого, глазъ отъ быстрыхъ перемѣнъ въ приспособленіи на разныя разстоянія скоро утомляется. Недостатки діоптровъ особенно ощутительны для близорукихъ и дальнозоркихъ: близорукіе хорошо видятъ волосокъ предметнаго діоптра, но плохо различаютъ самый предметъ; дальнозоркіе же, наоборотъ, хорошо видя предметъ, не могутъ ясно различать волосокъ предметнаго діоптра.

Кромѣ указанныхъ выгодъ зрительныхъ трубъ, онѣ имѣютъ по сравненію съ визированіемъ черезъ діоптры простымъ глазомъ и другія преимущества, перечисленныя на стр. 198 и 199.

Въ самыхъ грубыхъ топографическихъ инструментахъ, напримѣръ, въ крестообразномъ эккерѣ, діоптры замѣняются вертикально воткнутыми иглами. Навести такой приборъ на предметъ значитъ направить плоскость, проходящую черезъ обѣ иглы, по линіи зрѣнія.

75. Лимбы и верньеры. Визирные приборы только опредѣляютъ направленіе луча зрѣнія на внѣшній предметъ; связь же этого направленія съ извѣстными плоскостями и линіями инструмента достигается отсчетами по *лимбамъ*, т. е. металли-

ческимъ кругамъ, на которыхъ нарѣзаны черточки черезъ равные промежутки. Въ зависимости отъ размѣровъ лимбовъ и совершенства ихъ изготовленія, черточки нарѣзаются черезъ 1°, черезъ 30′, 20′, 10′ и т. д. Вслѣдствіе близости черточекъ, чтобы не пестрить лимба, подписываютъ не всѣ, а только нѣкоторыя черточки, напримѣръ, черезъ 10°; значенія промежуточныхъ черточекъ опредѣляются ихъ длиною и положеніемъ относительно подписанныхъ. На черт. 157 изображена часть лимба, раздѣленнаго на градусы, а на черт. 158—на полуградусы; легко понять, что черточки, означенныя буквами *a*, представляютъ соотвѣтственно 38° и 312°30′.



Черт. 157.

Черт. 158.

Если на алидадѣ — подвижной части инструмента, соприкасающейся съ лимбомъ, сдѣланъ только указатель, т. е. одна черточка, останавливающаяся противъ извѣстнаго мѣста лимба, то въ случаѣ совпаденія указателя съ какою-нибудь черточкою лимба отсчетъ равняется наименованію этой черточки; въ случаѣ же остановки указателя въ промежуткѣ между двумя рядомъ стоящими черточками отсчетъ равнялся бы, очевидно, наименованію ближайшей младшей черточки, сложенному съ промежуткомъ между нею и указателемъ — промежуткомъ, оцѣниваемымъ на глазъ; напримѣръ, на предыдущихъ чертежахъ положеніе указателя *b* можно оцѣнить: 29°25′ и 306°40′. Такая грубая оцѣнка допускается лишь въ инструментахъ малой точности; для болѣе правильной и точной оцѣнки промежутка между младшею черточкою лимба и указателемъ на алидадѣ устраиваютъ вспомогательную шкалу, изобрѣтенную въ 1630 г. директоромъ монетнаго двора въ Франшконте *Вернье* (1580—1637) и называемую по его имени *верньеромъ*. Это приспособленіе основано на свойствѣ глаза весьма точно судить о совпаденіи черточекъ, нарѣзанныхъ на двухъ рядомъ стоящихъ шкалахъ.

Для изготовленія верньера дугу вспомогательной шкалы, соотвѣтствующую извѣстному числу промежутковъ между чер-

точками на лимбѣ, раздѣляютъ черточками же на число промежутковъ единицею больше или меньше. Въ первомъ случаѣ получается *прямой*, а во второмъ *обратный* верньеръ. Разсмотримъ сперва прямой верньеръ, т. е. примемъ, что дуга, заключающая $n-1$ промежутковъ между черточками на лимбѣ, раздѣлена по верньеру на n равныхъ частей. Назовемъ угловое разстояніе между двумя сосѣдними черточками на лимбѣ черезъ T, а на верньерѣ черезъ t; изъ предыдущаго слѣдуетъ равенство

$$T\,(n-1) = t\,.\,n$$

откуда:

$$T - t = \frac{T}{n} \tag{78}$$

Разность $T-t$ называется *точностью верньера* и выражаетъ разность угловыхъ величинъ промежутковъ между двумя рядомъ стоящими черточками на лимбѣ и на верньерѣ; формула (78) показываетъ, что точность верньера равна промежутку между двумя рядомъ стоящими черточками на лимбѣ, раздѣленному на число промежутковъ на верньерѣ.

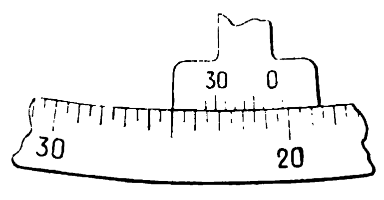
Если совмѣстить начальную черточку верньера, означенную 0 (такъ называемый *нульпунктъ* верньера), съ какою-нибудь черточкою лимба, то слѣдующая первая черточка будетъ отстоять отъ ближайшей младшей черточки лимба на угловую величину $T-t$, вторая черточка верньера будетъ отстоять отъ ближайшей младшей черточки лимба на $2\,(T-t)$, третья на $3\,(T-t)$ и т. д. Обратно, если какая-нибудь черточка верньера, напримѣръ, p совпадаетъ съ нѣкоторою черточкою лимба, то предыдущая черточка верньера $(p-1)$ будетъ отстоять отъ ближайшей младшей черточки лимба на $T-t$, слѣдующая на $2\,(T-t)$ и т. д.; начальная же черточка верньера, его нульпунктъ, будетъ отстоять отъ ближайшей младшей черточки лимба на угловую величину $p\,(T-t)$.

На этихъ простыхъ соображеніяхъ и основано опредѣленіе промежутка между указателемъ (нульпунктомъ) верньера и ближайшею младшею черточкою лимба. Прежде всего находятъ на лимбѣ то мѣсто, противъ котораго стоитъ начальная черточка верньера, его нульпунктъ, и запоминаютъ наименованіе ближайшей къ нему младшей черточки лимба; затѣмъ слѣдятъ глазомъ въ направленіи возрастающихъ дѣленій верньера и отыскиваютъ на немъ черточку, точно совпадающую съ одною

изъ черточекъ лимба. Нумеръ этой совпадающей черточки верньера, умноженный на его точность, и представляетъ отсчетъ по верньеру. Такимъ образомъ, если означить наименованіе ближайшей младшей черточки лимба черезъ a_0, а нумеръ совпадающей черточки верньера черезъ p, то отсчетъ a выражается формулою:

$$a = a_0 + p\,(T - t) \tag{79}$$

Самое перемноженіе нумера совпадающей черточки верньера на его точность обыкновенно устраняется тѣмъ, что подписи послѣдовательныхъ черточекъ на верньерѣ представляютъ уже готовый результатъ такого перемноженія; слѣдовательно, окончательный отсчетъ по верньеру равенъ просто наименованію ближайшей младшей черточки лимба, сложенному съ наименованіемъ совпадающей черточки верньера.



Черт. 159.

На черт. 159 изображена часть лимба, раздѣленнаго черезъ 30′, съ верньеромъ, на которомъ пространство, равное пяти промежуткамъ лимба, раздѣлено на 6 равныхъ частей, такъ что здѣсь $n = 6$ и $T - t = \frac{30'}{6} = 5'$. Совпадающая черточка верньера есть вторая, поэтому:

$$a = 20°30' + 2.5' = 20°40'$$

Однако по подписямъ на верньерѣ прямо видно, что его вторая черточка равна 10′, и потому:

$$a = 20°30' + 10' = 20°40'$$

Чтобы произвести вѣрный отсчетъ, не слѣдуетъ довольствоваться только разысканіемъ совпадающей черточки верньера, а необходимо внимательно осмотрѣть и сосѣднія: черточки верньера, лежащія по обѣимъ сторонамъ отъ совпадающей, должны симметрично расходиться съ черточками лимба, т. е. попарно отстоять на равныхъ промежуткахъ. На это обстоятельство надо обращать вниманіе особенно въ томъ случаѣ, если двѣ рядомъ лежащія черточки верньера кажутся одинаково хорошо совпадающими съ противолежащими имъ черточками лимба; которая изъ нихъ есть именно совпадающая, можно рѣшить только изслѣдованіемъ близлежащихъ черточекъ. Если сосѣднія черточки

симметрично расходятся не отъ одной, а отъ двухъ одинаково хорошо совпадающихъ, то отсчетъ равенъ среднему ариѳметическому изъ наименованій обѣихъ совпадающихъ черточекъ верньера; въ такомъ случаѣ точность отсчета будетъ вдвое больше точности верньера. Въ исключительныхъ случаяхъ, по кажущемуся совпаденію и расхожденію нѣсколькихъ черточекъ, иные ухитряются производить отсчеты даже въ четыре раза точнѣе точности верньера.

Въ виду только что объясненной пользы сосѣднихъ черточекъ, на верньерахъ всегда нарѣзаютъ одну или двѣ черточки до его начала и послѣ конца, чтобы судить о симметріи расположенія черточекъ въ тѣхъ случаяхъ, когда совпадающею оказывается одна изъ начальныхъ или конечныхъ черточекъ верньера. О существованіи этихъ *дополнительныхъ* черточекъ надо помнить: вмѣсто черточки лимба, ближайшей къ нулю верньера, иногда ошибочно отсчитываютъ черточку на лимбѣ, ближайшую къ первой дополнительной черточкѣ верньера.

При опредѣленіи положенія нулевой черточки верньера весьма полезно тутъ же на глазъ оцѣнить дробную часть промежутка на лимбѣ, чтобы знать, въ какомъ именно мѣстѣ верньера слѣдуетъ искать совпадающія черточки; несоблюденіе этого простого правила зачастую ведетъ къ большой потерѣ времени.

Выше было упомянуто, что обратный верньеръ отличается отъ прямого тѣмъ, что число промежутковъ на немъ единицею меньше, чѣмъ на соотвѣтствующей дугѣ лимба, т. е. промежутки между черточками на верньерѣ крупнѣе, чѣмъ на лимбѣ. Если назвать по прежнему разстояніе между двумя сосѣдними черточками на лимбѣ черезъ T, а на верньерѣ черезъ t, то для обратнаго верньера имѣемъ равенство

$$T\,(n+1) = t\,.\,n$$

откуда:

$$T - t = -\frac{T}{n} \qquad (80)$$

Разность $T - t$ тоже называется *точностью верньера*, и такъ какъ эта величина здѣсь отрицательная, то возрастающія подписи на обратномъ верньерѣ идутъ въ направленіи убывающихъ подписей черточекъ на лимбѣ. Производство же отсчетовъ по обратному верньеру ничѣмъ не отличается отъ отсчитыванія по прямому: сперва опредѣляютъ названіе ближайшей къ нуль-

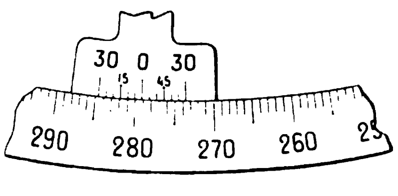
пункту верньера младшей черточки лимба, затѣмъ прибавляютъ къ нему наименованіе совпадающей черточки на верньерѣ.

Обратные верньеры особенно часто располагаются на шкалахъ, служащихъ для отсчитыванія высоты ртутнаго столба барометровъ. На черт. 160-омъ изображенъ такой верньеръ, точность котораго равна 0·1 линіи. Отсчетъ равенъ 29·83 дюйма.

На нѣкоторыхъ верньерахъ нульпунктъ составляетъ не начальную, а среднюю его черточку. Если промежутки между черточками на верньерѣ меньше промежутковъ на лимбѣ, т. е. если верньеръ прямой, то возрастаніе подписей на немъ идетъ въ направленіи возрастанія подписей на лимбѣ, но сперва на одной половинѣ черточекъ, а затѣмъ на другой. Отсчеты дѣлаются по общимъ вышеописаннымъ правиламъ. На черт. 161-омъ изображенъ такой верньеръ, точность котораго равна 5′; отсчетъ равенъ 279°10′.

Черт. 160.

Формулы (78) и (80) показываютъ, какъ *опредѣлить точность верньера:* надо либо вычислить ее, раздѣливъ величину промежутка между двумя рядомъ стоящими черточками лимба на полное число промежутковъ на верньерѣ (отбросивъ дополнительныя черточки), либо просто найти цѣну одного дѣленія верньера, внимательно разсмотрѣвъ на немъ подписи.



Черт. 161.

Механикамъ, занимающимся изготовленіемъ верньеровъ, часто приходится рѣшать обратную задачу: построить для готоваго лимба верньеръ заданной точности. Эта задача рѣшается по формулѣ (78), но здѣсь неизвѣстною величиною будетъ не точность $T - t$, а число дѣленій n, которое получается изъ выраженія:

$$n = \frac{T}{T - t} \qquad \textbf{(81)}$$

Пусть для лимба, раздѣленнаго черезъ 1°, требуется устроить верньеръ, позволяющій отсчитывать съ точностью до 2′; здѣсь

$$n = \frac{1^\circ}{2'} = \frac{60'}{2'} = 30$$

слѣдовательно, промежутокъ, заключающій 29 дѣленій на лимбѣ, долженъ быть на верньерѣ раздѣленъ на 30 равныхъ частей; такой верньеръ имѣется, обыкновенно, на алидадахъ кипрегелей.

Пользуясь формулою (81), легко показать, что не всегда можно построить верньеръ произвольной точности. Нельзя, напримѣръ, для лимба, раздѣленнаго черезъ 1°, устроить верньеръ, дающій точность 5"; для этого случая формула (81) даетъ:

$$n = \frac{1^\circ}{5''} = \frac{3600''}{5''} = 720$$

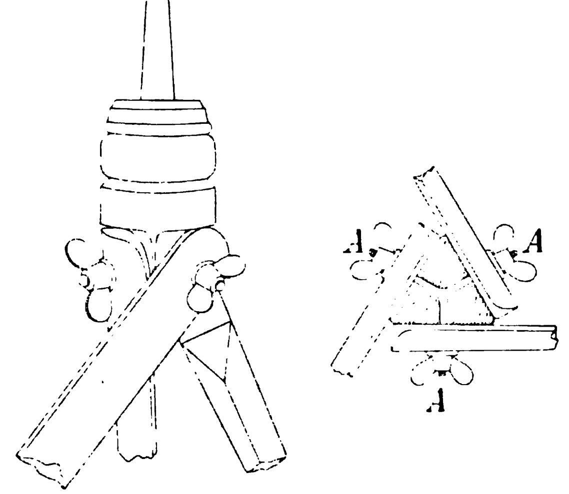
что, очевидно, невозможно, потому что на данномъ лимбѣ имѣется только 360 черточекъ.

Вообще помощью верньеровъ нельзя достигнуть весьма большой точности отсчетовъ, такъ какъ, помимо указаннаго обстоятельства, черточки на лимбѣ и на верньерѣ нарѣзаются всегда съ нѣкоторыми ошибками въ ихъ положеніи. На самыхъ лучшихъ дѣлительныхъ машинахъ «ошибки черточекъ» достигаютъ ± 2", и потому, если точность отсчета верньера превосходила бы эту величину, то вмѣсто одной совпадающей черточки было бы всегда нѣсколько, а между ними расположились бы черточки не совпадающія; наблюдатель все равно никакъ не могъ бы сдѣлать точнаго отсчета. Верньеры топографическихъ инструментовъ даютъ обыкновенно точность въ 5', 2' и 1' и лишь въ рѣдкихъ случаяхъ 30".

Верньеры почти всегда снабжаются *лупами*, для разсматриванія черточекъ въ увеличенномъ видѣ, и *иллюминаторами*, для усиленія освѣщенія: послѣдніе представляютъ наклонно поставленныя пластинки изъ матоваго стекла или бѣлой бумаги. Лупы, помимо увеличенія, полезны еще тѣмъ, что невольно заставляютъ смотрѣть на совпадающія черточки по линіи, перпендикулярной къ плоскости лимба. Это обстоятельство особенно важно тогда, когда черточки верньера и лимба не расположены въ одной плоскости: разсматривая такой верньеръ въ косвенномъ направленіи, при разныхъ наклонахъ луча зрѣнія, совпадающими будутъ казаться разныя черточки: произойдетъ явленіе, аналогичное параллаксу нитей въ зрительныхъ трубахъ (см. § 57). Смотря въ лупу, необходимо установить ее такъ, чтобы совпадающая черточка находилась въ серединѣ поля зрѣнія.

76. Треноги и винты. Полевые топографическіе инструменты бываютъ: *ручные*, которые при съемкѣ держатъ въ рукѣ, и

штативные, прочно устанавливаемые на мѣстности. Для установки простыхъ и легкихъ приборовъ пользуются коломъ, вбиваемымъ въ землю; сложные и тяжелые инструменты устанавливаются на штативахъ, главную составную часть которыхъ представляютъ *треноги*. Тренога доставляетъ инструменту требуемое положеніе какъ на горизонтальной площадкѣ, такъ и на покатости, потому что отдѣльнымъ ножкамъ можно придавать любой растворъ. На горизонтальномъ участкѣ растворъ всѣхъ трехъ ножекъ дѣлается одинаковымъ, такъ что концы ножекъ составляютъ равносторонній треугольникъ; при установкѣ же на покатости двѣ ножки располагаются болѣе отвѣсно въ сторону ската, а третья отгибается вверхъ къ сторонѣ подъема, и концы ножекъ составляютъ равнобедренный треугольникъ. Установку треноги надо расчитывать всегда такъ, чтобы инструментъ былъ на надлежащей высотѣ, сообразно росту наблюдателя.

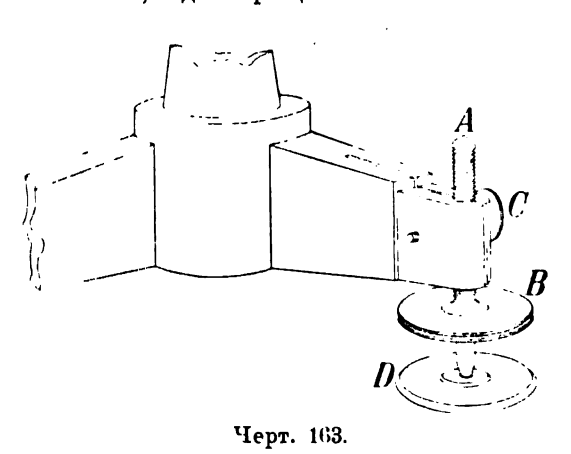


Черт. 162.

Каждая тренога состоитъ изъ *головки* и трехъ *ножекъ*. Головка дѣлается либо въ видѣ трехгранной призмы (черт. 162), либо въ видѣ плоской доски (черт. 407). Ножки удерживаются въ неподвижномъ положеніи при помощи *зажимныхъ винтовъ* A, гайки которыхъ вращаются или просто пальцами или особымъ ключемъ. Зажимные винты закрѣпляются лишь послѣ окончательной установки треноги, когда требуется, чтобы головка и ножки составляли какъ бы одно цѣлое. Передъ снятіемъ треноги для переноски на другое мѣсто, зажимные винты необходимо отпускать, послѣ чего не трудно уже сложить ножки вмѣстѣ. Вращеніе ножекъ при закрѣпленныхъ зажимныхъ винтахъ ведетъ, обыкновенно, къ раскалыванію верхнихъ частей, уже ослабленныхъ высверленными въ нихъ отверстіями.

Нижніе концы ножекъ ради прочности и болѣе удобнаго втыканія въ землю снабжаются желѣзными *башмаками* и иногда еще *шпорами*. Нажимая ногою на шпору, надо давить не сверху внизъ, а по направленію самой ножки.

Такъ какъ однимъ растворомъ ножекъ треноги нельзя добиться вполнѣ точной установки инструмента, напримѣръ, привести лимбъ строго въ горизонтальное положеніе, то въ верхней части головки треноги или въ нижней части самого инструмента располагаютъ еще *подъемные винты;* оси ихъ стоятъ вертикально, а для вращенія они снабжаются головками (черт. 163, на которомъ A—подъемный винтъ, а B—его головка). Разстановкою ножекъ треноги инструментъ приводится въ горизонтальное положеніе грубо, приближенно; вращеніемъ же подъемныхъ винтовъ точно и окончательно. Чтобы подъемные винты сохраняли всегда плавное и достаточно тугое вращеніе, матки ихъ пропиливаются въ продольномъ направленіи и стягиваются особыми *контръ-винтиками* C. Подъ нижнія оконечности подъемныхъ винтовъ подкладываются иногда *плашки* D съ коническими углубленіями или радіальными дорожками, чтобы винты не врѣзались въ дерево головки треноги, не портили подставокъ и дѣйствовали правильно.

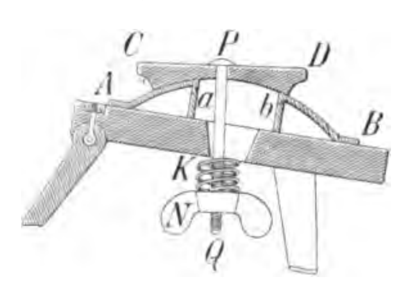


Черт. 163.

Инструментъ держится на головкѣ треноги либо только своимъ вѣсомъ, либо стягивается еще съ нею особымъ стержнемъ съ навинтованнымъ концомъ и гайкой; такой стержень называется *становымъ винтомъ*.

Въ послѣднее время стали дѣлать треноги со сферическими головками, которыя облегчаютъ и ускоряютъ приведеніе инструмента въ горизонтальное положеніе. Устройство сферической головки изображено на черт. 164: AB—мѣдная часть въ видѣ сферическаго сегмента съ большимъ отверстіемъ ab по серединѣ:

эта часть придѣлана неподвижно къ деревянной головкѣ обыкновенной треноги. На AB лежитъ мѣдная тарелка CD съ нижнею вогнутою сферическою поверхностью, одинаковаго радіуса съ выпуклою поверхностью AB; черезъ центръ тарелки проходитъ становой винтъ PQ съ гайкою N, причемъ между нижнею плоскостью головки и верхнею гранью гайки помѣщена сильная пружина K, позволяющая плотно скрѣпить тарелку съ головкою какъ при горизонтальномъ, такъ и при наклонномъ расположеніи головки треноги. Послѣ грубой установки треноги отпускаютъ гайку N и передвиженіями тарелки въ ту или другую сторону легко приводятъ верхнюю ея плоскость (и помѣщенный на ней инструментъ) въ горизонтальное положеніе, послѣ чего вновь закрѣпляютъ гайку N.

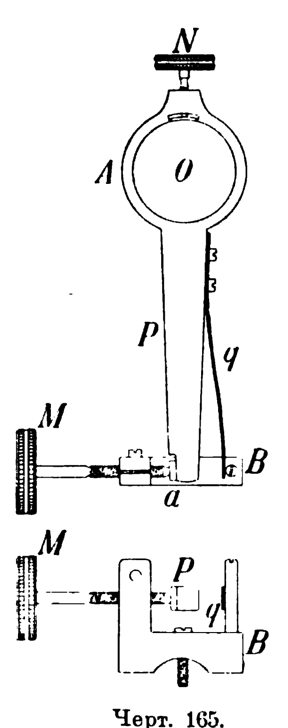


Черт. 164.

Въ каждомъ топографическомъ инструментѣ, за исключеніемъ самыхъ простыхъ, однѣ части остаются неподвижными во все время работы, другія же поворачиваются въ разныя стороны. Вращеніе подвижныхъ частей вообще совершается просто рукою, но точная ихъ установка, напримѣръ, наведеніе трубы на извѣстную точку наблюдаемаго предмета, недостижима такимъ грубымъ пріемомъ. Подвижная часть инструмента соединяется съ неподвижною при помощи двухъ винтовъ: *зажимного*, соединяющаго эти части послѣ грубой установки рукою, и *наводящаго*, позволяющаго подвижной части совершать незначительныя и плавныя перемѣщенія относительно неподвижной. Изобрѣтателемъ такого остроумнаго приспособленія былъ знаменитый данцигскій астрономъ *Гевелій* (1611—1687).

Простѣйшее расположеніе зажимного и наводящаго винтовъ изображено на черт. 165, представляющемъ сопряженіе горизонтальной оси зрительной трубы кипрегеля (черт. 374) съ его колонкою. На ось O надѣто кольцо A съ зажимнымъ винтомъ N, приливомъ P и пружиною q. Концы прилива и пружины сжаты внутри вилки B наводящимъ винтомъ M. Когда зажимной винтъ N ослабленъ, ось O, а, слѣдовательно, и связанная съ нею въ одно цѣлое зрительная труба вращаются совершенно

свободно рукою; послѣ же закрѣпленія винта N свободное вращеніе оси и трубы прекращается, медленное же движеніе трубы въ небольшихъ предѣлахъ достигается вращеніемъ наводящаго винта M. Именно, при его ввинчиваніи (положительное вращеніе) приливъ P, не смотря на противодѣйствіе пружины q, отходитъ вправо и заставляетъ кольцо A и скрѣпленную съ нимъ зажимнымъ винтомъ N ось O вращаться въ направленіи, обратномъ движенію стрѣлокъ часовъ; при вывинчиваніи же наводящаго винта M (отрицательное вращеніе) приливъ P, вслѣдствіе упругости пружины q, остается прижатымъ къ концу винта и, слѣдовательно, уклоняется влѣво, а кольцо A и скрѣпленная съ нимъ ось O поворачиваются въ направленіи движенія стрѣлокъ часовъ. При достаточной длинѣ прилива и маломъ ходѣ наводящаго винта значительный поворотъ послѣдняго производитъ ничтожное вращеніе оси, такъ что наблюдатель, умѣющій обращаться съ инструментомъ, можетъ наводить трубу весьма плавно и точно.



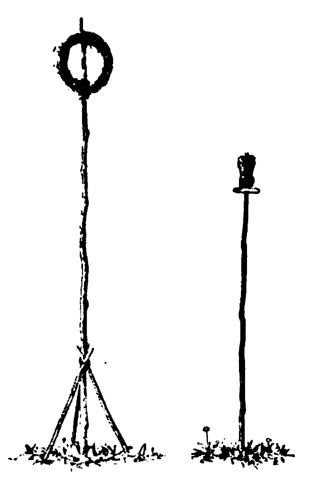
Черт. 165.

Необходимо замѣтить, что при положительномъ вращеніи наводящаго винта наблюдатель дѣйствительно нажимаетъ на приливъ и вращаетъ трубу; при отрицательномъ же вращеніи винта движеніе прилива происходитъ только отъ упругости противодѣйствующей пружины, и потому, если эта пружина ослабѣла или смазочное масло сгустилось (отъ времени или низкой температуры), то вращеніе оси дѣлается неровнымъ и неправильнымъ, какъ бы скачками. Вотъ отчего, въ какую бы сторону ни пришлось вращать наводящій винтъ, для точнаго наведенія зрительной трубы на предметъ принято оканчивать его движеніе непремѣнно положительнымъ вращеніемъ, т. е. вращеніемъ въ сторону, соотвѣтствующую сжатію противодѣйствующей пружины. При этомъ движеніи головка наводящаго винта, если смотрѣть на нее съ внѣшней стороны, поворачивается въ направленіи движенія стрѣлокъ часовъ.

X.

Означеніе и измѣреніе линій.

77. Вѣхи. Чтобы измѣрять линіи и углы на мѣстности, надо имѣть на ней готовыя и видимыя издали точки. Не многіе предметы (колокольни, мельницы, флагштоки, верстовые столбы и т. п.) могутъ быть видимы съ большихъ разстояній; большинство предметовъ или вовсе не видно издали (дороги, границы пашенъ и луговъ и т. д.), или представляетъ пространства, на которыхъ нѣтъ рѣзко означенныхъ точекъ (вершины горъ, хребтовыя и водораздѣльныя линіи и т. п.). Чтобы зарисовывать такіе предметы со всѣми подробностями, ихъ означаютъ искусственно — *вѣхами*. Вѣха (черт. 166) представляетъ жердь въ 2, 3 и болѣе саженей высоты съ навязаннымъ наверху пучкомъ соломы или хвороста и установленную вертикально на важной для съемочной цѣли точкѣ. Когда приходится ставить нѣсколько вѣхъ на близкихъ разстояніяхъ, то пучкамъ на ихъ вершинахъ придаютъ разнообразный видъ (кольцо, голикъ, поперечина и т. п.), чтобы не смѣшивать одну вѣху съ другою. Иногда вмѣсто пучка соломы или голика изъ хвороста на вершины вѣхъ навязываютъ флаги изъ кусковъ бѣлаго или цвѣтного коленкора.



Черт. 166.

Чтобы облегчить установку вѣхъ въ вертикальномъ положеніи, ихъ заостряютъ снизу и углубляютъ въ землю на 2—3 фута. На каменистомъ грунтѣ или, вообще, когда вѣху трудно

углубить въ землю, ее укрѣпляютъ подпорками, соединенными попарно хворостяными вицами. Въ лѣсахъ вѣхи привязываютъ къ высокимъ деревьямъ, для чего въ нижнихъ ихъ концахъ дѣлаютъ вырубки, какъ показано на черт. 167-мъ, и привязываютъ къ стволу дерева тоже хворостяными вицами при помощи закрутокъ.

Небольшія вѣхи вставляютъ въ землю непосредственно руками; на твердой же почвѣ не мѣшаетъ предварительно выби-

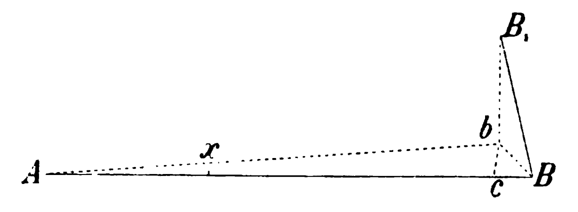


Черт. 167.

вать ямки заостреннымъ коломъ или желѣзнымъ ломомъ. Большія, тяжелыя вѣхи поднимаютъ козлами, составленными изъ двухъ жердей, связанныхъ у тонкихъ концовъ веревкою. Вѣхи, привязываемыя къ деревьямъ, поднимаютъ за комель при помощи каната, причемъ ихъ придерживаютъ руками рабочіе, заранѣе влѣзшіе на дерево. При подъемѣ и установкѣ большихъ вѣхъ нерѣдко встрѣчаются усложненія, но простые русскіе рабочіе своею природною сметкой всегда выручаютъ изъ затрудненій неопытныхъ производителей топографическихъ работъ.

Вѣхи должно устанавливать по возможности отвѣсно, потому

что тогда онѣ стоятъ прочнѣе, и наблюденіе точекъ, на которыхъ онѣ поставлены, выходитъ точнѣе. Разсмотримъ, какова ошибка, происходящая отъ визированія на вершину наклонно стоящей вѣхи. Пусть BB_1 вѣха, поставленная наклонно въ точкѣ B, а b проекція ея вершины (черт. 168). Ошибка визи-



Черт. 168.

рованія равна углу $bAB = x$. Опустивъ изъ b перпендикуляръ bc на AB, имѣемъ:

$$bc = Ab \cdot \sin x \qquad (a)$$

Если назвать уголъ B_1Bb наклоненія вѣхи черезъ α, уголъ bBc, составляемый проекціею bB съ прямою AB, черезъ β, а высоту вѣхи BB_1 черезъ h, то получимъ:

$$bc = bB \cdot \sin\beta \quad \text{и} \quad bB = h \cdot \cos\alpha$$

такъ что

$$bc = h \cdot \cos\alpha \cdot \sin\beta \qquad (b)$$

Сравнивая выраженія (a) и (b), получаемъ:

$$\sin x = \frac{h \cdot \cos\alpha \cdot \sin\beta}{Ab}$$

По малости угла x можно положить $\sin x = \frac{x'}{3438}$ и замѣнить длину Ab почти равнымъ ей разстояніемъ $AB = D$; тогда будетъ въ минутахъ дуги:

$$x' = 3438 \frac{h \cdot \cos\alpha \cdot \sin\beta}{D} \qquad \textbf{(82)}$$

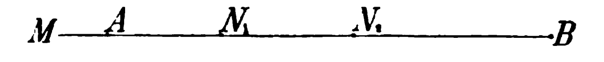
Изъ этой формулы прежде всего видно, что наклоненіе вѣхи вовсе не вліяетъ на точность наблюденій при $\beta = 0^\circ$ и $\beta = 180^\circ$, т. е. когда вѣха наклонена въ самой плоскости визированія. Во всѣхъ прочихъ случаяхъ ошибка визированія прямо-пропорціональна высотѣ вѣхи h и обратно-пропорціональна разстоянію D. Вотъ почему, когда наблюдатель видитъ, что вѣха стоитъ не совсѣмъ отвѣсно, то старается визировать не на вер-

шину, а возможно ближе къ основанію; эта предосторожность особенно полезна при наблюденіяхъ на близкихъ разстояніяхъ.

78. Провѣшиваніе линій. Если длинную прямую на мѣстности надо означить промежуточными знаками, какъ это дѣлается при разбивкѣ дорогъ, каналовъ и т. п., а также съ цѣлью болѣе точнаго ея измѣренія, то выставляютъ рядъ вѣхъ или кольевъ, выравниваемыхъ въ одну вертикальную плоскость, проходящую черезъ концы прямой. Такое дѣйствіе называется *провѣшиваніемъ линіи.* Промежуточныя точки обыкновенно означаются кольями небольшой высоты, неболѣе 1 сажени, очищенными отъ коры, что облегчаетъ видимость кольевъ издали и способствуетъ точности работы. Разстояніе между послѣдовательными кольями должно быть таково, чтобы съ каждой точки прямой были ясно видны по два кола въ ту и другую стороны. Смотря по характеру мѣстности, это разстояніе берется отъ 20 до 50 саженей; чѣмъ больше холмовъ и овраговъ, тѣмъ чаще должно ставить колья.

При провѣшиваніи прямыхъ могутъ встрѣтиться слѣдующіе случаи.

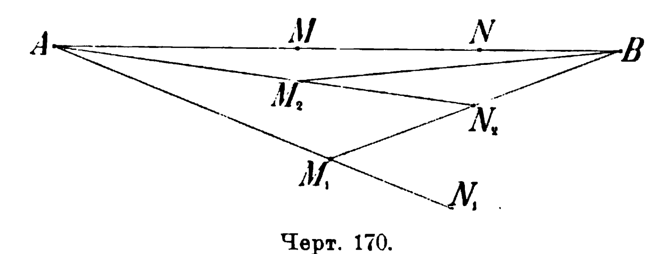
1. *Мѣстность ровная и открытая, концы прямой AB* (черт. 169) *доступны.* Въ этомъ случаѣ наблюдатель становится



Черт. 169.

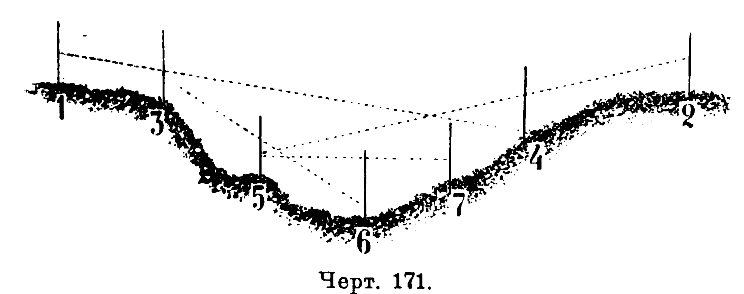
передъ началомъ линіи AB, въ точкѣ M, примѣрно въ разстояніи 1—2 шаговъ отъ вѣхи A, и смотритъ въ направленіи AB. Помощникъ, отойдя отъ A на требуемое разстояніе (20 — 50 саж.), выставляетъ первый колъ N_1 приближенно, стоя самъ внѣ линіи, чтобы не закрыть своимъ туловищемъ вѣху B; наблюдатель голосомъ или знаками исправляетъ положеніе кола, и когда онъ окажется точно на прямой линіи, то помощникъ вбиваетъ его прочно въ землю. Затѣмъ такимъ же образомъ выставляютъ колъ N_2 и т. д. Еще лучше начинать установку кольевъ отъ B къ A, потому что выставленные колья при неизбѣжныхъ отклоненіяхъ въ стороны не мѣшаютъ свободному взгляду по линіи.

2. *Мѣстность ровная и открытая, но концы прямой недоступны.* Положимъ, что требуется провѣшить линію AB (черт. 170), конечныя точки которой расположены за рѣкой, представляютъ колокольни или вообще вершины неприступныхъ зданій. Въ этомъ случаѣ двое рабочихъ берутъ по колу, и одинъ изъ нихъ, ставъ въ произвольной точкѣ N_1, приблизительно на



Черт. 170.

прямой AB, выравниваетъ колъ другого въ точку M_1, лежащую на прямой N_1A; вслѣдъ за этимъ второй рабочій выравниваетъ колъ перваго по линіи M_1B, въ точку N_2; подобнымъ же образомъ рабочіе послѣдовательно переставляютъ свои колья по линіямъ N_2A, M_2B и т. д., постепенно приближаясь къ прямой AB. Рабочіе «войдутъ въ линію», когда каждый изъ нихъ увидитъ, что колъ другого закрываетъ противоположный конецъ



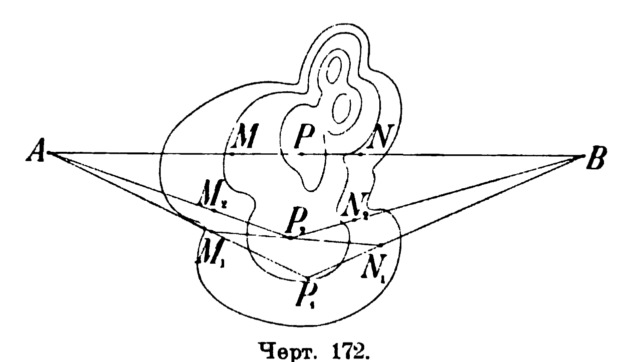
Черт. 171.

прямой, т. е. когда они поставятъ свои колья въ точки M и N на прямой AB. Опытные рабочіе не останавливаются на послѣдовательныхъ точкахъ, а, глядя другъ на друга, быстро примыкаютъ въ сторону, пока не войдутъ въ линію. Послѣ установки двухъ кольевъ M и N не трудно поставить и остальные, какъ объяснено для предыдущаго случая.

3. *Провѣшиваніе черезъ оврагъ.* Поставивъ сперва колья 1-ый и 2-ой (черт. 171) по одному изъ выше объясненныхъ способовъ,

всѣ слѣдующіе ставять въ вертикальныхъ плоскостяхъ, проходящихъ черезъ два уже стоящихъ кола; такъ, колъ 3-ій ставятъ въ плоскости, заключающей 1-ый и 2-ой, колъ 4-ый въ плоскости, заключающей 1-ый и 3-ій; колъ 5-ый въ плоскости, заключающей 2-ой и 4-ый, и т. д.

4. *Провѣшиваніе черезъ гору.* Если гора не позволяетъ примѣнить способа, объясненнаго въ п. 2, то прибѣгаютъ къ пріему, показанному на черт. 172. Одинъ рабочій ставитъ колъ въ точку P_1, приблизительно на прямой AB; затѣмъ онъ выравниваетъ колья M_1 и N_1 двухъ другихъ рабочихъ по прямымъ P_1A и P_1B, послѣ чего одинъ изъ рабочихъ, при колѣ M_1 или при колѣ N_1, выравниваетъ средняго рабочаго по линіи M_1N_1 въ точку P_2. Тѣ же дѣйствія повторяются снова въ той же послѣ-



Черт. 172.

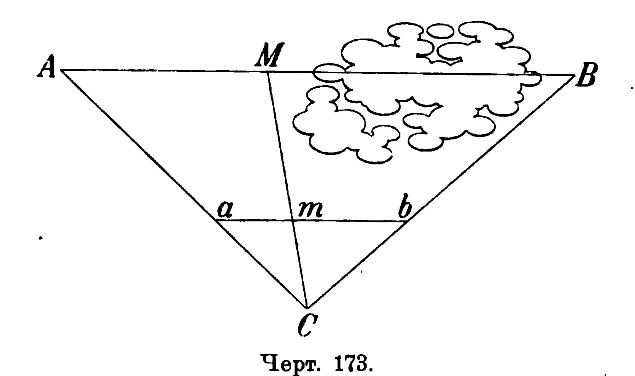
довательности и съ точки P_2, именно, средній рабочій выравниваетъ колья двухъ другихъ по линіямъ P_2A и P_2B въ точки M_2 и N_2, а эти, въ свою очередь, выравниваютъ его по прямой M_2N_2. Все это повторяется до тѣхъ поръ, пока, послѣ установки крайнихъ кольевъ, средній не окажется точно на прямой, ихъ соединяющей.

5. *Провѣшиваніе черезъ лѣсъ.* Если лѣсъ между конечными точками прямой AB (черт. 173) небольшой, и можно найти такую точку C, изъ которой видны A и B, то отмѣриваютъ по прямымъ CA и CB части

$$Ca = \frac{1}{n} CA \text{ и } Cb = \frac{1}{n} CB$$

гдѣ n какое-нибудь цѣлое число. Выбравъ затѣмъ на прямой ab произвольную точку m, провѣшиваютъ линію Cm и отмѣри-

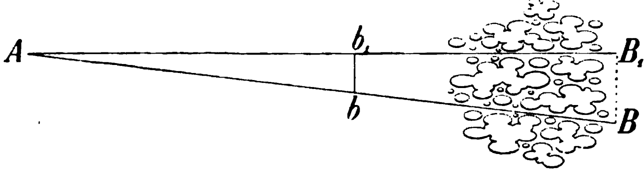
ваютъ на ней $CM = n \cdot Cm$. Легко понять изъ чертежа, что колъ, поставленный въ точкѣ M, окажется на прямой AB, и потому, если всѣ измѣренія произведены правильно, то просѣка, сдѣланная по продолженію линіи AM, выйдетъ на точку B.



Черт. 173.

Если лѣсъ такъ обширенъ, что на мѣстности нельзя найти точку, изъ которой были бы видны концы прямой AB, то прибѣгаютъ къ одному изъ слѣдующихъ двухъ способовъ:

a. Ведутъ прямолинейную просѣку приблизительно въ требуемомъ направленіи, напримѣръ, по звуку на голосъ. Сдѣлан-



Черт. 174.

ная просѣка и провѣшенная прямая AB_1 (черт. 174) окажутся, вообще, не въ направленіи на B; тогда изъ B опускаютъ на AB_1 и измѣряютъ перпендикуляръ BB_1. Потомъ изъ произвольно взятой до начала лѣса точки b_1 возставляютъ къ AB_1 перпендикуляръ и отмѣриваютъ на немъ длину b_1b, вычисленную изъ пропорціи:

$$\frac{bb_1}{BB_1} = \frac{Ab_1}{AB_1}$$

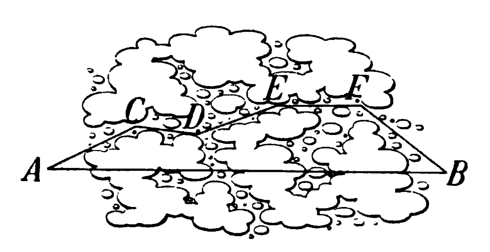
откуда

$$bb_1 = BB_1 \cdot \frac{Ab_1}{AB_1}$$

Новая просѣка, сдѣланная по направленію прямой Ab, выйдетъ на точку B.

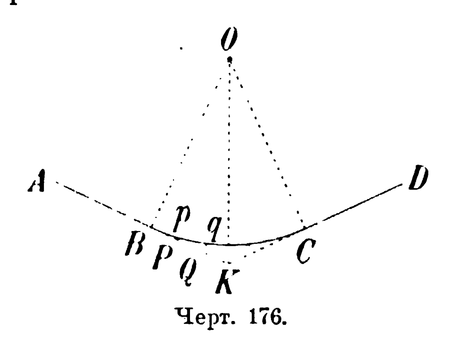
Этотъ способъ требуетъ рубки двухъ просѣкъ — приближенной и окончательной, что сопряжено съ излишнею потерею времени; кромѣ того нѣкоторые владѣльцы, не сочувствующіе производящимся на ихъ земляхъ топографическимъ работамъ, возмущаются двойною рубкою и, что всего обиднѣе, часто выражаютъ въ этомъ случаѣ сомнѣніе въ познаніяхъ производителя работъ, будто не съумѣвшаго сразу сдѣлать вѣрную просѣку. Слѣдующій способъ свободенъ отъ такихъ упрековъ.

b. Избираютъ по дорогѣ или по рѣдкимъ мѣстамъ лѣса произвольную ломаную линію $ACDEFB$ и измѣряютъ всѣ ея стороны и составляемые ими углы; затѣмъ всю эту ломаную линію наносятъ на бумагу въ произвольномъ масштабѣ и, соединивъ изображенія конечныхъ точекъ a и b, опредѣляютъ транспортиромъ уголъ cab. Поставивъ, наконецъ, въ точкѣ A угломѣрный инструментъ и направивъ его по линіи AB, составляющей съ AC полученный уголъ, ведутъ по AB вѣрную просѣку.



Черт. 175.

При проведеніи дорогъ и каналовъ весьма часто приходится разбивать на мѣстности не только прямыя, но и кривыя линіи. Если у кривой сложный видъ, то ее строятъ сперва на планѣ, а затѣмъ по точкамъ переносятъ на мѣстность, причемъ точки должно назначать такъ часто, чтобы видъ кривой ясно выразился поставленными кольями. Небольшія же круговыя дуги нерѣдко разбиваютъ и непосредственно на мѣстности. Пусть AB и CD (черт. 176) два прямолинейныхъ участка дороги, которые требуется соединить дугою круга даннаго радіуса R.



Черт. 176.

Въ этомъ случаѣ прежде всего находятъ точку K, пересѣченіе прямыхъ AB и CD, затѣмъ измѣряютъ уголъ AKD и откладываютъ по направленіямъ KA и KD равныя части $KB = a$ и $KC = a$, вычисляемыя по формулѣ:

$$a = R \cdot tg\, \alpha$$

гдѣ

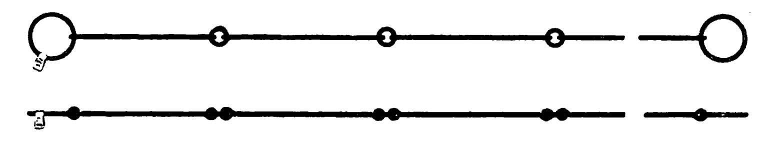
$$\alpha = 90^\circ - \frac{\angle AKD}{2}$$

Получивъ начальныя точки B и C, не трудно уже построить произвольное число точекъ дуги BC, возставляя изъ P, Q . . . перпендикуляры Pp, Qq . . ., вычисляемые по общей формулѣ:

$$y = R \quad \sqrt{R^2 - x^2}$$

въ которой для x слѣдуетъ брать разстоянія BP, BQ..., а величины y выразятъ длины искомыхъ перпендикуляровъ Pp, Qq....

79. Мѣрная цѣпь. Измѣреніе линій на мѣстности чаще всего производится такъ называемою *мѣрною цѣпью* (черт. 177), состоящею изъ 70 проволочныхъ звеньевъ, связанныхъ неболь-



Черт. 177.

шими кольцами. Каждое звено дѣлается въ 1 футъ, кромѣ крайнихъ, которыя немного короче и къ которымъ прикрѣплены большія кольца, надѣваемыя при работѣ на цѣпные колья. Длина крайнихъ звеньевъ расчитана такъ, чтобы разстояніе между центрами большихъ колецъ и центрами ближайшихъ малыхъ равнялось 1 футу, а вся цѣпь имѣла длину въ 10 саженей. Черезъ каждыя 7 звеньевъ, т. е. черезъ каждую сажень, къ соединительнымъ кольцамъ подвѣшены мѣдныя бляхи съ выбитыми на нихъ цифрами. Такимъ образомъ, цѣлыя сажени отсчитываются по бляхамъ, а футы по числу отдѣльныхъ звеньевъ.

Въ продажѣ встрѣчаются еще такъ называемыя сотенныя цѣпи, состоящія изъ 100 звеньевъ по 0·1 саж.

При каждой цѣпи имѣется два большихъ *цѣпныхъ кола* около 5 футовъ длиною съ крюками внизу, чтобы поддерживать

конечныя кольца и тащить цѣпь во время измѣренія, и десять малыхъ колышковъ или *бирокъ*, для отмѣтки на землѣ послѣдовательно пройденныхъ цѣлыхъ цѣпей. Одинъ цѣпной колъ и одна бирка изображены на черт. 178.

Измѣреніе линіи цѣпью производится двумя рабочими. Задній ставитъ свой цѣпной колъ въ начальную точку линіи и выравниваетъ передняго; передній, забравъ съ собою всѣ бирки, вытягиваетъ цѣпь приблизительно по прямой линіи и, удерживая свой колъ въ вертикальномъ положеніи, становится сбоку, чтобы не мѣшать заднему смотрѣть по линіи и указывать, должно ли переставить колъ вправо или влѣво. Когда колъ окажется выравненнымъ точно въ линію, то передній рабочій встряхиваетъ и натягиваетъ цѣпь, послѣ чего даетъ заднему еще разъ взглянуть по линіи и убѣдиться въ вѣрности установки. Если колъ стоитъ правильно, то задній рабочій кричитъ «цѣпь»; по этой командѣ передній втыкаетъ на мѣсто кола первую бирку и идетъ впередъ по линіи, волоча за собою цѣпь. Задній, двигаясь за переднимъ и дойдя до воткнутой бирки, опять кричитъ «цѣпь», останавливаетъ этимъ передняго, вынимаетъ бирку, ставитъ на ея мѣсто свой цѣпной колъ и вновь выравниваетъ передняго по линіи; передній, встряхнувъ и натянувъ цѣпь, послѣ новой команды задняго «цѣпь» втыкаетъ вторую бирку и идетъ дальше, причемъ работа продолжается въ томъ же порядкѣ. При переходѣ съ точки на точку надо слѣдить, чтобы цѣпь волочилась немного въ сторонѣ отъ линіи; иначе легко вырвать изъ земли поставленную бирку и потерять ея мѣсто. Для уменьшенія ошибокъ измѣреній должно стараться какъ цѣпные колья, такъ и бирки ставить по возможности отвѣсно. Когда передній рабочій израсходуетъ всѣ 10 бирокъ, то измѣреніе пріостанавливается, задній пересчитываетъ вынутыя имъ бирки и, убѣдившись, что ни одна не пропала и не осталась случайно въ землѣ, передастъ ихъ переднему; затѣмъ работа тотчасъ продолжается дальше.


Черт. 178.

Каждая передача бирокъ, указывающая, что пройдено 100 саженей, означается зарубкою на цѣпномъ колѣ или отмѣткою въ записной книжкѣ. Иные, на случай повѣрки измѣреній, во всѣхъ точкахъ, гдѣ кончались десятыя цѣпи, забиваютъ особые

заранѣе приготовленные колышки съ соотвѣтствующими зарубками. При измѣреніи очень длинныхъ линій на точкахъ, гдѣ кончались 100, 200 и т. д. саженей, зарубки на колышкахъ дѣлаются такъ: I II III IIII X XI XII XIII XIIII XX; на второй тысячѣ саженей эти зарубки повторяются вновь въ томъ же порядкѣ.

Дойдя до конца измѣряемой линіи, передній рабочій не останавливается, а идетъ впередъ, пока не услышитъ обычной команды задняго «цѣпь»; дробная часть цѣпи отсчитывается непосредственно по ближайшей задней бляхѣ и числу звеньевъ. Впрочемъ, если мѣсто не позволяетъ идти впередъ, то передній останавливается на концѣ линіи, а цѣпь натягивается заднимъ рабочимъ. Остатокъ равенъ тогда дополненію до 10 саж. отсчета, сдѣланнаго у послѣдней поставленной бирки.

Если означить число передачъ бирокъ черезъ a, число бирокъ, оказавшихся у задняго рабочаго, черезъ b, а дробную часть цѣпи черезъ c, то длина измѣренной линіи въ саженяхъ выразится формулою:

$$D = 100\,a + 10\,b + c \qquad (83)$$

Передъ измѣреніемъ, какъ только цѣпь развернута, необходимо просмотрѣть, вполнѣ ли она вытянута, т. е. нѣтъ ли узловъ, образующихся около колецъ, соединяющихъ звенья; такой просмотръ не мѣшаетъ изрѣдка повторять и во время измѣренія. Узлы уничтожаются встряхиваніемъ цѣпи и непосредственно руками. При измѣреніи надо остерегаться промаховъ въ счетѣ передачъ бирокъ и счетѣ самыхъ бирокъ.

Производя измѣреніе на ровной и открытой мѣстности, рабочіе рѣдко отклоняются въ сторону; если же по линіи встрѣчаются впадины, со дна которыхъ не видны конечныя точки, означенныя вѣхами, то лучше предварительно провѣшить линію. Чтобы вполнѣ обезпечить измѣреніе отъ промаховъ, каждую линію измѣряютъ непремѣнно два раза, и если полученные результаты различаются болѣе, чѣмъ на 0·001 длины, то измѣреніе производится въ третій разъ. За окончательную длину принимаютъ среднее ариѳметическое изъ двухъ почти равныхъ результатовъ.

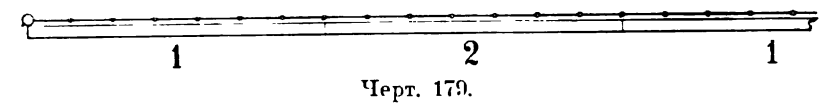
Расхожденія въ результатахъ измѣреній линіи цѣпью происходятъ отъ ошибокъ постоянныхъ и случайныхъ. Послѣднія являются отъ уклоненій измѣренія въ стороны, отъ не вер-

тикальной постановки цѣпныхъ кольевъ и бирокъ, отъ того, что задній цѣпной колъ не попадаетъ какъ разъ въ центръ отверстія, оставленнаго вынутою биркою, и, наконецъ, отъ грунта мѣстности. У опытныхъ рабочихъ эти ошибки не велики и въ общемъ для ровнаго, твердаго луга составляютъ не болѣе $\pm$ 0·001 измѣренной линіи. На основаніи общей теоріи случайныхъ ошибокъ относительная погрѣшность измѣренія уменьшается съ увеличеніемъ длины линіи. На мѣстности кочковатой и болотистой ошибка измѣренія всегда больше и при неблагопріятныхъ условіяхъ погоды и мѣстности можетъ достигнуть $\pm$ 0·005 длины измѣренной линіи.

Что касается постоянныхъ ошибокъ, то онѣ происходятъ только отъ невѣрности самой цѣпи, которая должна быть предварительно опредѣлена и принята въ расчетъ при вычисленіи длины линіи. Если цѣпь длиннѣе 10 саженей, то результатъ измѣренія меньше истинной длины линіи, и въ него надо ввести поправку со знакомъ +; если же, наоборотъ, цѣпь короче 10 саженей, то въ результатъ слѣдуетъ ввести поправку со знакомъ —.

Истинная длина цѣпи опредѣляется сравненіями ея съ *нормальною саженью* или вообще съ мѣрою, длина которой извѣстна. Приэтомъ не мѣшаетъ провѣрить не только длину всей цѣпи, но каждую сажень и даже каждое отдѣльное звено, такъ какъ въ остатокъ c формулы (83) входитъ обыкновенно лишь часть цѣпи.

Для сравненія цѣпи приготовляютъ два деревянныхъ бруска по 1 сажени, откладываемой съ нормальной сажени штанген-



Черт. 179.

циркулемъ; на этихъ брускахъ отмѣчаютъ дѣленія на футы или десятыя доли сажени. Выбравъ ровное мѣсто на лугу, а еще лучше на полу закрытаго помѣщенія, растягиваютъ цѣпь во всю ея длину и къ началу ея, т. е. противъ центра большого кольца (черт. 179), прикладываютъ первый брусокъ, а затѣмъ по продолженію его второй до полнаго соприкосновенія; далѣе снимаютъ первый брусокъ и кладутъ его за вторымъ и т. д. до конца цѣпи. Для правильной укладки брусковъ можно

предварительно натянуть бичеву; при укладкѣ каждаго бруска слѣдятъ за тѣмъ, чтобы отнюдь не толкнуть лежащаго на мѣстѣ.

Положеніе конца десятой сажени относительно центра конечнаго кольца покажетъ, имѣетъ ли цѣпь ровно десять саженей или нѣтъ. Если нѣтъ, то разность измѣряется циркулемъ по масштабу и принимается въ расчетъ при вычисленіи длины линій, измѣренныхъ невѣрною цѣпью.

Пусть разность между длиною цѣпи и 10 саженями (съ соотвѣтствующимъ знакомъ + или —) равна k; выразивъ ее въ саженяхъ и раздѣливъ на 10, получимъ «поправку» каждой отмѣренной цѣпью сажени. Поэтому число D саженей, измѣренныхъ невѣрною цѣпью, должно быть исправлено величиною $D \cdot \frac{k}{10}$, такъ что истинная длина линіи (D_0) получится по формулѣ:

$$D_0 = D + D\,\frac{k}{10} \tag{84}$$

гдѣ k, какъ упомянуто выше, равно длинѣ цѣпи минусъ 10 саженей.

Числовой примѣръ. Сравненіе цѣпи съ нормальною мѣрою показало, что цѣпь короче 10 саженей на 4·2 дюйма; въ данномъ случаѣ $k = -0{\cdot}05$ саж. Если такою цѣпью получена для длины линіи величина $D = 1272{\cdot}5$ сажени, то истинная длина будетъ:

$$D_0 = 1272{\cdot}5 - \frac{1272{\cdot}5 \,.\, 0{\cdot}05}{10} = 1266{\cdot}1 \text{ саж.}$$

Такъ какъ случайныя ошибки измѣренія цѣпью достигаютъ 0·001 самой линіи, то поправку за постоянную ошибку слѣдуетъ вводить лишь въ томъ случаѣ, если она составляетъ величину, большую 0·001 D, т. е. если $k > 0{\cdot}01$ сажени, или, приблизительно, больше 1 дюйма. Если разность между длиною цѣпи и 10-ью саженями равна или меньше 0·01 сажени, то такою цѣпью можно пользоваться, какъ вѣрною, т. е. не вводить поправки за ея постоянную ошибку.

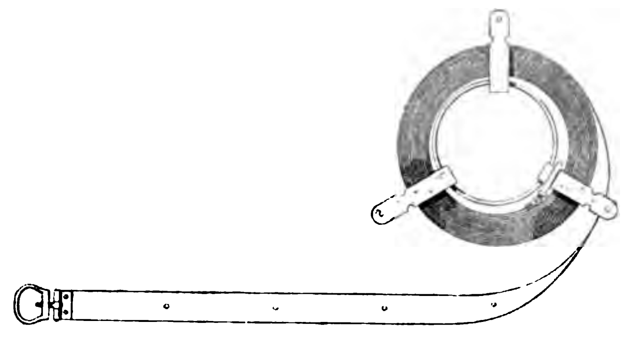
80. Лента и тесьма. Для измѣренія разстояній на топографическихъ съемкахъ пользуются иногда *мѣрною лентою* (черт. 180), сдѣланною изъ тонкой полосы стали около 1 дюйма ширины съ ручками на концахъ.

Длина ленты, какъ и мѣрной цѣпи, бываетъ 10 саженей; отдѣльныя сажени и футы означаются мѣдными пуговками, вкле-

панными въ тѣло ленты. При храненіи и перевозкѣ лента собирается въ плотное спиральное кольцо, стягиваемое особыми обоймицами.

Измѣреніе линіи лентою производится подобно тому, какъ и цѣпью, но при ней не пользуются концевыми кольями, а держатъ за ручки непосредственно. Означеніе отложенныхъ лентъ на мѣстности дѣлается особыми проволочными бирками.

По сравненію съ цѣпью лента представляетъ то преимущество, что она не вытягивается, гораздо легче, меньше провисаетъ при прокладкѣ черезъ канавы и ямы и потому, какъ показалъ опытъ, даетъ болѣе точные результаты. Относительная



Черт. 180.

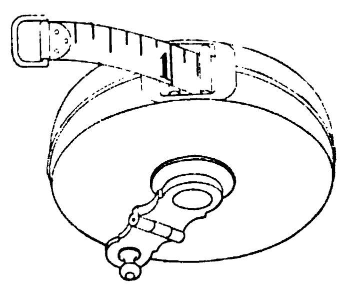
ошибка измѣренія не превосходитъ ± 0·0005 длины. Зато лента не такъ прочна, требуетъ бережнаго обращенія и въ случаѣ разрыва не можетъ быть исправлена мѣстными средствами.

Лента особенно пригодна для измѣреній по дорогамъ и на ровной и открытой мѣстности; въ кустахъ и по кочкамъ надо предпочесть цѣпь.

Для измѣренія небольшихъ разстояній, напримѣръ, при промѣрахъ внутри зданій, для измѣренія высоты вѣхъ и т. п. весьма удобна *мѣрная тесьма*, представляющая холщевую полоску 10-ти саженей длины, раздѣленную обыкновенно не только на сажени и футы, но даже на дюймы и еще болѣе мелкія части (черт. 181). Тесьма хранится въ кожаномъ футлярѣ съ вращающеюся въ его центрѣ осью, снабженною складною рукояткой; одинъ конецъ тесьмы прикрѣпленъ къ этой оси, а другой имѣетъ кольцо, за которое вытягиваютъ тесьму при измѣреніи. По минованіи надобности тесьму наматываютъ обратно

на ось, вращая рукоятку. Иногда мѣрныя тесьмы дѣлаютъ изъ двухъ вываренныхъ въ маслѣ и склеенныхъ холщевыхъ полосокъ, между которыми для большей прочности вложено нѣсколько продольныхъ мѣдныхъ проволокъ.

По легкости и удобству обращенія тесьма превосходитъ цѣпь и даже стальную ленту, но зато она сильно вытягивается, не такъ прочна и при неосторожномъ обращеніи охотно разрывается. Для измѣренія длинныхъ линій на мѣстности она вовсе не годится.



Черт. 181.

Точность измѣренія линій тесьмою при умѣломъ обращеніи не ниже точности измѣренія лентою, т. е. ошибка измѣренія составляетъ около ± 0·0005 измѣренной длины.

Повѣрка ленты и тесьмы производится, подобно повѣркѣ цѣпи, при помощи нормальной мѣры и двухъ саженныхъ брусковъ. Вывѣренную тесьму весьма полезно имѣть при себѣ на съемкѣ для сравненій съ цѣпью.

81. Шагъ человѣка. Многіе умѣютъ ходить такъ ровно и дѣлать шаги столь одинаковые, что ихъ собственный шагъ можетъ служить прекрасною единицею мѣры длины. Обыкновенно шагъ человѣка почти равенъ аршину; поэтому, если пріучить себя считать не отдѣльные шаги, а черезъ два шага въ третій, производя счетъ поперемѣнно подъ правую и лѣвую ноги, то пройденное разстояніе получается непосредственно въ саженяхъ. Нѣкоторые любятъ считать шаги не тройками, а парами, но такой способъ утомителенъ, такъ какъ одна нога, по которой ведется счетъ, быстро устаетъ; при счетѣ тройками, обѣ ноги поочередно ставятся тверже, и пѣшеходъ не скоро почувствуетъ утомленіе. Долгимъ упражненіемъ можно привыкнуть вести счетъ въ умѣ и совершенно машинально, такъ что во время ходьбы можно предаваться другимъ съемочнымъ соображеніямъ. Послѣ каждой сотни троекъ шаговъ счетъ начинаютъ снова, потому что тяжело произносить, хотя бы и въ умѣ, большія трехзначныя числа. Для облегченія запоминанія пройденныхъ сотенъ троекъ шаговъ прибѣгаютъ къ послѣдовательному сги-

банію пальцевъ, отстегиванію пуговицъ или отмѣткамъ на бумажкѣ.

Для полученія удачныхъ результатовъ необходимо изслѣдовать свой шагъ, а не принимать его равнымъ одному аршину. Изслѣдованіе производится на такъ называемой «столбовой дорогѣ», по которой стоятъ верстовые столбы, или по любой линіи, измѣренной предварительно цѣпью. Такую линію, длиною не менѣе 1 версты, проходятъ нѣсколько разъ и выводятъ среднюю величину своего шага.

Если шагъ оказался значительно больше (бываетъ чаще) или меньше одного аршина, то, зная истинную его длину, не трудно переводить пройденныя разстоянія въ сажени. Пусть, напримѣръ, въ 1 верстѣ вышло 460 троекъ шаговъ; въ этомъ случаѣ для перевода троекъ шаговъ въ сажени должно число троекъ шаговъ въ любомъ пройденномъ разстояніи умножать на постоянное число $\frac{500}{460}=\frac{25}{23}$ или, что еще проще, на каждыя 23 тройки шаговъ прибавлять еще двѣ.

Можно вовсе избѣгнуть подобныхъ простыхъ вычисленій, если составить такъ называемый *масштабъ шаговъ*, сообразно полученному числу троекъ шаговъ въ нѣкоторомъ разстояніи, измѣренномъ цѣпью или инымъ образомъ. Пусть, какъ въ предыдущемъ примѣрѣ, получено въ 1 верстѣ 460 троекъ шаговъ; отсюда легко вычислить, что въ 100 тройкахъ шаговъ заключается приблизительно 109 саженей. Такимъ образомъ, для откладыванія на бумагѣ разстояній, измѣренныхъ на мѣстности шагами, надо брать по масштабу вмѣсто каждыхъ 100 троекъ шаговъ 109 саженей.

Еще проще *построить масштабъ шаговъ* для даннаго масштаба съемки. Пусть въ томъ же примѣрѣ масштабъ съемки былъ 250 саж. въ дюймѣ. Такъ какъ въ 500 саженяхъ оказалось 460 троекъ шаговъ, то въ 250 саж. на мѣстности или въ 1 дюймѣ на бумагѣ заключается 230 троекъ шаговъ. Чтобы избѣжать некруглыхъ чиселъ въ дюймовыхъ дѣленіяхъ, составимъ пропорцію:

$$x : 1 = 250 : 230$$

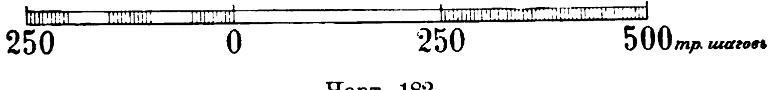
откуда

$$x = \frac{250}{230} = 1{\cdot}087 \text{ дюйма.}$$

Отложимъ на прямой (черт. 182) равныя части, по 1·087 дюйма, взятыя съ нормальнаго поперечнаго масштаба, и на каж-

домъ дѣленіи подпишемъ числа 0, 250, 500 и т. д. Хотя эти числа выражаютъ тройки шаговъ, но, откладывая по такому масштабу отсчитанныя на мѣстности тройки шаговъ, на бумагѣ будемъ имѣть разстоянія непосредственно въ саженяхъ.

Точность измѣренія линіи шагами довольно разнообразна: она зависитъ какъ отъ мѣстности, такъ и отъ опытности и состоянія (физическаго и душевнаго) производителя работъ. На ровной и горизонтальной мѣстности шаги выходятъ почти одинаковыми, и измѣреніе производится, сравнительно, точно; на кочковатомъ лугу, по болоту и въ горахъ шаги всегда неодинаковы, и измѣреніе шагами дѣлается менѣе точнымъ. Равенство шаговъ нарушается при усталости и болѣзни производителя работъ, а также если онъ находится въ нравственно угнетенномъ



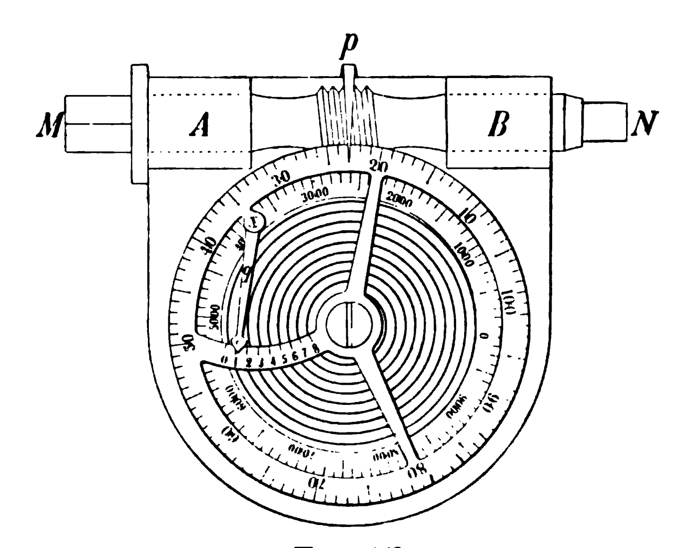
Черт. 182.

состояніи. Въ среднемъ можно положить, что ошибка измѣренія линіи шагами составляетъ около ± 0·02 пройденнаго разстоянія; здѣсь разумѣется уже изслѣдованный шагъ.

Не смотря на сравнительно малую точность измѣренія линій шагами, къ этому простому способу прибѣгаютъ весьма часто и не только на такъ называемыхъ глазомѣрныхъ съемкахъ, но и на съемкахъ инструментальныхъ, именно при измѣреніи тѣхъ небольшихъ разстояній, для которыхъ ошибка въ $^1/_{50}$ разстоянія не превосходитъ предѣльной точности масштаба. Въ § 7 было объяснено, что, напримѣръ, для масштаба 250 саженей въ одномъ дюймѣ предѣльная точность нанесенія линіи на бумагу составляетъ 1·25 сажени; поэтому всѣ разстоянія, не превосходящія 50-ти кратнаго этой величины, т. е. разстоянія до 62·5 сажени, могутъ измѣряться шагами безъ всякаго ущерба для точности съемки. Ошибки измѣренія такихъ разстояній будутъ всегда меньше 1·25 сажени и, слѣдовательно, не выразятся въ чертежѣ на бумагѣ. Вообще, при численномъ масштабѣ $\frac{1}{n}$, принимая ошибку измѣренія линіи шагами въ $\frac{1}{50}$ самаго разстоянія, можно безъ вреда измѣрять разстоянія шагами до $\frac{50 \cdot n}{200}$ дюймовъ, или, приблизительно, до 0·003 n саженей.

Odometers and Pedometers.

82. Одометры и шагомѣры. Существуютъ приборы, механически отсчитывающіе разстоянія; они имѣютъ обширное примѣненіе при географическихъ рекогносцировкахъ, но въ нѣкоторыхъ случаяхъ могутъ пригодиться и на съемкахъ. Выгода ихъ заключается въ опредѣленіи разстояній безъ всякаго труда и счета. Къ сожалѣнію большинство этихъ приборовъ довольно сложно и требуетъ частой починки. Для измѣренія разстояній, сдѣланныхъ въ экипажѣ по дорогѣ, служатъ *одометры*, а разстояній,



Черт. 183.

пройденныхъ пѣшкомъ — *шагомѣры*. Разсмотримъ простѣйшіе, нашедшіе примѣненіе на работахъ въ Россіи.

Одометръ (черт. 183), изобрѣтенный великимъ ученымъ эпохи Возрожденія *Леонардо да Винчи* (1452—1519) состоитъ изъ безконечнаго винта *MN*, вращающагося въ гнѣздахъ *A* и *B*. Къ мѣдной доскѣ, на которой укрѣплены стоечки съ гнѣздами, придѣлана ось съ насаженными на нее двумя равными колесами, имѣющими по внѣшнимъ краямъ зубцы, входящіе въ нарѣзы винта *MN*. На нижнемъ сплошномъ колесѣ имѣется 99, а на верхнемъ, состоящемъ изъ обода съ тремя спицами, 100 зубцовъ, сообразно чему окружность нижняго колеса раздѣлена на 99, а верхняго на 100 равныхъ частей, дѣленія которыхъ видны на чертежѣ. По этимъ дѣленіямъ отсчитываютъ обороты

винта *MN* по указателю *p*, общему для обоихъ колесъ. Послѣ каждаго оборота винта оба колеса поворачиваются на одинъ зубецъ и, слѣдовательно, на одно дѣленіе.

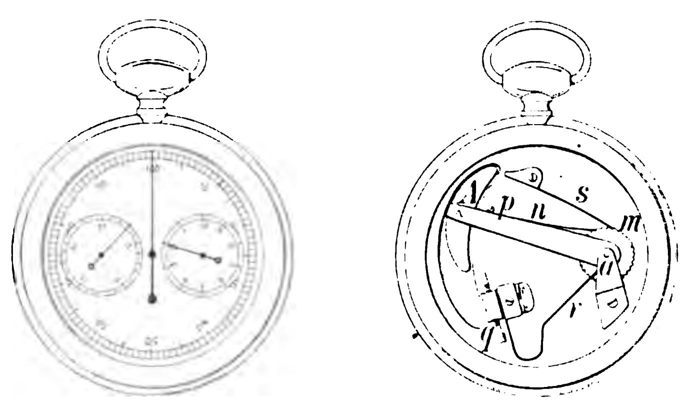
Пусть противъ указателя *p* приходятся нули обоихъ колесъ. Послѣ ста оборотовъ винта указатель будетъ стоять опять противъ 0 верхняго колеса и противъ 1-го дѣленія (100) нижняго; послѣ новыхъ ста оборотовъ винта указатель будетъ стоять противъ 0 верхняго колеса и противъ 2-го дѣленія (200) нижняго. Словомъ, по верхнему колесу отсчитываются отдѣльные обороты винта, а по нижнему сотни оборотовъ. Только послѣ 9900 оборотовъ винта оба круга прійдутъ въ первоначальное положеніе, и указатель будетъ вновь стоять противъ 0 и 0. Чтобы отсчитывать, сколько разъ винтъ сдѣлалъ полныхъ 9900 оборотовъ, къ верхнему колесу придѣлана стрѣлка *q* съ сосочкомъ, входящимъ въ спиральную дорожку, вырѣзанную въ нижнемъ сплошномъ колесѣ. По мѣрѣ относительнаго вращенія колесъ, стрѣлка подвигается по шкалѣ, сдѣланной на одной изъ спицъ верхняго колеса.

Оконечности винта *MN* вставляются по оси въ стѣнки цилиндрической коробки, внутри которой одометръ можетъ свободно вращаться. Коробка кладется въ кожаный чехолъ и привязывается ремнями между спицами колеса экипажа такъ, чтобы винтъ *MN* былъ перпендикуляренъ къ плоскости этого колеса. Во время ѣзды при каждомъ оборотѣ колеса поворачиваются коробка и ось одометра; самый же приборъ, т. е. его доска со счетными колесами, вслѣдствіе собственной тяжести, остается въ вертикальномъ положеніи, и потому обороты отсчитываются механически, сами собою.

Чтобы получить разстояніе при помощи одометра, необходимо тщательно измѣрить окружность колеса экипажа. Разстояніе равно длинѣ этой окружности, умноженной на разность отсчетовъ оборотовъ винта послѣ пріѣзда на мѣсто и до выѣзда. Приборъ даетъ, очевидно, длину пути, пройденнаго колесомъ повозки, и потому всѣ уклоненія въ сторону отъ направленія дороги и неровности ея полотна вводятъ всегда нѣкоторый «намѣръ»; среднюю величину такого намѣра, напримѣръ, на 1 версту пути, легко опредѣлить, проѣхавъ въ повозкѣ съ одометромъ заранѣе извѣстное разстояніе.

Шагомѣръ (черт. 184) имѣетъ видъ и размѣры обыкновенныхъ карманныхъ часовъ. Подъ передней стеклянной крышкой

помѣщается циферблатъ, на которомъ три отдѣльныя стрѣлки показываютъ число шаговъ, число сотенъ шаговъ и число верстъ (стрѣлка лѣваго маленькаго циферблата передвигается на одно дѣленіе послѣ 1500 ударовъ шагомѣра). Внутри прибора помѣщенъ тяжелый молоточекъ *A*, придѣланный къ рычажку, вращающемуся на оси *a*, на которую независимо отъ рычажка насажено еще зубчатое колесико *m*. При спокойномъ состояніи прибора рычажекъ отъ дѣйствія пружины *r* упирается въ оконечность винтика *p*, но при каждомъ толчкѣ молоточекъ опускается, рычажекъ ударяется въ конецъ винтика *q* и снова поднимается отъ упругости упомянутой пружины. При каждомъ опусканіи моло-



Черт. 184.

точка придѣланная къ нему пружинка *n* перескакиваетъ по зубцамъ колесика *m*, а при каждомъ поднятіи молоточка эта же пружинка, упираясь концомъ въ послѣдній попавшійся зубецъ, заставляетъ колесико *m* повернуться на извѣстный уголъ. Другая пружинка *s* имѣетъ цѣлью не допускать вращенія колесика *m* во время перескакиваній по его зубцамъ конца пружинки *n*. Вращеніе колесика *m* передается системѣ связанныхъ съ нимъ зубчатыхъ колесъ и черезъ нихъ стрѣлкамъ циферблата.

Шагомѣръ кладутъ въ карманъ или привѣшиваютъ къ пуговицѣ одежды, наблюдая, чтобы онъ имѣлъ всегда отвѣсное положеніе. При каждомъ шагѣ молоточекъ опускается и тотчасъ поднимается, передавая свое движеніе механизму.

Передъ пользованіемъ необходимо вывѣрить шагомѣръ, для

чего проходятъ съ нимъ заранѣе извѣстное разстояніе. Регулированіе размаховъ молоточка производится вращеніемъ винтика q помощью часового ключика. Регулированіе можно расчитать такъ, что шагомѣръ будетъ показывать не только число шаговъ, а прямо версты и сажени. Нѣтъ надобности прибавлять, что разстояніе получается всегда, какъ разность отсчетовъ по стрѣлкамъ по окончаніи пути и до его начала. Пользующійся шагомѣромъ долженъ стараться дѣлать равные шаги, не уклоняться въ стороны отъ намѣченнаго направленія и не топтаться на мѣстѣ.

За неимѣніемъ описанныхъ приборовъ, разстоянія могутъ быть опредѣлены еще *временемъ* ѣзды (въ экипажѣ или верхомъ) и ходьбы; для этого необходимо лишь замѣтить, сколько часовъ или минутъ потребно для проѣзда или прохожденія извѣстнаго разстоянія. Переводъ протекшаго времени въ разстояніе производится либо вычисленіемъ по пропорціи, либо графически по *масштабу времени*, который строится по правиламъ, объясненнымъ для составленія масштаба шаговъ въ § 81. Вообще можно принять, что лошадь рысью пробѣгаетъ 10—12 верстъ, шагомъ же, какъ и человѣкъ, проходитъ около 5 верстъ въ 1 часъ. Опредѣленіе разстояній временемъ ѣзды или ходьбы дѣлается, конечно, съ меньшею точностью, чѣмъ одометрами и шагомѣрами, тѣмъ не менѣе оно примѣняется весьма часто при маршрутныхъ съемкахъ въ экипажѣ, верхомъ и пѣшкомъ. Рѣдкій топографъ не имѣетъ нынѣ при себѣ карманныхъ часовъ.

83. Глазомѣръ. Въ § 49 объяснено, какимъ путемъ мы можемъ оцѣнивать разстоянія на глазъ. Этотъ пріемъ хотя и даетъ, вообще, весьма неточные результаты, зато онъ неоспоримо самый простой и быстрый. Чтобы развить глазомѣръ, слѣдуетъ возможно чаще упражняться, оцѣнивая на глазъ разстоянія, измѣренныя цѣпью или инымъ путемъ; весьма полезно заставлять себя на инструментальной съемкѣ при каждомъ опредѣленіи разстоянія засѣчками и дальномѣромъ оцѣнивать его предварительно на глазъ. Самостоятельныя упражненія въ развитіи глазомѣра производятся по кольямъ, разставленнымъ въ одну линію на извѣстныхъ разстояніяхъ, отмѣренныхъ цѣпью; эти разстоянія стараются затѣмъ опредѣлить глазомъ при разныхъ условіяхъ мѣстности, времени дня и погоды. Главная цѣль такихъ упражненій должна заключаться въ развитіи способности

освобождаться отъ побочныхъ обстоятельствъ, приводящихъ къ превратнымъ заключеніямъ о разстояніяхъ. Разсмотримъ главнѣйшія изъ нихъ.

1. Ярко освѣщенные предметы кажутся ближе, чѣмъ освѣщенные слабо, напримѣръ, находящіеся въ тѣни; пожаръ не только ночью, но и днемъ кажется всегда ближе истиннаго разстоянія. Ошибки въ разстояніяхъ отъ этой причины особенно велики въ туманъ и во время дождя.

2. Предметы, окрашенные въ яркіе цвѣта (бѣлый, желтый и красный), видны яснѣе и потому кажутся ближе, чѣмъ предметы, окрашенные въ цвѣта темные (черный, синій, коричневый). Въ туманную погоду разстоянія кажутся больше истинныхъ; послѣ бури и дождя, отъ отсутствія пыли, меньше истинныхъ.

3. Чѣмъ больше разница въ окраскѣ предмета и фона, на который онъ проектируется, тѣмъ предметъ кажется ближе; такъ, домъ, проектирующійся на небо, кажется ближе дома, за которымъ расположенъ лѣсъ или скатъ горы. Когда Солнце впереди, то оцѣниваемое разстояніе меньше, а когда Солнце сзади— больше истиннаго.

4. Крупные предметы, напримѣръ, большіе дома, группы деревьевъ, кучка людей, кажутся ближе, чѣмъ предметы мелкіе: маленькіе домики, одиноко стоящія деревья, отдѣльные люди.

5. Предметы, расположенные на ровномъ мѣстѣ, кажутся ближе, чѣмъ предметы, расположенные на холмистой мѣстности и вообще такъ, что между ними и глазомъ наблюдателя находятся промежуточные предметы. Всего болѣе сокращаются разстоянія, когда приходится ихъ оцѣнивать черезъ открытыя водныя пространства: противоположный берегъ рѣки или озера кажется всегда ближе, чѣмъ на самомъ дѣлѣ. Широкая долина или рѣка съ крутого берега кажутся менѣе широкими. То же относится къ пространствамъ, покрытымъ снѣгомъ.

6. При взглядѣ снизу вверхъ, изъ долины на вершину горы, предметы кажутся ближе, чѣмъ при наблюденіи сверху внизъ. Этимъ объясняется между прочимъ то обстоятельство, что отъ подошвы гора кажется всегда круче, чѣмъ въ дѣйствительности.

Каждому производителю топографическихъ работъ можно горячо посовѣтовать изслѣдовать и запомнить, съ какихъ разстояній онъ начинаетъ различать разныя подробности предметовъ. Для руководства можетъ служить слѣдующая табличка, составленная по многолѣтнимъ наблюденіямъ разныхъ лицъ.

Наименованіе предметовъ.	Разстоянія, съ которыхъ они дѣлаются видимыми.
Колокольни и большія башни	15—20 верстъ
Вѣтряныя мельницы	10 "
Деревни и большіе дома	8 "
Отдѣльные домики	5 "
Окна въ домахъ	4 "
Трубы на крышахъ	3 "
Отдѣльныя деревья и люди	2 "
Верстовые и другіе столбы	1 "
Переплеты въ окнахъ	250 саженей
Цвѣта и части одежды	125 "
Черепицы и доски на крышахъ	100 "
Пуговицы и металл. украшенія	80 "
Лица людей	75 "
Выраженіе лица	50 "
Глаза	30 "
Бѣлки глазъ	10 "

Точность опредѣленія разстояній глазомѣромъ весьма различна и зависитъ главнымъ образомъ отъ самыхъ разстояній и прозрачности воздуха. На 1 версту и далѣе ошибки опредѣленія достигаютъ 50% и даже больше; на малыхъ же разстояніяхъ ошибки значительно меньше и у опытныхъ лицъ не превосходятъ 10% разстоянія. Особенно благопріятные результаты получаются въ тѣхъ случаяхъ, когда разстоянія невелики и когда наблюдатель имѣетъ передъ собой нѣкоторую извѣстную длину, напримѣръ, развернутую десятисаженную цѣпь. Поэтому не только на такъ называемыхъ «глазомѣрныхъ», но даже на инструментальныхъ съемкахъ прибѣгаютъ къ глазомѣру при нанесеніи подробностей во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, когда ошибка не можетъ превзойти точности графическаго отложенія разстояній на бумагѣ. Если принять ошибку въ глазомѣрной оцѣнкѣ малыхъ разстояній въ 5%, т. е. 0·05 разстоянія, то этимъ простѣйшимъ способомъ можно опредѣлять разстоянія x, для которыхъ

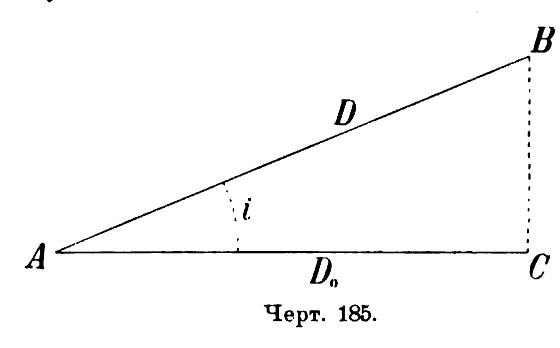
$$0{\cdot}05\, x = \frac{1}{200} \text{ дюйма}$$

откуда:

$$x = 0{\cdot}1 \text{ дюйма}.$$

Такимъ образомъ, при масштабѣ 100 саженей въ дюймѣ можно пользоваться глазомѣромъ до разстояній въ 10 саж., при масштабѣ 250 саж. въ 1 дюймѣ до разстояній въ 25 саж. и т. д.

84. Приведеніе къ горизонту. На планъ наносятъ горизонтальныя проложенія линій мѣстности; такъ какъ всѣ измѣряемыя при съемкахъ линіи обыкновенно не горизонтальны, то казалось бы, для вычисленія горизонтальной проекціи каждой линіи нужно знать уголъ, составляемый ею съ горизонтальною плоскостью. Въ дѣйствительности весьма рѣдко доводится измѣрять линіи съ большимъ уклономъ, а линіи съ малымъ угломъ наклоненія отличаются отъ своихъ горизонтальныхъ проекцій на величины, меньшія предѣльной точности масштаба, такъ что ихъ можно наносить на планъ, какъ горизонтальныя. Въ самомъ дѣлѣ, опредѣлимъ величину такъ называемаго «приведенія къ горизонту», т. е. разность между наклонною линіею и ея проекціею. Пусть на мѣстности измѣрена прямая $AB = D$ (черт. 185), составляющая съ горизонтальною плоскостью AC уголъ i. Опустимъ изъ точки B перпендикуляръ BC на AC и назовемъ величину проекціи AC черезъ D_0; изъ прямоугольнаго треугольника ABC имѣемъ:



Черт. 185.

$$D_0 = D \cdot \cos i$$

Замѣнивъ здѣсь $\cos i$ черезъ $1 - 2\sin^2 \frac{i}{2}$ и по малости угла $\frac{i}{2}$ подставивъ

$$\sin^2 \frac{i}{2} = \frac{i'^2}{2^2 \cdot (3438)^2}$$

получимъ:

$$D_0 = D\left(1 - \frac{i'^2}{2(3438)^2}\right)$$

откуда:

$$D - D_0 = \frac{D \cdot i'^2}{2(3438)^2} \qquad (85)$$

Разность $D - D_0$ называется *приведеніемъ* наклонной линіи

къ горизонту. Ее не трудно вычислить при помощи логариѳмовъ, но еще проще пользоваться нижеслѣдующею таблицею, въ которой по данному углу наклоненія i находятъ дробь, выражающую, какую часть измѣренной линіи составляетъ приведеніе къ горизонту. Изъ формулы (85) видно, что приведеніе $D—D_0$ при любомъ углѣ i величина положительная, т. е. проекція короче соотвѣтствующей наклонной, такъ что поправку за приведеніе всегда слѣдуетъ вычитать изъ измѣренной наклонной линіи.

i	$\frac{i'^2}{2(3438)^2}$	i	$\frac{i'^2}{2(3438)^2}$	i	$\frac{i'^2}{2(3438)^2}$
1°	0·000	11°	0·018	21°	0·066
2	·001	12	·022	22	·073
3	·001	13	·026	23	·079
4	·002	14	·030	24	·086
5	·004	15	·034	25	·094
6	·005	16	·039	26	·101
7	·007	17	·044	27	·109
8	·010	18	·049	28	·117
9	·012	19	·054	29	·125
10	·015	20	·060	30	·134

Числовой примѣръ. Измѣренная линія равна 283 саженямъ; уголъ ея наклоненія къ горизонту $i = 16°$. Въ данномъ случаѣ

$$D - D_0 = 283 . 0·039 = 11 \text{ саж.}$$

и потому:

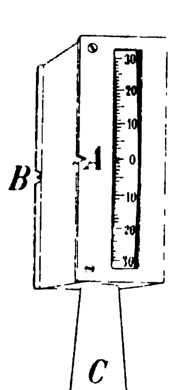
$$D_0 = 272 \text{ саженямъ.}$$

Изъ предыдущей таблицы легко усмотрѣть, въ какихъ именно случаяхъ можно пренебрегать приведеніемъ къ горизонту: дѣлать это можно тогда, когда приведеніе къ горизонту меньше ошибки измѣренія. Такъ, при измѣреніи линій цѣпью относительная ошибка, какъ было указано въ § 79, составляетъ $\pm$ 0·001 D, и потому приведеніемъ къ горизонту можно пренебрегать до угловъ наклоненія въ 3°; при измѣреніи шагами $\Delta D = \pm$ 0·02D, и потому въ этомъ случаѣ можно пренебрегать приведеніемъ къ горизонту до угловъ наклоненія въ 11° и т. п. Кромѣ того, надо помнить, что и линіи наносятся на бумагу съ извѣстною ошибкою (§ 7), и потому приведеніемъ къ гори-

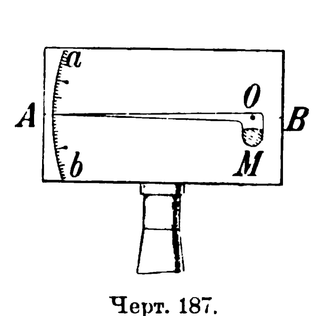
зонту можно еще пренебрегать всякій разъ, когда оно меньше предѣльной точности масштаба. Вообще при малыхъ углахъ наклоненія почти всегда можно наносить на планъ наклонныя линіи, полученныя непосредственными измѣреніями, т. е. считать ихъ равными своимъ проекціямъ.

Въ тѣхъ рѣдкихъ случаяхъ, когда приведеніе къ горизонту больше ошибки измѣренія или больше предѣльной точности масштаба, необходимо вводить поправку за приведеніе. Изъ формулы (85) видно, что для этого надо знать уголъ наклоненія измѣренной линіи; онъ получается любымъ угломѣрнымъ приборомъ, на инструментальныхъ съемкахъ чаще всего кипрегелемъ. Такъ какъ собственно для вычисленія приведенія не требуется знать уголъ наклоненія съ большою точностью, то не рѣдко пользуются простѣйшими угломѣрными снарядами, называемыми *эклиметрами*.

85. Эклиметры. Изъ многихъ приборовъ, служащихъ исключительно для измѣренія угловъ наклоненія линій на мѣстности, разсмотримъ эклиметръ швейцарскаго инженера *Бюрнье* (1818 — 1879). Онъ представляетъ небольшую прямоугольную коробку (черт. 186 и 187), въ прорѣзѣ которой неподвижно укрѣплена дуга, раздѣленная на градусы, а внутри помѣщенъ указатель, вращающійся на горизонтальной оси O и принимающій всегда горизонтальное положеніе отъ тяжести грузика M. На наружныхъ стѣнкахъ коробки сдѣланы вырѣзки A и B, представляющія какъ бы прицѣлъ и мушку для наведенія по наблюдаемымъ линіямъ. При наклонномъ положеніи прицѣльной линіи, а слѣдовательно, и самой коробки, указатель, остающійся горизонтальнымъ, непосредственно указываетъ соотвѣтствующій уголъ наклоненія. Этотъ приборъ своею втулкою C ставится на колъ, но его можно держать и просто въ рукѣ.

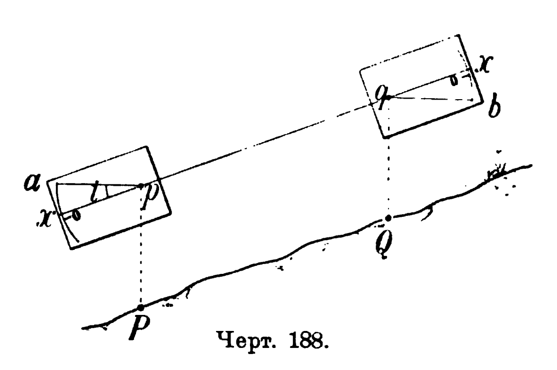


Черт. 186.



Черт. 187.

Когда прицѣльная линія или, какъ ее обыкновенно называютъ, *линія визированія*, горизонтальна, указатель долженъ стоять противъ 0°. Для повѣрки этого условія выбираютъ на покатой мѣстности двѣ точки P и Q (черт. 188) и измѣряютъ уголъ наклоненія туда и обратно, наблюдая, чтобы точки визированія и установки прибора были тѣ же, т. е. чтобы $Pp = Qq$. Положимъ, что 0° шкалы поставленъ невѣрно на нѣкоторую величину x; тогда, какъ видно изъ чертежа, гдѣ pa и qb представляютъ горизонтальныя линіи, при наблюденіи изъ точки p на q отсчетъ a даетъ уголъ больше истиннаго i на величину x, а при наблюденіи изъ q на p, наоборотъ, отсчетъ b даетъ уголъ меньше истиннаго угла наклоненія на ту же величину x, такъ что:



Черт. 188.

Для точки p ... $i = a - x$ $\qquad (p)$

— — q ... $i = b + x$ $\qquad (q)$

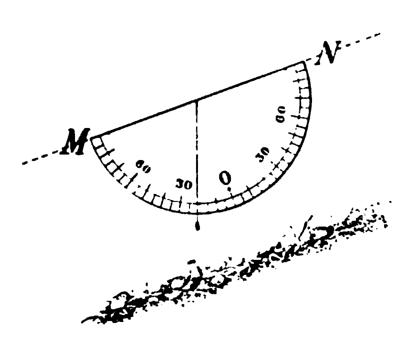
Отсюда, складывая и вычитая, получимъ:

$$i = \frac{a + b}{2} \qquad (86)$$

$$x = \frac{a - b}{2} \qquad (87)$$

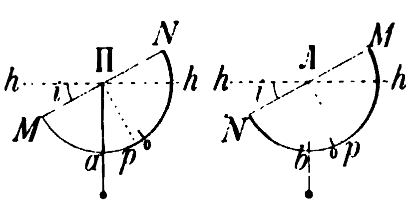
Такимъ образомъ, истинный уголъ наклоненія равенъ полусуммѣ отсчетовъ, сдѣланныхъ при наблюденіяхъ по той же линіи туда и обратно, а величина x, называемая *мѣстомъ нуля*, равна полуразности тѣхъ же отсчетовъ. Если $a = b$, т. е. $x = 0$, то эклиметръ вѣренъ, и отсчеты даютъ истинные углы наклоненія визируемыхъ линій; если же a не равно b, то, опредѣливъ однажды величину x по формулѣ (87) изъ наблюденій впередъ и назадъ, надо всѣ отсчеты исправлять за мѣсто нуля, какъ показываютъ формулы (p) и (q). Такъ какъ эклиметръ приборъ грубый, то малыми ошибками, меньшими 1°, почти всегда можно пренебрегать.

При неимѣніи описаннаго прибора или вообще эклиметра, сдѣланнаго механикомъ, не трудно и самому изготовить таковой изъ деревяннаго или картоннаго полукруга (черт. 189), къ центру котораго подвѣшивается на нити грузикъ, а дуга раздѣлена на градусы, причемъ 0° стоитъ противъ дѣленія, радіусъ котораго перпендикуляренъ къ визируемой линіи MN, и дѣленія подписаны въ обѣ стороны отъ 0° до 90°. Наблюденія такимъ приборомъ дѣлаются съ руки, наводя край MN вдоль той линіи, уголъ наклоненія которой требуется опредѣлить.



Черт. 189.

Нить съ грузикомъ должна указывать 0° при горизонтальномъ положеніи визирной линіи MN. Повѣрку этого условія можно произвести или подобно повѣркѣ только что описаннаго эклиметра Бюрнье, или еще гораздо проще съ одной точки стоянія. Именно, смотрятъ вдоль одной и той же линіи два раза при двухъ положеніяхъ эклиметра: отвѣсъ справа и отвѣсъ слѣва доски, относительно наблюдателя. На чертежѣ 190-омъ показаны эти два положенія, причемъ прицѣльныя прямыя MN и NM имѣютъ здѣсь одинъ и тотъ же уголъ наклоненія; прямыя hh горизонтальны, радіусы p изображаютъ перпендикуляры къ MN, а a и b представляютъ положенія отвѣса.



Черт. 190.

Если назвать отсчетъ по отвѣсу при горизонтальномъ положеніи прицѣльной линіи черезъ p, то изъ чертежа имѣемъ:

Для положенія П . . . $i = a - p$

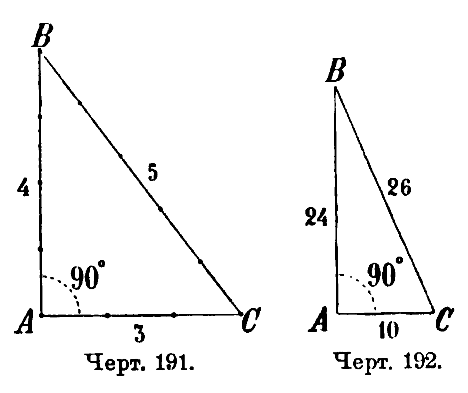
— — Л . . . $i = b + p$

Отсюда, складывая и вычитая, получаемъ формулы, тождественныя формуламъ (86) и (87):

$$i = \frac{a + b}{2}$$

$$p = \frac{a - b}{2}$$

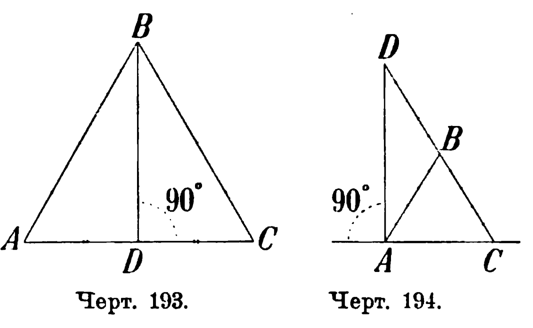
86. Задачи. При помощи цѣпи и кольевъ можно рѣшать на мѣстности множество простыхъ съемочныхъ задачъ *); большинство изъ нихъ можетъ быть рѣшено скорѣе и точнѣе болѣе совершенными топографическими инструментами, но бываютъ случаи, когда нѣтъ никакихъ приборовъ, колья же можно найти всюду, а цѣпь можно замѣнить веревкою, раздѣленною на сажени узлами или цвѣтными обвязками. Нижеслѣдующія задачи даютъ понятіе о примѣняемыхъ здѣсь способахъ.



Черт. 191. Черт. 192.

1. *Построить прямой уголъ.* Развернувъ цѣпь и взявшись за нее такъ, чтобы получились стороны въ 3, 4, 5 или 5, 12, 13 единицъ (футовъ, полусаженей), натягиваютъ концы и вбиваютъ колья A, B и C (черт. 191 и 192). Уголъ при точкѣ A будетъ прямой.

Другой болѣе простой способъ состоитъ въ построеніи равнобедреннаго или равносторонняго треугольника ABC (черт. 193) и дѣленіи его основанія AC пополамъ. Уголъ $BDC = 90°$. Можно еще, построивъ равнобедренный треугольникъ ABC (черт. 194), выставить на продолженіи BC колъ D такъ, чтобы $DB = BC$; уголъ $DAC = 90°$.



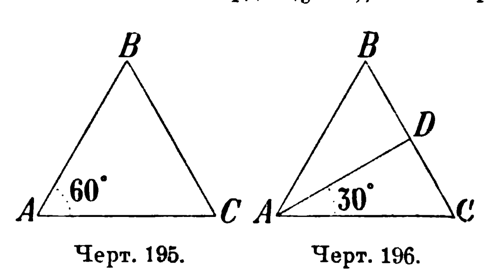
Черт. 193. Черт. 194.

2. *Построить уголъ въ 60°, 45° и 30°.* Для построенія угла въ 60° натягиваютъ три равныя части цѣпи, образовавъ равносторонній треугольникъ ABC (черт. 195), всѣ

*) Примѣненіе цѣпи или подобныхъ приборовъ было извѣстно уже древнимъ. Въ книгѣ пророка *Iезекіиля* (гл. 40—43) говорится о мужѣ, который имѣлъ льняную вервь и трость измѣренія, длиною въ 6 локтей. Въ Откровеніи *Іоанна Богослова* (гл. 21, ст. 15—17) упоминается о золотой трости для измѣренія городскихъ стѣнъ.

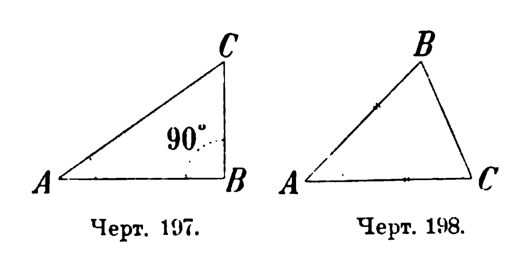
углы котораго, какъ извѣстно, равны 60°. Раздѣливъ, напримѣръ, сторону BC пополамъ (черт. 196) и поставивъ колъ въ точкѣ D, получимъ уголъ $DAC=30°$. Уголъ въ 45° получается построеніемъ прямоугольнаго треугольника съ равными катетами; каждый острый его уголъ равенъ 45°.

3. *Построить произвольный уголъ.* Пользуясь таблицами тангенсовъ и хордъ (§ 14), можно разбивать на мѣстности произвольные углы. Построивъ прямой уголъ ABC (черт. 197), откладываютъ на катетѣ линію BC, равную тангенсу требуемаго угла, вычисленному для радіуса AB. Имѣя таблицы хордъ, разбиваютъ треугольникъ ABC (черт. 198), въ которомъ стороны AB и AC принимаются равными единицѣ, а сторона BC равна длинѣ хорды требуемаго угла. Вмѣсто тупыхъ угловъ разбиваютъ сперва ихъ дополненія до 180°.



Черт. 195. Черт. 196.

4. *Измѣрить данный уголъ.* Для рѣшенія этой задачи на мѣстности поступаютъ обратно тому, что сказано въ предыдущей. Если имѣется таблица тангенсовъ, то, отмѣривъ по одной сторонѣ угла произвольное разстояніе AB (черт. 197), возставляютъ къ этой сторонѣ перпендикуляръ и измѣряютъ его длину до пересѣченія съ другою стороною угла. Пользуясь таблицами хордъ, отмѣриваютъ по обѣимъ сторонамъ угла равныя разстоянія AB и AC (черт. 198) и измѣряютъ хорду BC.



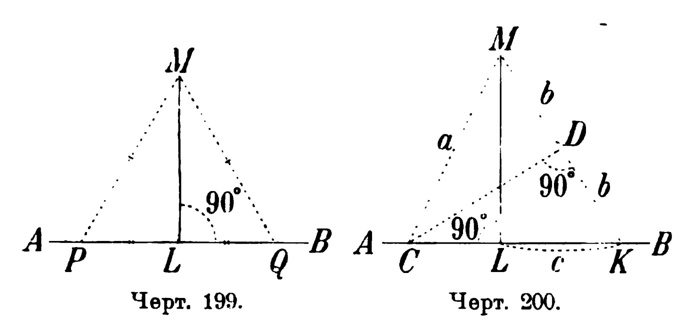
Черт. 197. Черт. 198.

Замѣтимъ, что эта и предыдущая задачи могутъ рѣшаться и безъ таблицъ тангенсовъ и хордъ, при помощи бумаги и транспортира. Именно, для разбивки даннаго угла на мѣстности строятъ его сперва на бумагѣ и по вершинѣ и двумъ точкамъ на сторонахъ переносятъ на мѣстность; для измѣренія же угла, уже имѣющагося на мѣстности, означаютъ двѣ произвольныя точки на его сторонахъ и переносятъ ихъ и вершину угла на

бумагу подобно тому, какъ строится треугольникъ по тремъ даннымъ сторонамъ. Эти простые пріемы едва ли требуютъ дальнѣйшихъ поясненій.

5. *Возставить перпендикуляръ* къ данной прямой въ данной точкѣ. Эта задача рѣшается по одному изъ способовъ, указанныхъ въ п. 1.

6. *Опустить перпендикуляръ* изъ данной точки на данную прямую. Удерживая конецъ цѣпи въ данной точкѣ M (черт. 199),



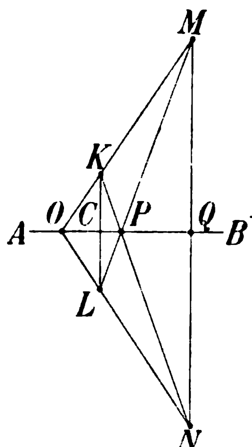
Черт. 199. Черт. 200.

находятъ точки P и Q, лежащія на данной прямой AB въ равныхъ разстояніяхъ отъ M. Середина L отрѣзка PQ будетъ основаніемъ перпендикуляра, опущеннаго изъ M на прямую AB.

Если точка M отстоитъ отъ данной прямой AB далѣе 10-ти саженей, то, избравъ на послѣдней произвольную точку C (черт. 200), измѣряютъ $CM = a$ и откладываютъ по направленію CB отрѣзокъ $CK = a$, послѣ чего измѣряютъ прямую MK и откладываютъ отъ K разстояніе $KL = c$, вычисляемое по формулѣ:

$$c = \frac{2b^2}{a}$$

которая легко выводится изъ подобія треугольниковъ CDK и MLK.

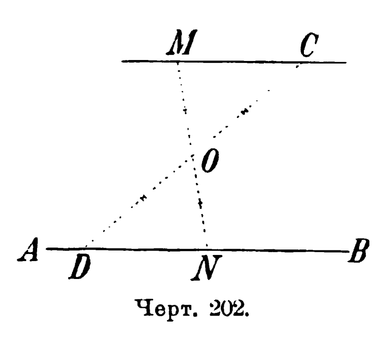


Черт. 201.

Наконецъ, если точка M недоступна, то изъ произвольно взятой на прямой AB точки C возставляютъ перпендикуляры CK и CL (черт. 201) равной длины и вбиваютъ въ K и L колья. Затѣмъ ставятъ колья O и P на пересѣченіяхъ продол-

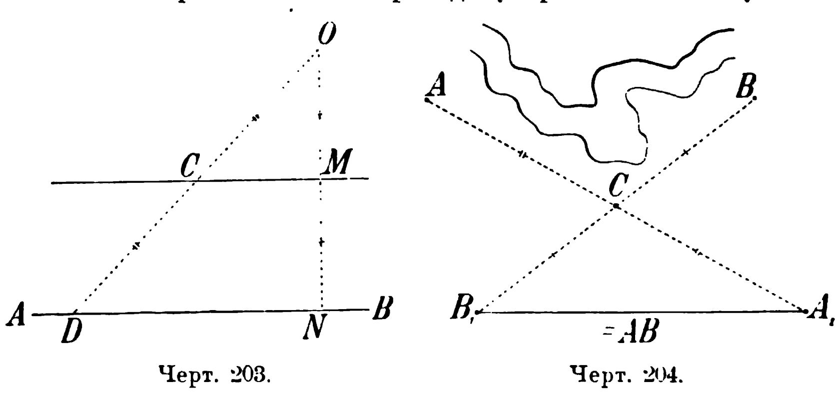
женія KM и ML съ AB, послѣ чего находятъ точку N на продолженіяхъ прямыхъ OL и KP. Остается найти на AB точку Q, лежащую на пересѣченіи AB съ MN; не трудно убѣдиться, что Q будетъ основаніемъ перпендикуляра, опущеннаго изъ точки M на прямую AB.

7. *Провѣшить черезъ данную точку прямую, параллельную данной.* Для рѣшенія этой задачи можно примѣнить возставленіе и опусканіе перпендикуляровъ (п. 5 и 6), но еще проще поступать такъ, какъ показано на черт. 202 и 203. На первомъ изъ нихъ черезъ данную точку C провѣшиваютъ произвольную прямую CD и дѣлятъ ее въ точкѣ O пополамъ; затѣмъ изъ произвольной точки N данной прямой AB провѣшиваютъ NO и на ея продолженіи откладываютъ $MO = ON$;



Черт. 202.

прямая MC, очевидно, будетъ параллельна AB. На второмъ черезъ данную точку C тоже сперва провѣшиваютъ произвольную прямую CD, но $CO = DC$ откладываютъ на ея продолженіи; затѣмъ изъ O провѣшиваютъ перпендикуляръ или наклонную ON



Черт. 203. Черт. 204.

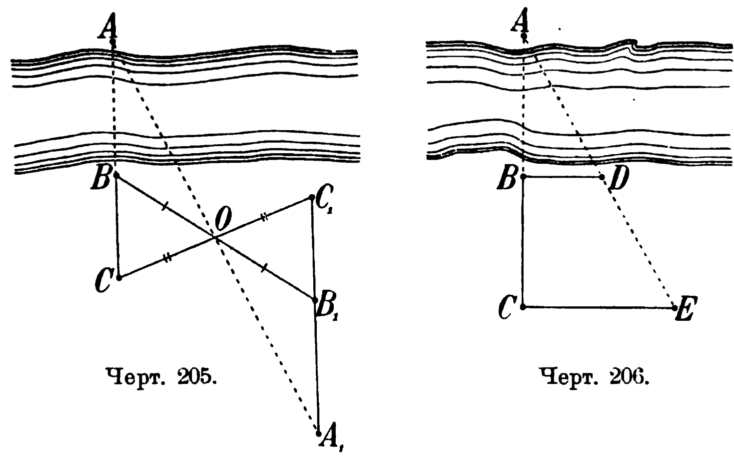
и дѣлятъ ON пополамъ въ точкѣ M; прямая CM будетъ параллельна AB.

8. *Опредѣлить длину прямой, пространство между концами которой неприступно* (черт. 204). Избираютъ произвольную точку C, изъ которой видны и доступны обѣ данныя,

провѣшиваютъ прямыя ACA_1 и BCB_1 и откладываютъ $CA_1 = AC$ и $CB_1 = CB$. Разстояніе A_1B_1, очевидно, равно AB.

9. *Опредѣлить разстояніе между двумя точками, изъ которыхъ одна неприступна. 1-ый способъ.* На продолженіи прямой AB (черт. 205) избираютъ произвольную точку C и по правиламъ, указаннымъ въ задачѣ 7-ой (черт. 202), провѣшиваютъ C_1B_1, параллельную AC. На этой прямой находятъ точку A_1, лежащую въ одной вертикальной плоскости съ точками A и O. Разстояніе A_1B_1, очевидно, равно AB.

2-ой способъ. Въ данной точкѣ B (черт. 206) и въ нѣкоторой другой C, на продолженіи AB, возставляютъ перпендику-



Черт. 205. Черт. 206.

ляры BD и CE и находятъ на нихъ точки D и E, лежащія на одной прямой съ A. Затѣмъ измѣряютъ разстоянія BC, BD и CE. Длина AB получается вычисленіемъ по формулѣ:

$$AB = \frac{BC \cdot BD}{CE - BD}$$

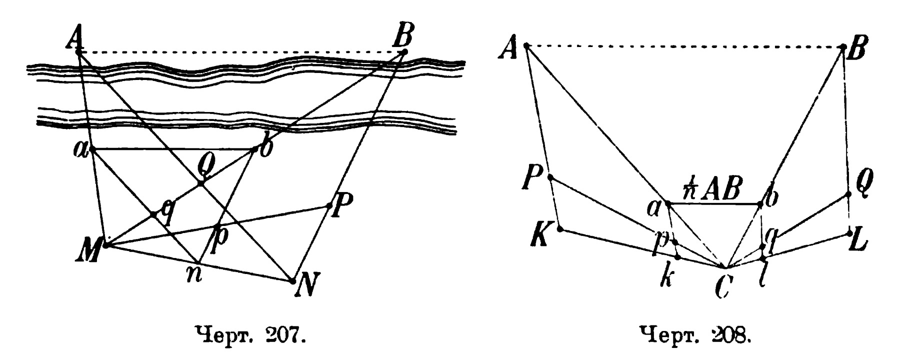
легко выводимой изъ подобія треугольниковъ ABD и ACE.

Эти пріемы могутъ быть примѣняемы для опредѣленія ширины рѣки. 2-ой способъ требуетъ меньше свободнаго пространства, но вообще менѣе точенъ, чѣмъ 1-ый.

10. *Опредѣлить разстояніе между двумя неприступными точками.*

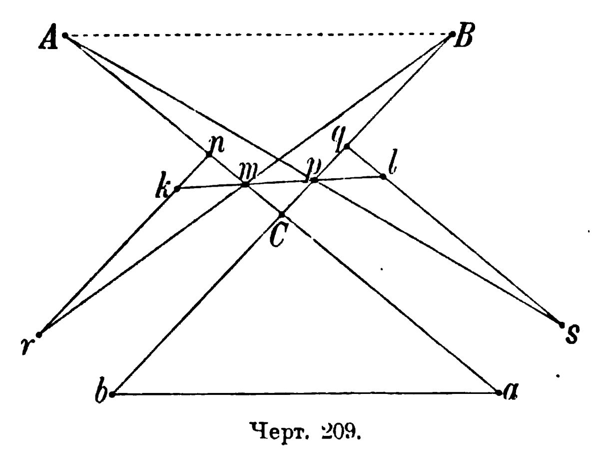
1-ый способъ. Избираютъ двѣ произвольныя точки M и N (черт. 207), изъ которыхъ видны обѣ данныя A и B, и въ

точкѣ n дѣлятъ прямую MN пополамъ. Затѣмъ на прямой NB берутъ произвольную точку P и, измѣривъ линію MP, дѣлятъ ее тоже пополамъ въ точкѣ p. Провѣшивъ прямую np до встрѣчи съ MB, получаютъ точку b, лежащую, очевидно, на серединѣ



Черт. 207. Черт. 208.

MB. Далѣе, найдя пересѣченіе прямыхъ AN и MB, т. е. точку Q, и измѣривъ разстояніе MQ, откладываютъ $Mq = {}^1/_2\, MQ$; если теперь продолжить nq до встрѣчи съ AM, то получится точка a, лежащая на серединѣ AM. Прямая ab равна половинѣ разстоянія AB. Ясно, что вмѣсто отложенія $Mn = {}^1/_2\, MN$ и $Mq = {}^1/_2\, MQ$ можно брать любыя одинаковыя части этихъ разстояній.



Черт. 209.

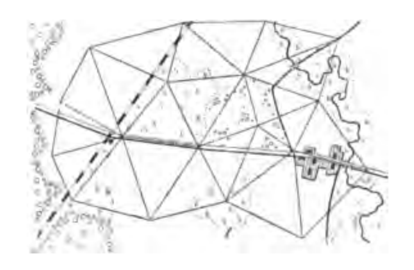
2-ой способъ. Изъ произвольной точки C (черт. 208) провѣшиваютъ прямыя CK и CL и откладываютъ на нихъ части Ck и Cl, соотвѣтственно равныя ${}^1/_n\, CK$ и ${}^1/_n\, CL$. Затѣмъ на прямыхъ KA и LB берутъ произвольныя точки P и Q и, измѣривъ линіи CP и CQ, откладываютъ на нихъ Cp и Cq, равныя ${}^1/_n\, CP$ и ${}^1/_n\, CQ$. Наконецъ, находятъ точки a и b пересѣченій продолженій kp и lq съ CA и CB. Прямая ab въ n разъ меньше искомаго разстоянія AB.

3-ій способъ. Избираютъ точку C (черт. 209) и на прямыхъ CA и CB отмѣряютъ $Cm = mn$ и $Cp = pq$; затѣмъ, провѣшивъ прямую mp, откладываютъ $mk = pl = mp$ и находятъ точки r и s встрѣчи продолженій прямыхъ Bm и nk, Ap и ql. Разстоянія qs и nr, очевидно, равны AC и BC; поэтому, отложивъ на продолженіяхъ AC и BC отрѣзки $Ca = qs$ и $Cb = nr$, получимъ такія двѣ точки a и b, что ab равна искомому разстоянію AB.

Легко видѣть, что всѣ эти способы основаны на примѣненіи пріема построенія параллельныхъ прямыхъ, объясненнаго въ задачѣ 7-ой. Замѣтимъ кстати, что прямая ab всѣхъ трехъ чертежей 207, 208 и 209 параллельна данной AB.

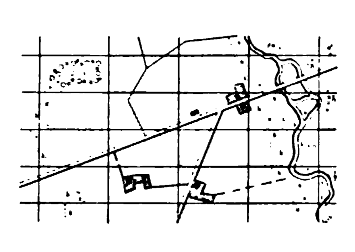
87. Съемка цѣпью и кольями. При съемкѣ цѣпью и кольями пользуются однимъ изъ двухъ способовъ: треугольниками и перпендикулярами.

1. *Разбивка треугольниковъ* заключается въ томъ, что на всѣхъ выдающихся и важныхъ для съемки точкахъ выставляются колья съ такимъ расчетомъ, чтобы линіи, ихъ соединяющія, образовали треугольники, по возможности правильные (черт. 210). Начиная съ первыхъ двухъ точекъ, выбранныхъ по серединѣ участка, всѣ слѣдующія точки опредѣляются разстояніями до двухъ другихъ, такъ что каждая точка опредѣляется *биполярными координатами* (§ 4). Стороны треугольниковъ получаются непосредственными промѣрами цѣпью съ одного кола на другой. На бумагу наносятъ сперва первыя двѣ точки, а затѣмъ послѣдовательно строятъ всѣ остальныя, уменьшая разстоянія въ требуемомъ масштабѣ. Каждая точка получается пересѣченіемъ двухъ дугъ круговъ, радіусы которыхъ суть разстоянія новой точки отъ двухъ уже нанесенныхъ, принимаемыхъ за центры. Послѣ нанесенія всѣхъ точекъ, означенныхъ кольями, приступаютъ къ зарисовкѣ контуровъ, производя новые промѣры отъ кольевъ или отъ пройденныхъ уже линій; большинство промѣровъ для съемки контуровъ безъ ущерба для точности можно производить шагами и даже опредѣлять разстоянія на глазъ.



Черт. 210.

2. *Съемка параллельными прямыми* начинается съ разбивки на мѣстности системы прямоугольниковъ, образованныхъ пересѣченіемъ параллельныхъ и взаимно-перпендикулярныхъ прямыхъ (черт. 211). Промежутки между прямыми берутся равными, что облегчаетъ какъ построеніе ихъ на бумагѣ, такъ и послѣдующую съемку подробностей. На всѣхъ пересѣченіяхъ разбитыхъ на мѣстности прямыхъ ставятъ колья, а стороны прямоугольниковъ измѣряютъ цѣпью. Система всѣхъ прямоугольниковъ наносится на бумагу въ требуемомъ масштабѣ, послѣ чего зарисовываютъ всѣ подробности, пользуясь *прямоугольными координатами* (§ 4), относительно ближайшихъ промѣренныхъ прямыхъ. Такая съемка напоминаетъ копированіе рисунка въ извѣстномъ уменьшеніи по квадратикамъ. Чѣмъ провѣшенныя прямыя чаще, т. е. чѣмъ разстоянія между ними меньше, тѣмъ планъ будетъ точнѣе. Способъ прямоугольниковъ выгоднѣе выше объясненнаго способа треугольниковъ, потому что требуетъ меньше измѣреній и даетъ болѣе точные результаты: здѣсь каждая точка наносится независимо отъ прочихъ.



Черт. 211.

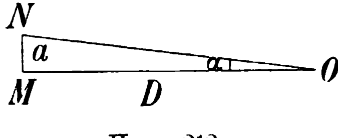
Съемка цѣпью и кольями требуетъ много времени и можетъ производиться лишь на ровной, открытой и доступной мѣстности; она примѣняется крайне рѣдко и только на небольшихъ участкахъ. Однако знакомство съ этими простыми пріемами далеко не излишне, такъ какъ бываютъ случаи, когда подъ руками нѣтъ никакихъ инструментовъ.

XI.

Дальномѣры.

Optical Distance-Measures,

88. Теорія дальномѣровъ. *Дальномѣрами* называютъ приборы, служащіе для опредѣленія разстояній на мѣстности безъ непосредственнаго ихъ измѣренія. Кромѣ звуковыхъ (см. § 91), всѣ извѣстные дальномѣры основаны на рѣшеніи прямоугольнаго или равнобедреннаго треугольника по даннымъ и притомъ малымъ: углу и противолежащей ему сторонѣ. Для ускоренія рѣшенія одна изъ данныхъ величинъ (малый уголъ или малая сторона) остается въ каждомъ приборѣ постоянною. Дальномѣры, въ которыхъ постояннымъ остается малый уголъ, называются *дальномѣрами съ постояннымъ угломъ*; въ нихъ опредѣленіе разстоянія сводится къ измѣренію перемѣннаго базиса (длина извѣстной части готовой рейки или разстояніе на мѣстности). Дальномѣры, въ которыхъ постоянною остается малая сторона, называются *дальномѣрами съ постояннымъ базисомъ*; въ нихъ опредѣленіе разстоянія сводится къ измѣренію перемѣннаго угла или величины, отъ него зависящей.



Черт. 212.

Теорія дальномѣровъ очень проста. Пусть MNO (черт. 212) прямоугольный треугольникъ съ малымъ катетомъ $MN = a$ и малымъ противолежащимъ ему угломъ $MON = \alpha$; длина другого большого катета $MO = D$, представляющаго опредѣляемое разстояніе, связана съ величинами a и α извѣстною тригонометрическою формулою:

$$D = a \cdot cotg\ \alpha \qquad (m)$$

Въ дальномѣрахъ съ постояннымъ угломъ α и $cotg\ \alpha$ не измѣняются, и потому, означивъ $cotg\ \alpha$ черезъ C, имѣемъ:

$$D = C \cdot a \qquad \mathbf{(88)}$$

Такимъ образомъ, въ дальномѣрахъ этого рода опредѣляемое разстояніе прямо-пропорціонально измѣренному базису.

Въ дальномѣрахъ съ постояннымъ базисомъ неизмѣнною величиною остается сторона a, которую означимъ теперь въ свою очередь черезъ C; такъ какъ перемѣнный уголъ α всегда очень малъ, то вмѣсто $tg\,\alpha$ можно подставить самый уголъ α, и тогда начальная формула (m) дастъ:

$$D = \frac{C}{\alpha} \qquad (89)$$

т. е. въ дальномѣрахъ съ постояннымъ базисомъ опредѣляемое разстояніе обратно-пропорціонально измѣренному углу.

Всѣ существующіе дальномѣры различаются только способами измѣренія перемѣнныхъ величинъ a и α, входящихъ въ формулы (88) и (89). Одинъ видъ этихъ формулъ, равно какъ и чертежъ 212-ый показываютъ, что здѣсь по малой величинѣ a или α опредѣляется большая D, и потому дальномѣрами вообще нельзя получать разстоянія съ большою точностью (см. § 92), но зато возможность опредѣлять разстоянія безъ непосредственнаго ихъ измѣренія имѣетъ важное практическое значеніе.

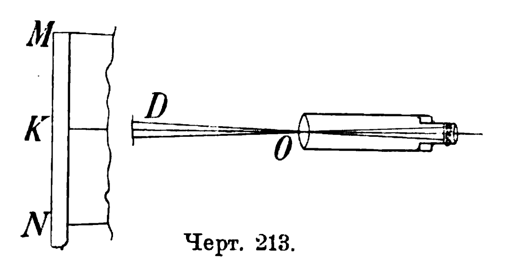
Дальномѣры съ постояннымъ базисомъ извѣстны издавна, такъ какъ въ ихъ основаніи лежитъ простѣйшее опредѣленіе неприступныхъ разстояній; дальномѣры же съ постояннымъ угломъ появились лишь послѣ изобрѣтенія зрительныхъ трубъ, и первый такой приборъ устроенъ итальянскимъ математикомъ *Монтанари* (1633—1687) около 1674 года. Введеніе сѣтки нитей въ окулярахъ дальномѣрныхъ трубъ сдѣлано мюнхенскимъ механикомъ *Рейхенбахомъ* (1772—1826) въ 1809 г. На этомъ же поприщѣ много поработалъ еще пьемонтскій инженеръ *Порро* (1795—1875).

Въ настоящее время извѣстно весьма большое число дальномѣровъ самаго разнообразнаго устройства, причемъ одни находятъ примѣненіе на съемкахъ, другіе вошли въ снаряженіе офицеровъ и даже нижнихъ чиновъ войскъ (морскіе, артиллерійскіе и стрѣлковые дальномѣры), третьи имѣютъ еще болѣе частное назначеніе. Ниже описаны только нѣкоторые дальномѣры, отличающіеся простотою устройства и легкостью или удобствомъ обращенія съ ними.

89. Дальномѣры съ постояннымъ угломъ. Дальномѣровъ съ постояннымъ угломъ не много, но зато къ нимъ принадлежатъ

приборы наиболѣе точные; разсмотримъ кипрегель-дальномѣръ, примѣняющійся на топографическихъ съемкахъ, и призму Сушье, служащую для опредѣленія разстояній при стрѣльбѣ.

Кипрегель-дальномѣръ представляетъ обыкновенную астрономическую трубу, въ окулярѣ которой, кромѣ двухъ обычныхъ взаимно-перпендикулярныхъ нитей, натянуты еще двѣ горизонтальныя нити a и b (черт. 213); угловое разстояніе этихъ крайнихъ нитей, т. е. уголъ aOb или равный ему уголъ MON (O—оптическій центръ объектива трубы) и составляетъ постоянную величину дальномѣра. Перемѣннымъ базисомъ служитъ рейка—выкрашенный деревянный брусокъ, раздѣленный на небольшія равныя части, расположенныя и подписанныя, какъ показано на черт. 214.



Черт. 213.

Кипрегель ставится на одномъ концѣ, а рейка, въ вертикальномъ положеніи, на другомъ концѣ опредѣляемой линіи. Вращеніемъ зрительной трубы около горизонтальной оси (черт. 374) наблюдатель устанавливаетъ ее такъ, чтобы нижняя нить въ окулярѣ касалась конца обратнаго изображенія рейки; тогда отсчетъ рейки по верхней нити дастъ число дѣленій рейки, заключающихся въ отрѣзкѣ MN (черт. 213), помѣстившемся между сторонами угла MON. Если назвать линейную величину одного дѣленія рейки черезъ p, а отсчитанное число ихъ черезъ n, то длина отрѣзка MN равна произведенію $p \, . \, n$. Изъ подобія равнобедренныхъ треугольниковъ MNO и abO имѣемъ:

Черт. 214.

$$\frac{p \, . \, n}{ab} = \frac{KO}{Ok} \qquad (\alpha)$$

Прямыя KO и Ok, т. е. разстоянія рейки и ея изображенія отъ оптическаго центра объектива, связаны извѣстною формулою (27):

$$\frac{1}{KO} + \frac{1}{Ok} = \frac{1}{F}$$

гдѣ F—фокусное разстояніе объектива. Отсюда:

$$\frac{KO}{Ok} = \frac{KO}{F} - 1 = \frac{KO - F}{F}$$

Называя опредѣляемое разстояніе KO черезъ D, пренебрегая малою величиною F, вычитаемою изъ D въ числителѣ послѣдней дроби, и подставляя полученное выраженіе въ (α), имѣемъ:

$$\frac{p \, . \, n}{ab} = \frac{D}{F}$$

откуда

$$D = \frac{F \, . \, p \, . \, n}{ab}$$

Означивъ еще постоянную величину $\frac{F \, . \, p}{ab}$ черезъ C, получимъ окончательно:

$$D = C \, . \, n \qquad \textbf{(90)}$$

Эта формула соотвѣтствуетъ формулѣ (88) теоріи дальномѣра и показываетъ, что разстояніе рейки отъ наблюдателя (точнѣе отъ оптическаго центра объектива трубы кипрегеля) прямо-пропорціонально числу дѣленій рейки, отсчитанныхъ между крайними горизонтальными нитями въ окулярѣ.

Множитель C, называемый *коэффиціентомъ дальномѣра*, можетъ быть вычисленъ по даннымъ F, p и ab, но обыкновенно его опредѣляютъ изъ опыта. Для этого ставятъ рейку и кипрегель по концамъ измѣренной цѣпью линіи и отсчитываютъ число дѣленій рейки; если, напримѣръ, на разстояніи 100 саженей отсчитано 80 дѣленій, то по формулѣ (90) имѣемъ:

$$100 = C \, . \, 80$$

откуда

$$C = \frac{100}{80} = \frac{5}{4}$$

и, слѣдовательно, вообще

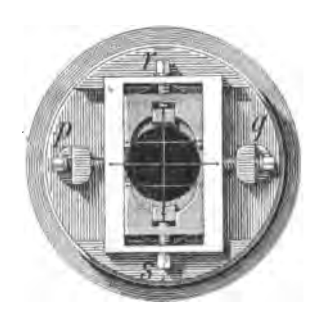
$$D = \frac{5}{4} \, n$$

Чтобы не затруднять наблюдателей умноженіемъ отсчитаннаго числа дѣленій n на дробный коэффиціентъ дальномѣра, механики натягиваютъ крайнія горизонтальныя нити въ окулярѣ на такомъ разстояніи, что коэффиціентъ C равенъ 1; въ такомъ случаѣ отсчитанное число дѣленій даетъ опредѣляемое разстояніе прямо въ саженяхъ (или другихъ единицахъ длины).

Въ составъ коэффиціента C входятъ, кромѣ фокуснаго раз-

стоянія объектива F, разстояніе между нитями (ab) и линейная величина одного дѣленія рейки (p), поэтому сдѣлать этотъ коэффиціентъ единицею, если онъ не равенъ ей, можно двумя способами: измѣненіемъ разстоянія между нитями и новымъ раздѣленіемъ рейки.

Устройство сѣтки съ подвижными нитями показано на черт. 215. Крайнія горизонтальныя нити натянуты на двухъ отдѣльныхъ пластинкахъ, передвигаемыхъ винтиками r и s. Наблюдатель устанавливаетъ рейку на измѣренномъ цѣпью разстояніи, напримѣръ, въ 50 саженяхъ отъ кипрегеля, и передвиженіемъ пластинокъ вверхъ или внизъ добивается того, чтобы между нитями помѣстилось ровно 50 дѣленій изображенія рейки. Тогда коэффиціентъ C, очевидно, сдѣлается равнымъ единицѣ.



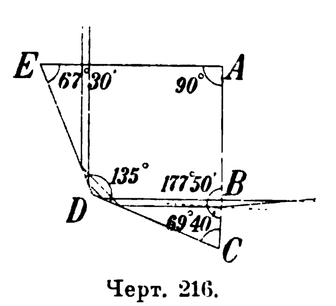
Черт. 215.

Для достиженія той же цѣли при неподвижныхъ нитяхъ въ окулярѣ наблюдатель тоже ставитъ рейку въ опредѣленномъ разстояніи, напримѣръ, въ 50 саженяхъ, и замѣчаетъ на ней положеніе нитей, послѣ чего полученный отрѣзокъ рейки дѣлитъ на 50 равныхъ частей и продолжаетъ дѣленія вверхъ и внизъ по всей длинѣ рейки.

Если коэффиціентъ дальномѣра не равенъ единицѣ, а кипрегель снабженъ неподвижными нитями, и рейка имѣетъ уже готовыя дѣленія, то наблюдателю приходится пользоваться общею формулою (90), т. е. при опредѣленіи каждаго разстоянія умножать сдѣланный отсчетъ по рейкѣ на нѣкоторый дробный коэффиціентъ. Однако легко и тутъ устранить эти перемноженія построеніемъ особаго *масштаба въ дѣленіяхъ рейки* (§ 151) подобно тому, какъ строятся масштабъ шаговъ (§ 81) и русскіе линейные масштабы для иностранныхъ картъ (§ 9).

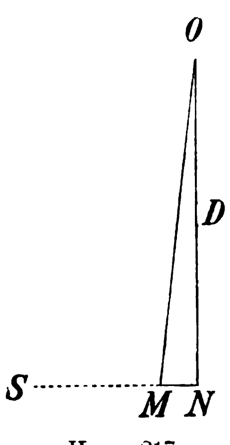
Стрѣлковый дальномѣръ Сушье состоитъ изъ пятигранной стеклянной призмы около 2-хъ дюймовъ въ основаніи и 0·4 д. высоты. Углы между боковыми гранями, какъ показано на черт. 216, равны: $A = 90°$, $B = 177° 50'$, $C = 69° 40'$, $D = 135°$ и $E = 67° 30'$. Если такую призму держать въ рукахъ горизонтально и обратить грань AE къ цѣли, приблизительно перпендикулярно къ среднему лучу зрѣнія, то всѣ вошедшіе въ нее безъ преломленія лучи, послѣ двукратнаго полнаго внутренняго

отраженія отъ граней ED и DC, повернутся на 90°, но при выходѣ изъ призмы раздѣлятся на два отдѣльныхъ пучка: часть лучей, упавшая на грань AB, какъ перпендикулярная къ ней, выйдетъ изъ призмы безъ преломленія и, слѣдовательно, образуетъ съ первоначальнымъ пучкомъ уголъ въ 90°; другая же часть, упавшая на грань BC, преломится и составитъ съ первоначальнымъ пучкомъ уголъ 91° 9′ *). Поэтому наблюдатель, смотрящій со стороны AC, увидитъ два изображенія цѣли, расходящіяся на уголъ въ 1° 9′. На этой сторонѣ призмы имѣется подвижной металлическій хомутикъ, позволяющій видѣть либо одно правое, либо одно лѣвое изображеніе.



Черт. 216.

Для опредѣленія разстоянія до цѣли O (черт. 217) наблюдатель становится гдѣ-нибудь въ точку M, открываетъ лѣвую грань BC (черт. 216), беретъ призму въ лѣвую руку и, держа ее между двумя пальцами, принимаетъ такое положеніе, чтобы, глядя со стороны AC, видѣть въ призму дважды отраженное изображеніе цѣли O, а поверхъ призмы окружающую мѣстность. На ней онъ избираетъ болѣе ясный предметъ S, лежащій какъ разъ въ направленіи изображенія цѣли. Уголъ OMS, очевидно, равенъ тогда 91° 9′. Означивъ точку M коломъ или воткнутою шапкой, наблюдатель передвигаетъ хомутикъ влѣво, т. е. открываетъ правую грань AB; теперь изображеніе цѣли не будетъ уже въ направленіи на предметъ S, а правѣе его. Отступая по прямой SM, наблюдатель замѣтитъ, что изображеніе цѣли начнетъ приближаться къ S.



Черт. 217.

*) Дѣйствительно, такъ какъ уголъ $B = 177°\ 50'$, то уголъ паденія лучей на грань BC равенъ 2° 10′, а уголъ преломленія (принимая показатель преломленія стекла равнымъ 1·53), вычисленный по формулѣ (18), равенъ 3° 19′, и потому уголъ поворота лучей при выходѣ изъ призмы будетъ 1° 9′.

Онъ долженъ дойти до такой точки N, съ которой изображеніе цѣли O опять будетъ въ направленіи NMS.

Такъ какъ $\angle OMS = 91^\circ\, 9'$, а $\angle ONS = 90^\circ$, то $\angle MON = 1^\circ\, 9'$, и потому:

$$D = ON = MN \,.\, cotg\cdot 1^\circ\, 9' = 50\, MN$$

т. е. разстояніе цѣли отъ второй точки стоянія въ 50 разъ больше пройденнаго базиса MN, который легко тотчасъ же измѣрить шагами или мѣрною тесьмой. Обыкновенно базисъ измѣряется во время самаго перехода отъ M къ N.

Если цѣль плохо видна, то приборъ держатъ въ правой рукѣ такъ, чтобы въ призму видѣть дважды отраженное изображеніе избраннаго предмета S, а цѣль непосредственно, поверхъ призмы.

Вслѣдствіе невозможности шлифовать призмы съ математически точными углами, коэффиціентъ дальномѣра оказывается не совсѣмъ равнымъ 50-ти. Онъ опредѣляется изъ опыта отдѣльно для каждаго прибора, для чего измѣряютъ цѣпью заранѣе, какъ базисъ NM, такъ и разстояніе ON. На каждый изслѣдованный приборъ наклеена табличка, представляющая результаты умноженія полученнаго для него коэффиціента на послѣдовательныя цѣлыя числа въ предѣлахъ отъ 8 до 60. При пользованіи приборомъ наблюдатель для измѣреннаго базиса MN тотчасъ подыскиваетъ соотвѣтствующее разстояніе ON по правиламъ интерполированія. Если базисъ окажется меньше 8 или больше 60, то подыскиваютъ разстояніе для базиса, увеличеннаго или уменьшеннаго въ два или три раза, соотвѣтственно чему и найденное въ таблицѣ разстояніе уменьшаютъ или увеличиваютъ въ два или три раза.

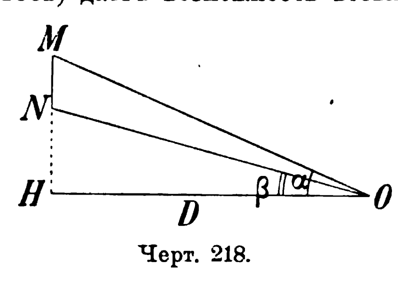
Опыты показали, что можно скоро привыкнуть къ обращенію съ приборомъ и опредѣлять любыя разстоянія въ 2—3 минуты; ошибки результатовъ не превосходятъ 3%₀ разстоянія.

При помощи особой оправы дальномѣръ Сушье легко прикрѣпляется къ биноклю, что позволяетъ визировать еще точнѣе и даетъ возможность пользоваться приборомъ лицамъ близорукимъ и со слабымъ зрѣніемъ.

90. Дальномѣры съ постояннымъ базисомъ. Всѣ дальномѣры съ постояннымъ базисомъ принадлежатъ къ тремъ родамъ: 1) приборы, въ которыхъ постояннымъ базисомъ служитъ извѣст-

ная величина наблюдаемаго предмета (нивелиръ-теодолитъ Брауера, нивелиръ Штампфера, трубы Порро и Наполеона III, микрометръ Люжоля, дальномѣръ Рошона), 2) приборы, въ которыхъ постоянный базисъ находится въ самомъ дальномѣрѣ (Струве, Гербста, Цейсса) и 3) приборы, для которыхъ измѣряется небольшой базисъ на мѣстности (Нолена, Штубендорфа, Горюнова).

Нивелиръ-теодолитъ пулковскаго механика *Брауера* (1816—1882) даетъ возможность весьма точно измѣрять вертикальные углы. При немъ имѣется особая рейка *) безъ мелкихъ дѣленій, но съ двумя постоянными марками, разстояніе между которыми равно 2 саженямъ. Пусть $HO = D$ (черт. 218) представлять горизонтальную прямую, проходящую черезъ горизонтальную ось вращенія зрительной трубы прибора, а MN—вертикально стоящую рейку; называя углы наклоненія MOH и NOH линій визированія на верхнюю и нижнюю марки рейки черезъ α и β, изъ чертежа получимъ:



Черт. 218.

$$MH = D \ tg\,\alpha$$

$$NH = D \,.\, tg\,\beta$$

откуда, послѣ вычитанія:

$$MH - NH = D\,(tg\,\alpha - tg\,\beta)$$

но $$MH - NH = MN = h$$

(h—постоянное разстояніе между марками рейки)

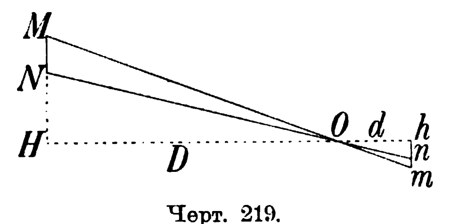
$$tg\,\alpha - tg\,\beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos\alpha \,.\, \cos\beta}$$

поэтому: $$D = h \cdot \frac{\cos\alpha \,.\, \cos\beta}{\sin(\alpha - \beta)}$$

Для вычисленія разстоянія D по этой формулѣ необходимо только измѣрить углы наклоненія α и β, такъ какъ величина h заранѣе извѣстна.

*) Подробности устройства нивелиръ-теодолита и реекъ къ нему можно найти въ моей „Практической Геодезіи", гл. XII, стр. 594—598.

Нивелиръ Штампфера. Главную часть нивелира зальцбургскаго профессора *Штампфера* (1792—1864) составляетъ зрительная труба, вращающаяся около горизонтальной оси O (черт. 219), причемъ при разныхъ ея положеніяхъ опредѣляются не углы ея наклоненія, какъ въ предыдущемъ приборѣ, а линейныя перемѣщенія окулярной стойки; эти перемѣщенія производятся и измѣряются особымъ такъ называемымъ элеваціоннымъ винтомъ.



Черт. 219.

При инструментѣ имѣется рейка съ двумя постоянными марками M и N. Инструментъ и рейка ставятся на концахъ прямой, длину которой требуется опредѣлить. Наблюденія заключаются въ наведеніяхъ трубы на верхнюю и нижнюю марки и въ соотвѣтствующихъ отсчетахъ положенія элеваціоннаго винта, дающихъ линейную величину mn.

Изъ подобныхъ прямоугольныхъ треугольниковъ HON и hOn имѣемъ:

$$\frac{D}{d} = \frac{NO}{On}$$

а изъ подобія треугольниковъ MNO и mnO:

$$\frac{MN}{mn} = \frac{NO}{On}$$

отсюда, вслѣдствіе равенства вторыхъ отношеній обѣихъ пропорцій:

$$\frac{D}{d} = \frac{MN}{mn}$$

и

$$D = \frac{d \,.\, MN}{mn}$$

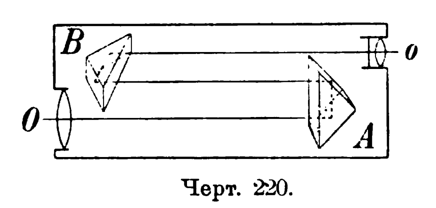
Произведеніе $d \,.\, MN$ для каждаго прибора величина постоянная; означая его буквою C, получимъ:

$$D = \frac{C}{mn}$$

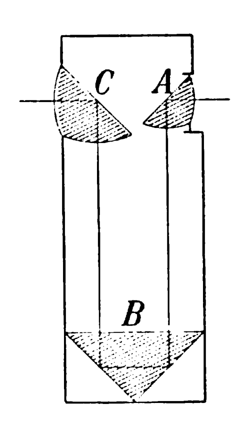
Постоянная C опредѣляется изъ опыта, по отсчетамъ на рейку, поставленную въ разстояніи, измѣренномъ цѣпью. Такимъ образомъ, по величинѣ mn не трудно вычислить разстояніе D.

Трубы Порро и Наполеона III. Выше описанные дальномѣры съ постояннымъ базисомъ примѣнимы только въ мирное время, потому что инструментъ и рейка располагаются на двухъ

концахъ опредѣляемой линіи. Они не годны для опредѣленія разстоянія до непріятеля, но самъ непріятель, одиночный пѣхотинецъ, средній ростъ котораго приблизительно извѣстенъ, можетъ служить вмѣсто постоянной рейки. Если въ фокальной плоскости обыкновенной зрительной трубы помѣстить стеклянную пластинку съ награвированными на ней близкими и равноотстоящими параллельными черточками, то при разномъ удаленіи стоящаго человѣка его изображеніе на пластинкѣ будетъ покрывать различное число промежутковъ между черточками; именно, величина изображенія, очевидно, обратно-пропорціональна разстоянію. Для большей точности опредѣленія слѣдовало бы имѣть трубу значительной длины, что затрудняло бы пользованіе ею съ руки въ военное время; труба со значительнымъ фокуснымъ разстояніемъ можетъ быть сдѣлана короткою, если помѣстить въ нее систему призмъ, дѣйствующихъ какъ зеркала.



Черт. 220.



Черт. 221.

Въ трубѣ *Порро* (черт. 220) имѣются двѣ прямоугольныя равнобочныя призмы, расположенныя такъ, что лучи отъ предмета послѣ преломленія въ объективѣ *O* дважды отражаются въ призмѣ *A* (см. третій черт. 83), затѣмъ опять дважды же отражаются въ призмѣ *B* и, наконецъ, даютъ прямое изображеніе внѣшняго предмета на пластинкѣ съ черточками передъ окуляромъ *o*. Такимъ образомъ, длина трубы Порро въ три раза меньше фокуснаго разстоянія ея объектива *). Въ трубѣ *Наполеона III* (черт. 221) помѣщены три призмы, причемъ двѣ изъ нихъ *C* и *A*, благодаря выпуклымъ гранямъ, дѣйствуютъ какъ собирательныя стекла, и потому замѣняютъ собою отдѣльные объективъ и окуляръ. Труба эта вдвое короче фокуснаго разстоянія соотвѣтствующаго объектива и держится при наведеніи на предметъ въ вертикальномъ положеніи, что имѣетъ

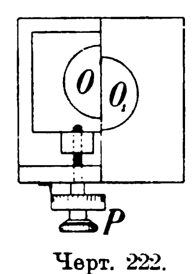
*) На этомъ же началѣ дѣлаютъ теперь бинокли, дающіе весьма большія увеличенія.

извѣстное преимущество передъ трубою Порро, которую надо держать горизонтально.

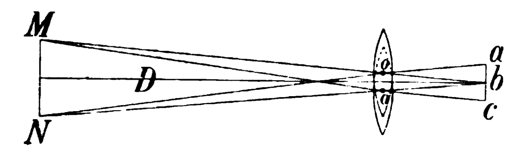
Для устраненія вычисленій на оправахъ описанныхъ трубъ имѣются таблички, дающія переводъ числа дѣленій, занимаемыхъ изображеніемъ пѣхотинца (или всадника), въ разстояніе его отъ трубы. Ошибки въ опредѣленіи разстояній обоими приборами весьма значительны, что зависитъ частью отъ различія роста наблюдаемаго пѣхотинца (или всадника), частью же отъ трудности уловить края изображенія, держа трубу просто въ рукѣ. Зато эти приборы даютъ разстоянія мгновенно и служатъ не только дальномѣрами, но замѣняютъ обыкновенныя зрительныя трубы.

Къ этому роду дальномѣровъ можно отнести французскую *стадію*, состоящую изъ рамочки съ лентою, на которой сдѣланы мѣтки. Рамочка держится отвѣсно въ одной рукѣ передъ глазомъ; другою же рукою придерживаютъ конецъ ленты въ натянутомъ положеніи у скулы. Удлиняя или сокращая натянутую часть ленты, не трудно найти положеніе, при которомъ лучи зрѣнія къ головѣ и подошвамъ непріятельскаго пѣхотинца будутъ касаться внутреннихъ горизонтальныхъ реберъ рамки. Мѣтки на лентѣ даютъ непосредственно разстоянія.

Микрометръ Люжоля. Если объективъ зрительной трубы разрѣзать на двѣ половинки (черт. 222), то каждая изъ нихъ дастъ отдѣльное изображеніе разсматриваемаго внѣшняго предмета. Когда половинки поставлены такъ, что образуютъ одно собира-



Черт. 222.



Черт. 223.

тельное стекло, то оба изображенія совпадаютъ, и виденъ одинъ предметъ; когда же онѣ смѣщены, какъ показано на чертежѣ, то изображенія разойдутся и при извѣстномъ смѣщеніи коснутся своими внѣшними краями. Такое положеніе показано на черт. 223, гдѣ ab и bc суть два изображенія одного предмета MN. Удаленіе оптическихъ центровъ двухъ половинокъ объектива ($oo_1 = p$) измѣряется микрометрическимъ винтомъ P

(черт. 222). Если означить разстояніе до предмета черезъ D, его линейную величину черезъ h, а фокусное разстояніе трубы черезъ F, то изъ треугольника MNb (черт. 223) имѣемъ:

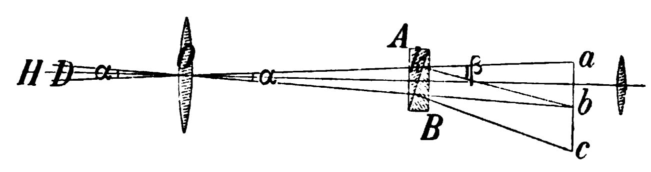
$$\frac{D+F}{F}=\frac{h}{p}$$

Пренебрегая въ суммѣ $D+F$ малымъ членомъ F, получимъ:

$$D=F\frac{h}{p}$$

Такъ какъ величина F постоянная, то для разныхъ h и p можно впередъ составить табличку, по которой и получается опредѣляемое разстояніе D.

Дальномѣръ Рошона. Французскій астрономъ *Рошонъ* (1741—1817) изобрѣлъ дальномѣръ, основанный на свойствѣ горнаго хрусталя разлагать входящій въ него лучъ на два (двойное лучепреломленіе). Въ обыкновенной зрительной трубѣ между



Черт. 224.

объективомъ и окуляромъ помѣщена система AB (черт. 224) изъ названнаго минерала, склеенная изъ двухъ равныхъ призмъ, представляющихъ въ сѣченіи прямоугольные треугольники; грани ихъ отшлифованы и поставлены такъ, что оптическая ось кристалла первой призмы A совпадаетъ съ оптическою осью трубы, а второй B — перпендикулярна къ ней. Въ первой призмѣ свѣтовые лучи не подвергаются двойному лучепреломленію, во второй же каждый лучъ разлагается на два; поэтому въ такую трубу видно не одно, а два изображенія каждаго внѣшняго предмета, причемъ второе уклоняется отъ перваго на постоянный уголъ β. Наблюдатель передвигаетъ систему AB взадъ и впередъ по оси трубы до тѣхъ поръ, пока оба изображенія не коснутся другъ друга внѣшними краями. Разстояніе f призмы отъ фокальной плоскости (или, вѣрнѣе, точки k разложенія луча отъ изображенія ab) отсчитывается по шкалѣ, помѣщенной снаружи трубы. Если обозначить фокусное разстояніе трубы черезъ F, уголъ зрѣнія, подъ которымъ виденъ предметъ, че-

резъ α, разстояніе до него черезъ D, а поперечникъ предмета черезъ H, то изъ чертежа имѣемъ:

$$H = D \, . \, \alpha \quad \text{и} \quad ab = F \, . \, \alpha = f \, . \, \beta$$

откуда:

$$\alpha = \frac{H}{D} \quad \text{и} \quad \alpha = f \cdot \frac{\beta}{F}$$

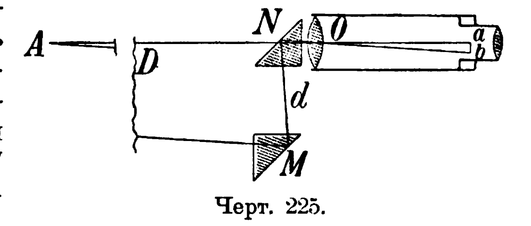
Изъ сравненія двухъ выраженій для угла α получаемъ:

$$D = \frac{F}{\beta} \cdot \frac{H}{f}$$

Такъ какъ величины F и β — постоянныя для каждаго прибора, то для него не трудно вычислить табличку, въ которой по даннымъ H и f получается разстояніе D.

Дальномѣры Люжоля и Рошона примѣняются особенно часто на морѣ, благодаря тому обстоятельству, что точныя наблюденія можно производить ими съ руки, безъ штатива: разъ изображенія сведены, то они уже не расходятся при покачиваніи трубы, а только вмѣстѣ передвигаются въ полѣ зрѣнія. Постояннымъ базисомъ служитъ морякамъ длина судна или высота мачты непріятельскаго корабля.

Дальномѣръ Струве. Бывшій директоръ Пулковской Обсерваторіи *О. Струве* изобрѣлъ базисный дальномѣръ, состоящій изъ цилиндрическаго, горизонтально расположеннаго жезла пяти футовъ длиною, по концамъ котораго прочно укрѣплены двѣ прямоугольныя стеклянныя призмы M и N (черт. 225) съ параллельно поставленными гипотенузами. Призма N, стоящая передъ объективомъ O сильной зрительной трубы, закрываетъ только нижнюю его половину, поэтому наблюдатель, смотрящій въ окуляръ, видитъ одновременно два изображенія внѣшняго предмета A: одно a, образованное лучами, прошедшими непосредственно въ верхнюю половину объектива, и другое b, образованное лучами, два раза отразившимися отъ гипотенузъ призмъ M и N и вошедшими затѣмъ въ нижнюю половину объектива. Помощью подъемныхъ и боковыхъ винтовъ приборъ устанавливается такъ, чтобы



Черт. 225.

прямо видимое изображеніе усматривалось на неподвижной вертикальной нити a. Тогда дважды отраженное изображеніе b окажется лѣвѣе; на него наводится другая подвижная вертикальная же нить въ окулярѣ и разстояніе между изображеніями, т. е. величина ab, измѣряется микрометрическимъ винтомъ.

Вслѣдствіе параллельности гипотенузъ призмъ M и N, лучи AM и Nb параллельны, а потому треугольники ANM и Oab подобны, такъ что

$$\frac{AN}{MN} = \frac{Oa}{ab}$$

откуда:

$$AN = \frac{MN \,.\, Oa}{ab}$$

Здѣсь AN — опредѣляемое разстояніе D, MN — длина базиса прибора d (5 футовъ), Oa—фокусное разстояніе объектива трубы F, а ab — малая линейная величина, измѣряемая микрометромъ. Означая для краткости произведеніе $MN \,.\, Oa = d \,.\, F$, постоянную величину для каждаго прибора, черезъ C, получимъ:

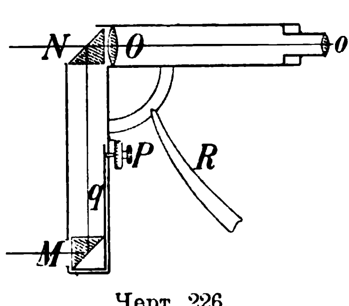
$$D = \frac{C}{ab}$$

Зная постоянную C изъ опыта, т. е. изъ наведеній на предметъ, разстояніе до котораго точно измѣрено цѣпью, не трудно составить таблицу, гдѣ для каждаго отсчитаннаго показанія микрометра искомое разстояніе D получается непосредственно.

Передъ наблюденіями необходимо убѣдиться, что гипотенузы призмъ M и N параллельны. Это условіе соблюдено, если для безконечно удаленнаго предмета величина $ab = 0$, т. е. оба его изображенія совпадаютъ. Изслѣдованіе производится наведеніями на какую-нибудь яркую звѣзду. Если въ трубу видно одно изображеніе, то призмы стоятъ правильно; если окажется два изображенія, то измѣняютъ положеніе призмъ особыми исправительными винтами или измѣряютъ разстояніе между ними тѣмъ же микрометромъ и полученнымъ отсчетомъ исправляютъ всѣ прочіе.

Дальномѣръ Гербста. Гербстъ, бывшій механикъ Пулковской Обсерваторіи, построилъ дальномѣръ, основанный на томъ же началѣ, но устраняющій главный недостатокъ дальномѣра Струве — его значительный вѣсъ. Отличіе прибора Гербста заключается въ томъ, что постоянный базисъ имѣетъ при наблюденіяхъ не горизонтальное, а вертикальное положеніе, и наблюдатель не измѣряетъ разстоянія между двумя изображеніями, а

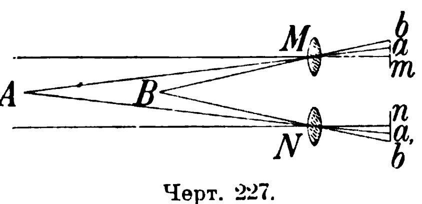
сводитъ ихъ вмѣстѣ поворотомъ нижней призмы. Передъ объективомъ зрительной трубы прибора расположена верхняя призма N (черт. 226), закрывающая лишь среднюю часть поля зрѣнія, оставляя по бокамъ довольно мѣста для прохожденія лучей непосредственно. Внизу трубки, длиной въ 1 метръ, находится нижняя призма M, вращающаяся около горизонтальной оси при помощи рычага q и микрометрическаго винта P. Когда гипотенузы призмъ параллельны, что узнается наведеніемъ на звѣзду, то отсчетъ на барабанѣ микрометрическаго винта пусть будетъ p_0; при сведеніи же прямо видимаго и дважды отраженнаго изображенія земного предмета пусть отсчетъ будетъ p; разность $p - p_0$, подобно тому, какъ и въ дальномѣрѣ Струве, обратно-пропорціональна разстоянію до предмета. Самое разстояніе берется изъ заранѣе вычисленной таблички.



Черт. 226.

Для удобства обращенія съ приборомъ наблюдатель надѣваетъ особый кожаный поясъ съ металлическимъ стержнемъ R, на который вѣшается дальномѣръ; точка опоры расчитана такъ, что приборъ на стержнѣ находится въ равновѣсіи, и его базисъ, т. е. прямая, соединяющая середины гипотенузъ обѣихъ призмъ, принимаетъ вертикальное положеніе.

Стереотелеметръ Цейсса. Извѣстному оптику *Цейссу* въ Іенѣ пришла счастливая мысль устроить дальномѣръ, воспользовавшись началомъ, по которому мы судимъ о разстояніи при разсматриваніи предметовъ обоими глазами, т. е. началомъ перспективы. Пусть Mm и Nn (черт. 227)—оптическія оси двухъ обыкновенныхъ зрительныхъ трубъ, скрѣпленныхъ неизмѣнно въ параллельномъ положеніи. Предположимъ, что въ A, B... стоятъ вѣхи съ проставленными на нихъ числами, выражающими разстоянія ихъ отъ прибора. На двухъ пластинкахъ, расположенныхъ въ фокальныхъ плоскостяхъ объективовъ M и N,

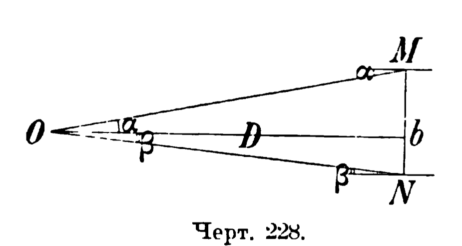


Черт. 227.

получатся уменьшенныя изображенія этихъ вѣхъ и чиселъ въ соотвѣтствующихъ точкахъ a и a_1, b и b_1 и т. д. Относительное положеніе этихъ точекъ легко получить вычисленіемъ и затѣмъ, построивъ въ крупномъ масштабѣ, отпечатать при помощи микрофотографіи на двухъ маленькихъ стеклянныхъ пластинкахъ и вставить въ трубы передъ ихъ окулярами. Если смотрѣть въ такой «бинокль» прямо на небо, то соотвѣтствующія вѣхи и числа, сводимыя глазами вмѣстѣ, какъ въ стереоскопѣ, кажутся висящими въ воздухѣ и уходящими вдаль. Если же направить приборъ на окружающую мѣстность, то одновременно съ вѣхами и числами будутъ видны и всѣ мѣстные предметы: дома, деревья, непріятельскія войска и пр., причемъ легко судить, между какими именно числами лежитъ тотъ или иной предметъ. Наблюдателю представляется, что подлѣ каждаго предмета подписано его разстояніе.

Чтобы увеличить промежутки между точками на пластинкахъ и сдѣлать ихъ легче различаемыми, трубы дальномѣра Цейсса построены ломаными, т. е. между объективами и окулярами вставлено по двѣ прямоугольныя стеклянныя призмы. Отъ этого вмѣсто ничтожнаго базиса—разстоянія между глазами человѣка—разстояніе между объективами M и N доведено здѣсь до 2-хъ и даже до 3-хъ футовъ. Хотя хорошія опредѣленія разстояній этимъ дальномѣромъ удаются только послѣ извѣстнаго навыка, но зато онъ не требуетъ вовсе ни измѣреній, ни вычисленій.

Дальномѣръ Ноллена. На концахъ постояннаго базиса MN (черт. 228) въ 25 саженей, разбиваемаго на мѣстности приблизительно перпендикулярно къ опредѣляемой линіи, ставятъ два угломѣрныхъ инструмента и горизонтальные ихъ лимбы приводятъ въ такія положенія, что, когда оптическія оси трубъ обоихъ инструментовъ перпендикулярны къ базису MN, то отсчеты на лимбахъ равны 0°. Разстояніе $Ob = D$ вычисляется изъ отсчетовъ при одновременномъ наведеніи трубъ инструментовъ на цѣль O. Эти отсчеты представлены на чертежѣ 228 углами α и β. Такъ какъ прямая Ob перпендикулярна къ базису MN, то



Черт. 228.

$$MN = Mb + bN = D tg\alpha + D tg\beta = D\ (tg\,\alpha + tg\,\beta)$$

По малости угловъ α и β можно положить:

$$tg\,\alpha + tg\,\beta = tg\,(\alpha + \beta)$$

такъ что:

$$D = MN \,.\, cotg\,(\alpha + \beta)$$

Готовыя, впередъ вычисленныя таблицы даютъ разстоянія D при разной величинѣ суммы отсчетовъ α и β.

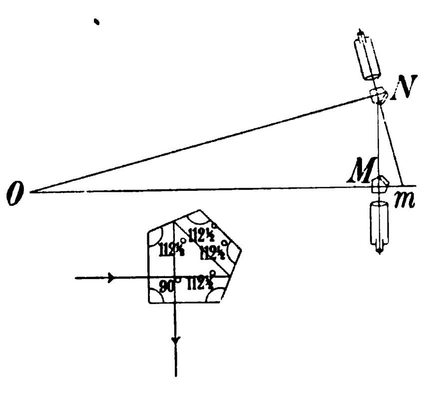
Дальномѣръ Штубендорфа. Если разбить на мѣстности два прямоугольныхъ треугольника OMN и MNm (черт. 229) со взаимно-перпендикулярными гипотенузами ON и Nm, то изъ подобія ихъ можно составить пропорцію:

$$\frac{OM}{MN} = \frac{MN}{Mm}$$

откуда, означая опредѣляемое разстояніе OM черезъ D, получимъ:

$$D = \frac{\overline{MN}^2}{Mm}$$

При постоянной сторонѣ MN каждому Mm будетъ соотвѣтствовать свое разстояніе D.



Черт. 229.

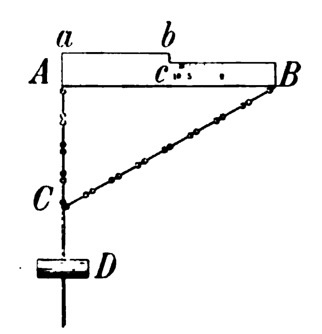
Дальномѣръ состоитъ изъ двухъ зрительныхъ трубъ, передъ нижними половинами объективовъ которыхъ помѣщены пятигранныя призмы съ показанными на чертежѣ (внизу) углами между гранями, причемъ отражающія грани покрыты амальгамою. Каждая призма дѣйствуетъ, какъ два зеркала, поставленныя подъ угломъ въ 45°, и потому поворачиваетъ входящіе въ нее лучи на 90° (см. § 34). Трубы расположены на треногахъ, и у трубы M имѣется линейка съ черточками, по которымъ отсчитываются не отрѣзки Mm, а непосредственно самыя разстоянія D, т. е. результаты дѣленія квадрата MN на Mm.

Одинъ наблюдатель устанавливаетъ треногу въ данной точкѣ M и, увидя черезъ нижнюю часть объектива дважды отраженное изображеніе цѣли O, т. е. приведя оптическую ось трубы въ положеніе, перпендикулярное къ направленію OM, указываетъ, гдѣ поставить другую треногу, видимую въ трубу непосредственно черезъ верхнюю половину объектива: направленіе MN будетъ, очевидно, перпендикулярно къ прямой OM. Другой наблюдатель отмѣриваетъ отъ M лентой или шнуромъ разсто-

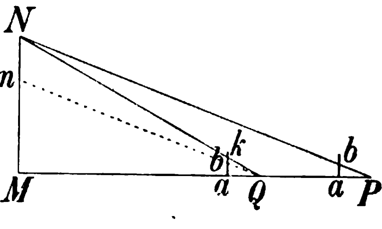
яніе MN (5 саженей) и устанавливаетъ свою треногу такъ, чтобы черезъ нижнюю половину объектива трубы видѣть дважды отраженное изображеніе той же цѣли O, и затѣмъ въ томъ же направленіи отсчитываетъ разстояніе на линейкѣ Mm.

Этотъ приборъ и дальномѣръ Ноллена, въ отличіе отъ всѣхъ прочихъ, требуютъ двухъ наблюдателей, что и составляетъ ихъ существенный недостатокъ: двумъ лицамъ трудно условиться наводить трубы на одну и ту же точку отдаленнаго предмета.

Дальномѣрная планка Горюнова. Этотъ простой приборъ состоитъ изъ металлической дощечки AB (черт. 230) около 4 дюймовъ длины и $^3/_4$ д. ширины; на срѣзанномъ краѣ cB поставлены черточки, означенныя цифрами 10, 9, 8..., причемъ $c\text{-}10 = \frac{1}{10}\,ab$, $c\text{-}9 = \frac{1}{9}\,ab$, $c\text{-}8 = \frac{1}{8}\,ab$... Къ дощечкѣ придѣлана у A и B мѣдная цѣпочка съ кольцомъ C, помѣщеннымъ такъ, что при натянутой у кольца цѣпочкѣ уголъ CAB прямой. Отъ кольца C идетъ ремень, на который туго надѣтъ кусокъ резины D.



Черт. 230.



Черт. 231.

Для опредѣленія разстоянія до предмета M (черт. 231) наблюдатель останавливается въ произвольной точкѣ P и выбираетъ правѣе M другой предметъ N такъ, чтобы уголъ зрѣнія MPN былъ отъ 10° до 30°; тогда онъ двигаетъ резину D вдоль ремня до тѣхъ поръ, пока найдетъ положеніе, при которомъ предметы M и N окажутся по направленіямъ къ краямъ a и b верхняго выступа планки (черт. 230); притомъ резина должна быть прижата къ щекѣ подъ правымъ глазомъ, а цѣпочки туго натянуты.

Затѣмъ, оставивъ резину неподвижною на ремнѣ, наблюдатель переходитъ къ M по прямой PM и, отсчитавъ 100 шаговъ (разстояніе PQ), останавливается въ точкѣ Q. Здѣсь онъ опять

прикладываетъ резину къ щекѣ и, направивъ лучъ зрѣнія Qa на прежній предметъ M, смотритъ, противъ какой черточки срѣза cB придется лучъ зрѣнія на предметъ N. Отсчитанное число, умноженное на 100, даетъ разстояніе MQ въ шагахъ. Дѣйствительно, если провести прямую Qn, параллельную PN, то

$$\frac{MQ}{QP} = \frac{Mn}{nN} = \frac{ab}{bk}$$

откуда:

$$MQ = QP \cdot \frac{ab}{bk}$$

Пройденный базисъ PQ можетъ быть и не 100 шаговъ. Во всякомъ случаѣ разстояніе цѣли отъ второй точки стоянія равно пройденному базису, умноженному на число, отсчитанное на срѣзѣ cB (черт. 230).

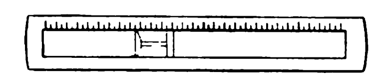
Опытъ показалъ, что въ умѣлыхъ рукахъ ошибки въ разстояніяхъ, опредѣленныхъ дальномѣрною планкою Горюнова, не превосходятъ $5^0/_0$; но необходимо замѣтить, что одновременное визированіе черезъ двѣ точки на два разныхъ предмета требуетъ большого навыка.

91. Звуковые дальномѣры. Свѣтъ распространяется въ воздухѣ съ такою огромною скоростью (§ 33), что для всѣхъ разстояній на земной поверхности можно считать распространеніе его мгновеннымъ; скорость же звука въ воздухѣ весьма незначительна, всего около 160 саженей въ секунду. Поэтому, если вдали совершается какое-нибудь явленіе, сопровождаемое одновременнымъ возбужденіемъ свѣта и звука, то по промежутку времени, протекшему отъ появленія свѣта до ощущенія звука, можно опредѣлить разстояніе. Такое явленіе представляютъ орудійные выстрѣлы; разстояніе до орудія въ саженяхъ равно 160 умноженнымъ на число секундъ, протекшихъ отъ появленія дыма до ощущенія грома выстрѣла.

Существуютъ часы, позволяющіе считать секунды и даже ихъ доли съ большимъ удобствомъ, напримѣръ, часы, примѣняемые на скачкахъ, но они дороги и часто портятся; гораздо проще имѣть при себѣ *телеметръ* бельгійскаго артиллериста *Лебуланже*. Этотъ простой приборъ представляетъ стеклянную обдѣланную въ оправу трубочку (черт. 232) около 5 дюймовъ длиною, наполненную бензиномъ и запаянную по концамъ. Внутри трубки заключенъ указатель, движущійся въ ней довольно

медленно, благодаря малой разности между его діаметромъ и внутреннимъ діаметромъ трубки. На оправѣ трубки нарѣзаны дѣленія съ подписями.

Передъ наблюденіемъ приборъ держатъ въ рукѣ горизонтально, причемъ указатель долженъ стоять на дѣленіи 0. Когда появляется дымъ днемъ или пламя огня выстрѣла ночью, наблюдатель быстро приводитъ трубку въ вертикальное положеніе, а когда услышитъ звукъ выстрѣла, снова поворачиваетъ ее горизонтально. Здѣсь нѣтъ надобности замѣчать протекшее время: отсчеты дѣленій противъ указателя представляютъ уже непосредственно разстоянія.



Черт. 232.

Показанія прибора мѣняются съ измѣненіемъ температуры, отъ перемѣны давленія атмосферы и зависятъ еще отъ направленія вѣтра. Сопротивленіе бензина движенію указателя мѣняется съ перемѣнами температуры, но надлежащимъ подборомъ діаметра трубки и внѣшняго вида указателя изобрѣтателю удалось выработать образецъ, въ которомъ вліяніе перемѣнъ температуры совершенно исключено.

Опыты показали, что ошибка въ опредѣленіи разстояній телеметромъ Ле Буланже составляетъ около 2°/₀ разстоянія, такъ что для военнаго времени это одинъ изъ самыхъ точныхъ дальномѣровъ. Правда, при непрерывной пальбѣ, когда нельзя различать выстрѣловъ отдѣльныхъ орудій, а также когда непріятель молчитъ, приборъ этотъ не пригоденъ, но зато ночью, когда всѣ прочіе дальномѣры совершенно не примѣнимы, звуковой способъ единственно возможный.

92. Точность дальномѣровъ. Разстоянія, опредѣляемыя дальномѣрами, основанными на геометрическихъ пріемахъ, выражаются формулами (см. § 88):

Для дальномѣровъ съ постояннымъ угломъ. . $D = C \cdot a$ **(88)**

Для дальномѣровъ съ постояннымъ базисомъ . $D = \frac{C}{\alpha}$ **(89)**

Такъ какъ постоянные коэффиціенты C всегда могутъ быть опредѣлены съ большою точностью, то ошибка въ разстояніи D зависитъ исключительно отъ ошибокъ, которыя дѣлаются въ измѣряемыхъ величинахъ a и α. Разсмотримъ отдѣльно ошибки дальномѣровъ перваго и втораго рода.

1. Назовемъ ошибку въ величинѣ a черезъ Δa; тогда ошибочное разстояніе $D + \Delta D$ выразится равенствомъ:

$$D + \Delta D = C(a + \Delta a) = C \, . \, a + C \, . \, \Delta a$$

Вычитая отсюда уравненіе (88), получимъ:

$$\Delta D = C \, . \, \Delta a$$

или, замѣняя C равною ему величиною $\frac{D}{a}$ изъ (88):

$$\Delta D = \pm D \frac{\Delta a}{a} \qquad \textbf{(91)}$$

и

$$\frac{\Delta D}{D} = \pm \frac{\Delta a}{a} \qquad \textbf{(92)}$$

Первая изъ этихъ формулъ (91) даетъ величину абсолютной ошибки въ разстояніи D, а вторая (92)—величину такъ называемой относительной ошибки, т. е. отношеніе абсолютной ошибки къ самому разстоянію. Знаки $\pm$ поставлены вслѣдствіе неизвѣстности знака ошибки Δa.

Отношеніе $\frac{\Delta a}{a}$, т. е. относительная ошибка базиса (отсчета по рейкѣ или базиса, измѣреннаго на мѣстности), представляетъ нѣкоторую дробную величину, предѣльное значеніе которой для каждаго дальномѣра постоянно; поэтому, какъ видно изъ формулъ (91) и (92), въ дальномѣрахъ съ постояннымъ угломъ абсолютная ошибка ΔD въ опредѣляемомъ разстояніи прямо-пропорціональна этому разстоянію, а относительная ошибка $\frac{\Delta D}{D}$ есть величина постоянная.

2. Прилагая подобныя же разсужденія къ дальномѣрамъ съ постояннымъ базисомъ и называя черезъ $\Delta\alpha$ ошибку въ углѣ α имѣемъ:

$$D + \Delta D = \frac{C}{\alpha + \Delta\alpha}$$

или, вычитая отсюда уравненіе (89):

$$\Delta D = \frac{C}{\alpha + \Delta\alpha} - \frac{C}{\alpha} = - C \frac{\Delta\alpha}{\alpha(\alpha + \Delta\alpha)}$$

Пренебрегая въ знаменателѣ малою величиною $\Delta\alpha$ въ суммѣ $\alpha + \Delta\alpha$ и замѣняя изъ (89) α^2 черезъ $\frac{C^2}{D^2}$, получимъ:

$$\Delta D = \pm D^2 \frac{\Delta\alpha}{C} \qquad \textbf{(93)}$$

и

$$\frac{\Delta D}{D} = \pm D \frac{\Delta\alpha}{C} \qquad \textbf{(94)}$$

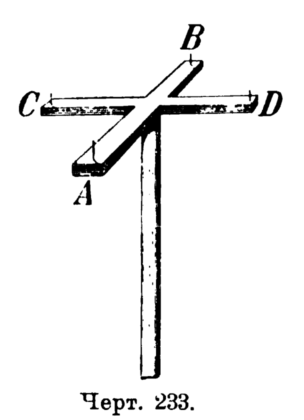
Такъ какъ ошибка $\Delta\alpha$ — величина постоянная для каждаго прибора, то въ дальномѣрахъ съ постояннымъ базисомъ абсолютная ошибка ΔD въ опредѣляемомъ разстояніи прямо-пропорціональна квадрату этого разстоянія, а относительная ошибка $\frac{\Delta D}{D}$ прямо-пропорціональна самому разстоянію.

Сравнивая формулы (91) и (92) съ (93) и (94), не трудно видѣть, что ошибка въ опредѣленіи разстоянія дальномѣрами съ постояннымъ базисомъ возрастаетъ съ увеличеніемъ разстоянія несравненно быстрѣе, чѣмъ въ дальномѣрахъ съ постояннымъ угломъ. Для этихъ послѣднихъ относительная ошибка разстоянія можетъ быть выражена нѣкоторою постоянною дробью, а абсолютная представляется извѣстною частью самого разстоянія. Напримѣръ, для кипрегеля-дальномѣра $\Delta D = \pm \frac{1}{300} D$, т. е. ошибка составляетъ около $^1/_3{}^0/_0$ разстоянія и, слѣдовательно, до разстоянія въ 300 саженей она меньше 1 сажени, т. е. по большей части меньше предѣльной точности масштаба; для стрѣлковаго дальномѣра Сушье ошибка составляетъ приблизительно $3^0/_0$ разстоянія. Въ дальномѣрахъ же съ постояннымъ базисомъ, какъ бы ни была мала ошибка для малыхъ разстояній, она быстро возрастаетъ съ увеличеніемъ разстоянія. Напримѣръ, для одного изъ лучшихъ образцовъ этого рода дальномѣровъ, для дальномѣра Струве, ошибка на разстояніи 1 версты составляетъ всего 3 сажени или немного болѣе $^1/_2{}^0/_0$ разстоянія; для 10 верстъ она равна уже 300 саженямъ, т. е. $6^0/_0$ разстоянія.

XII.

Эккеры.

93. Крестообразный эккеръ. Эккерами называются приборы, помощью которыхъ на мѣстности разбиваютъ прямыя, пересѣкающіяся между собою подъ постоянными углами въ 90°, 45° и 135°. Эти инструменты принадлежатъ къ древнѣйшимъ, такъ какъ они были извѣстны еще египтянамъ, но они примѣняются и въ настоящее время. Существующіе эккеры можно подраздѣлить на два рода: *эккеры съ діоптрами* и *зеркальные*. Первые устанавливаются на колъ или штативъ, вторыми наблюдаютъ съ руки. Въ эккерахъ перваго рода діоптры замѣняются иногда просто иглами, а въ зеркальныхъ эккерахъ вмѣсто зеркалъ весьма часто ставятъ стеклянныя призмы.

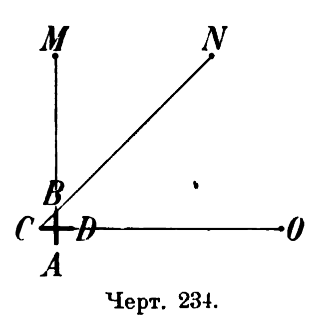


Черт. 233.

Простѣйшій, такъ называемый *крестообразный эккеръ* (черт. 233) можетъ быть легко устроенъ домашними средствами. Онъ состоитъ изъ двухъ взаимно-перпендикулярныхъ горизонтальныхъ планокъ AB и CD по 4—6 дюймовъ длиною, придѣланныхъ къ колу и снабженныхъ четырьмя вертикально воткнутыми по угламъ квадрата иглами.

Повѣрка крестообразнаго эккера заключается въ изслѣдованіи установки иглъ, вертикальны ли онѣ, пересѣкаются ли лучи зрѣнія AB и CD подъ прямымъ угломъ, и составляютъ ли прямыя AC и BD, AD и CB углы въ 45° съ направленіями AB и CD. Для этого можно воспользоваться извѣстными геометрическими пріемами, но еще лучше установить эккеръ на открытомъ ровномъ лугу и, глядя послѣдовательно черезъ иглы

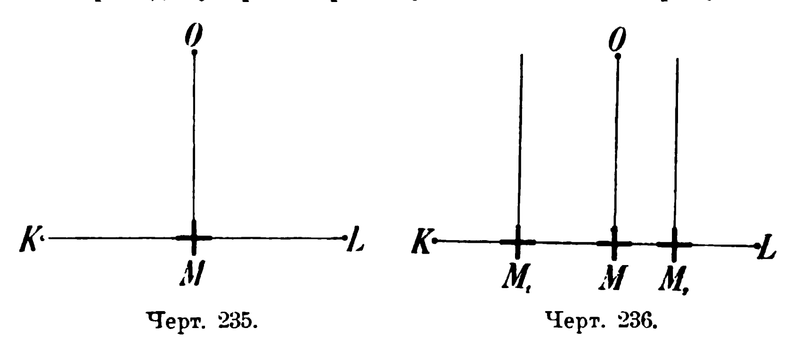
A и B, C и B, C и D, выставить три кола M, N и O (черт. 234). Затѣмъ повернуть эккеръ около вертикальной оси на 90° и, установивъ линію иглъ C и D на колъ M, посмотрѣть, приходятся ли колья N и O по направленіямъ BD и BA. Если эти условія не выполнены, то иглы надо переставить и повторить повѣрку.



Черт. 234.

Разсмотримъ простѣйшія задачи, рѣшаемыя на мѣстности крестообразнымъ эккеромъ. Положимъ, что изъ данной точки M (черт. 235) прямой KL надо возставить къ ней перпендикуляръ. Втыкаютъ колъ эккера въ точку M и поворачиваютъ его такъ, чтобы одна пара иглъ пришлась въ направленіи KL; затѣмъ, не трогая эккера, смотрятъ черезъ другую пару иглъ и посылаютъ рабочаго, который долженъ установить колъ или вѣху O такъ, чтобы она пришлась въ направленіи линіи визированія. Ясно, что прямая OM будетъ перпендикулярна къ KL.

Если, наоборотъ, изъ данной точки O (черт. 236) надо опустить перпендикуляръ на разбитую на мѣстности прямую KL,

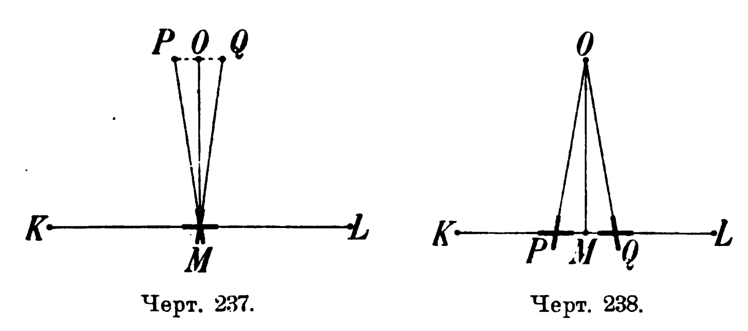


Черт. 235. Черт. 236.

то дѣйствуютъ послѣдовательными приближеніями, именно, сперва ставятъ эккеръ въ произвольную точку M_1 прямой KL и, направивъ одну пару иглъ вдоль этой прямой на вѣху L, смотрятъ черезъ другую пару иглъ. Если колъ O окажется правѣе линіи зрѣнія, то переставляютъ эккеръ въ другую точку прямой KL, напримѣръ, въ M_2 и т. д. При извѣстной опытности основаніе перпендикуляра M находятъ послѣ одной или двухъ попытокъ.

Легко понять, что подобными же пріемами, смотря черезъ соотвѣтствующія иглы, можно разбивать на мѣстности углы въ 45° и 135°. Замѣтимъ, что, благодаря небольшимъ размѣрамъ прибора и грубости работы съ нимъ, совершенно безразлично, смотрѣть ли черезъ иглы *A* и *D* или *C* и *B*, черезъ *A* и *C* или *D* и *B*.

Разбивку вѣрныхъ перпендикуляровъ можно дѣлать и невѣрнымъ эккеромъ. Для возставленія перпендикуляра въ точкѣ *M* (черт. 237) къ данной прямой *KL* втыкаютъ колья *P* и *Q*, устанавливая эккеръ въ точкѣ *M* послѣдовательно, сперва такъ, чтобы по *KL* была направлена пара иглъ *A* и *B*, а затѣмъ *C* и *D*. Оба кола ставятъ въ равныхъ разстояніяхъ



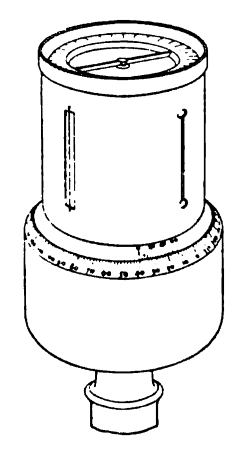
Черт. 237. Черт. 238.

отъ точки *M*; если измѣрить затѣмъ разстояніе *PQ*, то колъ *O*, поставленный по серединѣ между *P* и *Q*, будетъ точно на прямой *OM*, перпендикулярной къ *KL*.

Для нахожденія основанія перпендикуляра, опущеннаго изъ данной на мѣстности точки *O* на прямую *KL* (черт. 238), невѣрнымъ эккеромъ, ищутъ сперва основанія двухъ наклонныхъ *OP* и *OQ*, причемъ въ точкѣ *P* направляютъ по прямой *KL* линію иглъ *A* и *B*, а въ точкѣ *Q* линію иглъ *C* и *D* (черт. 233). Основаніе перпендикуляра *OM* будетъ, очевидно, въ точкѣ *M*, лежащей на серединѣ между *P* и *Q*.

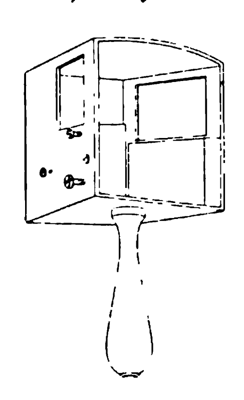
94. Другіе виды эккеровъ. Механики, увлекающіеся изобрѣтеніями, весьма часто усложняютъ приборы, которые назначаются для самыхъ простыхъ топографическихъ дѣйствій; такъ, они стыдятся дѣлать крестообразный эккеръ и придумали *восьмигранный* и *круглый* эккеры, представляющіе призматическую и цилиндрическую коробки, въ боковыхъ стѣнкахъ которыхъ

сдѣланы прорѣзы—глазные и предметные діоптры; визирныя плоскости этихъ діоптровъ образуютъ углы въ 45° и 90°. Такіе приборы, не отличающіеся никакими выгодами по сравненію съ крестообразнымъ эккеромъ, большею частью только украшаютъ склады топографическихъ инструментовъ. Нѣкоторые художники пошли еще дальше и соединили эккеръ съ круговымъ горизонтальнымъ лимбомъ для измѣренія произвольныхъ угловъ и съ буссолью для измѣренія такъ называемыхъ магнитныхъ азимутовъ (см. § 97). Въ этомъ видѣ приборъ, называемый *пантометромъ*, изображенъ на черт. 239. Его неподвижное цилиндрическое основаніе имѣетъ лимбъ, раздѣленный на градусы, а подвижная цилиндрическая же коробка снабжена двумя верньерами для отсчета направленій и діоптрами для наведеній и пользованія приборомъ, какъ простымъ эккеромъ. Вверху прибора помѣщенъ еще другой лимбъ и повѣшена магнитная стрѣлка.



Черт. 239.

Опытъ убѣждаетъ, что всѣ сложные инструменты часто портятся, могутъ быть исправлены только въ механическихъ мастерскихъ и требуютъ многихъ повѣрокъ. Гораздо лучше имѣть для каждой цѣли отдѣльный простой приборъ, удовлетворяющій немногимъ условіямъ, чѣмъ запасаться инструментомъ, пригоднымъ, повидимому, для всѣхъ топографическихъ работъ, но въ сущности не примѣнимымъ ни для одной.

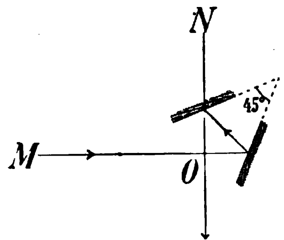


Черт. 240.

Сказанное не относится къ такъ называемымъ *зеркальнымъ эккерамъ*, которые даже проще крестообразнаго и, главное, ихъ держатъ при работѣ въ рукѣ, что облегчаетъ и ускоряетъ пользованіе. Особеннаго вниманія заслуживаетъ *двузеркальный эккеръ* (черт. 240), изобрѣтенный лондонскимъ механикомъ *Адамсомъ* (1750—1795); онъ состоитъ изъ двухъ плоскихъ зеркалъ, неподвижно прикрѣпленныхъ къ оправѣ съ ручкою и образующихъ между собою уголъ въ 45°. Надъ

зеркалами имѣются прорѣзы для свободнаго визированія впередъ. Изображеніе предмета, видимаго послѣ двукратнаго отраженія отъ обоихъ зеркалъ, сводится этимъ приборомъ въ одну вертикальную плоскость съ другимъ прямо видимымъ предметомъ. Извѣстно, что уголъ поворота или отклоненія луча послѣ отраженія отъ двухъ плоскихъ зеркалъ, независимо отъ величины угловъ паденія и отраженія, равенъ удвоенному углу между зеркалами (см. § 34). Въ данномъ случаѣ уголъ между зеркалами равенъ 45°, такъ что уголъ поворота выходитъ 90°. Поэтому если наблюдатель, держа приборъ передъ глазомъ, увидитъ въ зеркалѣ изображеніе предмета *M* (черт. 241), то, выставивъ въ направленіи этого изображенія колъ *N*, онъ этимъ самымъ возставитъ къ прямой *MO* перпендикуляръ *ON*.

Повѣрка инструмента заключается въ изслѣдованіи, поставлены ли оба зеркала точно подъ угломъ въ 45°. Для этого разбиваютъ на мѣстности вѣрнымъ эккеромъ или пріемами, указанными въ § 86, двѣ перпендикулярныя прямыя *MO* и *NO* (черт. 241) и, ставъ на ихъ пересѣченіи, смотрятъ, совмѣщается ли дважды отраженное изображеніе предмета *M* съ прямо видимымъ *N*. Если не совмѣщается, то вращаютъ одно изъ зеркалъ исправительными винтиками (черт. 240), пока совмѣщеніе не будетъ достигнуто.



Черт. 241.

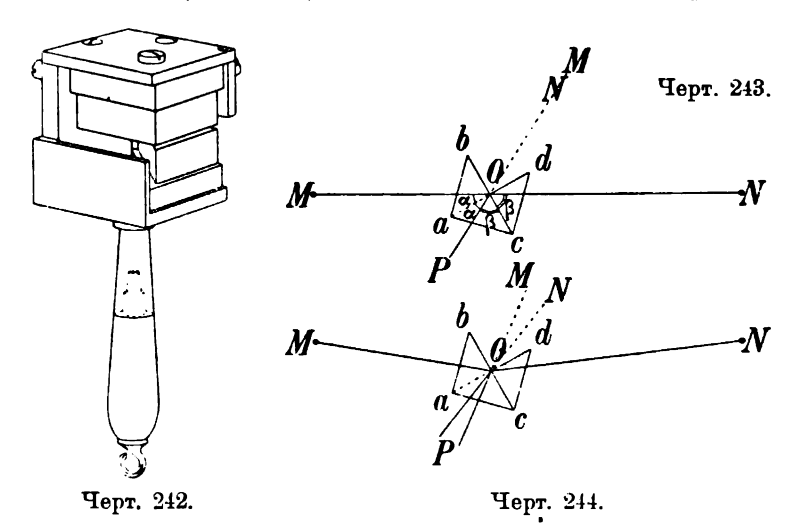
Для устройства эккеровъ вмѣсто зеркалъ берутъ и призмы; призмы представляютъ ту выгоду, что углы между гранями сохраняются навсегда неизмѣнными, тогда какъ зеркала, поставленныя механикомъ правильно, разстраиваются отъ носки и толчковъ; кромѣ того при полномъ внутреннемъ отраженіи нѣтъ потери свѣта.

Не смотря на преимущества зеркальныхъ эккеровъ (работа безъ кола, съ руки, малый вѣсъ и объемъ), они имѣютъ свои недостатки: ими нельзя разбивать углы въ 45°, и они мало пригодны въ гористой мѣстности.

Къ двузеркальнымъ эккерамъ можно отнести любопытный ручной приборчикъ, названный изобрѣтателемъ, баварскимъ инженеромъ *Бауернфейндомъ* (1818—1894), *призматическимъ крестомъ*; онъ назначается для опредѣленія точки, лежащей на данной прямой. Въ § 78 было объяснено, что если концы

прямой недоступны, то для определенія ея промежуточныхъ точекъ требуется два лица; призматическимъ крестомъ эта же задача рѣшается однимъ наблюдателемъ. Наружный видъ прибора изображенъ на черт. 242, а практическое его примѣненіе показано на черт. 243 и 244.

Призматическій крестъ состоитъ изъ двухъ прямоугольныхъ призмъ, укрѣпленныхъ въ общей оправѣ одна надъ другою такъ, что гипотенузы *ad* и *bc* образуютъ прямой уголъ. Положимъ, что приборъ держится точно на прямой между предметами M и N (черт. 243). Гипотенузы призмъ можно разсматри-



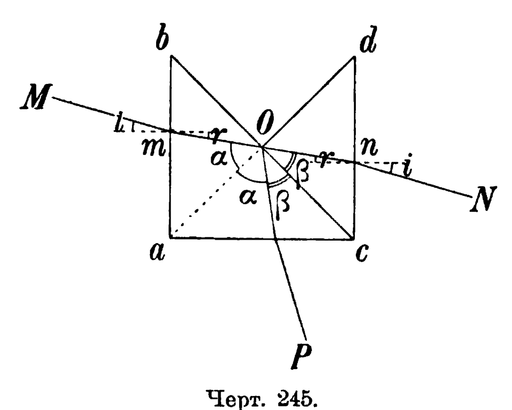
Черт. 242. Черт. 244.

вать, какъ два взаимно-перпендикулярныхъ зеркала, поэтому наблюдатель, смотрящій изъ P, увидитъ изображенія обоихъ предметовъ въ одномъ направленіи. Дѣйствительно, лучъ MO, встрѣтившій гипотенузу *bc* подъ угломъ паденія α, отразится въ P подъ такимъ же угломъ α; точно также лучъ NO, встрѣчающій гипотенузу *ad*, упадетъ и отразится подъ равными углами β. При этомъ перпендикуляры Oa и Oc къ гипотенузамъ *bc* и *ad* по свойству прибора образуютъ прямой уголъ, и потому $2\alpha + 2\beta = 180°$. Если приборъ держится внѣ прямой MN (черт. 244), то наблюдатель увидитъ изображеніе лѣваго предмета лѣвѣе изображенія праваго или наоборотъ.

Чтобы опредѣлить точку на данной прямой или, какъ говорятъ, чтобы *войти въ линію*, наблюдатель становится сперва

гдѣ-нибудь приблизительно на прямой MN и смотрить въ призматическій крестъ. Если изображеніе лѣваго предмета усматривается лѣвѣе изображенія праваго, то надо идти впередъ; если же изображеніе лѣваго предмета усматривается правѣе изображенія праваго, то надо отступить назадъ. Повторяя визированіе на разныхъ точкахъ, легко найти мѣсто, съ котораго оба изображенія окажутся въ одной вертикальной плоскости; такое мѣсто и будетъ на прямой MN.

Повѣрку призматическаго креста можно произвести нѣсколькими способами: 1) провѣшивъ заранѣе прямую, становятся точно на ней и смотрятъ, совпадаютъ ли изображенія конечныхъ точекъ, 2) входятъ въ линію съ двухъ противоположныхъ сторонъ и замѣчаютъ, проходитъ ли прямая, заключающая обѣ полученныя точки, черезъ концы линіи, и 3) достигнувъ совпаденія, переворачиваютъ приборъ ручкою вверхъ и смотрятъ, совпадаютъ ли изображенія и въ этомъ положеніи. Если эти условія не удовлетворяются, то гипотенузы призмъ не перпендикулярны, и положеніе ихъ надо измѣнить вращеніемъ исправительныхъ винтиковъ (черт. 242).

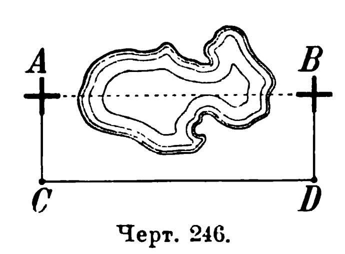


Черт. 245.

Необходимо замѣтить, что для простоты объясненія на черт. 243 и 244 лучи MO и NO показаны входящими въ призмы и выходящими изъ нихъ безъ преломленія. Изъ черт. 245 легко видѣть, что объясненіе справедливо даже если принять въ расчетъ преломленіе лучей въ призмахъ. Въ самомъ дѣлѣ, если приборъ находится на прямой MN, то, вслѣдствіе ничтожности размѣровъ призмъ по сравненію съ длиной этой прямой, лучи Mm и Nn можно считать параллельными, и потому углы паденія на параллельные катеты ab и cd равны, отчего равны и углы преломленія; такимъ образомъ преломленные лучи mO и nO лежатъ въ одной прямой и, слѣдовательно, послѣ отраженія отъ гипотенузъ bc и ad они пойдутъ и выйдутъ изъ призмъ въ одномъ направленіи.

95. Задачи. Въ § 93 объяснено, какъ возставить или опустить при помощи эккера перпендикуляръ къ данной прямой на мѣстности. Разсмотримъ еще нѣкоторыя практическія задачи, соотвѣтствующія задачамъ 8, 9 и 10 § 86; всѣ онѣ рѣшаются эккеромъ гораздо проще, чѣмъ только цѣпью и кольями.

1. *Опредѣлить длину прямой, пространство между концами которой неприступно* (черт. 246). Въ данныхъ точкахъ A и B возставляютъ эккеромъ перпендикуляры AC и BD къ прямой AB и отмѣриваютъ на нихъ равныя длины. Разстояніе CD, очевидно, равно AB.



Черт. 246.

2. *Опредѣлить разстояніе между двумя точками, изъ которыхъ одна неприступна* (черт. 247).

1-ый способъ. Возставляютъ въ доступной точкѣ B (лѣвый чертежъ) перпендикуляръ къ прямой AB и находятъ на немъ точку C, изъ которой неприступная точка A оказалась бы въ направленіи AC, образующемъ съ BC уголъ въ 45°. Такъ какъ уголъ при точкѣ A будетъ тоже равенъ 45°, то $BC = AB$.

Черт. 247.

2-ой способъ (средній чертежъ). Возставляютъ къ AB перпендикуляръ BD произвольной длины, отмѣряютъ на немъ два равныхъ отрѣзка BC и CD, въ точкѣ C ставятъ колъ, а въ D возставляютъ перпендикуляръ DE къ BD. На этомъ перпендикулярѣ находятъ точку E, лежащую на продолженіи AC. Изъ равенства прямоугольныхъ треугольниковъ ABC и EDC слѣдуетъ, что $DE = AB$.

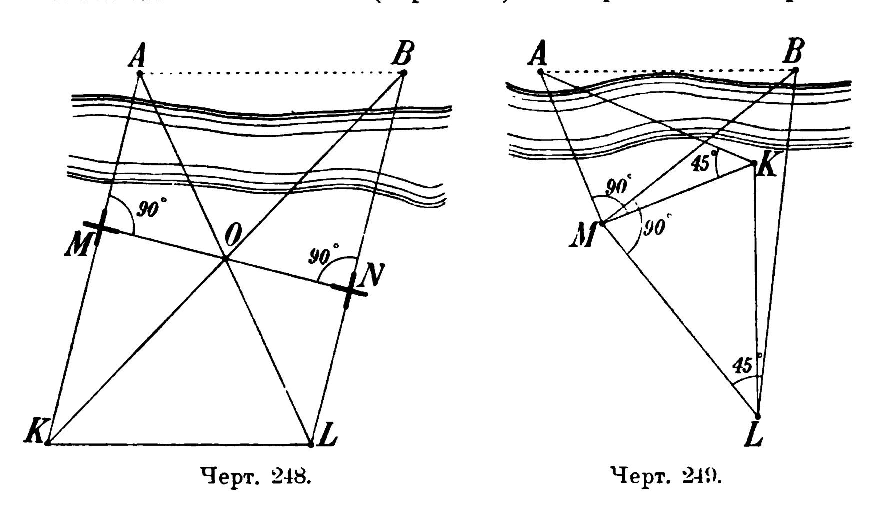
3-ій способъ (правый чертежъ). На перпендикулярѣ къ AB отмѣриваютъ цѣпью произвольное разстояніе BC и въ точкѣ C возставляютъ перпендикуляръ CD къ AC. Найдя на немъ точку D, лежащую на продолженіи AB, измѣряютъ разстояніе BD.

Не трудно сообразить, что

$$AB = \frac{\overline{BC}^2}{BD}$$

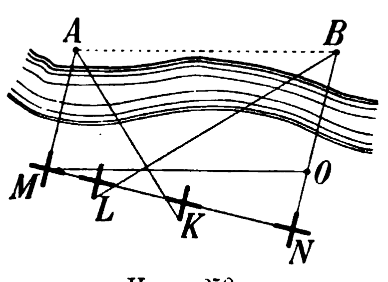
Послѣдніе два способа примѣняются лишь въ томъ случаѣ, если эккеръ не позволяетъ строить угловъ въ 45° или если нельзя отмѣрить по BC разстояніе, равное AB.

3. *Опредѣлить разстояніе между двумя неприступными точками. 1-ый способъ* (черт. 248). На произвольной прямой



Черт. 248. Черт. 249.

находятъ основанія перпендикуляровъ AM и BN, опущенныхъ изъ концовъ неприступной линіи AB. Разстояніе MN дѣлятъ пополамъ (O) и находятъ точку K, лежащую на продолженіяхъ AM и BO, и точку L, лежащую на продолженіяхъ AO и BN. Изъ равенства прямоугольныхъ треугольниковъ AMO и LNO, BNO и KMO, а затѣмъ треугольниковъ AOB и LOK слѣдуетъ, что $KL = AB$. Кромѣ того прямая KL будетъ параллельна AB.



Черт. 250.

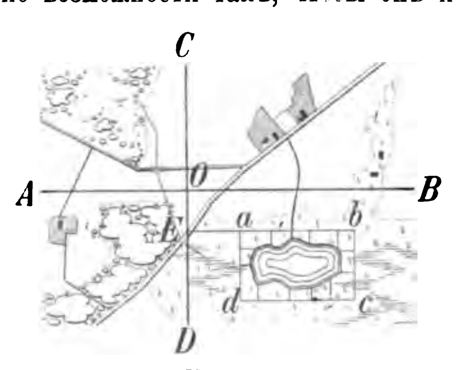
2-ой способъ. Изъ произвольной точки M (черт. 249) возставляютъ перпендикуляры MK и ML къ направленіямъ MA и MB; на этихъ перпендикулярахъ находятъ такія точки K и L, чтобы углы AKM и BLM рав-

нялись 45°. Не трудно доказать, что треугольникъ MKL равенъ треугольнику MAB, откуда слѣдуетъ, что $KL = AB$. Кромѣ того прямая KL будетъ перпендикулярна къ AB.

3-ій способъ (черт. 250). На произвольной прямой находятъ основанія перпендикуляровъ AM и BN, опущенныхъ изъ концовъ неприступной линіи AB, и вслѣдъ за тѣмъ точки K и L, при которыхъ углы AKM и BLN равнялись бы 45°. Отмѣривъ отъ N по NB разстояніе $NO = LN - MK$, получаютъ точку O. Прямая MO равна и параллельна AB.

96. Эккерная съемка. Для производства съемки эккеромъ пользуются двумя способами: 1) разбивкою двухъ взаимно-перпендикулярныхъ магистралей и 2) ходовыми линіями, пересѣкающимися подъ углами въ 90° и въ 45°. Первый способъ проще и точнѣе, но примѣнимъ только на открытой мѣстности, второй—во всѣхъ другихъ случаяхъ.

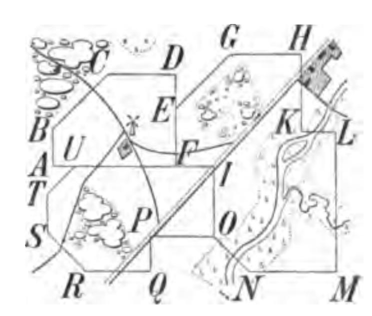
1. *Разбивка магистралей* AB и CD (черт. 251) дѣлается по возможности такъ, чтобы онѣ пересѣкались по срединѣ снимаемаго участка и проходили по мѣстамъ, доступнымъ для измѣренія цѣпью. Означивъ выдающіяся точки вѣхами или кольями, измѣряютъ послѣдовательно разстоянія по магистралямъ до основаній перпендикуляровъ и наклонныхъ (подъ угломъ въ 45°) линій, идущихъ отъ всѣхъ видимыхъ мѣстныхъ предметовъ и поставленныхъ знаковъ. Проведя на бумагѣ магистрали, откладываютъ полученныя разстоянія въ требуемомъ масштабѣ и прочерчиваютъ изъ соотвѣтствующихъ точекъ перпендикуляры и наклонныя. Пересѣченіе двухъ или трехъ направленій на одну и ту же точку мѣстности дастъ положеніе ея на бумагѣ. Этотъ способъ представляетъ, очевидно, опредѣленіе точекъ прямоугольными координатами. Отдѣльныя точки дорогъ и другихъ предметовъ соединяютъ затѣмъ на бумагѣ прямыми или кривыми линіями сообразно расположенію ихъ на мѣстности. Если



Черт. 251.

требуется получить какой-нибудь контуръ, не видимый съ магистралей, то разбиваютъ вспомогательныя линіи столь близко къ контуру, чтобы длины перпендикуляровъ можно было промѣрять шагами или даже оцѣнивать на глазъ. Такъ, для съемки озера разбиты прямыя *Eab*, *bc*, *cd* и *da*.

2. Съемка *ходовыми линіями* состоитъ въ томъ, что при помощи эккера и цѣпи разбиваютъ на мѣстности сомкнутые полигоны *ABCDEF*, *EGHKLMNOIF* и т. д. (черт. 252), стороны которыхъ составляютъ углы въ 90° и 45° и направлены по возможности вдоль дорогъ или главныхъ контуровъ. Зная стороны и составляемые ими углы, не трудно нанести всѣ полигоны на бумагу въ требуемомъ масштабѣ. Предметы, лежащіе внутри полигоновъ, опредѣляются прямоугольными координатами, какъ и въ предыдущемъ способѣ. Такъ какъ здѣсь нѣтъ основныхъ длинныхъ магистралей, то легко впасть въ погрѣшности, для уменьшенія которыхъ работу ведутъ небольшими обходами; послѣ сведенія каждаго полигона видно, нанесенъ ли онъ вѣрно или нѣтъ. Слѣдующій многоугольникъ начинаютъ не иначе, какъ убѣдившись въ вѣрности предыдущаго.



Черт. 252.

XIII.

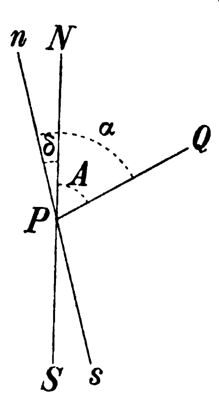
Буссоли. Compasses.

97. О буссоляхъ вообще. Разыскивая пропавшую овцу въ скалистыхъ горахъ Малой Азіи, пастухъ *Магнисъ* почувствовалъ, что его обувь, подбитая желѣзными гвоздями, какъ бы прилипаетъ къ камнямъ. Такъ въ древности было открыто свойство «магнитной» руды притягивать желѣзо. Ни греки, ни римляне не знали однако, что магнитъ, свободно висящій на нити или плавающій въ водѣ, указываетъ страны свѣта, но китайцамъ еще за 2700 лѣтъ до Р. Х. было извѣстно это поразительное свойство магнита, и китайскіе путешественники имѣли «магнитныя колесницы», на которыхъ плавала въ сосудѣ съ водой обдѣланная въ дерево полоска изъ магнита съ фигуркой, указывающей пальцемъ на югъ. О такомъ замѣчательномъ приборѣ узнали отъ китайцевъ сперва арабы, а затѣмъ и европейцы, именно норвежцы. Итальянскіе моряки замѣнили плавающій магнитъ стрѣлкою, повѣшенною на остріе и заключенною въ коробку изъ буковаго дерева (букъ по латыни buxus), отчего и произошло общепринятое теперь слово *буссоль*. Еще нѣсколько позднѣе дно коробки подъ стрѣлкою стали снабжать розою вѣтровъ и такой приборъ назвали *компасомъ* (compasso — подраздѣленіе). Въ настоящее время оба названія часто смѣшиваютъ, хотя въ Топографіи подъ буссолью разумѣютъ приборъ, имѣющій кромѣ магнитной стрѣлки діоптры или другія приспособленія для «направленія» на окружающіе предметы, а подъ компасомъ—просто коробочку съ магнитною стрѣлкою и раздѣленнымъ лимбомъ. Приборчиками съ магнитною стрѣлкою европейцы пользовались сперва исключительно на морѣ; знаменитый итальянскій математикъ *Тарталья* (1506 — 1559) первый указалъ на значеніе буссоли на сушѣ, хотя, какъ упомянуто выше, китайцы давно примѣняли свои «колесницы» именно при сухопутныхъ путешествіяхъ.

In compasses in general.

Въ концахъ каждой магнитной стрѣлки имѣются точки, обнаруживающія наиболѣе сильное притяженіе къ желѣзу; точки эти называются *полюсами магнита*, а прямая, соединяющая полюсы—*магнитною осью.* При свободномъ движеніи стрѣлки магнитная ось принимаетъ направленіе, близкое къ направленію истиннаго меридіана, называемое *магнитнымъ меридіаномъ*, причемъ конецъ стрѣлки, обращенный къ сѣверу, называется *сѣвернымъ*, а обращенный къ югу – *южнымъ*.

Истиннымъ азимутомъ называютъ уголъ, составляемый любымъ направленіемъ съ плоскостью истиннаго меридіана мѣста. Если бы магнитный меридіанъ совпадалъ съ истиннымъ, то буссоль могла бы служить для непосредственнаго опредѣленія истинныхъ азимутовъ; къ сожалѣнію магнитный меридіанъ, вообще говоря, не совпадаетъ съ истиннымъ, и потому буссолями измѣряется только *магнитный азимутъ*, т. е. уголъ, составляемый вертикальною плоскостью, заключающею точку стоянія и наблюдаемый предметъ, съ магнитною осью стрѣлки, т. е. съ магнитнымъ меридіаномъ. Магнитные азимуты, подобно истиннымъ, считаются отъ сѣвернаго конца стрѣлки черезъ востокъ, югъ и западъ отъ 0° до 360°.



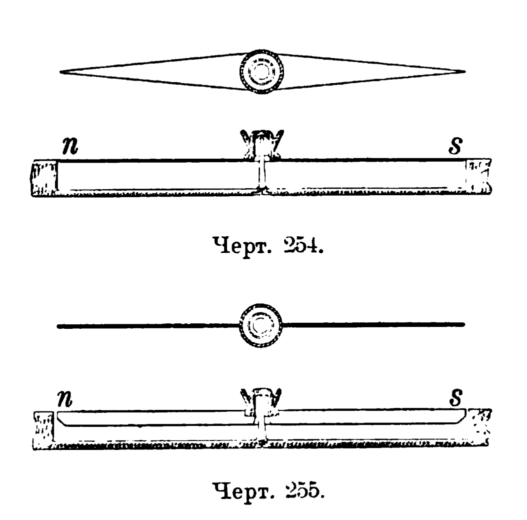
Черт. 253.

Уголъ, составляемый магнитнымъ меридіаномъ мѣста съ плоскостью истиннаго меридіана, называется *склоненіемъ* магнитной стрѣлки. Если стрѣлка своимъ сѣвернымъ концомъ отклонена къ западу отъ истиннаго меридіана, то склоненіе называется западнымъ и сопровождается знакомъ +; если же сѣверный конецъ стрѣлки отклоненъ къ востоку отъ истиннаго меридіана, то склоненіе называется восточнымъ и сопровождается знакомъ —. Пусть NS (черт. 253) представляетъ направленіе истиннаго меридіана, ns — направленіе магнитной оси стрѣлки (магнитный меридіанъ), а PQ—произвольное направленіе на мѣстности; тогда $\angle NPQ = A$—истинный азимутъ направленія PQ, $\angle nPQ = \alpha$—его магнитный азимутъ, а $\angle nPN = \delta$—склоненіе магнитной стрѣлки. Какъ видно изъ чертежа, связь магнитнаго азимута съ истиннымъ выражается слѣдующимъ простымъ уравненіемъ:

$$\alpha = A + \delta \tag{95}$$

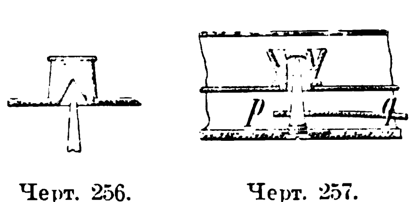
Ясно, что если буссолью измѣренъ магнитный азимутъ, то, обратно, по формулѣ $A = \alpha - \delta$ можно вычислить истинный азимутъ.

Чтобы магнитная ось стрѣлки совпадала съ ея геометрическою осью, по которой дѣлаютъ отсчеты на лимбѣ буссоли, магнитной стрѣлкѣ придаютъ видъ либо вытянутаго ромба (черт. 254), либо пластинки, поставленной на ребро (черт. 255). По серединѣ стрѣлки придѣлывается мѣдная шляпка со стальною или агатовою головкой, которою она вѣшается на стальное остріе. Магнитная стрѣлка помѣщается теперь, обыкновенно, въ мѣдной коробкѣ со стеклянною крышкой. Для простыхъ, дешевыхъ буссолей шляпка стрѣлки вытачивается изъ мѣди и имѣетъ коническое углубленіе (черт. 256), которымъ она и надѣвается на остріе, представляющее тоже конусъ, но съ меньшимъ угломъ у вершины. Отъ такихъ шляпокъ острія скоро притупляются. Въ лучшихъ буссоляхъ въ головку шляпки всегда вставленъ кусочекъ агата, нижняя часть котораго выточена по вогнутой шаровой поверхности съ большимъ радіусомъ (черт. 257); вершина же острія, сдѣланнаго изъ закаленой стали, обтачивается по выпуклой шаровой поверхности весьма малаго радіуса. При надѣтой стрѣлкѣ обѣ шаровыя поверхности соприкасаются въ одной точкѣ, и остріе не можетъ скоро тупиться.



Черт. 254.

Черт. 255.

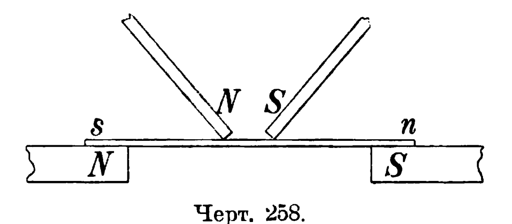


Черт. 256. Черт. 257.

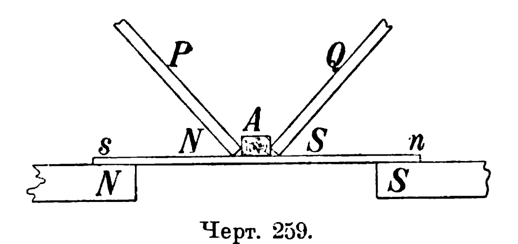
Чтобы во время храненія и перевозки шляпка не касалась острія и не тупила его напрасно, въ каждой буссоли имѣется рычажокъ *pq* (черт. 257 и 317), называемый *арретиромъ*; этимъ

рычажкомъ при помощи особой наружной пуговки (*K*, черт. 318) или поворотомъ всей крышки (черт. 317) стрѣлка приподнимается и плотно прижимается къ стеклу крышки буссоли. Свободный промежутокъ до стекла долженъ быть меньше высоты шляпки для того, чтобы при опусканіи арретира стрѣлка попадала на свое мѣсто. Передъ наблюденіями должно опускать арретиръ медленно и осторожно, иначе шляпка, ударяясь объ остріе, тупила бы его. При храненіи не слѣдуетъ держать вблизи буссоли желѣзныхъ вещей.

Стрѣлки буссолей дѣлаютъ не изъ естественной магнитной руды, обладающей слабымъ магнитизмомъ и неправильнымъ его распредѣленіемъ, а изъ кусковъ искусственнаго магнита, т. е. изъ твердой стали, которую *намагничиваютъ* полосами естественнаго или тоже искусственнаго магнита. Намагничиваніе производится разными способами.



Черт. 258.



Черт. 259.

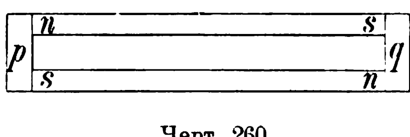
Французскій физикъ *Дюгамель* (1624—1706) предложилъ помѣщать стрѣлку *ns* (черт. 258) на разноименные полюсы двухъ магнитовъ и натирать ее двумя другими магнитами, приставленными такъ, чтобы на каждой сторонѣ стрѣлки полюсы верхняго и нижняго магнитовъ были одинаковы. Верхними магнитами проводятъ по стрѣлкѣ нѣсколько разъ отъ середины къ концамъ. Въ половинѣ стрѣлки, лежащей на южномъ и натираемой южнымъ же полюсомъ, возбуждается сѣверный магнитизмъ, а въ противоположной, лежащей на сѣверномъ полюсѣ и натираемой сѣвернымъ же—южный.

По способу русскаго академика *Эпинуса* (1724—1802) магниты и стрѣлка располагаются подобнымъ же образомъ (черт. 259), но между концами натирающихъ магнитовъ кладется кусокъ дерева *A*, и эти магниты не разводятся отъ середины къ концамъ, а, начиная отъ середины, оба магнита *P* и *Q* съ дере-

вяшкою *А* между ними ведутся сперва къ одному концу натираемой стрѣлки, потомъ назадъ, къ другому ея концу, затѣмъ опять къ первому и т. д. нѣсколько разъ; натираніе оканчивается у середины стрѣлки, съ тѣмъ, чтобы числа передвиженій вправо и влѣво были одинаковы.

Въ обоихъ способахъ послѣ натиранія одной стороны стрѣлку переворачиваютъ, оставляя на тѣхъ же полюсахъ, и столько же разъ натираютъ другую ея сторону.

При изготовленіи магнитныхъ стрѣлокъ въ большомъ количествѣ натираніе замѣняется помѣщеніемъ ихъ внутрь катушки изъ тонкой изолированной проволоки, по которой пропускаютъ сильный гальваническій токъ.



Черт. 260.

Такъ какъ сила магнитизма въ тѣлахъ ослабѣваетъ со временемъ, а иногда пропадаетъ внезапно отъ толчковъ, грозы и т. п., то, отправляясь съ буссолью въ продолжительное путешествіе, необходимо запастись нѣсколькими искусственными магнитами для новаго натиранія стрѣлки. Полосы магнитовъ, сохраняемыхъ для этой цѣли въ деревянномъ ящикѣ, называются *магнитнымъ магазиномъ*. Магниты должны лежать въ ящикѣ опредѣленнымъ образомъ, какъ показано на черт. 260, и къ концамъ ихъ должны быть приложены куски мягкаго желѣза *p* и *q*, называемые *якорями*; иначе сами полосы потеряютъ свои магнитныя свойства.

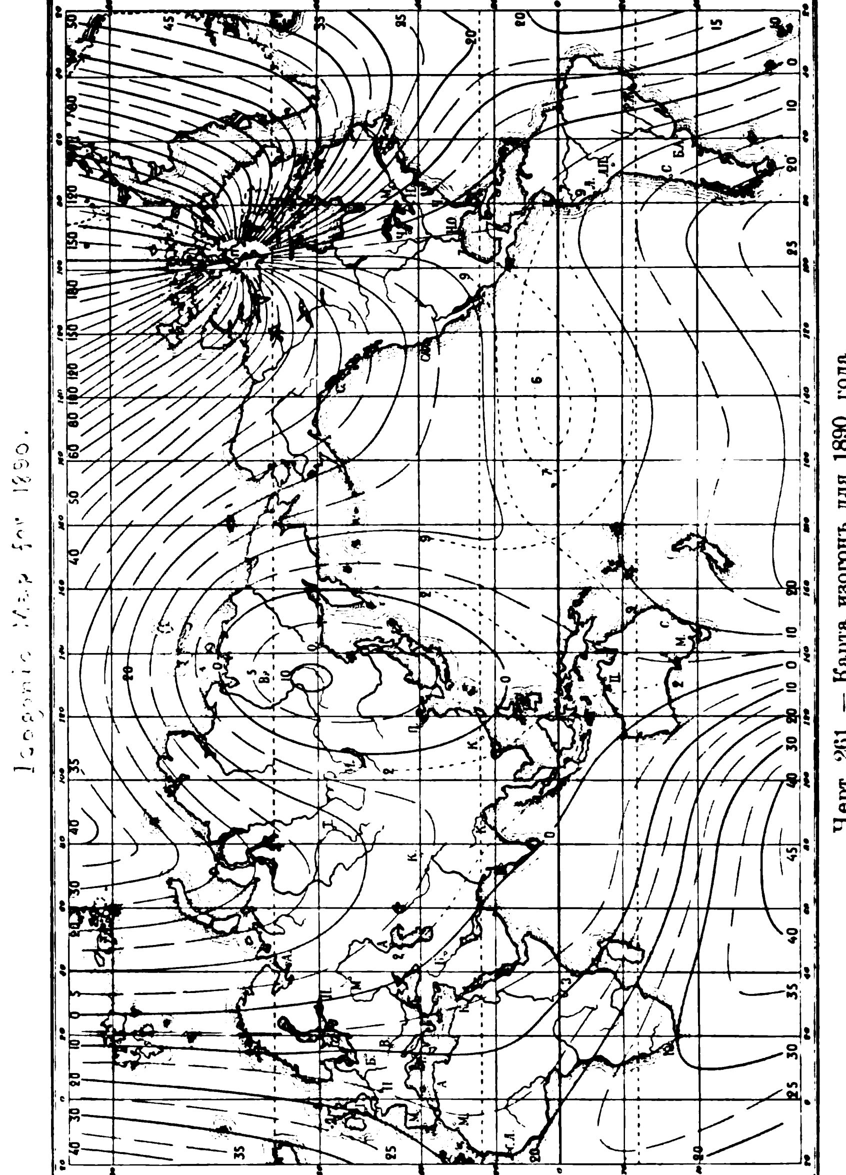
98. Земной магнитизмъ. Причина постоянства направленія свободно подвѣшенной магнитной стрѣлки называется *земнымъ магнитизмомъ*. Прежде полагали, что магнитная стрѣлка указываетъ совершенно точно на сѣверъ и югъ, и что причина этого заключается въ притяженіи сѣвернаго конца Полярною звѣздою. Потомъ убѣдились, что магнитная стрѣлка показываетъ на сѣверъ лишь приблизительно, и открыли такимъ образомъ склоненіе, но послѣднее считали постояннымъ, а различія склоненія въ разныхъ точкахъ земной поверхности приписывали неточности наблюденій, потому что и буссоли, и способы опредѣленія полуденной линіи (истиннаго меридіана) были довольно грубы. Только со временъ знаменитаго *Колумба*, который открылъ при первомъ же путешествіи своемъ на дальній западъ

Terrestrial Magnetism

въ 1492 году, что въ Атлантическомъ Океанѣ магнитная стрѣлка показываетъ точно на сѣверъ, ученые занялись ближайшимъ изученіемъ положенія магнитной стрѣлки въ разныхъ мѣстахъ. Оказалось, что склоненіе не только различно въ разныхъ точкахъ, но и на одномъ мѣстѣ не остается постояннымъ, а изъ года въ годъ медленно измѣняется и притомъ въ весьма значительныхъ предѣлахъ. Вотъ табличка склоненій магнитной стрѣлки въ Лондонѣ и Парижѣ, гдѣ точныя наблюденія обнимаютъ наиболѣе продолжительные періоды времени.

ЛОНДОНЪ.		ПАРИЖЪ.	
годы.	склоненія.	годы.	склоненія.
1576	— 11° 15′	1541	— 7° 0′
1580	— 11 20	1578	— 9 3
1622	— 6 0	1622	— 6 0
1634	— 4 6	1634	— 4 16
1657	0 0	1662	0 0
1692	+ 6 0	1680	+ 2 45
1700	+ 10 30	1710	+ 10 50
1723	+ 14 17	1740	+ 15 30
1748	+ 17 40	1770	+ 19 50
1802	+ 24 6	1814	+ 22 34
1818	+ 24 38	1848	+ 20 41
1850	+ 22 39	1880	+ 16 52
1900	+ 16 50	1900	+ 14 44

Эти перемѣны, называемыя *вѣковыми измѣненіями склоненія*, побудили ученыхъ еще глубже вникнуть въ явленіе. Для наглядной сводки наблюденій, произведенныхъ въ разныхъ мѣстахъ, *Галлей* предложилъ соединять на географическихъ картахъ точки, имѣющія одинаковое склоненіе, непрерывными кривыми, получившими названіе *изогонъ*. Такъ какъ склоненія подвержены вѣковымъ измѣненіямъ, то изогоны перемѣщаются, и изогоническія карты надо періодически составлять вновь. На черт. 261 изображено положеніе изогонъ для 1890 года, взятое изъ посмертнаго изданія физическаго атласа извѣстнаго готскаго картографа *Бергхауза* (1797—1884). Изогоны съ западнымъ склоненіемъ проведены толстыми линіями, а изогоны со склоненіемъ восточнымъ — тонкими; тѣ и другія проведены черезъ 5° (для круглыхъ десятковъ градусовъ сплошными линіями, а



Черт. 261. — Карта изогонъ для 1890 года.

для промежуточныхъ пятковъ — пунктиромъ). Чтобы не пестрить карты подписями, главные города означены лишь ихъ начальными буквами.

Легко замѣтить, что хотя въ общемъ изогоны и тянутся съ сѣвера на югъ, но нѣкоторыя изъ нихъ имѣютъ весьма неправильный видъ. *Агоническая линія*, т. е. геометрическое мѣсто точекъ, въ которыхъ въ 1890 году склоненіе равнялось 0°, начиная отъ сѣвернаго географическаго полюса, идетъ восточнѣе острововъ Шпицбергенъ, вступаетъ въ Европейскую Россію, пересѣкая Финляндію, проходитъ около С.-Петербурга (здѣсь склоненіе равнялось точно 0° осенью 1892 г.), далѣе черезъ южную Россію, Персію, Индійскій Океанъ и Западную Австралію идетъ къ южному географическому полюсу, отъ котораго возвращается черезъ Бразилію и восточную часть Соединенныхъ Штатовъ Сѣверной Америки снова къ сѣверному географическому полюсу. Вся центральная и западная Европа, часть западной Азіи, вся Африка, восточное побережье Америки, весь Атлантическій Океанъ и большая часть Океана Индійскаго имѣютъ западное склоненіе. Въ разныхъ мѣстахъ перечисленныхъ пространствъ величина склоненія весьма различна и достигаетъ кое гдѣ многихъ градусовъ; такъ, во Франціи и въ Испаніи западное склоненіе равно почти 20°, въ Исландіи даже 40°. Восточная часть Европейской Россіи, почти вся Азія, большая часть Австраліи и почти вся Америка, равно какъ почти весь Тихій Океанъ имѣютъ восточное склоненіе.

Такъ какъ на географическихъ полюсахъ пересѣкаются всѣ земные меридіаны, то, какъ бы тамъ ни стояла магнитная стрѣлка, въ нихъ должны пересѣкаться и всѣ изогоны. Дѣйствительно, на этихъ пока еще недоступныхъ для наблюденій точкахъ склоненіе должно имѣть всѣ величины отъ 0° до 180° къ западу и востоку, смотря по тому, отъ какого меридіана вздумали бы тамъ начинать счетъ склоненія; но замѣчательно, что кромѣ географическихъ полюсовъ на земной поверхности существуютъ еще двѣ другія точки, называемыя *магнитными полюсами*, гдѣ склоненіе имѣетъ тоже всевозможныя значенія и гдѣ поэтому опять пересѣкаются всѣ изогоны, но уже по другой причинѣ. На географическихъ полюсахъ горизонтально повѣшенная стрѣлка должна имѣть совершенно опредѣленное положеніе, и всевозможныя склоненія происходятъ тамъ, какъ только что объяснено, отъ пересѣченія въ одной точкѣ всѣхъ

географическихъ меридіановъ; на магнитныхъ же полюсахъ свободно повѣшенная за центръ тяжести магнитная стрѣлка принимаетъ отвѣсное положеніе, а будучи приведена противовѣсомъ въ положеніе горизонтальное, находится въ состояніи безразличія, останавливается въ любомъ направленіи и, слѣдовательно, съ единственнымъ проходящимъ тамъ географическимъ меридіаномъ образуетъ любые углы. Замѣтимъ кстати, что изогоны не надо смѣшивать съ *магнитными меридіанами* или линіями, проведенными по направленію магнитныхъ стрѣлокъ; всѣ магнитные меридіаны пересѣкаются только въ двухъ точкахъ — магнитныхъ полюсахъ, изогоны же — въ четырехъ.

Магнитные полюсы открыты недавно; сѣверный, находящійся на полуостровѣ Боотія въ Сѣверной Америкѣ, подъ 70° сѣверной широты и 98° западной долготы отъ Гринича, найденъ извѣстнымъ англійскимъ мореплавателемъ *Джономъ Россомъ* (1777 — 1856) въ 1831 году; южный же, находящійся на восточномъ берегу Земли Викторіи подъ 78° южной широты и 166° восточной долготы отъ Гринича, открытъ молодымъ норвежскимъ морякомъ *Борхгревинкомъ* лишь въ 1899 году. Любопытно, что въ пространствахъ между географическими и соотвѣтствующими имъ магнитными полюсами стрѣлка имѣетъ склоненіе, равное 180°, такъ что сѣвернѣе полуострова Боотіи, напримѣръ, на островахъ Соммерсетъ, Корнуэльсѣ и др. магнитная стрѣлка указываетъ сѣвернымъ концомъ на югъ.

Кромѣ прослѣженной выше большой агонической линіи, опоясывающей весь земной сфероидъ, существуетъ другая небольшая замкнутая линія съ нулевымъ склоненіемъ; какъ видно на черт. 261, она охватываетъ большое пространство Восточной Сибири, Японію, Корею, часть Китая и прилежащія пространства Тихаго Океана. Внутри этой линіи склоненіе вездѣ западное, достигающее въ нѣкоторыхъ точкахъ 10°. Такія мѣстныя замкнутыя изогоны или вообще значительныя уклоненія изогонъ отъ общаго направленія ихъ на земной поверхности называются *магнитными аномаліями*. Помимо своей важности для изученія распредѣленія земного магнитизма, магнитныя аномаліи имѣютъ еще большое практическое значеніе, потому что, какъ показываютъ новѣйшія изслѣдованія, онѣ связаны съ геологическимъ строеніемъ земной коры, залежами полезныхъ ископаемыхъ и т. п. Въ Европейской Россіи, гдѣ склоненіе магнитной стрѣлки колеблется вообще отъ + 8° на границѣ съ Прус-

сіей у Калиша до — 18° на крайнемъ сѣверѣ Уральскихъ горъ, нашимъ извѣстнымъ магнитологомъ *Смирновымъ* (1839—1880), опредѣлившимъ магнитные элементы болѣе, чѣмъ на 400 точкахъ, въ 1874 г. открыта магнитная аномалія въ Бѣлгородскомъ уѣздѣ Курской губерніи, обнимающая довольно значительное пространство. Поразительныя аномаліи, доходящія до 180°, найдены и изслѣдованы съ большою подробностью близъ Кривого Рога въ Херсонской губерніи безвременно погибшимъ молодымъ ученымъ *Пасальскимъ* (1871 — 1900). Попадаются аномаліи, замѣтныя и на весьма ограниченномъ пространствѣ. Такъ, въ 1890 году молодой офицеръ Корпуса Военныхъ Топографовъ *Яценко*, производя съемку около деревни Гипикюля близъ станціи Нурмисъ Финляндской ж. д., случайно натолкнулся на аномалію въ положеніи магнитной стрѣлки, доходящую до 180°; однако распространеніе этой аномаліи не превосходитъ нѣсколькихъ шаговъ въ длину и ширину.

Въ послѣднее время во многихъ странахъ предприняты особыя магнитныя съемки съ цѣлью изслѣдованія встрѣчающихся аномалій во всѣхъ подробностяхъ. Безъ знанія этихъ мѣстныхъ уклоненій каждый пользующійся буссолями можетъ быть введенъ въ самое грубое заблужденіе.

Выше было уже упомянуто, что склоненіе магнитной стрѣлки мѣняется не только при переходѣ изъ одного мѣста въ другое, но и на одномъ мѣстѣ съ теченіемъ времени. Такъ называемыя вѣковыя измѣненія склоненія (см. табличку на стр. 357) хотя и весьма значительны, но совершаются медленно. Напримѣръ, въ С.-Петербургѣ *годовое измѣненіе* склоненія составляетъ всего 5′; въ прочихъ мѣстахъ Европейской Россіи оно колеблется въ предѣлахъ отъ 3′ до 7′. Вообще вѣковыя измѣненія представляютъ медленное возрастаніе или убываніе склоненія изъ года въ годъ, причемъ, достигнувъ нѣкоторой предѣльной величины, магнитная стрѣлка останавливается и начинаетъ двигаться въ противоположномъ направленіи. Вѣковыя измѣненія склоненія несомнѣнно имѣютъ извѣстный періодъ, но онъ весьма продолжителенъ, и по недостатку наблюденій еще не изученъ; даже въ Лондонѣ и Парижѣ, гдѣ наблюденія обнимаютъ наибольшіе промежутки времени, полный періодъ вѣковыхъ измѣненій еще не окончился: полагаютъ, что онъ долженъ составлять около 450 лѣтъ.

Кромѣ вѣковыхъ, въ склоненіи магнитной стрѣлки замѣчены

еще *суточныя измѣненія.* Въ каждой точкѣ земной поверхности магнитная стрѣлка непрерывно колеблется около нѣкотораго средняго положенія. Эти колебанія были открыты въ 1722 году извѣстнымъ англійскимъ мастеромъ хронометровъ *Грагамомъ* (1675—1751). Около 8 часовъ утра сѣверный конецъ стрѣлки имѣетъ наибольшее отклоненіе къ востоку и затѣмъ начинаетъ медленно двигаться къ западу, достигая наибольшаго западнаго отклоненія около 1 часа дня; послѣ этого сѣверный конецъ стрѣлки движется назадъ, и второе наибольшее отклоненіе къ востоку наступаетъ около 10 часовъ вечера, но это вечернее наибольшее отклоненіе меньше утренняго; ночью сѣверный конецъ стрѣлки вторично движется къ западу, достигая второго наибольшаго западнаго отклоненія около 2 ч. ночи, и къ 8 ч. утра возвращается къ наибольшему восточному отклоненію. Такимъ образомъ, сѣверный конецъ магнитной стрѣлки каждыя сутки два раза имѣетъ наиболѣе восточное положеніе (8 ч. утра и 10 ч. вечера) и столько же разъ наиболѣе западное положеніе (около 1 ч. дня и 2 ч. ночи).

Амплитуды суточныхъ измѣненій склоненія не одинаковы въ разныя времена года и въ различныхъ мѣстахъ. Ночныя передвиженія стрѣлки какъ по величинѣ, такъ и по скорости всегда меньше дневныхъ. Лѣтомъ амплитуды больше, чѣмъ зимой, и въ умѣренныхъ и полярныхъ странахъ больше, чѣмъ въ тропическихъ. Колебанія для каждаго мѣста совершаются съ такою правильностью, что наблюденія положенія магнитной стрѣлки точными приборами, такъ называемыми *деклинаторами*, могутъ указывать время не хуже обыкновенныхъ часовъ. Однако суточныя измѣненія весьма незначительны, напримѣръ, въ среднихъ широтахъ Европейской Россіи наибольшія амплитуды достигаютъ только 15′. Магнитная стрѣлка занимаетъ среднее положеніе около 10 ч. утра, 8 ч. вечера, 12 ч. ночи и 4 ч. утра; въ эти часы всего точнѣе можно устанавливать инструменты буссолью по странамъ свѣта (оріентировать ихъ, отъ orient — востокъ).

Положеніе магнитной стрѣлки подвергается еще третьему роду перемѣнъ, такъ называемымъ *возмущеніямъ.* Иногда, безъ всякой видимой причины, стрѣлка приходитъ въ безпокойство и колеблется въ ту или другую сторону, причемъ перемѣны въ ея положеніи достигаютъ 2° и болѣе. Особенность этихъ случайныхъ колебаній заключается въ томъ, что они появляются

одновременно на огромныхъ пространствахъ, иногда на всей земной поверхности, но съ особою напряженностью они происходятъ въ странахъ полярныхъ. Многочисленныя наблюденія обнаружили, что возмущенія магнитной стрѣлки находятся въ связи съ появленіемъ полярныхъ сіяній, грозъ, землетрясеній, вулканическихъ изверженій и даже съ образованіемъ большихъ пятенъ на Солнцѣ. Замѣчено, напримѣръ, что во времена наибольшаго изобилія солнечныхъ пятенъ, т. е. каждыя 11 лѣтъ, магнитныя бури особенно часты и сильны.

Магнитная стрѣлка, свободно повѣшенная на нити за центръ тяжести, остановившись въ плоскости магнитнаго меридіана, не виситъ горизонтально и не находится въ состояніи безразличнаго равновѣсія, а уклоняется однимъ концомъ внизъ, образуя съ горизонтальною плоскостью опредѣленный для каждаго мѣста уголъ, называемый *наклоненіемъ*. Это явленіе, открытое еще въ 1510 году нюрнбергскимъ пасторомъ и механикомъ *Гартманомъ* (1489 - 1564), въ настоящее время изучено съ такою же подробностью, какъ и склоненіе. Въ разныхъ точкахъ Земли уголъ наклоненія весьма различенъ, причемъ въ сѣверномъ полушаріи внизъ уклоняется сѣверный конецъ стрѣлки, а въ южномъ — южный, и наклоненіе въ общемъ увеличивается отъ экватора къ полюсамъ. Точки, имѣющія равное наклоненіе, соединяются для наглядности на географическихъ картахъ непрерывными кривыми, называемыми *изоклинами*. Вообще говоря, изоклины имѣютъ направленіе близкое къ географическимъ параллелямъ, хотя и тутъ, какъ въ уклоненіяхъ изогонъ отъ географическихъ меридіановъ, встрѣчаются отступленія, но гораздо меньшія. Изоклина 0°, т. е. линія, соединяющая точки, въ которыхъ магнитная стрѣлка виситъ горизонтально, называется *магнитнымъ экваторомъ*; онъ пересѣкаетъ географическій экваторъ у западнаго берега Африки, восточнѣе отклоняется къ сѣверу, достигаетъ въ Остъ-Индіи параллели 18° сѣверной широты, затѣмъ возвращается къ югу, вторично пересѣкаетъ географическій экваторъ въ Тихомъ Океанѣ, вступаетъ здѣсь въ южное полушаріе, тянется черезъ Южную Америку почти по параллели 19° южной широты и, наконецъ, вновь поднимается къ сѣверу. Такимъ образомъ, въ настоящее время, магнитный экваторъ въ Старомъ свѣтѣ проходитъ сѣвернѣе географическаго, а въ Новомъ южнѣе, что соотвѣтствуетъ расположенію магнитныхъ полюсовъ. Точки пересѣченія магнитнаго

и географическаго экваторовъ нынѣ медленно передвигаются съ востока на западъ.

На магнитныхъ полюсахъ наклоненіе равно 90°, и тамъ, какъ было упомянуто выше, свободно повѣшенная магнитная стрѣлка принимаетъ отвѣсное положеніе.

Въ Европейской Россіи наклоненіе магнитной стрѣлки колеблется въ предѣлахъ между 55° въ Тифлисѣ и 74° въ Архангельскѣ. Подобно склоненію, наклоненіе претерпѣваетъ вѣковыя, суточныя и случайныя измѣненія.

Въ теоріи земного магнитизма важное значеніе имѣетъ еще третій элементъ—*напряженіе* или величина той силы, съ которою магнитная стрѣлка стремится принять въ каждой точкѣ опредѣленное направленіе. Напряженіе магнитной силы выражается нынѣ въ такъ называемыхъ *абсолютныхъ единицахъ CGS* (сантиметръ, граммъ и секунда). Этотъ элементъ является, какъ необходимое слѣдствіе склоненія и наклоненія, потому что для изслѣдованія силы мало знать ея направленіе, слѣдуетъ изучить еще и ея величину. Измѣреніями напряженія началъ заниматься впервые знаменитый *Гумбольдтъ*, по почину котораго были изобрѣтены соотвѣтствующіе приборы и основаны такъ называемыя *магнитныя обсерваторіи*, гдѣ спеціалисты занимаются всестороннимъ изслѣдованіемъ всѣхъ трехъ элементовъ земного магнитизма. У насъ въ Россіи, кромѣ многихъ небольшихъ, существуетъ съ 1878 г. первоклассная Константиновская Обсерваторія въ Павловскѣ, близъ С.-Петербурга. Гумбольдтъ предложилъ соединять на географическихъ картахъ непрерывными линіями точки, имѣющія равное напряженіе; эти линіи, называемыя *изодинамами*, имѣютъ весьма неправильный видъ и не совпадаютъ ни съ географическими параллелями, ни съ изоклинами, но, въ общемъ, напряженіе земного магнитизма возрастаетъ по мѣрѣ удаленія отъ экватора къ обоимъ полюсамъ. Замѣчательно, что точки съ наибольшимъ напряженіемъ не совпадаютъ съ магнитными полюсами, и въ сѣверномъ полушаріи такихъ точекъ не одна, а двѣ: одна въ Сѣверной Америкѣ, къ западу отъ Гудзонова залива, а другая въ Сибири, у устьевъ Лены. Въ нихъ напряженіе магнитной силы составляетъ около 0·001 напряженія силы тяжести.

Обработкой наблюденій всѣхъ трехъ элементовъ земного магнитизма много занимались нѣмецкіе ученые математикъ *Гауссъ* и физикъ *Веберъ* (1804–1891), и первый напечаталъ превос-

ходное сочиненіе: Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus. Выведенныя имъ формулы позволяютъ, на основаніи наблюденій на извѣстномъ числѣ точекъ, вычислить магнитные элементы для любой точки земной поверхности; эти формулы, хотя и заключаютъ лишь приближенные коэффиціенты, но все же облегчаютъ проведеніе изогонъ, изоклинъ и изодинамъ по океанамъ и мѣстамъ, гдѣ имѣется еще мало наблюденій *).

Что касается сущности земного магнитизма, то по этому вопросу до сихъ поръ нѣтъ не только полной теоріи, но даже и удовлетворительной гипотезы. Придворный врачъ королевы Елизаветы *Джильбертъ* (1540—1603) полагалъ, что внутри Земли находится огромный естественный магнитъ, сѣверный полюсъ котораго расположенъ въ южномъ полушаріи, а южный полюсъ — въ сѣверномъ; склоненіе магнитной стрѣлки онъ приписывалъ притяженію горъ, въ составъ которыхъ входитъ магнитный желѣзнякъ. *Галлей* усложнилъ эту гипотезу допущеніемъ существованія въ Землѣ не двухъ, а четырехъ полюсовъ. Вѣковыя перемѣны въ элементахъ земного магнитизма нѣмецкій горный инженеръ *Штейнхейзеръ* (1768—1825) приписывалъ періодическимъ движеніямъ магнитовъ, расположенныхъ внутри Земли. Знаменитый французскій физикъ *Амперъ* (1775—1836) объяснялъ магнитизмъ Земли электрическими токами, пробѣгающими по земной корѣ и возбуждаемыми нагрѣваніемъ ея Солнцемъ. Связь земного магнитизма съ Солнцемъ не подлежитъ сомнѣнію: на это указываетъ существованіе суточныхъ измѣненій въ склоненіи и наклоненіи, равно какъ замѣченный въ нихъ 11-ти лѣтній періодъ, какъ бы связанный съ упомянутымъ уже такимъ же періодомъ въ появленіи солнечныхъ пятенъ. По мнѣнію американскаго ученаго *Байджлоу* всѣ магнитныя явленія на земной поверхности могутъ быть объяснены предположеніемъ, что наша планета движется въ магнитномъ полѣ Солнца, а вѣковыя измѣненія элементовъ земного магни-

*) Измѣренія элементовъ земного магнитизма достигаютъ въ настоящее время такой точности, что въ нѣкоторыхъ случаяхъ, напримѣръ, при закрытомъ облаками небѣ, они могли бы служить для опредѣленія географическихъ широтъ по наблюденіямъ наклоненія магнитной стрѣлки и долготъ по наблюденіямъ склоненія. Измѣренія наклоненія стрѣлки могли бы даже приводить къ болѣе точному опредѣленію широтъ, чѣмъ наблюденія астрономическія, потому что наклоненіе мѣняется съ широтою скорѣе, чѣмъ высоты звѣздъ.

тизма—передвиженіемъ этого поля въ пространствѣ, вслѣдствіе поступательнаго движенія всей солнечной системы. Онъ полагаетъ, что въ будущемъ магнитная стрѣлка станетъ такимъ же могущественнымъ орудіемъ для изученія строенія и жизни Солнца, какъ полярископъ, спектроскопъ и болометръ.

Для пользующихся буссолями при топографическихъ съемкахъ изъ всѣхъ трехъ элементовъ земного магнитизма наибольшее значеніе имѣетъ склоненіе, такъ какъ оно цѣликомъ входитъ въ оріентированіе плана. Наклоненіе и напряженіе не вліяютъ на оріентированіе, и о существованіи ихъ производители топографическихъ съемокъ должны знать лишь для того, чтобы уравновѣшивать стрѣлку въ горизонтальной плоскости.

99. Опредѣленіе склоненія. Въ § 97 было объяснено, что для перевода магнитныхъ азимутовъ, измѣряемыхъ буссолями, въ истинные азимуты надо знать склоненіе магнитной стрѣлки. Повидимому всего проще было бы брать склоненіе съ готовыхъ картъ изогонъ (черт. 261), опредѣляя его для мѣста наблюденія подобно тому, какъ выводится высота точки по плану въ изогипсахъ (черт. 41). Однако такой пріемъ весьма не надеженъ. Дѣйствительно, во-первыхъ, изогоническія карты не всегда бываютъ подъ рукой; во-вторыхъ, онѣ даютъ склоненіе лишь для эпохи своего составленія, такъ что показанныя тамъ величины необходимо переводить въ современныя; въ-третьихъ, эти карты вѣрны только для пространствъ, гдѣ наблюденія производились на многихъ близкихъ точкахъ, въ Россіи же, особенно въ Азіатской, мѣста наблюденія такъ рѣдки, что на проведенныя тамъ изогоны нельзя полагаться; наконецъ, въ четвертыхъ, въ мѣстахъ, гдѣ приходится пользоваться буссолью, могутъ существовать магнитныя аномаліи, которыя у насъ еще очень мало изслѣдованы; подробныя же магнитныя съемки въ иностранныхъ государствахъ показали, что эти аномаліи далеко не такъ рѣдки, какъ полагали раньше. Поэтому лучше умѣть опредѣлять склоненіе самому во всякое время и на каждомъ мѣстѣ. Отъ незнанія склоненія можно впасть въ грубое заблужденіе. Извѣстно, что французы, при съемкахъ въ Крыму во время Восточной войны 1854—55 гг., принимали тамъ парижское склоненіе, равное въ ту эпоху $19^1/_2{}^\circ$, тогда какъ склоненіе въ Крыму составляло всего 7°.

Опредѣленіе склоненія сводится къ опредѣленію положенія

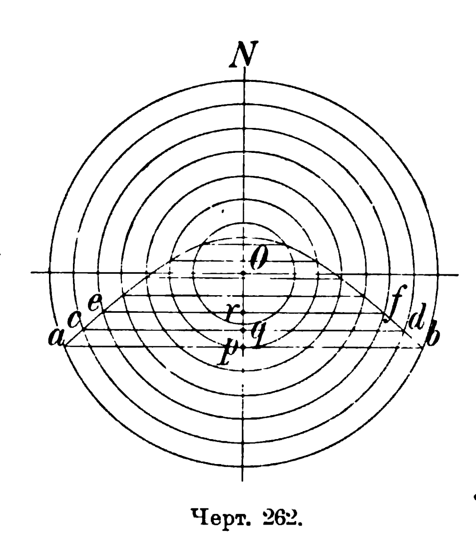
истиннаго меридіана. Если направленіе полуденной линіи опредѣлено и отмѣчено кольями или инымъ образомъ, то магнитный азимутъ этого направленія, измѣренный буссолью, и представляетъ склоненіе (см. черт. 253).

Опредѣленіе направленія истиннаго меридіана производится помощью астрономическихъ наблюденій, для чего необходимо имѣть хорошій угломѣрный инструментъ и хронометръ. Для нуждъ буссольной съемки нѣтъ никакой надобности знать положеніе истиннаго меридіана съ большою точностью. Въ самомъ дѣлѣ, вслѣдствіе однихъ суточныхъ измѣненій склоненія, положеніе магнитнаго меридіана безъ спеціальныхъ приборовъ не можетъ быть опредѣлено точнѣе, какъ до $\pm 15'$. Соотвѣтственно этому буссоли, примѣняемыя на съемкахъ, имѣютъ лимбы, раздѣленные обыкновенно лишь черезъ 1°, и отсчеты по нимъ дѣлаются съ точностью $\pm {}^1/_4{}^\circ$; съ такою же точностью вполнѣ достаточно знать и склоненіе для буссольной съемки. Вотъ простѣйшіе способы опредѣленія полуденной линіи.

1. *Посредствомъ гномона.* Солнце ежедневно поднимается надъ горизонтомъ, достигаетъ наибольшей высоты въ полдень, проходя черезъ меридіанъ, и затѣмъ опускается къ западу. Это суточное видимое движеніе Солнца почти симметрично относительно меридіана, и потому если замѣтить положенія тѣней равной длины отъ какого-нибудь неподвижнаго предмета до и послѣ полудня, то прямая, дѣлящая уголъ, составляемый равными тѣнями, пополамъ, будетъ полуденною линіей.

На мензульномъ планшетѣ, приведенномъ въ горизонтальное положеніе, или на другой горизонтальной плоскости проводятъ систему концентрическихъ окружностей и въ центрѣ ихъ втыкаютъ вертикально иглу O (черт. 262) въ нѣсколько дюймовъ длины; затѣмъ въ ясную погоду по возможности въ теченіе цѣлаго дня слѣдятъ за тѣнью, отбрасываемой иглою, и отмѣчаютъ точки a, c, e... въ которыхъ оконечность тѣни иглы пересѣкаетъ упомянутыя окружности. Утромъ, когда Солнце находится на востокѣ, тѣнь направлена къ западу и имѣетъ наибольшую длину; по мѣрѣ суточнаго движенія этого свѣтила тѣнь отъ иглы постепенно поворачивается къ сѣверу, дѣлается короче и въ полдень, направляясь прямо на сѣверъ, имѣетъ самую малую длину; послѣ полудня тѣнь перемѣщается къ востоку и непрерывно удлинняется. Геометрическое мѣсто вершинъ тѣни въ теченіе цѣлаго дня въ нашихъ широтахъ есть

гипербола, дѣйствительная ось которой направлена по меридіану; вершины ежесуточныхъ гиперболъ обращены лѣтомъ къ сѣверу, а зимой къ югу. Въ дни равноденствій гипербола превращается въ прямую, перпендикулярную къ полуденной линіи. Поэтому если соединить отмѣченныя точки на каждой окружности хордами *ab*, *cd*, *ef*... и раздѣлить ихъ пополамъ въ *p*, *q*, *r*, то всѣ эти точки должны лежать на меридіанѣ, проходящемъ черезъ основаніе иглы. Остается провести прямую черезъ всѣ середины хордъ, воткнуть по концамъ ея двѣ иголки и въ этомъ направленіи выставить колъ, въ разстояніи нѣсколькихъ десятковъ саженей. Вертикальная плоскость, заключающая точку стоянія гномона (иглы *O*) и выставленный колъ, будетъ плоскостью истиннаго меридіана.

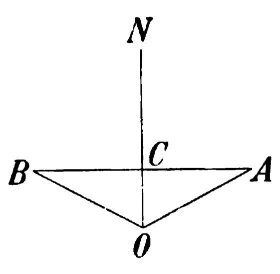


Черт. 262.

Вмѣсто томительнаго выжиданія временъ пересѣченія концомъ тѣни послѣдовательныхъ окружностей казалось бы достаточнымъ замѣтить только положеніе кратчайшей тѣни, лежащей именно въ направленіи полуденной линіи; но около полудня длина тѣни мѣняется такъ незначительно, что опредѣленіе было бы весьма ненадежно.

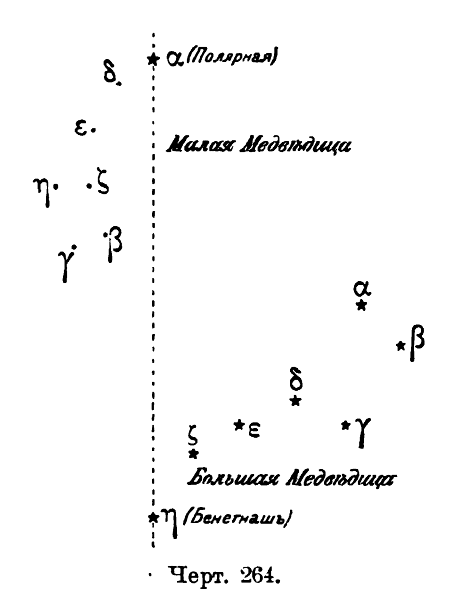
Опредѣленіе направленія истиннаго меридіана гномономъ дастъ теоретически точный результатъ только въ дни солнцестоянія, т. е. 8 іюня и 9 декабря, когда склоненіе Солнца достигаетъ наибольшей и наименьшей величины, и въ теченіе одного дня можетъ считаться постояннымъ. Въ прочіе дни, особенно во времена равноденствій (8 марта и 10 сентября), склоненіе Солнца быстро измѣняется, и суточный путь его не представляетъ кривой, симметричной относительно меридіана; однако для грубаго опредѣленія полуденной линіи это обстоятельство не имѣетъ значенія, потому что ошибка будетъ не больше $\pm 10'$.

2. *По направленіямъ на восходящее и заходящее Солнце.* Въ степи или вообще на открытой равнинѣ, такъ же какъ на островѣ среди моря, гдѣ можно любоваться восходомъ и закатомъ Солнца, положеніе меридіана опредѣляется проще. Воткнувъ въ точкѣ стоянія колъ O (черт. 263), выжидаютъ восхода Солнца и въ направленіи на его центръ выставляютъ колъ A; подобнымъ же образомъ выставляютъ колъ B въ направленіи на центръ заходящаго Солнца. Оба кола должны быть поставлены въ равныхъ разстояніяхъ отъ точки O ($AO = BO$). Направленіе ON изъ O на середину C прямой AB представитъ полуденную линію. Этотъ способъ непримѣнимъ только около дней равноденствія, когда Солнце восходитъ и заходитъ вблизи точекъ Востока и Запада, такъ что C, середина прямой AB, получается весьма близко къ O; но тогда достаточно провѣшить перпендикуляръ къ прямой AB.



Черт. 263.

3. *По звѣздамъ.* Извѣстно, что Полярная звѣзда, послѣдняя въ хвостѣ созвѣздія Малой Медвѣдицы (α Ursae minoris), очень близка къ сѣверному полюсу міра; поэтому направленіе на нее даетъ положеніе истиннаго меридіана, всегда удовлетворяющее любителей, именно, съ ошибкою до 2° — 3°. Для буссольной съемки такое приближеніе недостаточно, но такъ какъ видимое суточное перемѣщеніе Полярной звѣзды совершается весьма медленно, и два раза въ сутки эта звѣзда бываетъ точно въ меридіанѣ, то надо дѣлать опредѣленія не когда вздумается, а около временъ ея кульми-



Черт. 264.

націй. Обыкновенно у производителя топографическихъ работъ нѣтъ хронометра и средствъ для опредѣленія его поправки, и потому надо выжидать, когда Полярная окажется въ одной отвѣсной плоскости съ соотвѣтствующею ей крайнею звѣздою Бенетнашъ въ созвѣздіи Большой Медвѣдицы (η Ursae Majoris). Въ это время Полярная бываетъ въ верхней кульминаціи. Обѣ звѣзды легко разыскиваются на небѣ, такъ какъ онѣ достаточно ярки, 2-ой величины (черт. 264).

Наблюдатель укрѣпляетъ отвѣсъ и, ставъ южнѣе его шаговъ на десять, выжидаетъ время, когда хвостъ Большой Медвѣдицы опустится всего ниже къ горизонту. Передвигаясь вправо или влѣво, легко найти мѣсто, съ котораго Полярная и Бенетнашъ окажутся въ одной вертикальной плоскости, т. е. обѣ одновременно скроются за нитью отвѣса. Прямая въ направленіи отъ наблюдателя на отвѣсъ и будетъ полуденною линіей. Если ночь такъ темна, что отвѣсъ не видимъ издали, его натираютъ мѣломъ или становятся къ нему поближе, а въ направленіи обѣихъ звѣздъ выставляютъ зажженный фонарь. Полярная и Бенетнашъ располагаются въ одной отвѣсной плоскости осенью около полуночи, зимою вскорѣ послѣ наступленія ночи, а лѣтомъ передъ разсвѣтомъ.

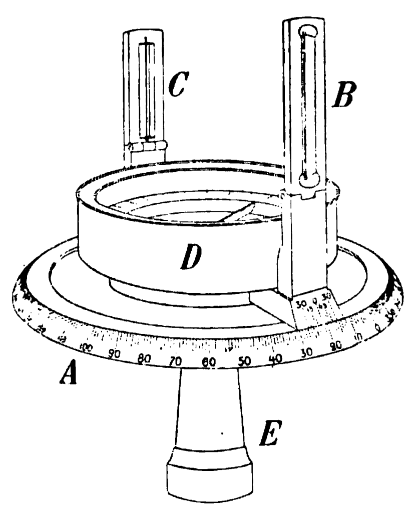
Various kinds of compasses.

100. Разнаго рода буссоли. Коробкамъ буссолей, назначенныхъ для топографическихъ съемокъ, придаютъ небольшіе размѣры около 2 4 дюймовъ въ діаметрѣ, а лимбы дѣлятъ только на градусы. Большіе размѣры и мелкія дѣленія были бы совершенно излишни; выше было уже упомянуто, что вслѣдствіе однихъ суточныхъ измѣненій склоненія, безполезно дѣлать отсчеты точнѣе, чѣмъ до $^1/_4{}^\circ$.

Хотя буссоли бываютъ самаго разнообразнаго устройства, но всѣ онѣ могутъ быть раздѣлены на два рода: *штативныя*, которыя при наблюденіяхъ необходимо ставить на треногу или на колъ, и *ручныя*, которыми работаютъ съ руки. Уже по внѣшнему виду легко узнать родъ буссоли: въ штативной лимбъ составляетъ одно цѣлое съ коробкой, и магнитная стрѣлка сразу бросается въ глаза, тогда какъ въ ручной лимбъ прикрѣпленъ къ самой стрѣлкѣ, такъ что послѣдняя обыкновенно не видна. Ниже описаны лишь одна штативная буссоль (Стефана) и одна ручная (Шмалькальдера), именно тѣ, которыя чаще всего примѣняются на съемкахъ въ Россіи.

Буссоль Стефана. Буссоль, изобрѣтенная Начальникомъ Николаевской Академіи Генеральнаго Штаба *Стефаномъ* (1796—1873), состоитъ изъ наружнаго лимба *A* (черт. 265), раздѣленнаго на градусы, алидады съ двумя діоптрами *B* и *C*, приводимыми для наблюденій въ вертикальное положеніе и пригибаемыми для укладки въ ящикъ, и плоской цилиндрической коробки *D* съ другимъ лимбомъ, тоже раздѣленнымъ на градусы. Внутри этой коробки, прикрытой сверху стекломъ, помѣщена магнитная стрѣлка.

На внутреннемъ лимбѣ, кромѣ подписей черезъ каждые 10°, поставлены буквы *N*, *O*, *S* и *W*, причемъ *N* находится противъ черты, означенной 0°. Лимбъ *A* и коробка *D* соединены неизмѣнно и такъ, что діаметры, означенные 0° и 180°, имѣютъ на обоихъ лимбахъ одно направленіе; алидада же съ діоптрами можетъ свободно вращаться, причемъ положеніе ея отсчитывается на внѣшнемъ лимбѣ по указателю и верньеру. Вертикальная плоскость, заключающая указатели алидады, совпадаетъ съ визирною, т. е. съ плоскостью, проходящею черезъ прорѣзъ глазного и волосокъ предметнаго діоптровъ. Подъ лимбомъ имѣется втулка *E* съ зажимнымъ винтомъ для установки буссоли на треногу.



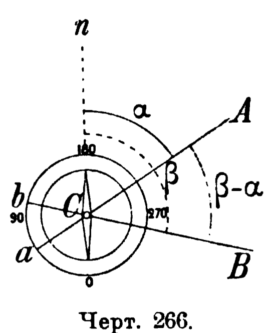
Черт. 265.

Для наблюденій буссоль приводятъ сперва въ горизонтальное положеніе по стрѣлкѣ, т. е. устанавливаютъ ее такъ, чтобы верхняя грань магнитной стрѣлки совпала съ плоскостью внутренняго лимба (см. § 101, п. 3). Затѣмъ вращаютъ весь приборъ до тѣхъ поръ, пока діаметръ *NS* не совпадетъ съ направленіемъ успокоившейся стрѣлки; въ этомъ положеніи буссоль закрѣпляютъ на треногѣ зажимнымъ винтомъ. Тогда діаметръ наружнаго лимба, означенный 0° и 180°, приметъ направленіе магнитнаго меридіана; поэтому если навести теперь діоптры

24*

на любой предметъ, то отсчетъ по наружному лимбу дастъ непосредственно магнитный азимутъ направленія. Если съ одной точки стоянія необходимо опредѣлить магнитные азимуты многихъ предметовъ, то вращаютъ одну лишь алидаду, направляя плоскость діоптровъ на эти предметы и дѣлая отсчеты по наружному лимбу.

Пусть буссоль стоитъ въ точкѣ C (черт. 266), и діаметръ лимба 0° и 180° совмѣщенъ съ плоскостью магнитнаго меридіана. Отсчетъ a при наведеніи діоптровъ на предметъ A дастъ магнитный азимутъ α направленія CA, отсчетъ b при наведеніи діоптровъ на предметъ B— магнитный азимутъ β направленія CB и т. д. Разность же отсчетовъ при наведеніяхъ на два предмета, напримѣръ, разность $\beta-\alpha$ ихъ магнитныхъ азимутовъ выразитъ, очевидно, величину горизонтальнаго угла ACB.

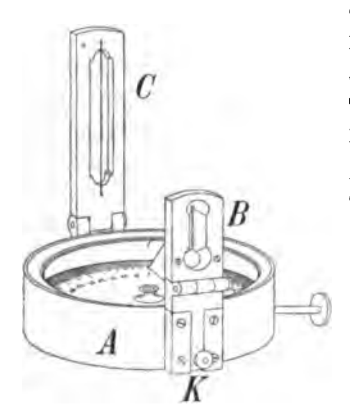


Черт. 266.

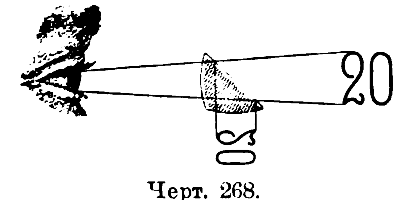
Такимъ образомъ, въ буссоли Стефана коробка и стрѣлка остаются неподвижными во все время наблюденій на одной точкѣ. Это представляетъ большое преимущество прибора. Въ другихъ штативныхъ буссоляхъ алидада прикрѣплена неподвижно къ самой коробкѣ и при наведеніи діоптровъ на каждый предметъ надо поворачивать всю коробку, отчего магнитная стрѣлка приходитъ въ движеніе, и послѣ каждаго наведенія необходимо выжидать извѣстное время, пока стрѣлка вновь успокоится. Буссоль Стефана представляетъ въ сущности не только буссоль, но и самостоятельный угломѣрный инструментъ: разности отсчетовъ при наведеніяхъ діоптровъ на разные предметы даютъ вѣрные горизонтальные углы между предметами независимо отъ того, точно ли установлена коробка по магнитной стрѣлкѣ. Вотъ почему при алидадѣ этой буссоли имѣется верньеръ, позволяющій отсчитывать направленія съ точностью до 5′. Во всякой другой буссоли верньеры были бы безполезны.

Буссоль Шмалькальдера. Изъ ручныхъ буссолей наибольшимъ распространеніемъ пользуется буссоль лондонскаго механика *Шмалькальдера.* Это цилиндрическая коробка A (черт. 267) со стеклянною крышкой, заключающая остріе, на которомъ вращается магнитная стрѣлка съ наклееннымъ на нее легкимъ

лимбомъ изъ картона или алюминія. Діаметръ 0°—180° совпадаетъ съ магнитною осью стрѣлки, и 0° поставленъ у южнаго конца стрѣлки. Къ коробкѣ прикрѣплены на шарнирахъ діоптры; предметный діоптръ имѣетъ обыкновенное устройство, а глазной снабженъ прямоугольною равнобочною стеклянною призмой съ выпуклыми катетами, такъ что наблюдатель, смотрящій въ этотъ діоптръ B, видитъ черезъ верхнюю часть прорѣза волосокъ предметнаго діоптра и самый предметъ, а черезъ нижнюю

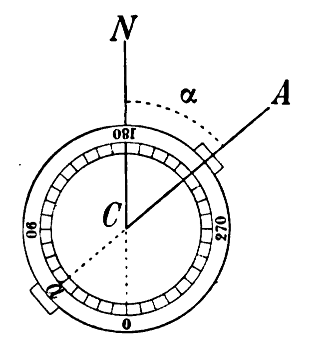


Черт. 267.



Черт. 268.

его часть—приходящіяся подъ нимъ дѣленія лимба (черт. 268). Призма глазного діоптра дѣйствуетъ здѣсь и какъ зеркало, благодаря полному внутреннему отраженію лучей отъ гипотенузы, и какъ лупа, вслѣдствіе преломленія лучей въ выпуклыхъ катетахъ. Для установки этой оптической системы «по глазу» глазной діоптръ можно поднимать и опускать за пуговку K (черт. 267).



Черт. 269.

Чтобы опредѣлить магнитный азимутъ какого-нибудь направленія, наблюдатель беретъ буссоль въ руки, держитъ коробку насколько можетъ въ горизонтальномъ положеніи, наводитъ діоптры на предметъ и дожидается, пока стрѣлка съ лимбомъ успокоится. Одновременно съ предметомъ онъ увидитъ часть лимба и отсчитываетъ дѣленіе, представляющееся ему въ плоскости визированія. Этотъ отсчетъ и будетъ магнитнымъ азимутомъ взятаго направленія. Дѣйствительно, изъ черт. 269 ясно, что когда плоскость діоптровъ направлена съ юга на

сѣверъ, то отсчетъ будетъ 0°, что и должно быть, такъ какъ въ данномъ случаѣ магнитный азимутъ = 0°. При вращеніи діоптровъ и коробки стрѣлка и лимбъ остаются неподвижными, слѣдовательно, при вращеніи въ сторону возрастающихъ азимутовъ подъ призмою будутъ оказываться дѣленія 10°, 20°..., такъ что при наведеніи діоптровъ на предметъ A отсчетъ a выразитъ непосредственно магнитный азимутъ α направленія CA.

Сравнивая штативныя буссоли съ ручными, легко замѣтить, что первыя даютъ вообще болѣе точные результаты, такъ какъ только на твердомъ основаніи магнитная стрѣлка устанавливается совершенно неподвижно; невыгода же штативныхъ буссолей заключается въ томъ, что наведеніе и отсчетъ составляютъ два отдѣльныхъ дѣйствія, а это сопряжено съ нѣкоторою потерею времени. Въ ручныхъ буссоляхъ наведеніе и отсчетъ производятся *одновременно*, но зато наблюдатель не можетъ держать коробку въ рукѣ безусловно неподвижно; стрѣлка и лимбъ колеблются, и отсчетъ менѣе точенъ. Впрочемъ, опытные наблюдатели никогда не дожидаются полнаго успокоенія стрѣлки, которое и невозможно въ рукѣ; они слѣдятъ за лимбомъ и замѣчаютъ предѣлы его колебаній: вѣрный азимутъ равенъ полусуммѣ отсчетовъ при такихъ предѣльныхъ положеніяхъ лимба.

Въ частности, преимущество буссоли Стефана передъ другими, штативными же буссолями заключается въ томъ, что ея коробка остается неподвижною во все время наблюденій на одной точкѣ, и наблюдатель не отсчитываетъ положенія стрѣлки, а совмѣщаетъ съ нею діаметръ лимба, означенный буквами N и S: совмѣщеніе двухъ линій дѣлается всегда точнѣе отсчета по магнитной стрѣлкѣ.

101. Повѣрки буссолей. Чтобы давать вѣрные магнитные азимуты, каждая буссоль должна удовлетворять извѣстнымъ условіямъ, для чего ее *повѣряютъ*. Всѣ повѣрки буссоли можно раздѣлить на повѣрки, дѣлаемыя разъ навсегда, и повѣрки, время отъ времени повторяемыя. Къ перваго рода повѣркамъ относятся: 1) не заключаетъ ли коробка буссоли желѣза и 2) вѣрны ли дѣленія лимба Если однажды выяснено, что коробка буссоли сдѣлана изъ чистой мѣди, не заключаетъ въ себѣ ни желѣза, ни никкеля, то не откуда имъ явиться тамъ и впослѣдствіи; точно также, если оказалось, что дѣленія лимба

вѣрны, то пока онъ не претерпѣлъ какихъ-нибудь механическихъ поврежденій, дѣленія останутся вѣрными. Къ повѣркамъ второго рода относятся: 3) уравновѣшена ли стрѣлка, 4) имѣетъ ли она достаточную чувствительность, 5) не существуетъ ли эксцентриситета, 6) перпендикулярна ли плоскость діоптровъ къ лимбу и 7) нѣтъ ли коллимаціонной ошибки.

Ниже объяснено, какъ узнаются и исправляются недостатки буссоли средствами, всегда имѣющимися подъ руками, и какъ исключаются ошибки изъ наблюденій, если существующіе недостатки неисправимы.

1. *Отсутствіе желѣза въ коробкѣ.* Свободно висящая магнитная стрѣлка уклоняется отъ направленія магнитнаго меридіана при поднесеніи къ ней любого желѣзнаго предмета; поэтому, если въ коробкѣ буссоли заключаются магнитныя тѣла (желѣзо, никкель, кобальтъ) въ видѣ механической или химической примѣси, то стрѣлка не будетъ становиться по направленію магнитнаго меридіана; при каждомъ новомъ положеніи коробки стрѣлка будетъ принимать другое направленіе по равнодѣйствующей силъ земного магнитизма и притяженія самой коробки. Единственная стальная часть—остріе ввинчено подъ самымъ центромъ стрѣлки, и потому оно не имѣетъ вліянія на ея положеніе.

Для изслѣдованія стрѣлку снимаютъ, остріе вывинчиваютъ и коробку подносятъ къ другой или той же магнитной стрѣлкѣ, свободно повѣшенной на иглу, воткнутую въ столъ. Коробку подносятъ разными сторонами и слѣдятъ, остается ли стрѣлка неподвижною. Если стрѣлка не обнаруживаетъ никакихъ колебаній, то коробка сдѣлана изъ чистой мѣди, въ противномъ случаѣ она заключаетъ примѣсь названныхъ выше магнитныхъ тѣлъ, и буссоль не годна для работъ.

2. *Вѣрность дѣленій лимба.* Каждый промежутокъ между сосѣдними черточками на лимбѣ долженъ составлять ровно 360-ую часть окружности. Для изслѣдованія вѣрности дѣленій берутъ циркулемъ или отмѣчаютъ на бумажкѣ произвольный промежутокъ между двумя черточками лимба, напримѣръ, въ 5° или 10°, и подносятъ къ такимъ же промежуткамъ въ разныхъ частяхъ лимба. Если окажется, что взятый промежутокъ вездѣ совпадаетъ съ соотвѣтствующими черточками лимба, то дѣленія правильны; въ противномъ случаѣ лимбъ не годенъ. Впрочемъ, при современныхъ дѣлительныхъ машинахъ ошибки черточекъ лим-

бовъ не превышаютъ нѣсколькихъ секундъ, такъ что изъ-за ошибокъ дѣленій никогда не приходится браковать буссолей.

3. *Равновѣсіе стрѣлки.* Въ § 98 было объяснено, что вслѣдствіе наклоненія каждая магнитная стрѣлка, подвѣшенная за центръ тяжести, въ сѣверномъ полушаріи уклоняется сѣвернымъ концомъ внизъ. Для противодѣйствія наклоненію шляпка вытачивается такъ, что центръ тяжести стрѣлки лежитъ ниже точки опоры, и, кромѣ того, южный конецъ стрѣлки дѣлаютъ у насъ нѣсколько тяжелѣе сѣвернаго; но стрѣлка, уравновѣшенная въ мастерской, можетъ потомъ оказаться неуравновѣшенною: во-первыхъ, въ другомъ мѣстѣ наблюденія величины наклоненія и напряженія другія, во-вторыхъ, вслѣдствіе неизбѣжнаго отъ времени ослабленія магнитизма самой стрѣлки, равновѣсіе ея можетъ нарушиться, такъ что даже въ мѣстѣ своего изготовленія стрѣлка не будетъ уже висѣть горизонтально. Между тѣмъ равновѣсіе магнитной стрѣлки имѣетъ большое практическое значеніе, потому что отсчеты положенія наклонно висящей стрѣлки и затруднительны, и сопряжены съ параллактическими ошибками; кромѣ того, буссоли обыкновенно не снабжаются приборами для приведенія ихъ въ горизонтальное положеніе, а ихъ приводятъ въ таковое именно установкою коробки по свободно висящей стрѣлкѣ.

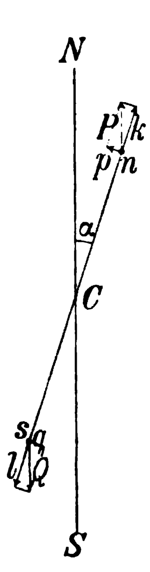
Чтобы узнать, уравновѣшена ли стрѣлка, коробку буссоли приводятъ точно въ горизонтальное положеніе при помощи уровня, послѣ чего, поворачивая ее въ разныя стороны, слѣдятъ, отстоятъ ли концы стрѣлки на равныхъ разстояніяхъ отъ дна коробки. Если имѣютъ дѣло съ буссолью Шмалькальдера, то послѣ установки коробки въ горизонтальное положеніе уровнемъ и призмы по глазу, смотрятъ, будутъ ли черточки лимба видимы съ одинаковою отчетливостью при разныхъ азимутахъ. При негоризонтальности стрѣлки подпиливаютъ болѣе тяжелый конецъ или налѣпляютъ на болѣе легкій кусочекъ сургуча или станіоля. Такъ какъ трудно угадать впередъ, сколько надо налѣпить, то послѣдній матеріалъ предпочтительнѣе: клей высыхаетъ не сразу, и потому, наложивъ кусочекъ станіоля, его передвигаютъ къ шляпкѣ или обратно и, мѣняя этимъ длину плеча рычага, скоро достигаютъ равновѣсія.

4. *Чувствительность стрѣлки.* Чувствительною называютъ такую магнитную стрѣлку, которая, будучи выведена изъ положенія равновѣсія, останавливается всякій разъ противъ того

же мѣста лимба и притомъ останавливается скоро, послѣ немногихъ колебаній.

Дѣйствіе земного магнитизма можно разсматривать, какъ двѣ равныя силы, приложенныя къ магнитнымъ полюсамъ стрѣлки n и s (черт. 270). Пусть силы эти будутъ: P — направленная къ сѣверу и Q — къ югу. Разложивъ каждую изъ этихъ силъ на двѣ, одну по направленію магнитной оси стрѣлки, другую по направленію къ ней перпендикулярному, получимъ четыре силы, изъ которыхъ силы k и l, какъ равныя и противоположно направленныя, взаимно уничтожаются, а силы p и q образуютъ «пару», стремящуюся повернуть стрѣлку сѣвернымъ концомъ влѣво. Если α уголъ, образованный магнитною осью стрѣлки съ направленіемъ магнитнаго меридіана NS, то, какъ видно изъ чертежа:

$$p = P \, . \, \sin \alpha$$



Черт. 270.

По мѣрѣ вращенія стрѣлки, силы p и q уменьшаются и въ плоскости магнитнаго меридіана (гдѣ $\alpha=0$) обращаются въ нуль, но стрѣлка продолжаетъ вращаться по инерціи до тѣхъ поръ, пока тѣ же силы, но дѣйствующія уже по обратнымъ направленіямъ, не остановятъ этого вращенія и не принудятъ стрѣлку двигаться назадъ. Это колебательное движеніе въ обѣ стороны продолжалось бы непрерывно, если бы треніе шляпки объ остріе и сопротивленіе воздуха не уменьшало размаховъ стрѣлки, которая, наконецъ, и вовсе остановится. Если бы треніе шляпки объ остріе было ничтожно, или сила земного магнитизма безконечно велика, то стрѣлка остановилась бы точно въ плоскости магнитнаго меридіана. Въ дѣйствительности колебанія стрѣлки прекращаются, когда уголъ α уменьшится до такой величины, при которой сила p сдѣлается равною сопротивленію тренія шляпки объ остріе. Ясно, что предѣльный уголъ отклоненія будетъ тѣмъ больше, чѣмъ болѣе треніе и чѣмъ меньше магнитная сила стрѣлки. Стрѣлка можетъ быть названа чувствительною, если этотъ предѣльный уголъ меньше точности отсчета.

Для изслѣдованія чувствительности стрѣлки штативной буссоли коробку устанавливаютъ неподвижно въ горизонтальномъ

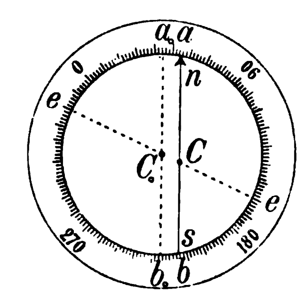
положеніи и приближеніемъ какого-нибудь желѣзнаго предмета нѣсколько разъ выводятъ стрѣлку изъ положенія равновѣсія. Если послѣ каждой остановки отсчеты по лимбу одинаковы, то стрѣлка достаточно чувствительна; если различны, то мало чувствительна. Для такого же изслѣдованія ручной буссоли берутъ нѣсколько разъ азимутъ какого-нибудь отдаленнаго предмета, поворачивая коробку въ промежуткахъ между наблюденіями въ ту или другую сторону. Если отсчитанные азимуты оказываются одинаковыми, то стрѣлка чувствительна, если различны, то нечувствительна. Кромѣ того полезно опредѣлить время одного колебанія: для хорошо намагниченной стрѣлки оно должно быть не больше одной секунды.

Изъ предыдущаго ясно, что нечувствительность стрѣлки можетъ произойти отъ двухъ причинъ: либо остріе притупилось, и треніе о шляпку сдѣлалось столь значительнымъ, что даже при большомъ углѣ отклоненія оно не преодолѣвается силою земного магнитизма, либо магнитизмъ стрѣлки такъ ослабѣлъ, что не можетъ одолѣть даже и малаго тренія, существующаго въ самой исправной буссоли. Такимъ образомъ, для возстановленія чувствительности стрѣлки имѣется два средства: уменьшить треніе шляпки объ остріе и увеличить магнитизмъ стрѣлки. Такъ какъ первое средство проще, то съ него обыкновенно начинаютъ: вывинчиваютъ остріе и осторожно подтачиваютъ его на брускѣ. Если это средство не помогло, то прибѣгаютъ ко второму, т. е. намагничиваютъ стрѣлку по одному изъ способовъ, объясненныхъ въ § 97. Оба средства требуютъ времени и извѣстной опытности, поэтому надо беречь буссоль: послѣ наблюденій обязательно поднимать стрѣлку арретиромъ и избѣгать толчковъ и ударовъ при перевозкѣ. Потеря чувствительности стрѣлки происходитъ главнымъ образомъ отъ небрежнаго ухода за буссолью: въ порывѣ радости по поводу окончанія работы на данной точкѣ многіе забываютъ поднять арретиръ, а при перевозкѣ оставляютъ приборъ на попеченіе равнодушной прислуги.

5. *Эксцентриситетъ стрѣлки.* Центръ вращенія магнитной стрѣлки долженъ совпадать съ центромъ лимба; это значитъ, что въ штативной буссоли ось острія, на которомъ виситъ стрѣлка, должна проходить черезъ центръ лимба коробки, а въ ручной подвижной лимбъ долженъ быть наклеенъ на стрѣлку такъ, чтобы его центръ совпадалъ съ осью шляпки. Невыпол-

неніе этихъ условій называютъ внѣцентренностью или эксцентриситетомъ стрѣлки. Въ обоихъ родахъ буссолей эксцентриситетъ открывается различно.

На черт. 271 изображена штативная буссоль съ грубо преувеличеннымъ эксцентриситетомъ; C—центръ вращенія магнитной стрѣлки, а C_0 –центръ лимба, стоящаго въ нѣкоторомъ произвольномъ положеніи. Проведемъ черезъ C_0 прямую, параллельную оси стрѣлки, т. е. параллельную магнитному меридіану мѣста. Если бы остріе было установлено правильно въ C_0, то отсчетъ по сѣверному концу стрѣлки равнялся бы a_0, тогда какъ на самомъ дѣлѣ онъ равенъ a. Дуга aa_0 представляетъ ошибку отсчета, происходящую отъ эксцентриситета; точно такъ же по южному концу вмѣсто вѣрнаго отсчета b_0 полученъ отсчетъ b, ошибочный на величину дуги bb_0. Изъ чертежа видна связь между сдѣланными отсчетами a и b и вѣрными отсчетами a_0 и b_0 по сѣверному и южному концамъ стрѣлки, именно:



Черт. 271.

$$a = a_0 + \smile aa_0$$
$$b = b_0 - \smile bb_0 \qquad (\alpha)$$

откуда

$$b - a = b_0 - a_0 - (aa_0 + bb_0)$$

но $b_0 - a_0$, какъ разность отсчетовъ по концамъ діаметра лимба, равна 180°, слѣдовательно:

$$b - a = 180° - (aa_0 + bb_0)$$

Такимъ образомъ, если разность отсчетовъ по концамъ магнитной стрѣлки не равна 180°, а отличается отъ этого числа на нѣкоторую величину, то въ буссоли существуетъ эксцентриситетъ.

Замѣтимъ, что если при первой установкѣ буссоли разность отсчетовъ по обоимъ концамъ вышла 180°, то это еще не доказываетъ отсутствія эксцентриситета: если случайно діаметръ ee, заключающій точки C и C_0, оказался въ направленіи магнитнаго меридіана, то разность отсчетовъ по сѣверному и южному концамъ стрѣлки, очевидно, равна 180°. Поэтому если разность сдѣланныхъ отсчетовъ при нѣкоторой установкѣ коробки вышла 180°, то слѣдуетъ повернуть ее на 90° и снова произвести от-

счеты: если и въ этомъ положеніи разность отсчетовъ равна 180°, то эксцентриситета нѣтъ, въ противномъ случаѣ онъ существуетъ.

Легко понять, что надо дѣлать для исключенія ошибки, происходящей отъ эксцентриситета. Вслѣдствіе параллельности хорды ab діаметру a_0b_0, дуги aa_0 и bb_0 равны, поэтому, если сложить равенства (α) и подставить вмѣсто b_0 равную ему величину $a_0 + 180°$, то получится:

$$a + b = 2a_0 + 180°$$

откуда:

$$a_0 = \frac{a + (b - 180°)}{2}$$

Итакъ, вѣрный отсчетъ равенъ полусуммѣ: отсчета по сѣверному концу (a) и отсчета по южному, уменьшеннаго на 180°, т. е. $b - 180°$. Уничтожить эксцентриситетъ стрѣлки можетъ только механикъ, но вліяніе его исключается изъ наблюденій, если только принять за правило всегда отсчитывать не по одному, а по обоимъ концамъ стрѣлки, и, отнявъ 180° отъ отсчета по южному концу, брать среднее изъ полученныхъ результатовъ. Такая предосторожность далеко не излишня даже и при буссоли, свободной отъ эксцентриситета, потому что отсчеты по обоимъ концамъ открываютъ промахи въ отсчетахъ и увеличиваютъ точность наблюденій.

Что касается въ частности буссоли Стефана, то въ ней эксцентриситетъ стрѣлки всегда исключается самою установкою коробки, потому что въ этой буссоли стрѣлка не отсчитывается, а коробка приводится въ такое положеніе, чтобы стрѣлка совпала съ діаметромъ NS (0° и 180°); если полнаго совпаденія (отъ существованія эксцентриситета) нельзя достигнуть, то коробку ставятъ такъ, чтобы упомянутый діаметръ былъ параллеленъ магнитной стрѣлкѣ. Однако въ буссоли Стефана можетъ существовать другой эксцентриситетъ—несовпаденіе центра вращенія алидады съ центромъ внѣшняго лимба. Дѣйствіе этого эксцентриситета подобно дѣйствію эксцентриситета стрѣлки и тоже исключается отсчетами по двумъ указателямъ: у глазного и у предметнаго діоптровъ. Какъ объяснено выше, никогда не слѣдуетъ пренебрегать производствомъ обоихъ отсчетовъ.

Въ ручныхъ буссоляхъ возможенъ только одинъ отсчетъ—подъ глазнымъ діоптромъ, поэтому для открытія эксцентриситета производятъ измѣреніе азимута какого-нибудь направленія

два раза, впередъ и назадъ, т. е. берутъ послѣдовательно прямой и обратный азимуты той же линіи. На черт. 272 показаны положенія коробки и стрѣлки съ лимбомъ при наблюденіи прямого и обратнаго азимутовъ прямой AB. D—положеніе глазного діоптра, c — остріе, на которомъ виситъ магнитная стрѣлка, а c_0 —центръ лимба, прикрѣпленнаго эксцентрично, но такъ, что его діаметръ 0° и 180° параллеленъ магнитной оси стрѣлки (случай, когда этого параллелизма не существуетъ, разсмотрѣнъ ниже, въ п. 7). Пусть a и b сдѣланные отсчеты по лимбу при наблюденіяхъ въ A и B. Если бы лимбъ былъ приклеенъ такъ, что c_0 совпадало бы съ c, то вѣрные отсчеты были бы a_0 и b_0. Изъ чертежа видно, что

$$\begin{aligned} a &= a_0 - \smile aa_0 \\ b &= b_0 + \smile bb_0 \end{aligned} \qquad (\beta)$$

Отсюда

$$b - a = b_0 - a_0 + (aa_0 + bb_0)$$

но $b_0 - a_0 = 180°$, слѣдовательно:

$$b - a = 180° + (aa_0 + bb_0)$$

Черт. 272.

Такимъ образомъ, если разность отсчетовъ при взаимныхъ наблюденіяхъ съ концовъ одной прямой не равна 180°, а отличается отъ этого числа на нѣкоторую величину, то въ буссоли существуетъ эксцентриситетъ.

Подобно тому, что было сказано выше о штативныхъ буссоляхъ, и здѣсь разность отсчетовъ можетъ оказаться 180° при существованіи эксцентриситета, если направленіе cc_0 случайно совпадаетъ съ прямою AB. Поэтому если разность отсчетовъ выйдетъ равною 180°, то необходимо повторить испытаніе по другому направленію, составляющему съ прежнимъ уголъ въ 90°.

Вѣрный азимутъ можно получить и при существованіи эксцентриситета. Дѣйствительно, такъ какъ стрѣлка и лимбъ въ обѣихъ точкахъ A и B (черт. 272) имѣютъ одинаковыя положенія въ пространствѣ *), то діаметръ, соединяющій черточки

*) Здѣсь предполагается, что разстояніе между точками A и B не велико — нѣсколько десятковъ саженей — и на немъ нѣтъ аномалій земного магнитизма, такъ что магнитные меридіаны въ обѣихъ точкахъ можно считать параллельными.

a_0 и b_0, параллеленъ хордѣ, соединяющей черточки a и b, и потому дуги aa_0 и bb_0 равны, такъ что, складывая равенства (β) и замѣняя b_0 черезъ $a_0 + 180°$, получимъ:

$$a + b = 2\,a_0 + 180°$$

откуда:

$$a_0 = \frac{a + (b - 180°)}{2}$$

Итакъ, вѣрный магнитный азимутъ равенъ полусуммѣ отсчетовъ, сдѣланныхъ при наблюденіяхъ на двухъ концахъ линіи впередъ и назадъ, причемъ второй отсчетъ долженъ быть уменьшенъ на 180°. Исключеніе вліянія эксцентриситета въ ручной буссоли сложнѣе, чѣмъ въ штативной, но такъ какъ, все равно, съ ручной буссолью нельзя достигать большой точности, то если разности прямыхъ и обратныхъ азимутовъ отличаются отъ 180° на величины, не превышающія 1°, то такая буссоль можетъ считаться свободною отъ эксцентриситета. Въ противномъ случаѣ надо забраковать инструментъ, потому что нельзя требовать, чтобы наблюдатель бралъ прямые и обратные азимуты всѣхъ визирныхъ линій только ради исключенія эксцентриситета.

6. *Перпендикулярность діоптровъ къ лимбу.* При наблюденіяхъ буссолью предметовъ, лежащихъ выше или ниже точки стоянія, приходится невольно смотрѣть черезъ разныя мѣста діоптровъ. Если предметъ на горѣ, то смотрятъ черезъ нижнюю часть прорѣза глазного діоптра и верхнюю часть волоска предметнаго; если предметъ въ лощинѣ, то наоборотъ черезъ верхнюю часть прорѣза глазного діоптра и нижнюю часть волоска предметнаго. Вотъ почему оба діоптра должны быть перпендикулярны къ плоскости лимба. Если бы они не были перпендикулярны къ ней, то два предмета, лежащіе съ точкой стоянія въ одной отвѣсной плоскости, но на разныхъ высотахъ, оказались бы по наблюденіямъ въ разныхъ магнитныхъ азимутахъ.

Для изслѣдованія перпендикулярности діоптровъ къ плоскости лимба буссоль ставятъ на штативъ, приводятъ ее уровнемъ въ горизонтальное положеніе и вѣшаютъ въ разстояніи 10 — 20 саженей нить съ грузикомъ (отвѣсъ) или же наводятъ діоптры на вертикальный уголъ какого-нибудь зданія. Чтобы узнать правильность расположенія волоска предметнаго діоптра, смотрятъ, покрываетъ ли онъ нить отвѣса (край зданія) на всемъ своемъ протяженіи; для изслѣдованія же правильности установки

глазного діоптра наблюдатель перемѣщаетъ глазъ вверхъ и внизъ по прорѣзу и замѣчаетъ, сходитъ ли при этомъ волосокъ предметнаго діоптра съ нити отвѣса (края зданія) или не сходитъ. Легко сообразить, что если волосокъ предметнаго діоптра не покрываетъ нити отвѣса на всемъ своемъ протяженіи, то онъ не расположенъ въ плоскости, перпендикулярной къ лимбу, и надо исправить положеніе именно предметнаго діоптра; если же при извѣстномъ положеніи глаза волосокъ предметнаго діоптра закрываетъ нить отвѣса на всемъ своемъ протяженіи, а при пониженіи или подниманіи глаза отходитъ отъ нея въ сторону, оставаясь ему параллельнымъ, то должно исправить положеніе глазного діоптра. Для исправленія ослабляютъ винты, прикрѣпляющіе діоптръ къ коробкѣ буссоли (или къ ея алидадѣ, въ буссоли Стефана), подкладываютъ подъ тотъ или другой край сложенный нѣсколько разъ кусочекъ бумаги и вновь закрѣпляютъ діоптръ. Испытаніе надо повторить нѣсколько разъ, потому что рѣдко удается угадать сразу требуемую толщину подкладки.

7. *Коллимаціонная ошибка.* Подъ коллимаціонной ошибкой въ буссоли Стефана разумѣютъ несовпаденіе діаметра NS на лимбѣ внутри коробки съ діаметромъ 0°—180° внѣшняго лимба и несовпаденіе плоскости, проходящей черезъ прорѣзъ глазного и волосокъ предметнаго діоптровъ, съ линіей указателей на алидадѣ. Въ ручныхъ буссоляхъ подъ коллимаціонною ошибкою разумѣютъ несовпаденіе магнитной оси стрѣлки съ діаметромъ 0°—180° наклееннаго на нее лимба.

Для открытія коллимаціонной ошибки въ буссоли Стефана ставятъ алидаду такъ, чтобы указатели приходились на 0° и 180° внѣшняго лимба, натягиваютъ тонкій волосъ надъ стекломъ коробки черезъ прорѣзъ глазного и волосокъ предметнаго діоптра и, смотря сверху, замѣчаютъ, совпадаетъ ли вертикальная плоскость, проходящая черезъ волосъ, съ діаметромъ NS внутренняго лимба и линіей указателей алидады. Если не совпадаетъ, то коллимаціонная ошибка существуетъ.

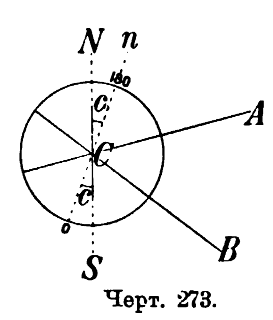
Описанный способъ не примѣнимъ къ буссоли Шмалькальдера. Вотъ пріемы, годные для любой буссоли: 1) опредѣляютъ буссолью магнитный азимутъ предмета, для котораго этотъ азимутъ извѣстенъ; разность результата измѣренія и вѣрнаго азимута выразитъ коллимаціонную ошибку. 2) Берутъ магнитный азимутъ какого-нибудь предмета изслѣдуемою буссолью и буссолью, коллимаціонная ошибка которой равна 0°; разность ази-

мутовъ, опредѣленныхъ обѣими буссолями, дастъ коллимаціонную ошибку изслѣдуемой буссоли. Наконецъ, 3) опредѣляютъ буссолью склоненіе магнитной стрѣлки (§ 99) и сравниваютъ его со склоненіемъ, выведеннымъ для этого же мѣста и времени другимъ какимъ-нибудь образомъ или взятымъ съ точной карты изогонъ; разность склоненій дастъ коллимаціонную ошибку.

Перечисленные способы опредѣленія коллимаціонной ошибки довольно затруднительны, а подчасъ и неисполнимы; поэтому они почти никогда не примѣняются. Дѣло въ томъ, что коллимаціонная ошибка увеличиваетъ или уменьшаетъ *всѣ* магнитные азимуты, опредѣляемые данною буссолью, на одну и ту же величину и, слѣдовательно, вовсе не искажаетъ угловъ между предметами. Дѣйствительно, если означить коллимаціонную ошибку буквой c (черт. 273), то вмѣсто вѣрныхъ магнитныхъ азимутовъ NCA и NCB двухъ предметовъ A и B буссоль дастъ невѣрные азимуты nCA и nCB, но, какъ видно изъ чертежа:

$$\angle NCA = \angle nCA + c$$

$$\angle NCB = \angle nCB + c$$



Черт. 273.

откуда послѣ вычитанія получаемъ:

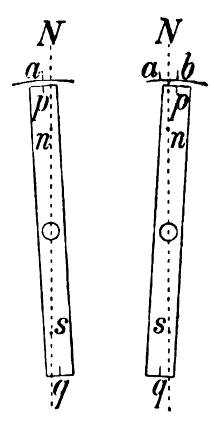
$$\angle NCB - \angle NCA = \angle ACB = \angle nCB - \angle nCA$$

что и требовалось доказать.

При существованіи коллимаціонной ошибки всѣ направленія, прочерченныя на бумагѣ по наблюденнымъ азимутамъ, оказываются повернутыми относительно истинныхъ направленій на одинъ и тотъ же уголъ, равный коллимаціонной ошибкѣ; планъ выйдетъ совершенно правильнымъ, нисколько не искаженнымъ, но будетъ лишь невѣрно оріентированъ, и проведенное на немъ направленіе магнитнаго меридіана будетъ составлять съ вѣрнымъ его направленіемъ уголъ, равный коллимаціонной ошибкѣ. По большей части эта ошибка такъ мала, что невѣрность оріентированія не имѣетъ практическаго значенія. Къ тому же, если тою же буссолью опредѣлено склоненіе магнитной стрѣлки, принятое въ расчетъ при проведеніи направленія истиннаго меридіана, то коллимаціонная ошибка войдетъ цѣликомъ въ опредѣленное буссолью склоненіе, которое будетъ невѣрно, но самый планъ окажется правильно оріентированнымъ относительно истиннаго меридіана.

Опредѣленіе коллимаціонной ошибки имѣетъ значеніе лишь въ томъ случаѣ, если нѣсколько лицъ, пользующихся разными буссолями, занимаются съемкою частей одного большого пространства. Такъ какъ едва ли каждый будетъ самостоятельно опредѣлять склоненіе, то отдѣльныя части оказались бы оріентированными различно, что затруднило бы сведеніе частей въ одно цѣлое. Въ такомъ случаѣ необходимо сравнить буссоли, т. е. опредѣлить всѣми ими магнитный азимутъ какого-нибудь одного направленія. Разности полученныхъ результатовъ выразятъ разности коллимаціонныхъ ошибокъ соотвѣтствующихъ буссолей, и этими разностями надо будетъ исправить оріентированіе отдѣльныхъ плановъ.

Примѣчаніе. Кромѣ перечисленныхъ повѣрокъ иногда изслѣдуютъ еще совпаденіе магнитной оси стрѣлки съ ея геометрическою осью. Въ ручныхъ буссоляхъ несовпаденіе названныхъ осей слагается съ коллимаціонною ошибкою и не можетъ быть опредѣлено отдѣльно; въ буссоляхъ же штативныхъ оно, повидимому, имѣетъ самостоятельное значеніе, такъ какъ отсчеты дѣлаются по концамъ стрѣлки, т. е. по ея геометрической оси, а въ направленіи магнитнаго меридіана устанавливается ось магнитная. Изслѣдованіе несовпаденія этихъ осей можно произвести лишь со стрѣлкою, шляпка которой легко вывинчивается и можетъ быть снова привинчена съ обратной стороны.



Черт. 274.

Пусть ns (черт. 274) магнитная ось стрѣлки, а pq — ея геометрическая ось. При обыкновенномъ положеніи стрѣлки отсчетъ по сѣверному концу будетъ a, при обратномъ b. Половина разности этихъ отсчетовъ, т. е. величина $\frac{a-b}{2}$ выразитъ, очевидно, уголъ между геометрическою и магнитною осями стрѣлки; средній же отсчетъ $\frac{a+b}{2}$ дастъ точное направленіе магнитнаго меридіана мѣста.

Легко сообразить, что разсматриваемое несовпаденіе осей входитъ цѣликомъ во всѣ отсчитанные азимуты и съ тѣмъ или инымъ знакомъ слагается съ коллимаціонною ошибкою. Вотъ почему изслѣдованіе этой погрѣшности, помимо невозможности

произвести его на стрѣлкахъ съ припаянною шляпкою, никогда не дѣлается; къ тому же уголъ между магнитною и геометрическою осями въ стрѣлкахъ, имѣющихъ видъ вытянутаго ромба или пластинки, поставленной на ребро (черт. 254 и 255), всегда ничтоженъ.

——

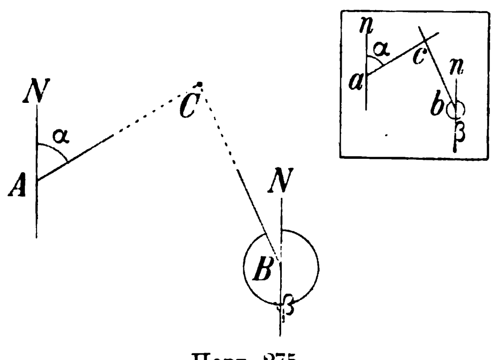
Подробныя изслѣдованія повѣрокъ буссоли умѣстны были здѣсь по тому, что по ходу изложенія этотъ инструментъ явился первымъ изъ угломѣрныхъ приборовъ, примѣняемыхъ на топографическихъ съемкахъ, и при описаніи повѣрокъ многихъ другихъ инструментовъ достаточно будетъ ссылаться на этотъ §. Что касается собственно буссоли, то въ дѣйствительности *никогда* не продѣлываютъ всѣхъ перечисленныхъ повѣрокъ, а ограничиваются лишь одной: изслѣдованіемъ *чувствительности* магнитной стрѣлки. Въ буссоляхъ, вышедшихъ изъ хорошихъ мастерскихъ, всѣ прочія погрѣшности, обыкновенно, не превосходятъ точности отсчетовъ, такъ что если при осмотрѣ инструмента не замѣчено ни поломокъ, ни шатанія діоптровъ, а волосокъ предметнаго діоптра туго натянутъ, то всегда можно ограничиться одною названною повѣркою; чувствительность же обязательно надо повѣрить, потому что стрѣлка самой исправной буссоли отъ долговременнаго пользованія и отъ случайныхъ толчковъ можетъ сдѣлаться нечувствительною, т. е. остріе можетъ притупиться, а магнитизмъ стрѣлки можетъ ослабѣть и даже вовсе исчезнуть.

Итакъ, обиліе повѣрокъ такого простого прибора, какъ буссоль, отнюдь не должно устрашить читателя, а лишь дать ему матеріалъ для размышленій объ устройствѣ и дѣйствіи топографическихъ инструментовъ вообще.

102. Буссольныя засѣчки. Прежде чѣмъ перейти къ буссольной съемкѣ, разберемъ простѣйшія задачи, рѣшаемыя буссолью на мѣстности; задачи эти сводятся къ такъ называемымъ *буссольнымъ засѣчкамъ*, т. е. къ опредѣленію отдѣльныхъ точекъ по способу биполярныхъ координатъ.

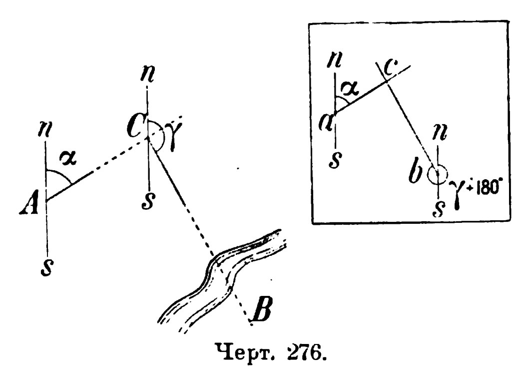
1. Пусть a и b (черт. 275) изображаютъ на бумагѣ двѣ точки, соотвѣтствующія точкамъ A и B мѣстности. Въ этихъ послѣднихъ измѣрены магнитные азимуты α и β на третью точку C. Для построенія точки C на бумагѣ проводятъ черезъ a и b прямыя an и bn, изображающія направленія въ этихъ точкахъ магнитныхъ

меридіановъ, и при помощи транспортира строятъ углы α и β, равные измѣреннымъ азимутамъ. Пересѣченіе c направленій ac и bc дастъ на бумагѣ положеніе точки C мѣстности. Такой способъ опредѣленія третьей точки по двумъ даннымъ называется *засѣчкою впередъ* или *прямою засѣчкою*.



Черт. 275.

2. Положимъ теперь, что одна изъ точекъ, напримѣръ B (черт. 276), недоступна. Измѣряютъ въ доступной точкѣ A магнитный азимутъ α направленія AC, а въ опредѣляемой точкѣ C магнитный азимутъ γ направленія CB. Для построенія точки C на бумагѣ проводятъ въ a и b направленія магнитныхъ меридіановъ an и bn и строятъ въ a прямую ac подъ азимутомъ α, а въ b прямую bc подъ азимутомъ $\gamma + 180°$; обратный азимутъ, очевидно, равенъ прямому плюсъ 180°. Пересѣченіе c направленій ac и bc изобразитъ на бумагѣ положеніе точки C мѣстности. Такой способъ опредѣленія третьей точки по двумъ даннымъ называется *засѣчкою назадъ* или *обратною засѣчкою*.

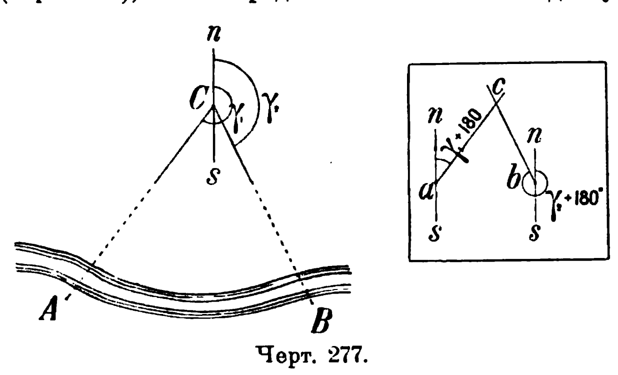


Черт. 276.

3. Если обѣ нанесенныя уже точки A и B (черт. 277) недоступны, то можно довольствоваться измѣреніемъ магнитныхъ азимутовъ γ_1 и γ_2 направленій CA и CB только въ опредѣляемой точкѣ C. Въ этомъ случаѣ, послѣ проведенія на бумагѣ черезъ a и b магнитныхъ меридіановъ ns, строятъ при этихъ точкахъ обратные азимуты, т. е. при a азимутъ $\gamma_1 + 180°$, а при b азимутъ $\gamma_2 + 180°$. Пересѣченіе c направленій ac и bc дастъ положеніе

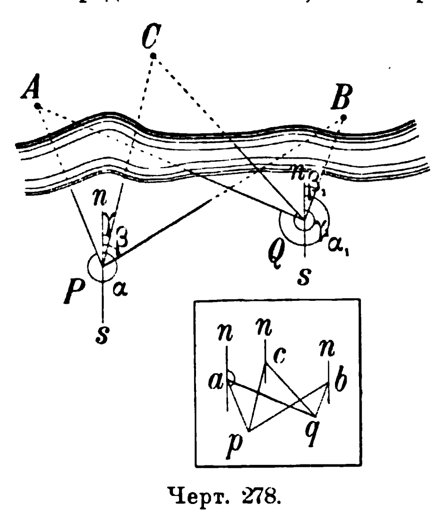
опредѣляемой точки C. Этотъ способъ тоже называется обратною засѣчкою.

4. Положимъ, наконецъ, что не только обѣ данныя точки A и B (черт. 278), но и опредѣляемая точка C недоступны. Въ



Черт. 277.

этомъ случаѣ выбираютъ на мѣстности двѣ вспомогательныя точки P и Q, изъ которыхъ были бы видны какъ данныя, такъ и опредѣляемая точка, и измѣряютъ на обѣихъ азимуты всѣхъ трехъ точекъ A, B и C. Пусть они будутъ α, β, γ и α_1, β_1, γ_1. На бумагѣ при данныхъ точкахъ a и b строятъ азимуты $\alpha+180°$, $\alpha_1+180°$ и $\beta+180°$, $\beta_1+180°$. Пересѣченія полученныхъ направленій опредѣляютъ вспомогательныя точки p и q, соотвѣтствующія точкамъ P и Q на мѣстности. Затѣмъ при p и q строятъ непосредственно наблюденные азимуты γ и γ_1 точки C; пересѣченіе направленій pc и qc дастъ точку c, соотвѣтствующую точкѣ C мѣстности. Здѣсь обѣ вспомогательныя точки P и Q получаются обратными засѣчками, а опредѣляемая C — прямою.



Черт. 278.

Всякій разъ, когда отъ прибавленія 180° къ измѣренному азимуту получается величина, бо́льшая 360°, должно строить

уголъ, равный лишь избытку сверхъ 360°; впрочемъ, если прямой азимутъ больше 180°, то для полученія обратнаго вмѣсто прибавленія можно отнимать 180°. Можно обойтись и безъ этихъ простыхъ вычисленій: вмѣсто построенія обратнаго азимута должно откладывать прямой, но не отъ сѣвернаго, а отъ южнаго конца магнитнаго меридіана.

Въ предыдущихъ построеніяхъ магнитные меридіаны проводились черезъ всѣ точки въ одномъ направленіи, т. е. они принимались параллельными; строго говоря, это не вѣрно, но однако допустимо во всѣхъ случаяхъ, гдѣ нѣтъ мѣстныхъ аномалій земного магнитизма. Въ самомъ дѣлѣ, сближеніе истинныхъ меридіановъ въ широтахъ средней полосы Россіи не превышаетъ 1′ на версту, а разность склоненій магнитной стрѣлки на томъ же разстояніи не болѣе $^1/_2$′; слѣдовательно, на разстояніи въ 10 верстъ, въ самомъ невыгодномъ случаѣ, уголъ между магнитными меридіанами не можетъ превзойти 15′, т. е. величины, которая является едва замѣтною для наблюденій буссолью.

103. Буссольная съемка. Благодаря своей легкости и простотѣ обращенія, буссоль издавна нашла самое широкое распространеніе на топографическихъ работахъ. Въ тѣхъ же случаяхъ, когда не требуется большой точности, но важны быстрота работы и удобство перехода съ точки на точку, напримѣръ, при глазомѣрныхъ съемкахъ (гл. XVIII), буссоль является даже единственнымъ инструментомъ, потому что даетъ возможность не только опредѣлять относительное положеніе точекъ (прямая и обратная засѣчки), но и оріентировать планъ по странамъ свѣта. Буссолью пользуются и при точныхъ съемкахъ, какъ вспомогательнымъ средствомъ для зарисовки небольшихъ закрытыхъ пространствъ, гдѣ болѣе сложные приборы оказываются непримѣнимыми. Въ главѣ о производствѣ мензульной съемки (§§ 156 и 161) изложены подробности приложенія буссоли въ нѣкоторыхъ частныхъ случаяхъ; здѣсь же объяснена самая сущность работъ этимъ превосходнымъ приборомъ.

Такъ какъ буссолью получаются только углы, а каждая съемка состоитъ въ измѣреніи угловъ и линій, то прежде всего является вопросъ, какимъ способомъ слѣдуетъ измѣрять линіи при буссольной съемкѣ. Въ магнитныхъ азимутахъ, отсчиты-

ваемыхъ буссолью и проводимыхъ на бумагѣ, заключаются ошибки, доходящія до 1°; эта угловая ошибка соотвѣтствуетъ линейной до $^1/_{57}$ разстоянія. Дѣйствительно, если проведена прямая D съ угловою ошибкою въ 1°, то положеніе конечной точки можетъ уклониться отъ истины на величину $^1/_{57}\,D$. Если въ направленіи, перпендикулярномъ къ линіи D, допускается такая ошибка, то нѣтъ надобности стремиться, чтобы и въ направленіи самой линіи ошибка была меньше $^1/_{57}\,D$. Съ такою относительною ошибкою разстоянія получаются шагами (§ 81). Такимъ образомъ, при измѣреніи угловъ буссолью можно примѣнять простой и скорый способъ измѣренія линій *шагами*; но такъ какъ шагами мѣрить линіи съ вышеприведенною точностью можно только по дорогамъ, а отнюдь не по кустамъ, болотамъ и горнымъ кручамъ, то само собой выходитъ, что производитель съемки буссолью долженъ измѣрять разстоянія *по дорогамъ*.

Сущность буссольной съемки заключается въ отсчитываніи шагами разстояній по дорогамъ и въ измѣреніи магнитныхъ азимутовъ буссолью. Всѣ предметы, находящіеся у дорогъ, получаются непосредственными промѣрами, а предметы, лежащіе внѣ дорогъ — засѣчками. Для облегченія построенія разстояній и азимутовъ пользуются бумагою, разграфленною на квадратики по $^1/_2$ дюйма въ сторонѣ. Одна изъ системъ параллельныхъ прямыхъ принимается за направленіе магнитнаго меридіана.

Построеніе линій и угловъ на бумагѣ сопровождается неизбѣжными ошибками, а иногда и промахами, поэтому необходимо имѣть средства *повѣрять работу*. Лучшею повѣркою при съемкѣ буссолью является возвращеніе другимъ путемъ въ исходную точку, т. е. обходъ по замкнутымъ полигонамъ или «кругамъ»: производитель работъ идетъ и снимаетъ сперва одно какое-нибудь замкнутое пространство, образованное системою дорогъ, затѣмъ отъ какой-нибудь точки этого полигона обходитъ слѣдующее пространство, стремясь выйти на ту же или другую точку перваго полигона, далѣе обходитъ и снимаетъ третье пространство—третій «кругъ», и т. д.

Такъ какъ промахи работы легче и скорѣе открываются въ предѣлахъ малаго, чѣмъ большого пространства, то самые полигоны должны быть невелики; въ среднемъ можно посовѣтовать обходить пространства, имѣющія по периметру дюймовъ 20 на бумагѣ, такъ что истинная ихъ величина будетъ зависѣть

отъ масштаба съемки. Не лишнее помнить, что чѣмъ меньше обходимое пространство, тѣмъ меньше на немъ и дѣйствіе аномалій земного магнитизма.

Что касается длины сторонъ отдѣльныхъ полигоновъ, то какъ малыя, такъ и большія стороны невыгодны. Малыя стороны невыгодны по тому, что затягиваютъ работу многочисленными опредѣленіями ихъ магнитныхъ азимутовъ, а также вслѣдствіе чрезмѣрнаго накопленія погрѣшностей, такъ какъ при нанесеніи каждой точки на бумагу дѣлается извѣстная ошибка. Большія стороны тоже невыгодны: при нихъ не происходитъ желательнаго уравниванія ошибокъ. Если азимутъ длинной стороны измѣренъ, напримѣръ, съ ошибкою въ 1°, то контуры значительно отклонятся отъ своего истиннаго положенія; при короткихъ сторонахъ знаки ошибокъ въ азимутахъ будутъ, вообще говоря, чередоваться, и потому общее направленіе будетъ ближе къ истинѣ. За среднюю желательную длину сторонъ полигоновъ можно принять 1—2 дюйма на бумагѣ, такъ что въ каждомъ полигонѣ должно быть примѣрно 15—20 сторонъ.

Дороги, особенно полевыя, представляютъ по большей части кривыя линіи, общее направленіе которыхъ на небольшомъ разстояніи близко къ прямой. Такъ какъ разбивать кривую на множество малыхъ прямыхъ невыгодно для точности работы, то слѣдуетъ ограничиваться остановками и измѣреніями азимутовъ лишь на рѣзкихъ поворотахъ дороги, чтобы прямые участки были, какъ замѣчено выше, не менѣе 1 дюйма на бумагѣ. Измѣреніе же длинъ этихъ частей производится все же по самой дорогѣ, хотя это и не будутъ кратчайшія разстоянія на мѣстности: происходящая отсюда ошибка всегда меньше неточности измѣренія шагами по прямой, но по вспаханному полю, по косогорамъ и т. п. На бумагу наносятъ циркулемъ разстояніе по прямой непосредственно отъ одной точки стоянія до другой; самую же дорогу рисуютъ затѣмъ на глазъ со всѣми изгибами.

Азимуты послѣдовательныхъ направленій вдоль дорогъ, по которымъ ведется работа, надо брать непремѣнно туда и обратно, т. е. для каждой стороны полигона надо брать прямые и обратные азимуты. До смыканія полигона это единственная повѣрка работы; къ тому же этотъ пріемъ необходимъ для исключенія эксцентриситета стрѣлки въ ручныхъ буссоляхъ и служитъ прекраснымъ средствомъ обнаруженія мѣстныхъ аномалій земного магнитизма. Если обратный азимутъ не равенъ прямому

± 180°, то полезно останавливаться на промежуточныхъ точкахъ проходимой прямой и брать на нихъ азимуты, чтобы открыть, гдѣ именно существуетъ аномалія. Надо помнить, что несогласіе азимутовъ можетъ происходить не только отъ аномалій земного магнитизма, но и отъ притяженія желѣзныхъ массъ въ такихъ предметахъ, какъ желѣзные мосты, памятники и т. п. Желѣзныя дороги, если только производитель работъ не стоитъ на самомъ полотнѣ, не оказываютъ вліянія на магнитные азимуты, потому что длинныя линіи рельсовъ одинаково притягиваютъ оба конца стрѣлки.

Если обнаружилась значительная аномалія въ земномъ магнитизмѣ, то вмѣсто черченія направленій по магнитнымъ азимутамъ строятъ ихъ по угламъ. Такъ, если въ точкѣ C (черт. 279) обнаружилось несогласіе обратнаго азимута направленія CB съ прямымъ BC, то направленіе CD строятъ не по магнитному азимуту, а по углу BCD, полученному, какъ разность азимутовъ CD и CB; этотъ уголъ будетъ, очевидно, вѣренъ и при существованіи аномаліи.

Если снимаютъ лѣсную дорогу со многими извилинами, принуждающими брать короткія стороны, то для ускоренія работы можно брать магнитные азимуты не на каждомъ поворотѣ, а *черезъ точку*. Такъ, при съемкѣ дороги изъ E въ A (черт. 279) наблюдатель беретъ въ E азимутъ направленія Ea, придя въ a, накалываетъ эту точку на бумагу, но азимута слѣдующаго колѣна ab не беретъ, а идетъ дальше до точки b, гдѣ измѣряетъ азимуты ba и bc; прямую ab онъ наноситъ изъ a по обратному азимуту, а bc изъ b по прямому. Такой пріемъ допускается однако лишь на небольшихъ пространствахъ и между опредѣленными уже точками.

Азимуты направленій на боковые предметы берутъ только прямые, потому что съ дорогъ, вообще говоря, не сходятъ; повѣркою прочерченныхъ направленій служатъ наблюденія на каждый предметъ не менѣе трехъ азимутовъ съ разныхъ точекъ стоянія. Такъ, предметъ O получился пересѣченіемъ трехъ направленій изъ точекъ A, B и C. Эти три направленія должны дать на бумагѣ одну точку пересѣченія; если вмѣсто одной точки получится такъ называемый *треугольникъ погрѣшностей*, то при небольшомъ расхожденіи, напримѣръ, менѣе 0·1 дюйма на бумагѣ, которое можно объяснить неточностью наблюденій и черченія, за истинное мѣсто предмета берутъ просто нѣкоторую

среднюю точку; при большемъ же расхожденіи трехъ направленій наблюдаютъ тотъ же предметъ еще съ 4-ой и даже съ 5-ой точки стоянія, чѣмъ и повѣряютъ работу. Если со слѣдующихъ точекъ стоянія невѣрно опредѣленная точка не будетъ видна, то ея положеніе повѣряется обратными засѣчками или возвращеніемъ на прежнія точки стоянія.

Мѣстные предметы, вовсе не видимые съ окружающихъ дорогъ, опредѣляются обратными засѣчками, причемъ для повѣрки ихъ положенія съ нихъ берутъ азимуты не на двѣ только, а непремѣнно на три прежде нанесенныя точки. Пусть, напримѣръ, озерко N не было замѣчено при съемкѣ дороги DE, и нѣтъ надежды наблюдать его со слѣдующихъ точекъ стоянія. Тогда наблюдатель подходитъ къ самому озерку и беретъ изъ N азимуты на окружающіе предметы E, F и M. Точка N наносится на бумагу по правиламъ обратныхъ засѣчекъ.

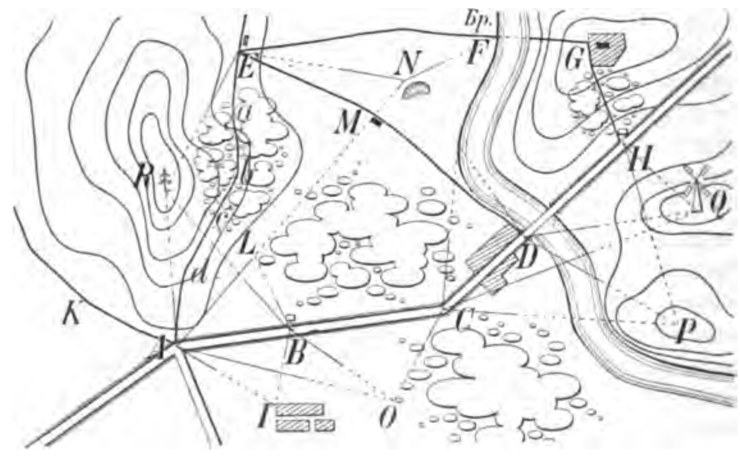
При опредѣленіи точекъ прямыми и обратными засѣчками необходимо избѣгать пересѣченій подъ углами, близкими къ 0° и 180°. Такъ какъ визированіе и черченіе связаны съ неизбѣжными ошибками, то при острыхъ и тупыхъ засѣчкахъ положеніе точки можетъ оказаться весьма неточнымъ (см. § 133). Это обстоятельство имѣетъ особенное значеніе для точекъ, которыя по необходимости приходится опредѣлять только двумя азимутами, т. е. безъ повѣрки. Самое надежное опредѣленіе получается при пересѣченіи направленій подъ прямымъ угломъ. Конечно, такой уголъ является лишь въ видѣ исключенія, но надо всячески избѣгать пересѣченій подъ углами, меньшими 30° и большими 150°. Если засѣчка вышла внѣ этихъ предѣловъ, то точку обязательно наблюдать еще хоть одинъ разъ прямою или обратною засѣчкою.

Послѣ этихъ общихъ указаній разсмотримъ ходъ буссольной съемки на частномъ примѣрѣ чертежа 279.

Выбравъ произвольную точку A за начальную (пересѣченіе дорогъ, начало деревни и т. п.), производитель работъ наноситъ ее на бумагу съ такимъ расчетомъ, чтобы весь участокъ, подлежащій съемкѣ, помѣстился на бумагѣ. Стоя въ A, онъ беретъ въ послѣдовательномъ порядкѣ азимуты всѣхъ выдающихся окружающихъ предметовъ: B (верстовой столбъ), O (опушка лѣса), I (край деревни) и т. д.; затѣмъ проводитъ черезъ точку стоянія на бумагѣ направленіе магнитнаго меридіана и при помощи транспортира прочерчиваетъ всѣ взятыя направленія.

Длины проводимыхъ линій должны приблизительно равняться истиннымъ разстояніямъ въ принятомъ масштабѣ, но всегда лучше проводить ихъ нѣсколько длиннѣе, чѣмъ короче, чтобы при опредѣленіи точекъ буссольными засѣчками не пришлось потомъ продолжать уже прочерченныя направленія.

Покончивъ съ первою точкою *A*, производитель работъ идетъ по дорогѣ *ABC* и ведетъ счетъ шаговъ; дойдя до верстового столба *B*, онъ откладываетъ по линіи *AB* пройденное разстояніе въ принятомъ масштабѣ и беретъ магнитные азимуты какъ на начальную точку *A* (только для повѣрки), такъ и на всѣ



Черт. 279.

видимые отсюда окружающіе предметы *O*, *I*, *R*..; прочерчивая ихъ на бумагѣ, онъ отмѣчаетъ мѣста пересѣченія линій на тѣ же точки, чтобы не перепутать ихъ при дальнѣйшей работѣ. Двинувшись дальше и считая снова шаги, онъ доходитъ до *C*, гдѣ дорога дѣлаетъ поворотъ. На этой точкѣ повторяются прежнія дѣйствія; если точка *O*, полученная на бумагѣ пересѣченіемъ трехъ направленій, не дала большого треугольника погрѣшностей, то положеніе ея можно считать вѣрнымъ и зарисовать прилежащія мѣста настолько, насколько они видны съ дороги.

Подобнымъ образомъ работа ведется дальше, причемъ надо поворачивать по дорогамъ все въ одну сторону черезъ точки *D*, *M*, *E*, *a*, *b*... Ясно, что такимъ путемъ производитель работъ

вернется въ начальную точку A. Здѣсь явится уже настоящая повѣрка по смыканію полигона: прямая, прочерченная изъ послѣдней точки d на начальную, должна по величинѣ и направленію привести на бумагѣ въ изображеніе точки A, т. е. прямая dA, нанесенная по наблюденному въ d азимуту, должна пройти какъ разъ черезъ A, а измѣренное шагами разстояніе dA должно въ принятомъ масштабѣ равняться разстоянію между изображенными точками d и A на бумагѣ. Если это требованіе выполнено, то радость, испытываемая производителемъ работъ, съ избыткомъ вознаградитъ его за весь предыдущій трудъ. Наоборотъ, если получится такъ называемая «невязка», то прежде всего надо сообразить, объяснима ли она неизбѣжными случайными ошибками измѣреній и черченія? Невязка не должна превышать $^1/_{100}$ периметра полигона, такъ что если онъ составляетъ 30—40 дюймовъ, то невязка не должна быть больше 0·3 дюйма. Такую невязку разбиваютъ на одну или нѣсколько ближайшихъ послѣднихъ сторонъ полигона, передвинувъ ихъ въ сторону уменьшенія невязки.

Если невязка оказалась больше указаннаго предѣла, то она произошла не отъ постепеннаго накопленія случайныхъ погрѣшностей, а отъ промаха въ измѣреніи или черченіи азимутовъ или сторонъ. Въ этомъ случаѣ для открытія промаха производитель работъ идетъ въ обратномъ направленіи изъ A на d, c, b... и зарисовываетъ все вновь, какъ будто предшествующей съемки не было. Зарисовка продолжается до тѣхъ поръ, пока новая съемка не сомкнется со старою, или соотвѣтствующія точки не окажутся въ разстояніи допустимой невязки, которая и разбивается на нѣсколько ближайшихъ сторонъ. Такая двойная работа сопряжена съ излишнею тратою времени и удручающимъ образомъ дѣйствуетъ на нравственное состояніе производителя работъ. Вотъ почему выше совѣтовалось дѣлать небольшіе полигоны и не упускать повѣрокъ по обратнымъ азимутамъ и по точкамъ, опредѣляемымъ тремя направленіями. Ошибку въ маломъ и тщательно веденномъ полигонѣ всегда легче открыть и исправить, чѣмъ въ большомъ и снимаемомъ небрежно.

Покончивъ работу на первомъ полигонѣ, приступаютъ къ слѣдующему, напримѣръ, къ полигону $DHGFE$. Если начать его съ точки D, то нѣтъ никакой надобности возвращаться опять въ нее, какъ въ начальную; достаточно довести работу лишь до какой-нибудь точки E перваго полигона. Подобнымъ

же образомъ снимаютъ и всѣ слѣдующіе полигоны или «круги».

Предметы, лежащіе у дорогъ, зарисовываются тотчасъ, при самомъ прохожденіи дороги; предметы же, лежащіе вдали отъ дорогъ, какъ упомянуто выше, рисуются по частямъ, т. е. съ тѣхъ сторонъ, откуда они были видны, и полное ихъ изображеніе получится лишь по окончаніи съемки заключающаго ихъ полигона. Всѣ промежуточные предметы, на которые не дѣлалось буссольныхъ засѣчекъ, зарисовываютъ на глазъ, связывая ихъ съ окружающими по соображенію. Опытъ показалъ, что если многіе предметы точно зарисованы, то лежащіе между ними могутъ быть нанесены «на глазъ» вполнѣ удовлетворительно, особенно если производитель работъ уже развилъ свои природныя способности продолжительнымъ навыкомъ на мензульныхъ съемкахъ и имѣлъ достаточную практику въ буссольныхъ.

Такъ какъ при буссольной съемкѣ вѣхъ не ставятъ и ведутъ обходы почти исключительно по дорогамъ, то работа идетъ весьма скоро. Наибольшая быстрота достигается при ручной буссоли, которая не требуетъ времени для своей установки.

Планъ, снятый буссолью, оріентированъ по магнитному меридіану. Чтобы провести на немъ направленіе истиннаго меридіана, необходимо опредѣлить склоненіе магнитной стрѣлки.

Буссольной съемки вовсе нельзя производить на мѣстности, гдѣ обнаружены большія аномаліи въ земномъ магнитизмѣ, и въ городахъ, гдѣ всегда много желѣза, часто примѣняемаго теперь при постройкѣ мостовъ, домовъ и т. п.

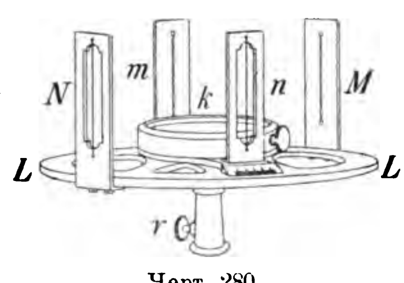
XIV.

Астролябія.

104. Устройство астролябіи. При описаніи буссоли Стефана (§ 100) упомянуто, что ею можно измѣрять не только магнитные азимуты, но и горизонтальные углы между земными предметами; для этого, при неподвижномъ положеніи коробки, надо наводить діоптры послѣдовательно на правый и лѣвый предметы: разность соотвѣтствующихъ отсчетовъ по внѣшнему лимбу дастъ горизонтальный уголъ между предметами.

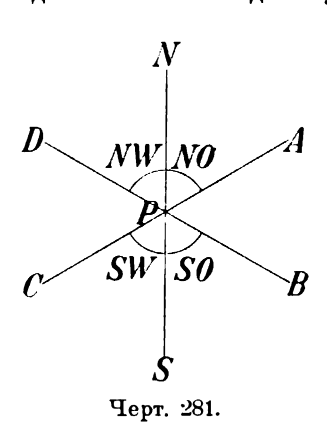
Къ такому же роду угломѣрныхъ инструментовъ принадлежитъ и *астролябія*, изобрѣтенная еще *Гиппархомъ* для опредѣленія координатъ звѣздъ (въ переводѣ съ греческаго слово астролябія значитъ «беру звѣзды»). На черт. 280 изображена современная простѣйшая астролябія. Большой горизонтальный лимбъ LL раздѣленъ на градусы или полуградусы съ подписями, возрастающими въ сторону, противоположную направленію движенія стрѣлокъ часовъ. По діаметру $0°$-$180°$ прикрѣплены два діоптра M и N, называемые *неподвижными*; другая пара *подвижныхъ* діоптровъ m и n укрѣплена на алидадной линейкѣ, центръ вращенія которой совпадаетъ съ центромъ лимба; на концахъ алидады имѣются верньеры, по которымъ положеніе подвижныхъ діоптровъ отсчитывается съ точностью до $\pm 1'$. По срединѣ алидады придѣлана буссоль или, вѣрнѣе, большой компасъ k съ особымъ лимбомъ, подписи котораго идутъ отъ діаметра NS въ обѣ стороны отъ $0°$ до $90°$. Какъ внѣшній лимбъ LL, такъ и алидада съ буссолью снабжены самостоятельными вертикальными осями, около которыхъ они вращаются: на произвольный уголъ непосредственно руками, а въ небольшихъ предѣлахъ наводящими винтами послѣ закрѣпленія соотвѣтствующихъ зажимныхъ винтовъ. Въ подставкѣ инструмента

имѣются три подъемныхъ винта, которыми лимбъ приводится въ горизонтальное положеніе по указаніямъ двухъ взаимно-перпендикулярныхъ уровней; подставка укрѣпляется на обыкновенной треногѣ. У простѣйшихъ астролябій, какъ изображенная на черт. 280, трубка съ зажимнымъ винтомъ r насаживается на вертикальную головку треноги.



Черт. 280.

Изъ этого краткаго описанія астролябіи видно, что на ней можно отсчитывать два рода горизонтальныхъ угловъ: 1) по верньерамъ большого лимба и 2) по магнитной стрѣлкѣ буссоли. По верньерамъ получаются горизонтальные углы между земными предметами, а по магнитной стрѣлкѣ — такъ называемые *румбическіе углы*. Въ § 97 было объяснено, что уголъ между направленіемъ на предметъ и плоскостью магнитнаго меридіана (если счетъ ведется непрерывно съ сѣвера на востокъ отъ 0° до 360°) называется *магнитнымъ азимутомъ*; такъ какъ подписи лимба на днѣ буссоли астролябіи идутъ отъ N и S въ обѣ стороны отъ 0° до 90°, то отсчетъ по магнитной стрѣлкѣ выражаетъ уголъ между направленіемъ на земной предметъ и направленіемъ ближайшаго конца магнитной стрѣлки; такіе-то углы и называются *магнитными румбами*.



Черт. 281.

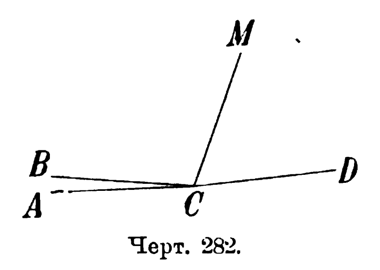
Магнитные румбы означаются двумя буквами: первая представляетъ ближайшій конецъ магнитной стрѣлки (N или S), а вторая—направленіе счета (O или W). Такъ, магнитный румбъ NW: 30° означаетъ, что данная прямая составляетъ съ сѣвернымъ концомъ магнитнаго меридіана уголъ въ 30° и направлена къ западу; румбъ SO: 40° — уголъ въ 40° къ востоку отъ южнаго конца магнитной стрѣлки и т. п.

Соотношеніе между магнитными азимутами и румбами видно изъ черт. 281, именно:

Магнитный азимутъ прямой			$PA=60°$;	**соотвѣтствующій румбъ**		$=NO:60°$
»	»	»	$PB=120$;	»	»	$=SO:60$
»	»	»	$PC=240$;	»	»	$=SW:60$
»	»	»	$PD=300$;	»	»	$=NW:60$

Такъ какъ астролябическіе углы (§ 107) отсчитываются по верньерамъ до $\pm 1'$, а румбическіе просто по стрѣлкѣ, т. е. съ ошибками до $\pm 15'$ (см. § 99), то астролябическіе углы отсчитываются точнѣе румбическихъ, однако послѣдніе служатъ средствомъ для грубой повѣрки первыхъ и пособіемъ при возстановленіи точекъ старой астролябической съемки (§§ 107 и 113).

Для измѣренія горизонтальнаго угла ACB (черт. 283) астролябія устанавливается надъ его вершиною C и приводится въ горизонтальное положеніе, затѣмъ неподвижные діоптры M и N направляются на правый предметъ A, а подвижные m и n на лѣвый B. Такъ какъ въ визирной плоскости неподвижныхъ діоптровъ у глазного діоптра стоитъ 0°, и подписи дѣленій лимба возрастаютъ въ направленіи, противоположномъ движенію стрѣлокъ часовъ, то отсчетъ по верньеру у глазного діоптра алидады выражаетъ уголъ MCm; этотъ уголъ и измѣряемый ACB равны, какъ вертикальные. Отсчетъ магнитной стрѣлки по внутреннему лимбу буссоли даетъ румбическій уголъ направленія нодвижныхъ діоптровъ.



Черт. 282.

Если измѣряемый уголъ настолько острый ($\angle ACB$ черт. 282) или тупой ($\angle ACD$), что пластинки неподвижныхъ діоптровъ мѣшаютъ визированію подвижными, то избираютъ вспомогательный предметъ M, на который направляютъ неподвижные діоптры; по сторонамъ же измѣряемаго угла визируютъ послѣдовательно одними подвижными діоптрами. Въ такихъ случаяхъ горизонтальный уголъ получается не однимъ, а двумя отсчетами, и равенъ разности отсчетовъ при наведеніяхъ подвижныхъ діоптровъ на оба предмета.

105. Повѣрки астролябіи. Передъ наблюденіями необходимо удостовѣриться въ годности астролябіи, для чего ее повѣряютъ. Вотъ перечисленіе повѣрокъ астролябіи съ краткимъ описаніемъ ихъ производства.

1. *Нѣтъ ли желѣза въ инструментѣ.* Эта повѣрка производится совершенно такъ, какъ въ буссоли (см. § 101, п. 1).

2. *Вѣрны ли дѣленія лимбовъ.* Лимбъ буссоли астролябіи повѣряется сравненіями между собою извѣстныхъ промежутковъ между черточками при помощи бумажки или циркуля, дѣленія же внѣшняго лимба астролябіи повѣряются помощью верньеровъ на алидадѣ. Для этого устанавливаютъ алидаду такъ, чтобы нуль верньера совпалъ съ какимъ-нибудь дѣленіемъ лимба, и смотрятъ, расходятся ли черточки верньера и лимба надлежащимъ образомъ, а также совпадаетъ ли послѣдняя черточка верньера съ соотвѣтствующею ей черточкою лимба. Такія изслѣдованія дѣлаютъ на многихъ мѣстахъ лимба, поворачивая алидаду на опредѣленные углы. Опытный глазъ легко открываетъ неправильности въ нарѣзкѣ черточекъ. Дурной лимбъ не можетъ быть исправленъ производителемъ работъ; только механикъ можетъ счистить всѣ черточки и нарѣзать новыя.

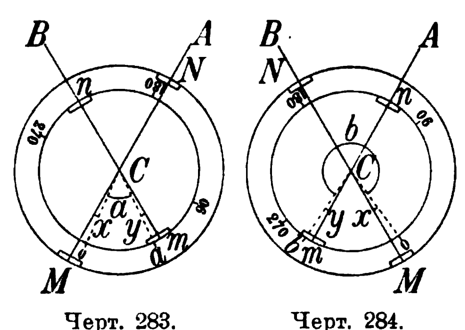
3, 4 и **5.** *Равновѣсіе и чувствительность магнитной стрѣлки* и *перпендикулярность діоптровъ къ лимбу* повѣряются и исправляются совершенно такъ, какъ и въ буссоли (см. § 101, п. 3, 4 и 6).

6. *Эксцентрическое положеніе* острія, на которомъ виситъ магнитная стрѣлка, и оси вращенія алидады относительно центровъ соотвѣтствующихъ лимбовъ, о чемъ было подробно сказано въ п. 5-омъ § 101, въ астролябіи обыкновенно вовсе не повѣряется, потому что отсчеты производятся всегда по обоимъ концамъ стрѣлки и по двумъ верньерамъ алидады; въ среднемъ изъ двухъ отсчетовъ эксцентриситеты стрѣлки и алидады исключаются.

7. *Прочность установки лимба.* При измѣреніи горизонтальныхъ угловъ наблюдатель не можетъ одновременно смотрѣть черезъ обѣ пары діоптровъ; обыкновенно онъ визируетъ сперва по неподвижнымъ, а затѣмъ по подвижнымъ. Понятно, что вѣрный уголъ получается только въ томъ случаѣ, если во время наведенія подвижныхъ діоптровъ (сперва рукою, потомъ наводящимъ винтомъ) неподвижные сохраняли неизмѣнное положеніе: такъ какъ неподвижные діоптры привинчены къ лимбу, то для этого требуется прочная установка лимба, который отнюдь не долженъ измѣнять своего положенія при вращеніи алидады. Для повѣрки неподвижные діоптры направляютъ на какой-нибудь удаленный предметъ, вращаютъ алидаду въ разныя стороны и послѣ каждой ея остановки смотрятъ черезъ неподвижные діоптры: если они остаются точно направленными на

предметъ, то установка лимба достаточно прочна; въ противномъ случаѣ надо разобрать инструментъ, смазать ось вращенія алидады, внимательно осмотрѣть и вычистить зажимные и наводящіе винты и повторить повѣрку.

8. *Коллимаціонная ошибка.* Подъ коллимаціонною ошибкою астролябіи разумѣютъ несовпаденіе визирныхъ плоскостей обѣихъ паръ діоптровъ при установкѣ нулей верньеровъ алидады противъ 0° и 180° лимба. Если бы можно было совмѣстить визирныя плоскости обѣихъ паръ діоптровъ, то коллимаціонная ошибка выразилась бы непосредственно отсчетомъ по верньерамъ при такомъ совмѣщеніи; но совмѣщеніе визирныхъ плоскостей обѣихъ паръ діоптровъ невозможно, такъ какъ узкіе прорѣзы двухъ стоящихъ одинъ за другимъ глазныхъ діоптровъ не позволяютъ видѣть волоски предметныхъ. Поэтому для открытія и опредѣленія величины коллимаціонной ошибки измѣряютъ астролябіей какой-нибудь уголъ два раза: сперва наводятъ неподвижные діоптры на правый предметъ, а подвижные на лѣвый (черт. 283), а потомъ обратно—неподвижные на лѣвый, а подвижные на правый (черт. 284).



Черт. 283. Черт. 284.

Коллимаціонная ошибка можетъ происходить отъ двухъ причинъ: 1) отъ несовпаденія діаметра 0°—180° лимба съ визирною плоскостью неподвижныхъ діоптровъ и 2) отъ несовпаденія линіи нулей верньеровъ алидады съ визирною плоскостью подвижныхъ діоптровъ.

Положимъ, что 0° лимба поставленъ не въ плоскости неподвижныхъ діоптровъ MN, а правѣе глазного діоптра на уголъ x; пусть также нуль верньера алидады поставленъ не въ плоскости подвижныхъ діоптровъ mn, а лѣвѣе глазного діоптра на уголъ y. Изъ чертежа 283 видно, что въ первомъ положеніи астролябіи отсчетъ a выражаетъ уголъ oCa, который меньше истиннаго угла MCm, равнаго измѣряемому ACB, на сумму ошибокъ x и y, такъ что

$$\angle ACB = a + (x + y)$$

Во второмъ положеніи астролябіи (черт. 284), когда неподвижные діоптры направлены на лѣвый предметъ, а подвижные на правый, отсчетъ b даетъ не дополненіе до 360° угла MCm, равнаго ACB, а уголъ большій на ту же сумму ошибокъ x и y, такъ что въ этомъ случаѣ:

$$\angle ACB = (360^\circ - b) - (x + y)$$

Складывая и вычитая вышестоящія выраженія, получаемъ:

$$\angle ACB = \frac{a + (360^\circ - b)}{2} \qquad \textbf{(96)}$$

$$x + y = \frac{(360^\circ - b) - a}{2} \qquad \textbf{(97)}$$

т. е. истинная величина угла равна полусуммѣ отсчета въ первомъ положеніи астролябіи и дополненія до 360° отсчета во второмъ; полная же величина коллимаціонной ошибки равна ихъ полуразности.

Итакъ, для опредѣленія коллимаціонной ошибки астролябіи должно произвести два измѣренія какого-нибудь угла: первый разъ наведеніемъ неподвижныхъ діоптровъ на правый предметъ, а подвижныхъ на лѣвый, второй разъ наоборотъ. Если при второмъ измѣреніи дополненіе отсчета до 360° равно отсчету при первомъ, то коллимаціонной ошибки не существуетъ, если же при второмъ измѣреніи дополненіе отсчета до 360° не равно отсчету при первомъ, то коллимаціонная ошибка существуетъ и равна полуразности упомянутыхъ величинъ.

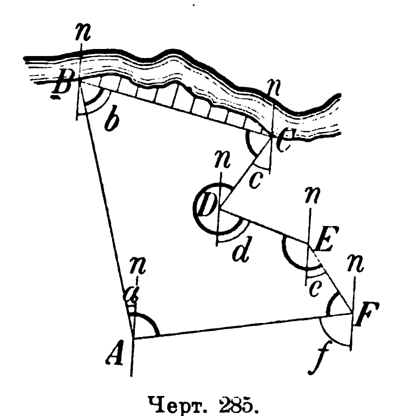
Опредѣленіе коллимаціонной ошибки можно сдѣлать и иначе: измѣряютъ какой-нибудь уголъ сперва обыкновеннымъ порядкомъ, т. е. наводя неподвижные діоптры на правый предметъ, а подвижные на лѣвый, затѣмъ поворачиваютъ лимбъ и тотъ же уголъ измѣряютъ вторично, наводя по его сторонамъ послѣдовательно одни подвижные діоптры. Разность результатовъ этихъ измѣреній выразитъ коллимаціонную ошибку.

Коллимаціонная ошибка не мѣшаетъ вѣрному измѣренію угловъ: ко всѣмъ отсчетамъ надо лишь прибавлять величину этой ошибки.

Разсмотрѣнная коллимаціонная ошибка оказываетъ вліяніе только на углы, отсчитываемые по верньерамъ. Что касается угловъ румбическихъ, отсчитываемыхъ по магнитной стрѣлкѣ, то въ нихъ можетъ войти своя коллимаціонная ошибка, проис-

ходящая отъ несовпаденія діаметра NS буссольнаго лимба съ визирною плоскостью подвижныхъ діоптровъ. Вслѣдствіе небольшой точности отсчетовъ по магнитной стрѣлкѣ этою ошибкою обыкновенно пренебрегаютъ.

106. Астролябическая съемка. Съемки, производимыя астролябіей, имѣютъ цѣлью составленіе плана границъ извѣстнаго участка. Такъ какъ при каждой съемкѣ помимо угловъ надо измѣрять еще линіи, то прежде всего является вопросъ, какимъ приборомъ должно измѣрять линіи, если углы измѣряются астролябіей. При наведеніи діоптрами и отсчетахъ лимба по верньерамъ съ точностью до $\pm 1'$, ошибка въ измѣренномъ углѣ составляетъ около $\pm 2'$; этой угловой ошибкѣ соотвѣтствуетъ линейная въ $^2/_{3438}$ (т. е. около $^1/_{1700}$ разстоянія. Близкая къ этой ошибка получается при измѣреніи линій цѣпью $^1/_{1000}$). Итакъ, при астролябической съемкѣ линіи должно измѣрять цѣпью.



Черт. 285.

Пусть многоугольн. *ABCDEF* (черт. 285) представляетъ границу снимаемаго земельнаго участка. За начальную точку съемки выбираютъ всегда одну изъ вершинъ границы, именно ту, которая представляетъ какой-нибудь постоянный предметъ, легко находимый на мѣстности, напр. вершину горки или кургана, начало оврага, изгибъ рѣки и т. п. Эта точка называется *починнымъ пунктомъ*. Измѣренія ведутся такъ, чтобы снимаемый участокъ былъ вправо отъ направленія движенія работы, т. е. обходъ границы надо дѣлать въ направленіи движенія стрѣлокъ часовъ.

Пусть A — починный пунктъ; на немъ ставятъ астролябію, а на слѣдующую точку B — колъ. Установивъ 0 верньера алидады на 0° лимба, вращеніемъ всего инструмента около вертикальной оси совмѣщаютъ діаметръ NS внутренняго лимба съ успокоившеюся магнитною стрѣлкою. Затѣмъ направляютъ подвижные діоптры на точку B и дѣлаютъ отсчетъ по наружному лимбу; этотъ отсчетъ выразитъ магнитный азимутъ первой сто-

роны AB, изъ котораго не трудно вычислить и румбъ *) той же стороны. Далѣе измѣряютъ прямую AB цѣпью и, дойдя до точки B, ставятъ на ней астролябію и наводятъ неподвижные діоптры на заднюю точку A, а подвижные на переднюю C (для точности наведеній на этихъ точкахъ держатъ небольшіе колья, послѣдовательно переносимые рабочими впередъ). На этой второй точкѣ измѣряютъ уголъ ABC (называемый *внутреннимъ*) при помощи верньеровъ и румбическій уголъ стороны BC по магнитной стрѣлкѣ. Съемка ведется такимъ же порядкомъ по всей границѣ, причемъ внутренніе и румбическіе углы на вершинахъ многоугольника измѣряются астролябіей, а стороны цѣпью. Дойдя до начальной точки A, снова ставятъ на нее астролябію, чтобы измѣрить внутренній уголъ FAB, не измѣренный при первоначальной установкѣ.

Криволинейныя части границы, напримѣръ, пространство по берегу рѣки отъ B до C, могли бы сниматься обыкновеннымъ порядкомъ, такъ какъ каждая кривая можетъ быть разбита на рядъ небольшихъ прямыхъ; однако такой способъ затянулъ бы работу и повелъ бы къ большому накопленію ошибокъ. Въ такихъ мѣстахъ выгоднѣе вести измѣреніе по прямой, называемой *магистралью*, а всѣ извилины границы опредѣлять перпендикулярами, измѣряемыми цѣпью черезъ каждыя 10 саженей или рѣже, смотря по сложности извилинъ.

При астролябической съемкѣ ведется *геодезическій журналъ* и составляется приблизительный чертежъ границы, называемый *абрисомъ*. Образецъ геодезическаго журнала показанъ на слѣдующей страницѣ. Въ первомъ столбцѣ пишутъ нумера точекъ стоянія инструмента (вмѣсто послѣдовательныхъ №№ точки означаютъ иногда буквами); во второмъ и третьемъ столбцахъ записываютъ отсчитанные румбическіе и внутренніе углы и т. д., какъ показано въ заголовкахъ. Что касается абриса, то онъ составляется отъ руки съ приблизительною вѣрностью, причемъ на каждой линіи отмѣчаютъ пройденныя цѣпи (десятки саженей) поперечными черточками, а сотни саженей — крестиками. На абрисѣ записываютъ также длины перпендикуляровъ, измѣряемыхъ отъ магистрали при съемкѣ криволинейной части границы

*) Румбическій уголъ первой стороны можно было бы получить и проще, какъ дѣлается для всѣхъ прочихъ сторонъ, но объясненный въ текстѣ порядокъ даетъ этотъ уголъ съ большею точностью, что важно для послѣдующаго построенія (накладки) границы.

№№ точекъ.	Румбическіе углы.	Отсчитанные внутр. углы.	Исправленные внутр. углы.	Мѣра линій.	Углы *) наклон.	Примѣчанія.
A	*NW*:15° 0′	—	—	саж. 139·3	0°	Здѣсь пишутъ склоненіе магнитной стрѣлки, отмѣчаютъ точки, служащія мѣстомъ соединенія нѣсколькихъ границъ, сосѣднія владѣнія и т. п.
B	*SO*:76 15	61°17′	61°18′	105·7	1	
C	*SW*:32 0	71 41	71 42	47·2	0	
D	*SO*:71 0	282 53	282 54	50·3	2	
E	*SO*:35 30	144 21	144 22	42·5	1	
F	*SW*:80 15	64 14	64 15	114·9	0	
A	*NW*:15 0	95 28	95 29			
		719 54	720 0			

107. Полевая повѣрка. Повѣркою полевой работы служитъ прежде всего связь румбическихъ угловъ съ астролябическими, а затѣмъ, по окончаніи обхода, сумма всѣхъ внутреннихъ угловъ многоугольника.

Астролябическимъ угломъ называется или просто отсчитанный по верньерамъ внутренній уголъ, или, если послѣдній болѣе 180°, то дополненіе его до 360°, такъ что астролябическій уголъ всегда менѣе 180°.

Каждый астролябическій уголъ можетъ быть выраженъ черезъ румбическіе углы сторонъ, его составляющихъ. На чертежѣ 285 во всѣхъ точкахъ стоянія инструмента проведены направленія магнитнаго меридіана; они проведены въ видѣ параллельныхъ линій, такъ какъ снятый участокъ имѣетъ небольшіе размѣры, и предполагается, что на немъ нѣтъ аномалій въ земномъ магнитизмѣ. Румбическіе углы въ каждой вершинѣ означены одиночными дугами и подписаны малыми буквами; внутренніе же углы означены двойными дугами.

Внутренній уголъ въ точкѣ A (онъ же и астролябическій), т. е. уголъ FAB, равенъ, очевидно, суммѣ $FAn + nAB$; но $\angle FAn = f$, а $\angle nAB = a$, поэтому:

$$\angle A = f + a$$

*) Углы наклоненія необходимы для вычисленія приведеній наклонныхъ линій къ горизонту; ихъ измѣряютъ эклиметромъ.

подобнымъ же образомъ:

$$\angle B = b - a$$

и

$$\angle C = 180^\circ - (b + c)$$

Въ точкѣ D внутренній уголъ означенъ двойною дугою, а астролябическій — уголъ CDE; называя послѣдній черезъ D, имѣемъ:

$$\angle D = 180^\circ - (c + d)$$

Далѣе

$$\angle E = 180^\circ - (d - e)$$

и

$$\angle F = 180^\circ - (e + f)$$

Если составить чертежи для всѣхъ частныхъ случаевъ, заключающихъ разныя сочетанія румбическихъ угловъ, то легко замѣтить, что всѣ случаи могутъ быть подведены подъ четыре слѣдующіе:

1. Если первыя буквы румбическихъ угловъ различны, а вторыя одинаковы (*NO* и *SO*, *NW* и *SW*, *SO* и *NO*, *SW* и *NW*), то астролябическій уголъ равенъ суммѣ румбическихъ.

2. Если обѣ буквы румбическихъ угловъ различны (*NO* и *SW*, *NW* и *SO*, *SO* и *NW*, *SW* и *NO*), то астролябическій уголъ равенъ разности румбическихъ.

3. Если первыя буквы румбическихъ угловъ одинаковы, а вторыя различны (*NO* и *NW*, *NW* и *NO*, *SO* и *SW*, *SW* и *SO*), то астролябическій уголъ равенъ 180° безъ суммы румбическихъ.

4. Если обѣ буквы румбическихъ угловъ одинаковы (*NO* и *NO*, *NW* и *NW*, *SO* и *SO*, *SW* и *SW*), то астролябическій уголъ равенъ 180° безъ разности румбическихъ.

Такъ какъ внутренніе (а слѣдовательно и астролябическіе) углы отсчитываются по верньерамъ съ точностью до $\pm 1'$, а румбическіе по магнитной стрѣлкѣ до $\pm 15'$, то въ вышеприведенныхъ соотношеніяхъ нельзя ожидать полнаго согласія; эти соотношенія даютъ только грубую, но вполнѣ надежную повѣрку для открытія промаховъ въ отсчетахъ (на цѣлые градусы, или, какъ это еще чаще случается, на десятки градусовъ).

Примѣръ на 1-ый случай: астролябическій уголъ $A = 95^\circ 28'$; сумма румбическихъ угловъ $f + a = 95^\circ 15'$.

Примѣръ на 2-ой случай: астролябическій уголъ $B = 61^\circ 17'$; разность румбическихъ угловъ $b - a = 61^\circ 15'$.

Примѣры на 3-ій случай: астролябическій уголъ $C = 71^\circ 41'$; дополненіе суммы румбическихъ угловъ $b + c$ до 180° равно

$71°45'$; $D = 77°7'$, $180° - (c + d) = 77°0'$; $F = 64°14'$, $180° - (e + f) = 64°15'$.

Примѣръ на 4-ый случай: астролябическій уголъ $E = 144°21'$; дополненіе разности румбическихъ угловъ $d - e$ до $180°$ равно $144°30'$.

Вторая повѣрка полевой работы заключается въ томъ, что сумма всѣхъ внутреннихъ угловъ многоугольника должна равняться $180°$, умноженнымъ на число сторонъ многоугольника безъ двухъ, т. е. сумма внутреннихъ угловъ S многоугольника съ n сторонами должна удовлетворять формулѣ:

$$S = 180° (n - 2)$$

Вслѣдствіе неизбѣжныхъ случайныхъ ошибокъ наведеній и отсчетовъ сумма внутреннихъ угловъ оказывается обыкновенно не совсѣмъ равною суммѣ, опредѣляемой по этой формулѣ. Наблюдатель долженъ имѣть признакъ, чтобы судить, объяснимо ли полученное разногласіе неизбѣжными ошибками или слѣдуетъ подозрѣвать въ измѣреніяхъ грубый промахъ.

Если означить случайную ошибку въ одномъ углѣ черезъ δ, то въ суммѣ S изъ n угловъ, по свойству случайныхъ ошибокъ, какъ видно изъ формулы (71), можно ожидать ошибку

$$\Delta S = \pm \delta \sqrt{n} \tag{98}$$

Такимъ образомъ, если разногласіе между суммою S и теоретическимъ числомъ $180° (n - 2)$ вышло больше ожидаемой погрѣшности, вычисленной по формулѣ (98), то надо подозрѣвать промахъ въ наведеніяхъ или отсчетахъ, повторить всѣ наблюденія вновь, открыть промахъ и исправить запись въ геодезическомъ журналѣ. Такіе случаи мало вѣроятны, потому что, какъ объяснено выше, каждый уголъ, измѣренный астролябіей, повѣряется на мѣстѣ по согласію астролябическаго угла съ румбическими.

Если упомянутое разногласіе меньше ошибки ΔS, вычисленной по формулѣ (98), то оно объяснимо неизбѣжными погрѣшностями измѣреній, и полученная разность разлагается поровну на всѣ углы, такъ какъ ошибка угла не зависитъ отъ его величины.

Необходимо однако замѣтить, что формула (98) справедлива лишь при очень большомъ числѣ n; для малаго числа n законъ случайныхъ сочетаній положительныхъ и отрицательныхъ ошибокъ можетъ не оправдаться. Во всякомъ случаѣ, предполагая даже, что всѣ ошибки имѣютъ тотъ же знакъ, въ суммѣ S

нельзя допустить ошибки, бо̀льшей $\pm \delta . n$, такъ что все же должно быть:

$$\Delta S < \pm \delta . n \qquad (99)$$

Величина δ слагается изъ ошибокъ наведеній и ошибокъ отсчетовъ. Ошибка наведенія діоптрами равна $\pm 1'$; присоединяя сюда ошибку отсчета по верньерамъ, имѣющимъ точность $\pm 1'$, получимъ для полной ошибки одного направленія величину $\pm 1' \sqrt{2}$. Чтобы получить ошибку одного угла, составленнаго двумя направленіями, число $1' \sqrt{2}$ надо еще умножить на $\sqrt{2}$, такъ что для астролябіи съ діоптрами и точностью верньеровъ въ $\pm 1'$ величина $\delta = \pm 2'$. Пользуясь такими же соображеніями, легко вычислить величину δ для астролябіи со зрительною трубой и при всякой другой точности верньеровъ.

Въ предыдущемъ примѣрѣ $\delta = \pm 2'$, а $n = 6$, поэтому ошибка ΔS по формуламъ (98) и (99) можетъ быть около $\pm 2' \sqrt{6}$ (т.е. около 4·9′) и во всякомъ случаѣ должна быть меньше $2' . 6 = 12'$. Въ дѣйствительности, какъ видно изъ таблицы на стр. 405, сумма внутреннихъ угловъ оказывается 719° 54′ и отличается отъ теоретической (720°) на 6′. Хотя это число и больше величины, указываемой формулою (98), но удовлетворяетъ неравенству (99), и потому оно можетъ быть объяснено случайными погрѣшностями наблюденій. Ошибка $\Delta S = - 6'$ разбита поровну (по 1′) на всѣ внутренніе углы; исправленные углы помѣщены въ 4-омъ столбцѣ той же таблицы.

108. Составленіе плана. По окончаніи полевой работы составляется планъ снятаго участка въ извѣстномъ масштабѣ, обыкновенно въ масштабѣ 1 : 8400 (100 саженей въ 1 англ. дюймѣ). Всѣ стороны должны быть исправлены за невѣрность цѣпи и за приведеніе къ горизонту по формуламъ (84) и (85). Если вычисленныя поправки меньше неизбѣжныхъ погрѣшностей измѣреній или меньше графической точности масштаба, то ими пренебрегаютъ.

Прежде всего наносятъ на бумагу починный пунктъ A (черт. 285) съ такимъ расчетомъ, чтобы помѣстился весь участокъ и по краямъ оставались почти равныя поля. Черезъ починный пунктъ проводятъ направленія магнитнаго и истиннаго меридіановъ (по извѣстному склоненію магнитной стрѣлки) такъ, чтобы истинный меридіанъ былъ параллеленъ боковымъ краямъ листа, и по данному румбическому углу при помощи транспортира или по таблицамъ тангенсовъ (или хордъ) строятъ первую сторону границы. На полученномъ направленіи откладываютъ

длину первой стороны AB въ масштабѣ плана и получаютъ вторую точку B; при ней строятъ исправленный внутренній уголъ ABC, проводятъ и откладываютъ вторую сторону BC и т. д. до послѣдней точки F. Прямая FA, построенная при точкѣ F по углу EFA, по направленію и длинѣ должна привести въ начальную точку A, а уголъ FAB долженъ равняться исправленному внутреннему углу при A. Криволинейныя части границъ, напримѣръ, отъ B до C строятся послѣ увязки фигуры (§ 110) по точкамъ, при помощи записанныхъ на абрисѣ перпендикуляровъ.

Описанное построеніе по внутреннимъ угламъ имѣетъ тотъ недостатокъ, что ошибка въ построеніи одного угла измѣняетъ положеніе всѣхъ слѣдующихъ за нимъ частей многоугольника. Поэтому выгоднѣе строить границу по *вычисленнымъ азимутамъ*, которые получаются по формулѣ:

$$\alpha_k = \alpha_{k-1} + 180^\circ - A_k \qquad \textbf{(100)}$$

гдѣ α_k и A_k — азимутъ и исправленный внутренній уголъ на какой нибудь точкѣ, а α_{k-1} — азимутъ на предыдущей. Справедливость этой формулы видна изъ того, что направленіе $\alpha_{k-1} + 180^\circ$ представляетъ обратный азимутъ въ k-ой точкѣ, а уменьшая его на величину исправленнаго внутренняго угла въ этой же точкѣ, получаемъ прямой азимутъ слѣдующаго направленія.

Азимутъ первой стороны получается непосредственно изъ ея румба, исправленнаго склоненіемъ магнитной стрѣлки; азимуты всѣхъ прочихъ вычисляются, какъ сказано выше, по формулѣ (100), но для повѣрки сравниваются еще съ выведенными изъ ихъ румбовъ. Такъ какъ направленіе истиннаго меридіана проводится во всѣхъ вершинахъ многоугольника съ одинаковою точностью, то построеніе каждаго азимута не зависитъ отъ ошибокъ предыдущихъ сторонъ.

Магнитные азимуты сторонъ въ вышеприведенномъ примѣрѣ выходятъ:

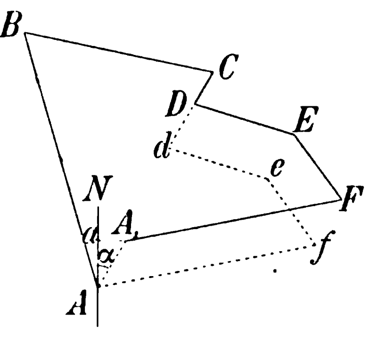
$$\alpha_1 = 360^\circ - 15^\circ 0' = 345^\circ 0'$$
$$\alpha_2 = 345^\circ 0' + 180^\circ - 61^\circ 18' = 103^\circ 42'$$
$$\alpha_3 = 103^\circ 42' + 180^\circ - 71^\circ 42' = 212^\circ 0'$$
$$\alpha_4 = 212^\circ 0' + 180^\circ - 282^\circ 54' = 109^\circ 6'$$
$$\alpha_5 = 109^\circ 6' + 180^\circ - 144^\circ 22' = 144^\circ 44'$$
$$\alpha_6 = 144^\circ 44' + 180^\circ - 64^\circ 15' = 260^\circ 29'$$

Повѣрка: $\alpha_1 = 260^\circ 29' + 180^\circ - 95^\circ 29' = 345^\circ 0'$

Длины сторонъ и величины угловъ подписываются на планѣ; хотя на немъ откладываются, очевидно, горизонтальныя проекціи линій, но подписываются длины непосредственно измѣренныя, такъ какъ при повѣркѣ на мѣстности опять придется имѣть дѣло съ наклонными линіями.

Послѣ нанесенія границы приступаютъ, если это требуется, къ съемкѣ внутренняго пространства участка. Эта съемка производится буссолью, эккеромъ или мензулою.

При построеніи границы по угламъ (или азимутамъ) и сторонамъ, послѣдняя сторона ни по направленію, ни по длинѣ, обыкновенно, не равна прямой, соединяющей послѣднюю точку съ починнымъ пунктомъ на бумагѣ; если послѣднюю сторону построить по направленію и длинѣ, то начальная точка окажется не въ A (черт. 286), а гдѣ нибудь въ A_1. Величина AA_1 называется *невязкою*; она можетъ явиться либо отъ грубаго промаха въ измѣреніи угловъ и линій въ полѣ, а также черченія ихъ на бумагѣ, либо отъ неизбѣжнаго накопленія погрѣшностей при тѣхъ же дѣйствіяхъ. Въ первомъ случаѣ необходимо открыть, гдѣ произошелъ промахъ, и исправить его, во второмъ же случаѣ уничтоженіе невязки производится небольшими передвиженіями всѣхъ вершинъ многоугольника съ такимъ расчетомъ, чтобы накопившаяся погрѣшность раздѣлилась болѣе или менѣе равномѣрно на всѣ стороны и углы многоугольника.



Черт. 286.

На основаніи опыта принимаютъ, что неизбѣжное накопленіе погрѣшностей можетъ произвести невязку не больше $^1/_{200}$ периметра многоугольника. Если невязка получилась болѣе этой величины, то производитель работъ долженъ найти ту сторону или тотъ уголъ, которые послужили причиною невязки, и, исправивъ построеніе, или вовсе уничтожить невязку, или свести ее къ величинѣ, меньшей $^1/_{200}$ периметра. Соотвѣтствующіе пріемы указаны въ § 109. Если при первоначальномъ черченіи или уже послѣ открытія и исправленія грубаго промаха невязка оказалась меньше указаннаго предѣла, то поступаютъ по одному изъ способовъ, объясненныхъ въ § 110.

109. Открытіе промаховъ. Чтобы показать, какъ разыскивается грубая ошибка въ измѣреніи или черченіи, разсмотримъ вліяніе такой ошибки на положеніе и величину невязки.

1. Пусть грубая ошибка сдѣлана въ измѣреніи или нанесеніи *стороны* CD (черт. 286), такъ что вмѣсто длины Cd отложено только CD. Если вся прочая работа исполнена вѣрно, то на бумагу будетъ нанесена фигура $DEFA_1$, равная истинной $defA$, но передвинутая вдоль невѣрной стороны Cd, и вершины угловъ D, E, F и A_1 окажутся на прямыхъ, параллельныхъ Cd. Ясно, что и самая невязка AA_1 будетъ параллельна той же сторонѣ. Вообще, если одна изъ сторонъ многоугольника нанесена ошибочно, то невязка параллельна этой сторонѣ.

2. Пусть грубая ошибка сдѣлана въ построеніи *) *угла* D (черт. 290), такъ что вмѣсто угла CDe построенъ уголъ CDE. Если всѣ прочія построенія исполнены вѣрно, то вмѣсто фигуры $DefA$ будетъ нанесена на бумагу фигура $DEFA_1$, равная истинной, но повернутая около точки D, какъ около общаго центра; отъ этого вершины e, f и A отклонятся на одинаковые углы, и перпендикуляры, опущенные изъ D на хорды eE, fF и AA_1, раздѣлятъ ихъ пополамъ. Такимъ образомъ, если одинъ изъ угловъ многоугольника построенъ ошибочно, то перпендикуляръ, опущенный изъ этого угла на невязку, раздѣлитъ ее пополамъ.

Отсюда получаются слѣдующія простыя правила для разысканія причины невязки, превосходящей ожидаемую погрѣшность, т. е. невязки, большей $^1/_{200}$ периметра многоугольника: смотрятъ, не параллельна ли невязка одной изъ сторонъ фигуры, или не проходитъ ли перпендикуляръ, возставленный изъ середины невязки, черезъ одну изъ вершинъ. Въ первомъ случаѣ надо подозрѣвать ошибку въ сторонѣ, параллельной невязкѣ, и повторить сперва ея отложеніе по масштабу, а потомъ, если отложеніе было сдѣлано правильно, повѣрить измѣреніе ея на мѣстности; во второмъ же случаѣ надо заподозрить ошибку въ углѣ, черезъ который прошелъ перпендикуляръ, возставленный изъ середины невязки, и повторить построеніе этого угла.

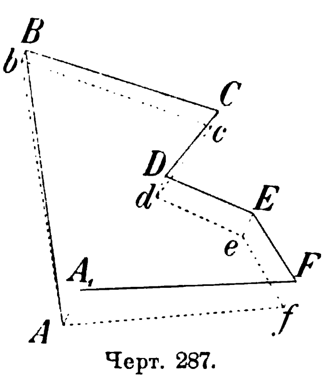
---

*) Здѣсь не говорится о возможности ошибки въ *измѣреніи* угла, потому что всѣ углы повѣряются еще въ полѣ и притомъ сперва по согласію астролябическихъ угловъ съ румбическими, а потомъ по согласію суммы внутреннихъ угловъ съ теоретическою суммою, т. е. съ величиною $180^\circ (n-2)$.

Достаточно, чтобы то или другое условіе были выполнены приблизительно, потому что вслѣдствіе неизбѣжныхъ случайныхъ ошибокъ въ измѣреніяхъ и построеніяхъ нельзя ожидать, чтобы невязка оказалась строго параллельною невѣрной сторонѣ, или чтобы перпендикуляръ, возставленный изъ середины невязки, прошелъ какъ разъ черезъ вершину, при которой не вѣрно построенъ уголъ.

Если при построеніи многоугольника сдѣлано нѣсколько грубыхъ промаховъ въ сторонахъ и углахъ, то невязка будетъ результатомъ сочетанія этихъ промаховъ, и открыть ихъ указанными простыми пріемами невозможно; поэтому надо производить измѣренія въ полѣ и построенія на бумагѣ съ возможною осмотрительностью. Если граница представляетъ многоугольникъ съ весьма большимъ числомъ сторонъ, то его намѣренно разбиваютъ діагоналями на нѣсколько небольшихъ; построенія производятся послѣдовательно небольшими многоугольниками съ малымъ числомъ сторонъ. Вѣроятность сдѣлать нѣсколько грубыхъ промаховъ при измѣреніи и построеніи каждаго такого частнаго многоугольника, очевидно, меньше, чѣмъ при измѣреніи и построеніи одного съ весьма большимъ числомъ сторонъ.

110. Уничтоженіе невязки. Разсмотримъ теперь способы уничтоженія невязки въ томъ случаѣ, если появленіе ея надо приписать не грубымъ промахамъ, а постепенному, такъ сказать, естественному накопленію ошибокъ измѣреній и черченія (когда величина невязки меньше $^1/_{200}$ периметра многоугольника). Такихъ способовъ предложено нѣсколько; вотъ два простѣйшихъ:



Черт. 287.

1. *Помощью параллельныхъ линій.* Пусть послѣ построенія многоугольника $ABC \ldots A_1$ (черт. 287) оказалась на чертежѣ невязка $AA_1 = k$, меньшая $^1/_{200}$ периметра. Черезъ всѣ вершины многоугольника проводятъ прямыя Bb, Cc..., параллельныя невязкѣ AA_1 и притомъ въ направленіи отъ A_1 къ A; на каждой изъ нихъ откладываютъ части, возрастающія пропорціонально удаленію соотвѣтствую-

щей вершины по периметру отъ починнаго пункта A, и въ полученныя точки переносятъ всѣ эти вершины. Если означить длины послѣдовательныхъ сторонъ многоугольника черезъ l_1, l_2..., а сумму ихъ черезъ L, то откладываемыя части вычисляются по формуламъ:

$$Bb = \frac{l_1}{L} \cdot k$$

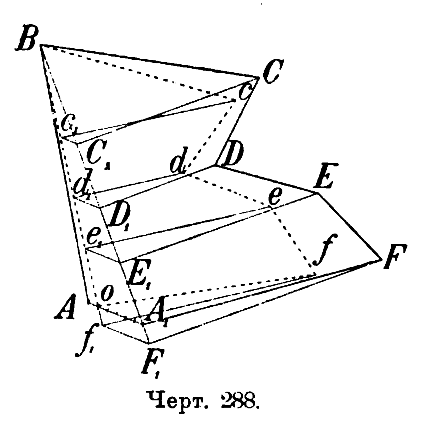
$$Cc = \frac{l_1 + l_2}{L} \cdot k$$

$$Dd = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{L} \cdot k$$

. . . .

Передвиженіе послѣдней точки A_1 по этому правилу выйдетъ, очевидно, равнымъ самой невязкѣ k, которая такимъ образомъ и уничтожится. Исправленная или *увязанная* фигура показана на чертежѣ пунктиромъ ($AbcdefA$).

2. *Помощью перпендикулярныхъ линій.* Невязку AA_1 (черт. 288) дѣлятъ на равныя части по числу сторонъ многоугольника (въ данномъ примѣрѣ на 6 равныхъ частей). Одну изъ вершинъ, обыкновенно, противолежащую невязкѣ (напр. вершину B), соединяютъ съ точкою o, выбранною такъ, чтобы число дѣленій отъ A до o равнялось числу сторонъ многоугольника между A и B. Соединивъ B съ o и A_1, опускаютъ изъ всѣхъ промежуточныхъ вершинъ многоугольника перпендикуляры CC_1, DD_1, EE_1 и FF_1 на прямую BA_1 и черезъ основанія этихъ перпендикуляровъ проводятъ прямыя C_1c_1, D_1d_1, E_1e_1 и F_1f_1, параллельныя невязкѣ AA_1, до встрѣчи съ Bo; затѣмъ изъ полученныхъ точекъ пересѣченія возставляютъ перпендикуляры къ Bo, на которыхъ откладываютъ отрѣзки c_1c, d_1d..., вычисленные, какъ четвертыя пропорціональныя изъ пропорцій:



Черт. 288.

$$c_1c : C_1C = Bc_1 : BC_1$$

$$d_1d : D_1D = Bd_1 : BD_1$$

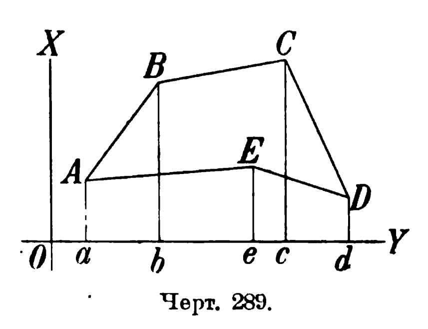
. . . .

Полученныя точки соединяютъ между собою, а крайнія съ точкою *o*. Исправленная или увязанная фигура показана пунктиромъ (*oBcdefo*).

Если невязка оказалась точно въ направленіи на противолежащую вершину, то сущность построенія не измѣнится; но такъ какъ въ этомъ случаѣ прямыя BA и BA_1 сливаются съ Bo, и нельзя проводить параллельныя прямыя C_1c_1, D_1d_1..., то точки c_1, d_1... получаются откладываніемъ отъ основаній C_1, D_1... соотвѣтствующихъ перпендикуляровъ одной, двухъ и т. д. частей невязки AA_1.

Способъ уничтоженія невязки при помощи параллельныхъ линій, какъ болѣе простой, примѣняется чаще способа уничтоженія невязки при помощи перпендикулярныхъ линій.

111. Накладка по координатамъ. Построеніе границы, снятой астролябіей, по угламъ при помощи транспортира или даже по таблицамъ тангенсовъ или хордъ сопровождается значительными ошибками; уничтоженіе же невязки вышеописанными графическими пріемами весьма мѣшкотно и сопряжено съ проведеніемъ многихъ линій, которыя затѣмъ должны быть стерты. Существуетъ другой способъ построенія плана, значительно уменьшающій ошибки графической работы, потому что каждая точка наносится самостоятельно, независимо отъ прочихъ, а, главное, позволяющій дѣлать построеніе сразу начисто; въ немъ невязка уничтожается предварительно, безъ всякихъ построеній, одними вычисленіями. Этотъ способъ называется *накладкою по координатамъ*.



Черт. 289.

Пусть OX и OY (черт. 289) двѣ взаимно-перпендикулярныя прямыя. Прямая OX проводится въ направленіи магнитнаго (или истиннаго) меридіана; положительныя абсциссы считаются на сѣверъ, а положительныя ординаты — на востокъ. Если опустить изъ всѣхъ вершинъ многоугольника $ABCDE$ перпендикуляры на эти координатныя оси, то отрѣзки по осямъ между соотвѣтствующими перпендикулярами представятъ *проекціи* всѣхъ сторонъ многоугольника на оси координатъ. Означивъ послѣдова-

тельныя стороны многоугольника черезъ l_1, l_2..., азимуты ихъ черезъ α_1, α_2..., а проекціи сторонъ на осяхъ OX и OY черезъ X_1, X_2... и Y_1, Y_2..., имѣемъ по формуламъ (2):

$$\begin{array}{ll} X_1 = l_1 \cos \alpha_1 & Y_1 = l_1 \sin \alpha_1 \\ X_2 = l_2 \cos \alpha_2 & Y_2 = l_2 \sin \alpha_2 \\ \cdots & \cdots \end{array} \qquad \textbf{(101)}$$

Всѣ эти проекціи легко могутъ быть вычислены, потому что длины сторонъ l_1, l_2... (или, точнѣе, ихъ горизонтальныя проложенія) имѣются въ геодезическомъ журналѣ, а азимуты α_1, α_2... опредѣляются по формулѣ (100) по данному азимуту первой стороны и исправленнымъ внутреннимъ угламъ многоугольника.

Зная проекціи сторонъ, не трудно вычислить и координаты всѣхъ вершинъ многоугольника; если начало координатъ взято въ починномъ пунктѣ, то координаты послѣдовательныхъ вершинъ будутъ:

$$\begin{array}{ll} x_0 = 0 & y_0 = 0 \\ x_1 = X_1 & y_1 = Y_1 \\ x_2 = X_1 + X_2 & y_2 = Y_1 + Y_2 \\ \cdots & \cdots \\ x_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n & y_n = Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n \end{array} \qquad \textbf{(102)}$$

Координаты начальной точки, вычисленныя по проекціямъ всѣхъ сторонъ, должны быть нулями, такъ какъ извѣстно, что сумма проекцій сторонъ замкнутаго многоугольника на любую ось равна нулю. Однако, вслѣдствіе неизбѣжныхъ ошибокъ измѣреній линій и угловъ, эти координаты оказываются обыкновенно не нулями, а нѣкоторыми величинами $\Sigma X = \Delta x$ и $\Sigma Y = \Delta y$, которыя называются *невязками въ координатахъ*. Здѣсь, какъ и въ вышеразсмотрѣнномъ графическомъ рѣшеніи вопроса, надо сперва вычислить полную величину невязки и оцѣнить, объяснима ли она неизбѣжными погрѣшностями измѣреній, или въ сторонахъ и углахъ слѣдуетъ заподозрить грубый промахъ.

Полная невязка k представляетъ, очевидно, гипотенузу прямоугольнаго треугольника, построеннаго на двухъ катетахъ Δx и Δy, такъ что:

$$k = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

Предѣломъ полной невязки въ координатахъ принимаютъ величину $k = {}^1/_{500}$ периметра многоугольника (а не ${}^1/_{200}$, какъ

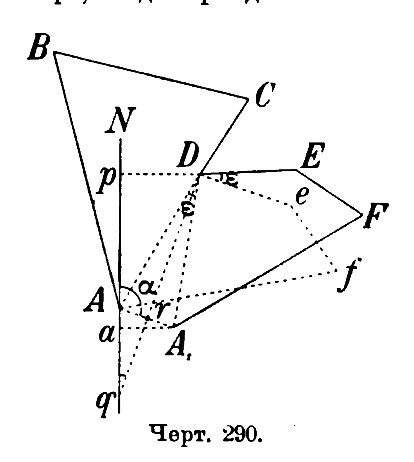
указано въ § 108, гдѣ невязка объясняется не только ошибками измѣреній, но и ошибками построеній угловъ и линій на бумагѣ).

Пусть невязка въ координатахъ получилась болѣе $^1/_{500}$ периметра, такъ что ея происхожденіе должно приписать грубому промаху въ измѣреніи стороны или угла; разсмотримъ, какъ найти его безъ помощи чертежа.

Положимъ, что вмѣсто истинной стороны Cd (черт. 286) взята ошибочно меньшая длина CD. Выше было уже объяснено, что слѣдствіемъ такой ошибки будетъ невязка AA_1, параллельная ошибочной сторонѣ Cd; такъ какъ на этомъ чертежѣ $Aa = \Delta x$, а $aA_1 = \Delta y$, то азимутъ невязки AA_1 можетъ быть вычисленъ по формулѣ:

$$tg\,\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} \qquad (103)$$

Такимъ образомъ, получивъ невязку, большую $^1/_{500}$ периметра, надо прежде всего вычислить ея азимутъ по формулѣ (103) и посмотрѣть, нѣтъ ли между сторонами многоугольника такой, азимутъ которой былъ бы близокъ къ этому α или отличался отъ него на 180°; въ этой то сторонѣ и слѣдуетъ подозрѣвать ошибку. Наблюдатель долженъ измѣрить ее вновь и исправить вычисленіе.



Черт. 290.

Открытіе ошибки въ углѣ нѣсколько сложнѣе, но зато она случается рѣже, вслѣдствіе повѣрокъ по согласію астролябическихъ угловъ съ румбическими. Ошибка въ углѣ можетъ быть заподозрѣна въ томъ случаѣ, когда сумма внутреннихъ угловъ многоугольника окажется не равною 180°, умноженнымъ на число сторонъ безъ двухъ.

Пусть уголъ D (черт. 290) ошибоченъ на величину ε, которая равна суммѣ измѣренныхъ внутреннихъ угловъ n—угольника безъ 180° $(n-2)$; вмѣсто истиннаго угла CDe въ вычисленіи координатъ принятъ уголъ CDE. Вслѣдствіе этого обстоятельства вся послѣдующая часть многоугольника, т. е. фигура $DefA$ отклонилась на тотъ же уголъ ε, такъ что, соединивъ вер-

шину D съ A и A_1, получимъ равнобедренный треугольникъ ADA_1 съ угломъ при D, равнымъ ε.

Означимъ азимутъ невязки, т. е. уголъ NAA_1, вычисленный по формулѣ (103), по прежнему буквою α и опустимъ изъ A_1 и D перпендикуляры A_1a и Dp на меридіанъ NA, проведенный черезъ точку A, и перпендикуляръ Dr изъ D на невязку AA_1; послѣдній раздѣлитъ невязку пополамъ въ точкѣ r и пересѣчетъ NA гдѣ нибудь въ точкѣ q. Координаты $Ap = x_i$ и $Dp = y_i$ искомой точки D выражаются, какъ извѣстно, формулами:

$$x_i = AD \,.\, \cos NAD$$
$$y_i = AD \,.\, \sin NAD \qquad (a)$$

Найдемъ связь входящихъ сюда величинъ AD и $\angle NAD$ съ невязками въ координатахъ, азимутомъ α и угломъ ε.

Изъ чертежа имѣемъ непосредственно:

$$\Delta y = aA_1 = AA_1 \sin\alpha$$
$$AA_1 = 2Ar = 2AD \,.\, \sin\frac{\varepsilon}{2}$$

откуда:

$$AD = \frac{\Delta y}{2\sin\alpha \,.\, \sin\frac{\varepsilon}{2}} \qquad (b)$$

Далѣе, изъ треугольника ADq:

$$\angle NAD = \angle NqD + \angle ADq$$

но

$$\angle NqD = 90^\circ - (180^\circ - \alpha) = \alpha - 90^\circ$$
$$\angle ADq = \frac{\varepsilon}{2}$$

слѣдовательно:

$$\angle NAD = \alpha + \frac{\varepsilon}{2} - 90^\circ \qquad (c)$$

Подставляя выраженія (b) и (c) въ (a), получаемъ:

$$x_i = \frac{\Delta y \quad \sin\left(\alpha + \frac{\varepsilon}{2}\right)}{2\sin\alpha \,.\, \sin\frac{\varepsilon}{2}}$$

$$y_i = -\frac{\Delta y \,.\, \cos\left(\alpha + \frac{\varepsilon}{2}\right)}{2\sin\alpha \,.\, \sin\frac{\varepsilon}{2}} \qquad \mathbf{(104)}$$

гдѣ Δy—невязка въ координатѣ y, а углы α и ε вычисляются по формуламъ:

$$tg\,\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\varepsilon = \text{сумма внутр. угловъ} - 180^\circ\,(n-2)$$

Итакъ, если сумма внутреннихъ угловъ не согласуется въ предѣлахъ возможныхъ погрѣшностей съ суммою теоретическою, то координаты вершины, въ которой можно подозрѣвать невѣрно измѣренный уголъ, вычисляются по формуламъ (104), и этотъ уголъ измѣряется вновь; если же сумма внутреннихъ угловъ оказалась согласною съ теоретическою, то ошибку надо подозрѣвать въ сторонѣ, азимутъ которой вычисляется по формулѣ (103).

Разсмотримъ теперь случай, когда полная невязка въ координатахъ сразу или послѣ исправленія за грубый промахъ оказалась меньше $^1/_{500}$ периметра многоугольника. Для вычисленія поправокъ проекцій каждой стороны служатъ формулы:

$$\begin{aligned} \Delta X_1 &= l_1 \frac{\Delta x}{L} \qquad & \Delta Y_1 &= l_1 \frac{\Delta y}{L} \\ \Delta X_2 &= l_2 \frac{\Delta x}{L} \qquad & \Delta Y_2 &= l_2 \frac{\Delta y}{L} \\ &\cdots\cdots & &\cdots\cdots \end{aligned} \tag{105}$$

гдѣ l_1, l_2 ... стороны многоугольника, а L — ихъ сумма, т. е. периметръ. Придавъ эти величины съ обратными знаками къ соотвѣтствующимъ проекціямъ X и Y, получимъ исправленныя проекціи, а по нимъ, по формуламъ (102), исправленныя координаты всѣхъ вершинъ многоугольника. Впрочемъ, для повѣрки можно еще вычислить и поправки координатъ по формуламъ:

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= \Delta X_1 \qquad & \Delta y_1 &= \Delta Y_1 \\ \Delta x_2 &= \Delta X_1 + \Delta X_2 \qquad & \Delta y_2 &= \Delta Y_1 + \Delta Y_2 \\ &\cdots\cdots & &\cdots\cdots \end{aligned} \tag{106}$$

Для послѣдней точки должно получиться $\Delta x_n = \Delta x$ и $\Delta y_n = \Delta y$. Придавъ эти поправки къ первоначальнымъ координатамъ, вычисленнымъ по формуламъ (102), получимъ тѣ же исправленныя координаты.

Остается объяснить накладку плана. На бумагѣ проводятъ двѣ координатныя оси OX и OY, откладываютъ по нимъ исправленныя координаты и изъ полученныхъ точекъ возставляютъ перпендикуляры; пересѣченія соотвѣтствующихъ перпендикуляровъ дадутъ послѣдовательныя вершины многоугольниковъ, которыя останется лишь соединить прямыми.

112. Числовой примѣръ. Для поясненія вышеприведенныхъ формулъ возьмемъ примѣръ § 106. Прежде всего по извѣстнымъ сторонамъ и соотвѣтствующимъ азимутамъ вычисляютъ проекціи X и Y всѣхъ сторонъ многоугольника по формуламъ (101):

Точки.	B	C	D	E	F	A
α	345° 0′	103° 42′	212° 0′	109° 6′	144° 44′	260° 29′
$lg\ cos\ \alpha$	9·98494	ₙ9·37445	ₙ9·92842	ₙ9·51484	ₙ9·91194	ₙ9·21836
$lg\ l$	2·14395	2·02407	1·67394	1·70157	1·62839	2·06032
$lg\ sin\ \alpha$	ₙ9·41300	9·98746	ₙ9·72421	9·97541	9·76146	ₙ9·99398
$lg\ X$	2·12889	ₙ1·39852	ₙ1·60236	ₙ1·21641	ₙ1·54033	ₙ1·27868
$lg\ Y$	ₙ1·55695	2·01153	ₙ1·39815	1·67698	1·38985	ₙ2·05430
X	+ 134·55	— 25·03	— 40·03	— 16·46	— 34·70	— 19·00
Y	— 36·05	+ 102·69	— 25·01	+ 47·53	+ 24·54	— 113·32

Затѣмъ по формуламъ (102) получаютъ координаты всѣхъ вершинъ многоугольника:

x	+ 134·55	+ 109·52	+ 69·49	+ 53·03	+ 18·33	— 0·67
y	— 36·05	+ 66·64	+ 41·63	+ 89·16	+ 113·70	+ 0·38

Координаты починнаго пункта вмѣсто нулей получились $\Delta x = -0{\cdot}67$ и $\Delta y = +0{\cdot}38$, такъ что полная невязка въ координатахъ выходитъ:

$$k = \sqrt{(0{\cdot}67)^2 + (0{\cdot}38)^2} = 0{\cdot}77 \text{ сажени.}$$

При периметрѣ $L = 499{\cdot}9$ сажени эта невязка меньше $^1/_{500}\,L$, слѣдовательно, она вполнѣ объяснима неизбѣжными погрѣшностями измѣреній; нѣтъ повода искать въ нихъ грубыхъ промаховъ *). Поправки на 1 сажень выходятъ:

по оси X-овъ . . . . . + 0·00134 сажени
по оси Y-въ . . . . . — 0·00076 сажени

Умноживъ эти величины на длины всѣхъ сторонъ многоугольника, получаемъ слѣдующія поправки проекцій по формуламъ (105):

---

*) Для повѣрки формулъ (103) и (104) можно намѣренно измѣнить какую-нибудь сторону или уголъ и самостоятельнымъ вычисленіемъ убѣдиться въ ихъ справедливости.

Точки.	B	C	D	E	F	A
ΔX	+ 0·19	+ 0·14	+ 0·06	+ 0·07	+ 0·06	+ 0·15
ΔY	— 0·11	— 0·08	— 0·04	— 0·04	— 0·03	— 0·08

а затѣмъ, по формуламъ (106), поправки координатъ:

Δx	+ 0·19	+ 0·33	+ 0·39	+ 0·46	+ 0·52	+ 0·67
Δy	— 0·11	— 0·19	— 0·23	— 0·27	— 0·30	— 0·38

Такимъ образомъ, исправленныя координаты, по которымъ остается произвести накладку плана, выходятъ (въ саженяхъ на мѣстности):

x	+ 134·74	+ 109·85	+ 69·88	+ 53·49	+ 18·85	0
y	— 36·16	+ 66·45	+ 41·40	+ 88·89	+ 113·40	0

113. Межевые знаки. Астролябическая съемка была въ большомъ ходу при *межеваніи*, т. е. при составленіи плановъ границъ съ цѣлью обезпеченія спокойнаго владѣнія земельными участками и опредѣленія площадей этихъ участковъ. Въ настоящее время астролябія при межеваніи постепенно вытѣсняется болѣе точными угломѣрными инструментами — теодолитами; однако сущность межеванія осталась прежнею, и потому здѣсь умѣстно описать въ самыхъ краткихъ чертахъ *межевые знаки*, которыми участокъ означается на мѣстности и по которымъ возстановляются уничтоженныя границы.

Межеваніе производится какъ непосредственнымъ распоряженіемъ Правительства, такъ и по требованію частныхъ лицъ. Государственное межеваніе, начатое въ Россіи въ 1765 году, называется *генеральнымъ*, когда оно производится для опредѣленія окружныхъ границъ цѣлыхъ губерній, уѣздовъ или отдѣльныхъ дачъ, и *спеціальнымъ*, когда оно имѣетъ цѣлью опредѣленіе границъ небольшихъ участковъ, принадлежащихъ казнѣ или частнымъ лицамъ въ дачахъ, генерально обмежеванныхъ.

Границы земельныхъ владѣній означаются на мѣстности межами, межевыми столбами и межевыми ямами.

Межою или *межникомъ* называется узкая полоса земли, оставляемая на границѣ свободною и неприкосновенною; она отрѣзается поровну отъ смежныхъ владѣній и признается собственностью казны. На границахъ губерній и уѣздовъ, а также въ мѣстахъ соприкосновенія городскихъ земель съ уѣздными, ширина межи дѣлается въ 3 сажени; на границахъ становъ и во-

лостей въ $1^1/_2$ сажени; на границахъ имѣній частныхъ владѣльцевъ въ 1 сажень, а при межеваніи крестьянскихъ надѣловъ всего въ 1 аршинъ. Въ открытыхъ мѣстахъ межи проходятъ плугомъ или сохой по три раза, а въ лѣсахъ по нимъ прорубаютъ просѣки. Въ городахъ, гдѣ цѣнность земли весьма значительна, межи представляютъ не полосы, а математическія линіи, воображаемыя между камнями или ямами на вершинахъ многоугольника.

Межевые столбы дѣлаютъ изъ бревенъ длиною въ 1 сажень, зарываемыхъ вертикально въ землю на глубину около 1 аршина; ихъ ставятъ на вершинахъ многоугольника, образуемаго границею, гдѣ при съемкѣ стоялъ угломѣрный инструментъ. На каждомъ столбѣ вырубаютъ двѣ плоскія грани, обращенныя одна назадъ, другая впередъ по межѣ, чтобы онѣ указывали направленіе межи и ея поворотовъ. На этихъ граняхъ выжигаютъ государственный гербъ. На спорныхъ границахъ, впредь до разрѣшенія тяжбы судебнымъ порядкомъ, ставятъ столбы, вокругъ обожженные, безъ граней и гербовъ. Въ степныхъ и безлѣсныхъ мѣстахъ деревянные столбы замѣняютъ каменными или кирпичными, а при недостаткѣ и этихъ матеріаловъ — треугольными ямами по 1 сажени въ сторонѣ.

Межевыя ямы имѣютъ видъ квадрата отъ 1 до $2^1/_2$ саженей въ сторонѣ, смотря по важности границы; ихъ вырываютъ на глубину около 1 сажени. У починнаго пункта вырываютъ двѣ ямы, по сторонамъ межи, одну на землѣ одного, другую, противъ нея, на землѣ смежнаго владѣльца; у каждаго поворота границы ямы вырываютъ въ разстояніи 1 сажени отъ углового межевого столба впереди въ направленіи хода измѣренія, на самой межѣ; если прямолинейный участокъ границы имѣетъ болѣе 250 саж., то ямы вырываютъ черезъ каждыя 250 саж., тоже на межѣ. Въ межевыя ямы кладутъ уголь и большіе камни; въ починныя ямы по 5, въ прочія по 3 камня. Въ мѣстахъ, подвергающихся разливамъ рѣкъ, ямы замѣняютъ насыпными курганчиками, внутрь которыхъ кладутъ уголь и камни. Межевыя ямы и курганчики служатъ для разыскиванія и возстановленія границы въ случаѣ уничтоженія межниковъ и межевыхъ столбовъ.

За порчу и уничтоженіе межевыхъ знаковъ (даже неумышленную, безъ корыстной цѣли) виновные подвергаются тюремному заключенію или значительнымъ денежнымъ штрафамъ. Но кромѣ злой воли, межевые знаки пропадаютъ отъ небреж-

ности владѣльцевъ, равно и отъ времени: межи заплываютъ и зарастаютъ, столбы сгниваютъ, и даже межевыя ямы постепенно осыпаются и сравниваются съ окружающею поверхностью земли. Поэтому при переходѣ участковъ отъ одного владѣльца къ другому и при разрѣшеніи поземельныхъ распрей является необходимость возстановить границу по существующему межевому плану. По оставшимся межевымъ знакамъ всегда можно возстановить уничтоженные. Разсмотримъ главные случаи.

1. Если сохранились двѣ смежныя вершины пограничнаго многоугольника, то наблюдатель устанавливаетъ на одной изъ нихъ астролябію, направляетъ неподвижные діоптры на другую, а подвижные діоптры ставитъ по верньерамъ на извѣстный астролябическій или внутренній уголъ, взятый изъ стараго геодезическаго журнала. Провѣшивъ въ полученномъ направленіи прямую и отмѣривъ по ней данную длину, взятую изъ того же журнала или имѣющагося плана, надо искать мѣсто бывшаго здѣсь межевого столба. Очень часто, разрывъ землю, находятъ остатокъ самаго столба или опредѣляютъ точное его мѣсто по найденной далѣе межевой ямѣ. Поставивъ сюда астролябію, не трудно такимъ же порядкомъ разыскать мѣста всѣхъ прочихъ столбовъ.

2. Если на границѣ найдена лишь одна вершина, то, установивъ на ней астролябію, направляютъ подвижные діоптры подъ извѣстнымъ румбическимъ угломъ, производятъ въ полученномъ направленіи цѣпной промѣръ и разыскиваютъ слѣдующую вершину, какъ и по астролябическому углу. Надо имѣть однако въ виду, что установка по румбическому углу менѣе точна; кромѣ того необходимо данный въ журналѣ румбъ перечислить по новому склоненію, принявъ въ расчетъ перемѣну склоненія магнитной стрѣлки въ данномъ мѣстѣ, которая произошла за время, протекшее послѣ производства съемки.

3. Если вся граница и всѣ знаки уничтожены, то возобновленіе границы начинаютъ съ починнаго пункта, который вслѣдствіе расположенія у какого-нибудь неизмѣннаго мѣстнаго предмета и имѣющагося подробнаго его описанія въ межевыхъ документахъ, всегда можетъ и долженъ быть разысканъ. Работу отъ этого пункта начинаютъ, какъ объяснено выше (см. п. 2).

XV.

Отражательные инструменты.

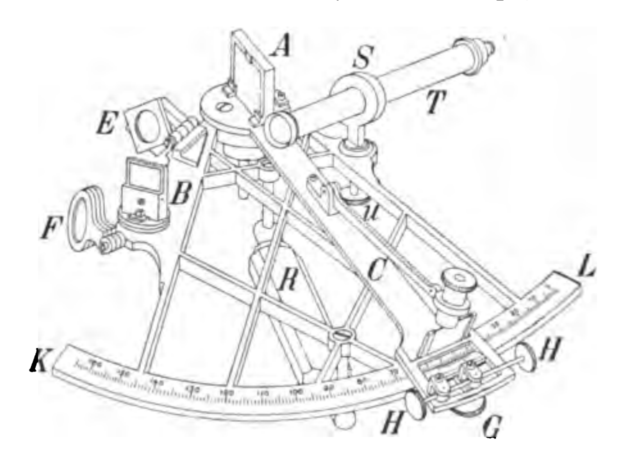
114. Секстантъ. При измѣреніи угловъ астролябіей и инструментами, представляющими усовершенствованный видъ ея (теодолитомъ и универсаломъ), необходима прочная установка на штативахъ; кромѣ того эти инструменты громоздки и тяжелы. Существуетъ другой родъ угломѣрныхъ инструментовъ, которыми наблюденія производятся съ руки, безъ штатива; этими такъ называемыми *отражательными инструментами* нерѣдко пользуются на сушѣ при путешествіяхъ по трудно проходимымъ мѣстамъ, но они особенно цѣнны и совершенно незамѣнимы при плаваніи на судахъ, гдѣ штативные приборы вовсе не примѣнимы.

Отражательные инструменты основаны на законѣ отклоненія луча при отраженіи отъ двухъ плоскихъ зеркалъ, объясненномъ и доказанномъ въ § 34; примѣромъ подобныхъ инструментовъ можетъ служить двузеркальный эккеръ (§ 94), дающій постоянный уголъ въ 90°, но они могутъ быть устроены для измѣренія произвольныхъ и перемѣнныхъ угловъ. Каждое наблюденіе отражательнымъ инструментомъ требуетъ лишь мгновеннаго спокойствія руки, когда производится сведеніе изображеній прямо видимаго и дважды отраженнаго; затѣмъ, какъ бы руки ни тряслись, изображенія остаются сведенными, хотя и перемѣщаются въ полѣ зрѣнія.

Первый отражательный угломѣрный инструментъ, такъ называемый *октантъ*, былъ представленъ Лондонскому Королевскому Обществу въ 1731 году механикомъ-любителемъ *Гадлеемъ* (1682—1744). Подозрѣваютъ, что Гадлей устроилъ свой приборъ по мысли Ньютона; по крайней мѣрѣ въ бумагахъ, оставшихся послѣ смерти «изобрѣтателя», найдены описаніе октанта и его чертежъ, сдѣланные рукою Ньютона.

Знаменитый лондонскій художникъ *Рамсденъ* усовершенствовалъ октантъ, увеличилъ дугу инструмента съ 45° до 60° и, назвавъ его *секстантомъ*, придалъ ему устройство, которое удержалось и до настоящаго времени.

Секстантъ (черт. 291) состоитъ изъ мѣднаго кругового сектора въ 60°—70°, по дугѣ котораго врѣзанъ лимбъ KL; въ центрѣ лимба вращается алидада C съ верньеромъ и зажимнымъ (G) и наводящимъ (H) винтами. Къ алидадѣ надъ самымъ центромъ лимба, перпендикулярно къ его плоскости, прикрѣплено зеркало A, называемое *большимъ*, а къ сектору, тоже перпен-



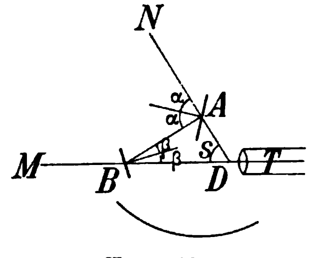
Черт. 291.

дикулярно къ лимбу, другое неподвижное *малое* зеркало B. Къ сектору прикрѣплена еще зрительная труба T, оптическая ось которой параллельна плоскости лимба, и ручка R, за которую держатъ секстантъ во время наблюденій. Въ окулярѣ зрительной трубы натянуты четыре тонкія проволоки, образующія сѣть въ видѣ небольшого квадрата. Черезъ верхнюю половину объектива зрительной трубы поверхъ малаго зеркала B вступаютъ лучи непосредственно отъ внѣшняго предмета M (черт. 292), а черезъ нижнюю — лучи отъ предмета N, дважды отраженные отъ зеркалъ A и B.

Такъ какъ секстантъ служитъ для наблюденій не только земныхъ предметовъ, но и небесныхъ свѣтилъ, особенно Солнца и Луны, то для предохраненія глаза отъ яркаго свѣта имѣются системы цвѣтныхъ стеколъ E и F (черт. 291), укрѣпленныя

на пути какъ прямо идущихъ лучей, такъ и отраженныхъ отъ большого зеркала. Стекла эти могутъ вращаться на осяхъ, параллельныхъ плоскости лимба. Если наблюдаютъ одно Солнце, напримѣръ, при измѣреніи угла между направленіями на это свѣтило и на отраженіе его въ искусственномъ горизонтѣ, или при опредѣленіи мѣста нуля лимба, то особое темное стекло навинчиваютъ на окулярный конецъ трубы.

Кольцо S (черт. 291), въ которомъ укрѣплена зрительная труба, можно поднимать и опускать помощью винта u; цѣль этихъ передвиженій — уравнивать яркость обоихъ изображеній: прямо видимаго и дважды отраженнаго. Если, напримѣръ, прямо видимое изображеніе ярче дважды отраженнаго, то трубу опускаютъ, т. е. приближаютъ къ лимбу; въ противномъ случаѣ поднимаютъ, т. е. удаляютъ отъ лимба. Установку трубы и зеркалъ секстанта можно мѣнять въ небольшихъ предѣлахъ при помощи исправительныхъ винтиковъ.



Черт. 292.

Нуль лимба долженъ быть поставленъ на томъ мѣстѣ, гдѣ нуль верньера алидады останавливается при параллельномъ положеніи обоихъ зеркалъ. Если въ этомъ положеніи алидады направить трубу на какой-нибудь отдаленный предметъ, то въ полѣ зрѣнія будетъ виденъ только одинъ этотъ предметъ. Если, оставивъ трубу неподвижною, начать вращать алидаду въ направленіи отъ L къ K, т. е. въ сторону возрастающихъ подписей лимба, то дважды отраженные лучи будутъ входить въ трубу отъ другихъ предметовъ, лежащихъ правѣе прямо видимаго. Когда въ полѣ зрѣнія сведены изображенія двухъ предметовъ M и N (черт. 292), то уголъ между ними, т. е. уголъ MDN, образуемый направленіями BM и AN, равенъ двойному углу между зеркалами (см. § 34). Чтобы не удваивать каждый разъ полученныхъ отсчетовъ, подписи дѣленій на лимбѣ секстанта вдвое больше, чѣмъ величина соотвѣтствующихъ центральныхъ угловъ; словомъ, отсчетъ по лимбу секстанта выражаетъ не уголъ между зеркалами, а уголъ между направленіями на наблюдаемые предметы.

Не смотря на заботы механика, нуль лимба оказывается, обыкновенно, поставленнымъ неправильно, такъ что отсчетъ по

Итакъ, если сумма внутреннихъ угловъ не согласуется въ предѣлахъ возможныхъ погрѣшностей съ суммою теоретическою, то координаты вершины, въ которой можно подозрѣвать невѣрно измѣренный уголъ, вычисляются по формуламъ (104), и этотъ уголъ измѣряется вновь; если же сумма внутреннихъ угловъ оказалась согласною съ теоретическою, то ошибку надо подозрѣвать въ сторонѣ, азимутъ которой вычисляется по формулѣ (103).

Разсмотримъ теперь случай, когда полная невязка въ координатахъ сразу или послѣ исправленія за грубый промахъ оказалась меньше $^1/_{500}$ периметра многоугольника. Для вычисленія поправокъ проекцій каждой стороны служатъ формулы:

$$\Delta X_1 = l_1 \frac{\Delta x}{L} \qquad \Delta Y_1 = l_1 \frac{\Delta y}{L}$$
$$\Delta X_2 = l_2 \frac{\Delta x}{L} \qquad \Delta Y_2 = l_2 \frac{\Delta y}{L} \qquad (105)$$
$$\cdots\cdots \qquad \cdots\cdots$$

гдѣ l_1, l_2 ... стороны многоугольника, а L — ихъ сумма, т. е. периметръ. Придавъ эти величины съ обратными знаками къ соотвѣтствующимъ проекціямъ X и Y, получимъ исправленныя проекціи, а по нимъ, по формуламъ (102), исправленныя координаты всѣхъ вершинъ многоугольника. Впрочемъ, для повѣрки можно еще вычислить и поправки координатъ по формуламъ:

$$\Delta x_1 = \Delta X_1 \qquad \Delta y_1 = \Delta Y_1$$
$$\Delta x_2 = \Delta X_1 + \Delta X_2 \qquad \Delta y_2 = \Delta Y_1 + \Delta Y_2 \qquad (106)$$
$$\cdots\cdots\cdots \qquad \cdots\cdots\cdots$$

Для послѣдней точки должно получиться $\Delta x_n = \Delta x$ и $\Delta y_n = \Delta y$. Придавъ эти поправки къ первоначальнымъ координатамъ, вычисленнымъ по формуламъ (102), получимъ тѣ же исправленныя координаты.

Остается объяснить накладку плана. На бумагѣ проводятъ двѣ координатныя оси OX и OY, откладываютъ по нимъ исправленныя координаты и изъ полученныхъ точекъ возставляютъ перпендикуляры; пересѣченія соотвѣтствующихъ перпендикуляровъ дадутъ послѣдовательныя вершины многоугольниковъ, которыя останется лишь соединить прямыми.

112. Числовой примѣръ. Для поясненія вышеприведенныхъ формулъ возьмемъ примѣръ § 106. Прежде всего по извѣстнымъ сторонамъ и соотвѣтствующимъ азимутамъ вычисляютъ проекціи X и Y всѣхъ сторонъ многоугольника по формуламъ (101):

Точки.	B	C	D	E	F	A
α	345° 0′	103° 42′	212° 0′	109° 6′	144° 44′	260° 29′
$lg \cos \alpha$	9·98494	$_n$9·37445	$_n$9·92842	$_n$9·51484	$_n$9·91194	$_n$9·21836
$lg\ l$	2·14395	2·02407	1·67394	1·70157	1·62839	2·06032
$lg \sin \alpha$	$_n$9·41300	9·98746	$_n$9·72421	9·97541	9·76146	$_n$9·99398
$lg\ X$	2·12889	$_n$1·39852	$_n$1·60236	$_n$1·21641	$_n$1·54033	$_n$1·27868
$lg\ Y$	$_n$1·55695	2·01153	$_n$1·39815	1·67698	1·38985	$_n$2·05430
X	+ 134·55	— 25·03	— 40·03	— 16·46	— 34·70	— 19·00
Y	— 36·05	+ 102·69	— 25·01	+ 47·53	+ 24·54	— 113·32

Затѣмъ по формуламъ (102) получаютъ координаты всѣхъ вершинъ многоугольника:

	B	C	D	E	F	A
x	+ 134·55	+ 109·52	+ 69·49	+ 53·03	+ 18·33	— 0·67
y	— 36·05	+ 66·64	+ 41·63	+ 89·16	+ 113·70	+ 0·38

Координаты починнаго пункта вмѣсто нулей получились $\Delta x = -0{\cdot}67$ и $\Delta y = +0{\cdot}38$, такъ что полная невязка въ координатахъ выходитъ:

$$k = \sqrt{(0{\cdot}67)^2 + (0{\cdot}38)^2} = 0{\cdot}77 \text{ сажени.}$$

При периметрѣ $L = 499{\cdot}9$ сажени эта невязка меньше $^1/_{500}\,L$, слѣдовательно, она вполнѣ объяснима неизбѣжными погрѣшностями измѣреній; нѣтъ повода искать въ нихъ грубыхъ промаховъ *). Поправки на 1 сажень выходятъ:

по оси X-овъ . . . . . + 0·00134 сажени
по оси Y-въ . . . . . — 0·00076 сажени

Умноживъ эти величины на длины всѣхъ сторонъ многоугольника, получаемъ слѣдующія поправки проекцій по формуламъ (105):

*) Для повѣрки формулъ (103) и (104) можно намѣренно измѣнить какую-нибудь сторону или уголъ и самостоятельнымъ вычисленіемъ убѣдиться въ ихъ справедливости.

Точки.	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*A*
ΔX	+ 0·19	+ 0·14	+ 0·06	+ 0·07	+ 0·06	+ 0·15
ΔY	− 0·11	− 0·08	− 0·04	− 0·04	− 0·03	− 0·08

а затѣмъ, по формуламъ (106), поправки координатъ:

Δx	+ 0·19	+ 0·33	+ 0·39	+ 0·46	+ 0·52	+ 0·67
Δy	− 0·11	− 0·19	− 0·23	− 0·27	− 0·30	− 0·38

Такимъ образомъ, исправленныя координаты, по которымъ остается произвести накладку плана, выходятъ (въ саженяхъ на мѣстности):

x	+ 134·74	+ 109·85	+ 69·88	+ 53·49	+ 18·85	0
y	− 36·16	+ 66·45	+ 41·40	+ 88·89	+ 113·40	0

113. Межевые знаки. Астролябическая съемка была въ большомъ ходу при *межеваніи*, т. е. при составленіи плановъ границъ съ цѣлью обезпеченія спокойнаго владѣнія земельными участками и опредѣленія площадей этихъ участковъ. Въ настоящее время астролябія при межеваніи постепенно вытѣсняется болѣе точными угломѣрными инструментами — теодолитами; однако сущность межеванія осталась прежнею, и потому здѣсь умѣстно описать въ самыхъ краткихъ чертахъ *межевые знаки*, которыми участокъ означается на мѣстности и по которымъ возстановляются уничтоженныя границы.

Межеваніе производится какъ непосредственнымъ распоряженіемъ Правительства, такъ и по требованію частныхъ лицъ. Государственное межеваніе, начатое въ Россіи въ 1765 году, называется *генеральнымъ*, когда оно производится для опредѣленія окружныхъ границъ цѣлыхъ губерній, уѣздовъ или отдѣльныхъ дачъ, и *специальнымъ*, когда оно имѣетъ цѣлью опредѣленіе границъ небольшихъ участковъ, принадлежащихъ казнѣ или частнымъ лицамъ въ дачахъ, генерально обмежеванныхъ.

Границы земельныхъ владѣній означаются на мѣстности межами, межевыми столбами и межевыми ямами.

Межою или *межникомъ* называется узкая полоса земли, оставляемая на границѣ свободною и неприкосновенною; она отрѣзается поровну отъ смежныхъ владѣній и признается собственностью казны. На границахъ губерній и уѣздовъ, а также въ мѣстахъ соприкосновенія городскихъ земель съ уѣздными, ширина межи дѣлается въ 3 сажени; на границахъ становъ и во-

лостей въ $1^1/_2$ сажени; на границахъ имѣній частныхъ владѣльцевъ въ 1 сажень, а при межеваніи крестьянскихъ надѣловъ всего въ 1 аршинъ. Въ открытыхъ мѣстахъ межи проходятъ плугомъ или сохой по три раза, а въ лѣсахъ по нимъ прорубаютъ просѣки. Въ городахъ, гдѣ цѣнность земли весьма значительна, межи представляютъ не полосы, а математическія линіи, воображаемыя между камнями или ямами на вершинахъ многоугольника.

Межевые столбы дѣлаютъ изъ бревенъ длиною въ 1 сажень, зарываемыхъ вертикально въ землю на глубину около 1 аршина; ихъ ставятъ на вершинахъ многоугольника, образуемаго границею, гдѣ при съемкѣ стоялъ угломѣрный инструментъ. На каждомъ столбѣ вырубаютъ двѣ плоскія грани, обращенныя одна назадъ, другая впередъ по межѣ, чтобы онѣ указывали направленіе межи и ея поворотовъ. На этихъ граняхъ выжигаютъ государственный гербъ. На спорныхъ границахъ, впредь до разрѣшенія тяжбы судебнымъ порядкомъ, ставятъ столбы, вокругъ обожженные, безъ граней и гербовъ. Въ степныхъ и безлѣсныхъ мѣстахъ деревянные столбы замѣняютъ каменными или кирпичными, а при недостаткѣ и этихъ матеріаловъ — треугольными ямами по 1 сажени въ сторонѣ.

Межевыя ямы имѣютъ видъ квадрата отъ 1 до $2^1/_2$ саженей въ сторонѣ, смотря по важности границы; ихъ вырываютъ на глубину около 1 сажени. У починнаго пункта вырываютъ двѣ ямы, по сторонамъ межи, одну на землѣ одного, другую, противъ нея, на землѣ смежнаго владѣльца; у каждаго поворота границы ямы вырываютъ въ разстояніи 1 сажени отъ углового межевого столба впереди въ направленіи хода измѣренія, на самой межѣ; если прямолинейный участокъ границы имѣетъ болѣе 250 саж., то ямы вырываютъ черезъ каждыя 250 саж., тоже на межѣ. Въ межевыя ямы кладутъ уголь и большіе камни; въ починныя ямы по 5, въ прочія по 3 камня. Въ мѣстахъ, подвергающихся разливамъ рѣкъ, ямы замѣняютъ насыпными курганчиками, внутрь которыхъ кладутъ уголь и камни. Межевыя ямы и курганчики служатъ для разыскиванія и возстановленія границы въ случаѣ уничтоженія межниковъ и межевыхъ столбовъ.

За порчу и уничтоженіе межевыхъ знаковъ (даже неумышленную, безъ корыстной цѣли) виновные подвергаются тюремному заключенію или значительнымъ денежнымъ штрафамъ. Но кромѣ злой воли, межевые знаки пропадаютъ отъ небреж-

ности владѣльцевъ, равно и отъ времени: межи заплываютъ и зарастаютъ, столбы сгниваютъ, и даже межевыя ямы постепенно осыпаются и сравниваются съ окружающею поверхностью земли. Поэтому при переходѣ участковъ отъ одного владѣльца къ другому и при разрѣшеніи поземельныхъ распрей является необходимость возстановить границу по существующему межевому плану. По оставшимся межевымъ знакамъ всегда можно возстановить уничтоженные. Разсмотримъ главные случаи.

1. Если сохранились двѣ смежныя вершины пограничнаго многоугольника, то наблюдатель устанавливаетъ на одной изъ нихъ астролябію, направляетъ неподвижные діоптры на другую, а подвижные діоптры ставитъ по верньерамъ на извѣстный астролябическій или внутренній уголъ, взятый изъ стараго геодезическаго журнала. Провѣшивъ въ полученномъ направленіи прямую и отмѣривъ по ней данную длину, взятую изъ того же журнала или имѣющагося плана, надо искать мѣсто бывшаго здѣсь межевого столба. Очень часто, разрывъ землю, находятъ остатокъ самаго столба или опредѣляютъ точное его мѣсто по найденной далѣе межевой ямѣ. Поставивъ сюда астролябію, не трудно такимъ же порядкомъ разыскать мѣста всѣхъ прочихъ столбовъ.

2. Если на границѣ найдена лишь одна вершина, то, установивъ на ней астролябію, направляютъ подвижные діоптры подъ извѣстнымъ румбическимъ угломъ, производятъ въ полученномъ направленіи цѣпной промѣръ и разыскиваютъ слѣдующую вершину, какъ и по астролябическому углу. Надо имѣть однако въ виду, что установка по румбическому углу менѣе точна; кромѣ того необходимо данный въ журналѣ румбъ перечислить по новому склоненію, принявъ въ расчетъ перемѣну склоненія магнитной стрѣлки въ данномъ мѣстѣ, которая произошла за время, протекшее послѣ производства съемки.

3. Если вся граница и всѣ знаки уничтожены, то возобновленіе границы начинаютъ съ починнаго пункта, который вслѣдствіе расположенія у какого-нибудь неизмѣннаго мѣстнаго предмета и имѣющагося подробнаго его описанія въ межевыхъ документахъ, всегда можетъ и долженъ быть разысканъ. Работу отъ этого пункта начинаютъ, какъ объяснено выше (см. п. 2).

XV.

Отражательные инструменты.

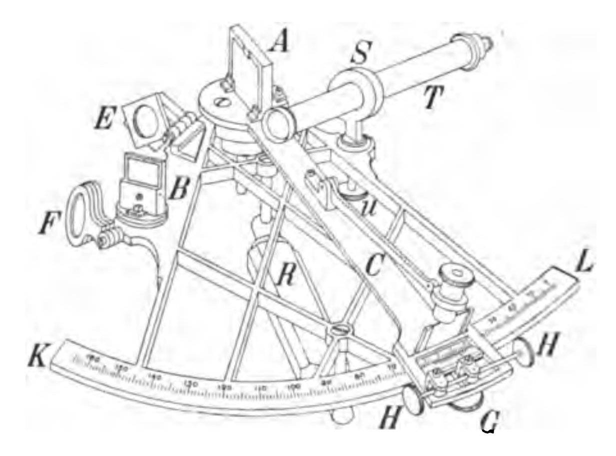
114. Секстантъ. При измѣреніи угловъ астролябіей и инструментами, представляющими усовершенствованный видъ ея (теодолитомъ и универсаломъ), необходима прочная установка на штативахъ; кромѣ того эти инструменты громоздки и тяжелы. Существуетъ другой родъ угломѣрныхъ инструментовъ, которыми наблюденія производятся съ руки, безъ штатива; этими такъ называемыми *отражательными инструментами* нерѣдко пользуются на сушѣ при путешествіяхъ по трудно проходимымъ мѣстамъ, но они особенно цѣнны и совершенно незамѣнимы при плаваніи на судахъ, гдѣ штативные приборы вовсе не примѣнимы.

Отражательные инструменты основаны на законѣ отклоненія луча при отраженіи отъ двухъ плоскихъ зеркалъ, объясненномъ и доказанномъ въ § 34; примѣромъ подобныхъ инструментовъ можетъ служить двузеркальный эккеръ (§ 94), дающій постоянный уголъ въ 90°, но они могутъ быть устроены для измѣренія произвольныхъ и перемѣнныхъ угловъ. Каждое наблюденіе отражательнымъ инструментомъ требуетъ лишь мгновеннаго спокойствія руки, когда производится сведеніе изображеній прямо видимаго и дважды отраженнаго; затѣмъ, какъ бы руки ни тряслись, изображенія остаются сведенными, хотя и перемѣщаются въ полѣ зрѣнія.

Первый отражательный угломѣрный инструментъ, такъ называемый *октантъ*, былъ представленъ Лондонскому Королевскому Обществу въ 1731 году механикомъ-любителемъ *Гадлеемъ* (1682 -- 1744). Подозрѣваютъ, что Гадлей устроилъ свой приборъ по мысли Ньютона; по крайней мѣрѣ въ бумагахъ, оставшихся послѣ смерти «изобрѣтателя», найдены описаніе октанта и его чертежъ, сдѣланные рукою Ньютона.

Знаменитый лондонскій художникъ *Рамсденъ* усовершенствовалъ октантъ, увеличилъ дугу инструмента съ 45° до 60° и, назвавъ его *секстантомъ*, придалъ ему устройство, которое удержалось и до настоящаго времени.

Секстантъ (черт. 291) состоитъ изъ мѣднаго кругового сектора въ 60°—70°, по дугѣ котораго врѣзанъ лимбъ *KL*; въ центрѣ лимба вращается алидада *C* съ верньеромъ и зажимнымъ *(G)* и наводящимъ *(H)* винтами. Къ алидадѣ надъ самымъ центромъ лимба, перпендикулярно къ его плоскости, прикрѣплено зеркало *A*, называемое *большимъ*, а къ сектору, тоже перпен-



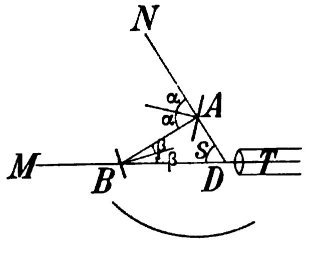
Черт. 291.

дикулярно къ лимбу, другое неподвижное *малое* зеркало *B*. Къ сектору прикрѣплена еще зрительная труба *T*, оптическая ось которой параллельна плоскости лимба, и ручка *R*, за которую держатъ секстантъ во время наблюденій. Въ окулярѣ зрительной трубы натянуты четыре тонкія проволоки, образующія сѣть въ видѣ небольшого квадрата. Черезъ верхнюю половину объектива зрительной трубы поверхъ малаго зеркала *B* вступаютъ лучи непосредственно отъ внѣшняго предмета *M* (черт. 292), а черезъ нижнюю — лучи отъ предмета *N*, дважды отраженные отъ зеркалъ *A* и *B*.

Такъ какъ секстантъ служитъ для наблюденій не только земныхъ предметовъ, но и небесныхъ свѣтилъ, особенно Солнца и Луны, то для предохраненія глаза отъ яркаго свѣта имѣются системы цвѣтныхъ стеколъ *E* и *F* (черт. 291), укрѣпленныя

на пути какъ прямо идущихъ лучей, такъ и отраженныхъ отъ большого зеркала. Стекла эти могутъ вращаться на осяхъ, параллельныхъ плоскости лимба. Если наблюдаютъ одно Солнце, напримѣръ, при измѣреніи угла между направленіями на это свѣтило и на отраженіе его въ искусственномъ горизонтѣ, или при опредѣленіи мѣста нуля лимба, то особое темное стекло навинчиваютъ на окулярный конецъ трубы.

Кольцо S (черт. 291), въ которомъ укрѣплена зрительная труба, можно поднимать и опускать помощью винта u; цѣль этихъ передвиженій — уравнивать яркость обоихъ изображеній: прямо видимаго и дважды отраженнаго. Если, напримѣръ, прямо видимое изображеніе ярче дважды отраженнаго, то трубу опускаютъ, т. е. приближаютъ къ лимбу; въ противномъ случаѣ поднимаютъ, т. е. удаляютъ отъ лимба. Установку трубы и зеркалъ секстанта можно мѣнять въ небольшихъ предѣлахъ при помощи исправительныхъ винтиковъ.



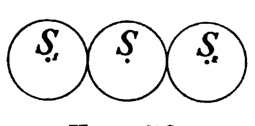
Черт. 292.

Нуль лимба долженъ быть поставленъ на томъ мѣстѣ, гдѣ нуль верньера алидады останавливается при параллельномъ положеніи обоихъ зеркалъ. Если въ этомъ положеніи алидады направить трубу на какой-нибудь отдаленный предметъ, то въ полѣ зрѣнія будетъ виденъ только одинъ этотъ предметъ. Если, оставивъ трубу неподвижною, начать вращать алидаду въ направленіи отъ L къ K, т. е. въ сторону возрастающихъ подписей лимба, то дважды отраженные лучи будутъ входить въ трубу отъ другихъ предметовъ, лежащихъ правѣе прямо видимаго. Когда въ полѣ зрѣнія сведены изображенія двухъ предметовъ M и N (черт. 292), то уголъ между ними, т. е. уголъ MDN, образуемый направленіями BM и AN, равенъ двойному углу между зеркалами (см. § 34). Чтобы не удваивать каждый разъ полученныхъ отсчетовъ, подписи дѣленій на лимбѣ секстанта вдвое больше, чѣмъ величина соотвѣтствующихъ центральныхъ угловъ; словомъ, отсчетъ по лимбу секстанта выражаетъ не уголъ между зеркалами, а уголъ между направленіями на наблюдаемые предметы.

Не смотря на заботы механика, нуль лимба оказывается, обыкновенно, поставленнымъ неправильно, такъ что отсчетъ по

верньеру даетъ уголъ либо большій, либо меньшій истиннаго. Это обстоятельство не уменьшаетъ достоинствъ инструмента: чтобы получить вѣрный уголъ, надо только знать *мѣсто нуля* на лимбѣ, т. е. отсчетъ по верньеру при параллельномъ положеніи зеркалъ, и вычитать его изъ всѣхъ отсчетовъ даннаго инструмента. Для этого замѣчаютъ показаніе верньера при сведеніи прямо видимаго съ дважды отраженнымъ изображеніемъ какого-нибудь удаленнаго предмета. Такъ какъ въ этомъ случаѣ зеркала параллельны, то отсчетъ верньера и выражаетъ мѣсто нуля. Однако опытъ показалъ, что *сведеніе* прямо видимаго и дважды отраженнаго изображеній не только земного предмета, но и звѣзды дѣлается не совсѣмъ точно. *Соприкосновеніе* наблюдается точнѣе сведенія. Поэтому мѣсто нуля принято *опредѣлять по Солнцу* слѣдующимъ образомъ:

Навинтивъ темное стекло на окуляръ трубы, наводятъ ее на Солнце и двигаютъ алидаду сперва грубо, непосредственно рукою, а потомъ, послѣ закрѣпленія зажимного винта, медленнымъ вращеніемъ наводящаго винта, пока въ полѣ зрѣнія трубы дважды отраженное изображеніе Солнца S_1 (черт. 293) не коснется прямо видимаго S. Послѣ этого дѣлаютъ отсчетъ по верньеру



Черт. 293.

и вращеніемъ наводящаго винта передвигаютъ дважды отраженное изображеніе черезъ S по другую сторону прямо видимаго, пока снова произойдетъ ихъ соприкосновеніе, и опять дѣлаютъ отсчетъ по верньеру. Если назвать отсчеты при соприкосновеніи дисковъ S_1 и S, а потомъ S_2 и S соотвѣтственно черезъ a и b, то мѣсто нуля M (отсчетъ при сведеніи изображеній) равно полусуммѣ отсчетовъ a и b, такъ какъ одинъ болѣе требуемаго на угловую величину SS_1, а другой меньше его на равную первой величину S_2S; такимъ образомъ:

$$M = \frac{a+b}{2}$$

Пусть, напримѣръ, при соприкосновеніи дисковъ S_1 и S полученъ отсчетъ $0^\circ 33' 10''$, а при соприкосновеніи S_2 и S — $359^\circ 30' 20''$; въ данномъ случаѣ:

$$M = 0^\circ 1' 45''$$

Всѣ отсчеты по изслѣдованному секстанту надо уменьшать

на 1′ 45″, такъ что *поправка за мѣсто нуля* выходитъ — 1′ 45″. Замѣтимъ, что полуразность отсчетовъ, т. е. $\frac{a-b}{2}$, даетъ угловой діаметръ Солнца, что ясно изъ черт. 293; въ данномъ случаѣ $\frac{a-b}{2} = 31'25''$.

Мѣсто нуля можетъ оказаться и правѣе 0° лимба. Напримѣръ, для другого секстанта получено:

$$a = 0°25'40''$$
$$b = 359°23'\ 0''$$

откуда:

$$M = 359°54'20''$$

Эту величину тоже надо вычитать изъ всѣхъ отсчетовъ по верньеру при измѣреніи угловъ. Въ данномъ случаѣ поправка за мѣсто нуля выходитъ + 5′ 40″.

Вообще, если назвать отсчетъ по лимбу черезъ A, а мѣсто нуля черезъ M, то уголъ s между наблюдаемыми предметами выразится формулою:

$$s = A - M \qquad \textbf{(107)}$$

Разсмотримъ еще *яркость освѣщенія* дважды отраженнаго изображенія въ секстантѣ. Изъ черт. 292 видно, что углы (β) паденія и отраженія у малаго зеркала всегда одинаковы, тогда какъ углы (α) паденія и отраженія у большого зеркала различны; именно, изъ треугольника ABD имѣемъ:

$$2\alpha = 2\beta + s$$

откуда:

$$\alpha = \beta + \frac{s}{2}$$

Для секстанта уголъ β обыкновенно равенъ 15°. Въ нижеслѣдующей таблицѣ помѣщены величины угла α, соотвѣтствующія разнымъ угламъ s, и вычисленная яркость C_1 дважды отраженнаго изображенія, если принять за единицу количество лучей, падающихъ на большое зеркало. Яркость лучей (C) послѣ отраженія отъ большого зеркала взята непосредственно изъ таблицы § 34 (стр. 103); яркость же C_1 дважды отраженнаго изображенія вычислена по формулѣ:

$$C_1 = 0{\cdot}485\, C$$

потому что для угла паденія $\beta = 15^\circ$ количество отраженныхъ лучей равно 0·485 падающихъ.

s	α	C	C_1
0°	15°	0·485	0·235
30	30	0·210	0·102
60	45	0·115	0·056
90	60	0·075	0·036
120	75	0·040	0·019

Изъ этой таблицы легко видѣть, что въ секстантѣ яркость дважды отраженнаго изображенія быстро убываетъ съ увеличеніемъ измѣряемаго угла s. При $s = 120^\circ$ она почти въ 12 разъ меньше, чѣмъ при $s = 0^\circ$.

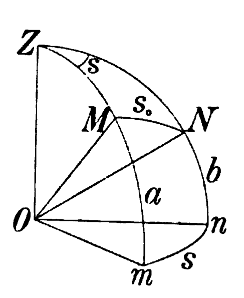
115. Измѣреніе угловъ. Чтобы измѣрить секстантомъ уголъ между двумя какими-нибудь предметами, наблюдатель беретъ инструментъ правою рукой за ручку R (черт. 291) и, держа лимбъ приблизительно въ плоскости, проходящей черезъ оба предмета, наводитъ трубу T на лѣвый предметъ; вмѣстѣ съ этимъ наблюдатель отпускаетъ лѣвою рукой зажимной винтъ G и поворачиваетъ алидаду C до тѣхъ поръ, пока не увидитъ въ полѣ зрѣнія дважды отраженный правый предметъ гдѣ нибудь вблизи прямо видимаго изображенія лѣваго предмета. Чтобы свести изображенія, остается закрѣпить зажимной винтъ G и медленнымъ вращеніемъ наводящаго винта H приближать одно изображеніе къ другому, пока они не коснутся другъ друга или не совпадутъ. Сведеніе надо стараться дѣлать приблизительно въ центрѣ квадратика, образованнаго проволоками въ окулярѣ трубы. Какъ было уже замѣчено, колебанія руки не имѣютъ значенія: разъ сведенныя изображенія не расходятся, а только оба вмѣстѣ перемѣщаются въ полѣ зрѣнія. Отсчетъ по верньеру, исправленный за мѣсто нуля, даетъ уголъ между наблюденными предметами.

Такъ измѣряются углы между земными предметами и между небесными свѣтилами, напр., лунныя разстоянія, т. е. углы, образуемые направленіями на Луну и Солнце или на Луну и звѣзду.

При наблюденіи земныхъ предметовъ требуется, обыкновенно, знать не наклонный уголъ между двумя предметами, а

уголъ горизонтальный, т. е. проекцію наклоннаго угла на горизонтальную плоскость. *Горизонтальною плоскостью*, какъ извѣстно, называется плоскость, перпендикулярная къ отвѣсной линіи; она совпадаетъ съ успокоившеюся поверхностью жидкости въ сосудѣ. *Вертикальною плоскостью* называется любая плоскость, проходящая черезъ отвѣсную линію.

Пусть OM и ON (черт. 294) направленія на два предмета, такъ что уголъ $MON = s_0$ — наклонный уголъ, измѣряемый секстантомъ непосредственно. Если Z—зенитъ мѣста, то вертикальныя плоскости $OZMm$ и $OZNn$, заключающія направленія OM и ON, пересѣкутъ горизонтальную плоскость mOn по прямымъ Om и On; уголъ mOn изобразитъ горизонтальную проекцію наклоннаго угла MON, а углы $MOm = a$ и $NOn = b$ — углы возвышенія (высоты) направленій OM и ON. Эти углы возвышенія измѣряютъ либо тоже секстантомъ (см. § 116), либо другимъ какимъ-нибудь угломѣрнымъ инструментомъ.



Черт. 294.

Изъ сферическаго треугольника ZMN, въ которомъ уголъ $MZN = s$, а стороны $ZM = 90° - a$ и $ZN = 90° - b$, имѣемъ:

$$\cos s_0 = \sin a \,.\, \sin b + \cos a \,.\, \cos b \,.\, \cos s$$

Вычитая изъ обѣихъ частей по $\cos s$, получимъ:

$$\cos s_0 - \cos s = \sin a \,.\, \sin b + (\cos a \,.\, \cos b - 1) \cos s$$

но

$$\cos s_0 - \cos s = 2 \sin \frac{s - s_0}{2} \,.\, \sin \frac{s + s_0}{2}$$

$$\cos a \,.\, \cos b = \cos^2 \frac{a + b}{2} - \sin^2 \frac{a - b}{2}$$

поэтому:

$$2 \sin \frac{s - s_0}{2} \,.\, \sin \frac{s + s_0}{2} = \sin a \,.\, \sin b - \left(\sin^2 \frac{a - b}{2} + \sin^2 \frac{a + b}{2} \right) \cos s$$

Если углы a и b малы, какъ всегда бываетъ при наблюденіи земныхъ предметовъ, то синусы этихъ угловъ можно замѣнить дугами и положить $\sin \frac{s + s_0}{2} = \sin s$; тогда получимъ приближенную формулу:

$$(s - s_0) \sin s = ab - \left\{ \left(\frac{a - b}{2} \right)^2 + \left(\frac{a + b}{2} \right)^2 \right\} \cos s$$

Замѣняя, наконецъ,

$$\sin s \text{ черезъ } 2 \sin \frac{s}{2} \cos \frac{s}{2}$$

$$\cos s \text{ черезъ } \cos^2 \frac{s}{2} - \sin^2 \frac{s}{2}$$

и вставляя передъ членомъ ab коэффиціентъ

$$1 = \cos^2 \frac{s}{2} + \sin^2 \frac{s}{2}$$

получимъ:

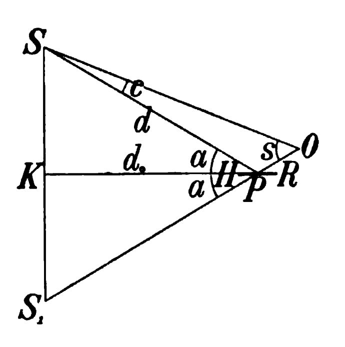
$$(s - s_0) \sin \frac{s}{2} \cos \frac{s}{2} = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{s}{2} - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 \cos^2 \frac{s}{2}$$

или

$$s - s_0 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 tg \frac{s}{2} - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 cotg \frac{s}{2} \qquad (108)$$

Если углы a и b выражены въ секундахъ дуги, то, чтобы и разность $s - s_0$ была выражена въ секундахъ, надо правую часть выраженія (108) раздѣлить на 206 265. Величина $s - s_0$, вычисляемая по этой формулѣ, называется *приведеніемъ* наклоннаго угла къ горизонту.

116. Измѣреніе высотъ. Секстантомъ нельзя измѣрить непосредственно уголъ возвышенія, т. е. уголъ, образуемый направленіемъ на предметъ съ горизонтальною плоскостью, но онъ легко выводится изъ угла между направленіями на предметъ и на его изображеніе въ горизонтальномъ зеркалѣ.



Черт. 295.

Пусть O (черт. 295) центръ лимба секстанта, приведеннаго въ вертикальное положеніе, а HR — горизонтальное зеркало (см. § 117). Въ O поступаютъ: лучъ SO непосредственно отъ предмета S и лучъ SPO, отраженный отъ HR; поэтому наблюдатель можетъ измѣрить уголъ SOS_1 между прямо видимымъ предметомъ S и его отраженіемъ S_1. Такъ какъ предметъ и его изображеніе въ горизонтальномъ плоскомъ зеркалѣ HR находятся въ одной отвѣсной плоскости, то въ этой же плоскости будетъ и лимбъ секстанта, если только наблюдателю удалось све-

сти оба изображенія въ серединѣ поля зрѣнія. По законамъ отраженія $\angle SPK = \angle KPS_1$, поэтому уголъ SPS_1 равенъ двойной высотѣ $2a$ предмета S.

Секстантомъ измѣряютъ обыкновенно высоты небесныхъ свѣтилъ (Солнца, Луны и звѣздъ), поэтому разстояніе PO всегда ничтожно по сравненію съ SP, и прямыя SO и SP можно считать параллельными, такъ что

$$\angle s = \angle SOS_1 = \angle SPS_1 = 2a$$

и

$$a = \frac{s}{2} \qquad (\alpha)$$

т. е. угловая высота свѣтила равна половинѣ угла, измѣреннаго между направленіями на свѣтило и на отраженіе его отъ горизонтальнаго зеркала.

Если наблюдается земной предметъ, то въ выраженіе (α) необходимо ввести небольшую поправку. Изъ чертежа 295 видно, что

$$2a = s + c$$

откуда:

$$a = \frac{s}{2} + \frac{c}{2}$$

но

$$\sin c = \frac{PO}{d} \cdot \sin s \quad \text{и} \quad d = \frac{d_0}{\cos a}$$

Кромѣ того, по малости угла c, можно принять:

$$\sin c = \frac{c''}{206\,265} \quad \text{и} \quad \cos a = \cos \frac{s}{2}$$

поэтому:

$$a = \frac{s}{2} + 206\,265 \; \frac{PO \,.\, \sin s \,.\, \cos \frac{s}{2}}{2d_0}$$

или

$$a = \frac{s}{2} + 206\,265 \; \frac{PO \,.\, \sin \frac{s}{2} \cos^2 \frac{s}{2}}{d_0}$$

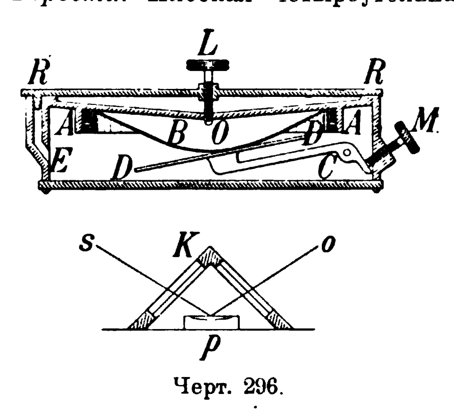
Здѣсь s — исправленный за мѣсто нуля отсчетъ секстанта, d_0 — горизонтальное разстояніе до наблюдаемаго предмета, а PO—разстояніе центра лимба секстанта отъ середины зеркала, разстояніе, которое легко получить мѣрною тесьмою.

Дважды отраженное изображеніе всегда менѣе ярко, чѣмъ прямо видимое, поэтому при измѣреніи угла SOS_1 (черт. 295) секстантъ держатъ такъ, чтобы труба была направлена на изображеніе S_1 (прямо видимый предметъ), а лучи, идущіе не-

посредственно отъ предмета S, попадали на большое зеркало инструмента (дважды отраженное изображеніе).

117. Искусственный горизонтъ. Отраженіе небесныхъ свѣтилъ можно наблюдать въ спокойной водѣ озера или лужи, но вода отражаетъ мало лучей и рѣдко находится въ совершенномъ спокойствіи. Гораздо удобнѣе пользоваться *искусственнымъ горизонтомъ*, введеніе котораго приписываютъ аугсбургскому механику *Брандеру* (1713—1783).

Самыми лучшими искусственными горизонтами считаются ртутные. Они должны быть устроены такъ, чтобы при путешествіяхъ ихъ можно было перевозить вполнѣ безопасно. На черт. 296 представленъ въ разрѣзѣ ртутный горизонтъ механика *Гербста*. Плоская четыреугольная желѣзная коробка имѣетъ по серединѣ слегка углубленной діафрагмы отверстіе O съ винтовою нарѣзкой; къ діафрагмѣ припаяно кольцо AA, въ которое ввинчено другое, со вправленнымъ въ него большимъ кускомъ замши B, образующимъ сплошной мѣшокъ. Этотъ мѣшокъ, наполненный черезъ отверстіе O ртутью, можно сдавливать и распускать вращеніемъ винта M, дѣйствующаго на короткое плечо ломанаго рычага C съ пластинкою DD.



Черт. 296.

Передъ наблюденіями коробка ставится по возможности горизонтально, винтъ L вывинчивается, и крышка RR снимается; затѣмъ вращеніемъ винта M ртуть заставляютъ выступить изъ отверстія O и разлиться по діафрагмѣ. Если ртуть не совсѣмъ чиста, т. е. не представляетъ яркой зеркальной поверхности, то ее очищаютъ, проводя по ея поверхности особою стальною пластинкой, мягкимъ перышкомъ или просто бумажкой. Излишнюю ртуть вмѣстѣ съ окислами собираютъ къ краю діафрагмы, откуда она черезъ отверстіе E переливается внутрь коробки и время отъ времени можетъ быть вновь извлечена, если отвинтить дно коробки.

По окончаніи наблюденій вывинчиваютъ винтъ *M*, отчего ртуть уходитъ обратно въ мѣшокъ, коробку закрываютъ крышкою *RR* и винтъ *L* завинчиваютъ *).

Для искусственнаго горизонта берутъ обыкновенно не чистую ртуть, а ртуть съ растворенным въ ней оловомъ, для чего въ нее бросаютъ кусочки станіоля. На 1 фунтъ чистой ртути надо класть 1 лотъ олова. Опытъ показалъ, что отъ присутствія олова ртуть не такъ скоро грязнится и дѣлается менѣе подвижною.

Чтобы поверхность ртути не волновалась отъ вѣтра, искусственный горизонтъ во время наблюденій прикрываютъ колпакомъ *K* (черт. 296), въ наклонныя грани котораго вставлены куски слюды. Слюдяныя пластинки имѣютъ совершенно параллельныя грани и потому не измѣняютъ направленія лучей *spo*, идущихъ отъ наблюдаемаго предмета и отражающихся отъ ртути къ глазу наблюдателя.

При наблюденіяхъ съ искусственнымъ горизонтомъ стараются держать изображеніе по серединѣ ртутной поверхности, такъ какъ у краевъ ртуть не представляетъ горизонтальной плоскости.

Въ искусственномъ горизонтѣ нельзя наблюдать весьма малыхъ и весьма большихъ угловъ возвышенія. При малыхъ углахъ поле зрѣнія дѣлается очень незначительнымъ, а при большихъ голова наблюдателя заслоняетъ часть лучей, идущихъ отъ предмета къ искусственному горизонту. Вообще, этимъ приборомъ можно пользоваться при угловыхъ высотахъ отъ 20° до 70°.

118. Уголъ пониженія. При измѣреніи высотъ съ судовъ нельзя пользоваться отраженіемъ предмета въ водѣ, потому что поверхность моря около движущагося судна даже въ тихую погоду не представляетъ плоскости; здѣсь нельзя, конечно, ставить и искусственнаго горизонта.

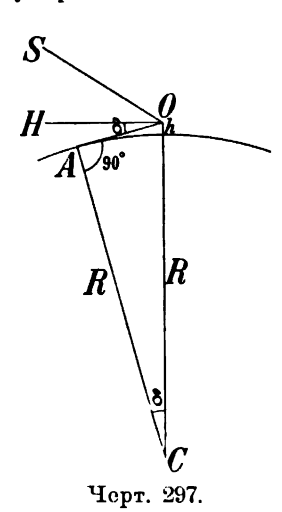
Въ открытомъ морѣ или океанѣ, въ ясную погоду, можно видѣть рѣзкую линію, отдѣляющую видимую часть воднаго пространства отъ невидимой; она окружаетъ наблюдателя со

---

*) Дѣлаютъ и стеклянные искусственные горизонты изъ толстаго чернаго хорошо отшлифованнаго стекла, устанавливаемаго горизонтально по уровню при помощи трехъ подъемныхъ винтовъ, но они менѣе распространены, потому что трудно ручаться за неизмѣнность установки въ теченіе продолжительныхъ наблюденій.

всѣхъ сторонъ и называется *видимымъ горизонтомъ*. Видимый горизонтъ представляетъ геометрическое мѣсто точекъ касанія лучей зрѣнія, проведенныхъ отъ глаза наблюдателя къ уровенной поверхности. Совокупность этихъ лучей зрѣнія образуетъ, очевидно, конусъ, вершина котораго находится въ глазѣ наблюдателя. Такъ какъ уровенная поверхность Земли очень мало отличается отъ поверхности шара, то видимый горизонтъ имѣетъ видъ круга (малый кругъ сферы).

Истиннымъ горизонтомъ называется плоскость, перпендикулярная къ отвѣсной линіи точки наблюденія. Если O (черт. 297) — глазъ наблюдателя, а OC — отвѣсная линія, то прямая HO, перпендикулярная къ OC, представляетъ сѣченіе истиннаго горизонта плоскостью чертежа; касательная OA, проведенная изъ O къ уровенной поверхности, опредѣлитъ точку A на видимомъ горизонтѣ.



Черт. 297.

Моряки измѣряютъ уголъ SOA между предметомъ и видимымъ горизонтомъ. Этотъ уголъ всегда больше истинной высоты SOH того же предмета на величину $\delta = HOA$, называемую *угломъ пониженія;* онъ зависитъ отъ абсолютной высоты h точки наблюденія и легко можетъ быть вычисленъ.

Если принять Землю за шаръ съ центромъ въ C, то прямыя CO и CA къ глазу наблюдателя O и къ точкѣ касанія A представляютъ радіусы круга. Уголъ ACO, образуемый этими радіусами, какъ прямыми, перпендикулярными къ HO и AO, очевидно, равенъ углу пониженія δ. Изъ прямоугольнаго треугольника AOC имѣемъ:

$$tg\delta = \frac{AO}{R} = \frac{\sqrt{(R+h)^2 - R^2}}{R} = \frac{\sqrt{2Rh + h^2}}{R}$$

По малости члена h^2 по сравненію съ $2Rh$, имъ можно пренебречь, и тогда, замѣняя еще $tg\delta$ черезъ $\frac{\delta''}{206\,265}$, получимъ:

$$\delta'' = 206\,265\sqrt{\frac{2h}{R}}$$

Эта формула выведена въ предположеніи, что лучъ AO прямая линія. На самомъ дѣлѣ, вслѣдствіе преломленія въ атмосферѣ, онъ представляетъ кривую, обращенную выпуклостью вверхъ, такъ что видимый горизонтъ всегда немного приподнятъ, и уголъ δ немного меньше вычисляемаго по предыдущей формулѣ. При среднемъ состояніи атмосферы уголъ δ выражается формулою:

$$\delta'' = \frac{206\,265}{1{\cdot}08} \sqrt{\frac{2h}{R}}$$

Для разныхъ высотъ h легко впередъ составить таблицу угловъ пониженія. Однако вслѣдствіе неизвѣстности состоянія атмосферы никакъ нельзя расчитывать на большую точность въ величинѣ угла δ; поэтому весьма часто довольствуются слѣдующею приближенною, но легко запоминаемою формулою:

$$\delta' = \sqrt{h} \qquad (109)$$

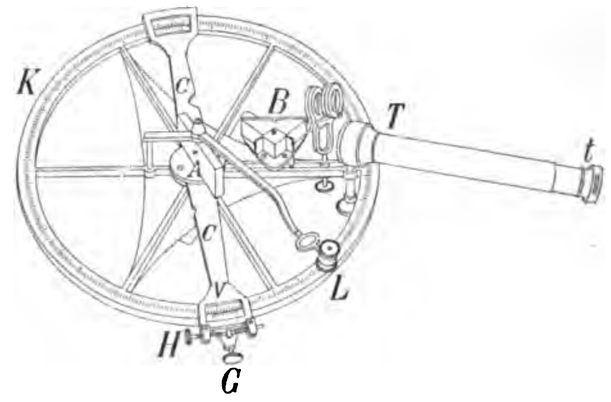
въ которой h должно быть выражено въ футахъ, а уголъ δ получается въ минутахъ дуги.

119. Отражательные круги. Въ секстантѣ не исключается одна изъ главныхъ погрѣшностей каждаго угломѣрнаго инструмента — эксцентриситетъ алидады. Въ § 101 п. 5 было объяснено, что эта погрѣшность можетъ быть исключена только отсчетами по двумъ верньерамъ, расположеннымъ на концахъ одного діаметра.

Извѣстный механикъ *Эртель* (1778 - 1858) сдѣлалъ значительное усовершенствованіе въ отражательныхъ инструментахъ, замѣнивъ круговой секторъ полнымъ кругомъ съ діаметрально расположенною алидадой и двумя верньерами. Во всемъ остальномъ *отражательный кругъ* Эртеля сходенъ съ обыкновеннымъ секстантомъ.

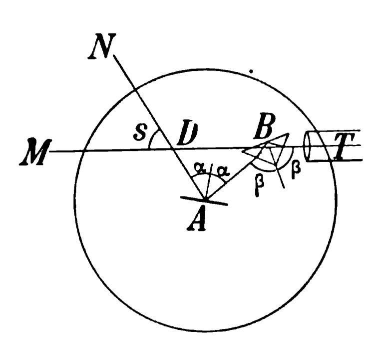
Вскорѣ обратили вниманіе и на другой недостатокъ, общій и секстанту, и кругу Эртеля — большую потерю свѣта при отраженіи отъ зеркалъ. Изъ описанія устройства секстанта видно, что при измѣреніи очень малыхъ угловъ уголъ паденія лучей на большое зеркало небольшой, и, слѣдовательно, количество отраженнаго свѣта значительно; съ увеличеніемъ же измѣряемаго угла уголъ паденія лучей на большое зеркало увеличивается, отчего количество отраженнаго свѣта уменьшается. Вотъ почему знаменитый мюнхенскій механикъ *Штейнгель* (1801 — 1870)

предложилъ вовсе отказаться отъ зеркалъ и замѣнить ихъ стеклянными призмами; происходящее въ нихъ полное внутреннее отраженіе (см. § 39) сопровождается ничтожною потерею свѣта. Такіе инструменты дѣлались одно время, но имѣли другіе не-



Черт. 298.

достатки — значительный вѣсъ и необходимость направлять трубу не на одинъ изъ двухъ наблюдаемыхъ предметовъ, а въ промежутокъ между ними. Гораздо большее распространеніе нашли *призмозеркальные круги* берлинскихъ механиковъ *Пистора* (1778—1847) и *Мартинса* (1816—1871). Въ нихъ оставлено одно зеркало, соотвѣтствующее большому зеркалу секстанта, и только малое его зеркало замѣнено равнобочною прямоугольною призмой.

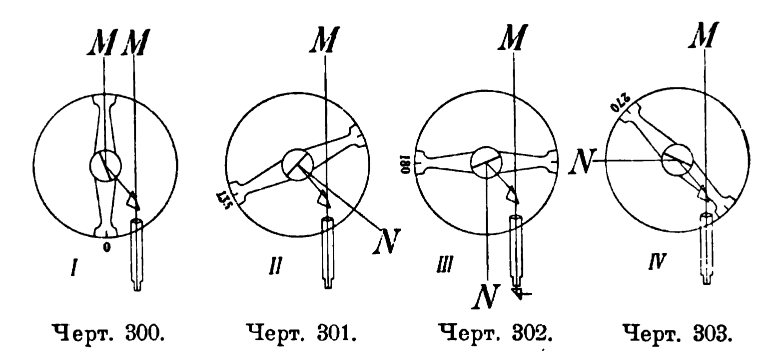


Черт. 299.

Чертежъ 298 изображаетъ общій видъ призмозеркальнаго круга Пистора и Мартинса, а на черт. 299 показанъ ходъ лучей при измѣреніи угла. На основномъ полномъ кругѣ *KL* десяти дюймовъ въ діаметрѣ, съ точно раздѣленнымъ лимбомъ, укрѣплены призма *B* и зрительная труба *Tt*, причемъ призма, подобно малому зеркалу секстанта, закрываетъ только нижнюю половину объектива трубы. Въ центрѣ круга на перпендикуляр-

ной къ нему оси вращается алидада *CC* съ двумя противолежащими верньерами и зеркаломъ *A*, составляющимъ съ линіей нулей верньеровъ уголъ около 20°. Такъ какъ призма и кольцо со зрительною трубой прикрѣплены къ самому кругу, то алидада не имѣетъ полнаго кругового движенія по лимбу, а можетъ вращаться только отъ положенія, при которомъ зеркало параллельно гипотенузѣ призмы (черт. 300), и отсчетъ по первому верньеру равенъ 0°, до положенія (черт. 303), при которомъ зеркало составляетъ съ гипотенузою призмы уголъ около 135°, и отсчетъ по первому верньеру равенъ 270° (уголъ между предметами, какъ и въ секстантѣ, равенъ удвоенному углу между зеркалами).

Разсмотримъ подробнѣе, какіе именно углы можно измѣрять призмозеркальнымъ кругомъ. На черт. 300 изображено *I* поло-



Черт. 300. Черт. 301. Черт. 302. Черт. 303.

женіе инструмента, при которомъ, какъ сказано выше, зеркало параллельно гипотенузѣ призмы; тогда въ зрительную трубу виденъ лишь одинъ предметъ *M*, частью отъ лучей, непосредственно вступающихъ въ трубу поверхъ призмы, частью отъ лучей, дважды отраженныхъ отъ зеркала и гипотенузы призмы.

Если, оставивъ кругъ и зрительную трубу неподвижными, повернуть алидаду въ направленіи вращенія стрѣлокъ часовъ, то при томъ же прямо видимомъ предметѣ *M* въ трубу послѣ двукратнаго отраженія начнутъ вступать лучи отъ предметовъ, лежащихъ правѣе *M*. Въ положеніи *II* (черт. 301), при которомъ алидада составляетъ съ первоначальнымъ уголъ около $67^1/_2°$, уголъ между правымъ дважды отраженнымъ предметомъ *N* и лѣвымъ прямо видимымъ *M* вдвое болѣе $67^1/_2°$, т. е. около 135°. Хотя алидаду и можно вращать дальше, но на зеркало уже не будутъ попадать лучи отъ предметовъ, расположенныхъ

еще правѣе, потому что паденію этихъ лучей на зеркало будетъ мѣшать сперва призма, а затѣмъ зрительная труба. Такимъ образомъ, призмозеркальный кругъ, повидимому, позволяетъ измѣрять углы лишь отъ 0° до 135° и не имѣетъ въ этомъ отношеніи преимуществъ передъ секстантомъ.

Вращая алидаду дальше, можно привести ее въ положеніе *III* (черт. 302), перпендикулярное къ первоначальному, при которомъ на зеркало попадутъ лучи, идущіе отъ предмета *N*, прямо противоположнаго *M*; правда, прохожденію лучей отъ предмета *N* помѣшаетъ голова наблюдателя, но если надѣть на окулярный конецъ зрительной трубы призмочку, отражающую выходящіе изъ трубы лучи вправо, то наблюденія возможны; слѣдовательно, призмозеркальнымъ кругомъ можно измѣрять углы въ 180° и больше; именно, при вращеніи алидады дальше въ томъ же направленіи, на зеркало будутъ попадать лучи, образующіе съ направленіемъ на предметъ *M* углы, большіе 180°. Наибольшій возможный для измѣренія уголъ будетъ при крайнемъ положеніи *IV* (черт. 303), когда алидада коснется подставки призмы, такъ что вращать ее дальше нельзя; въ этомъ положеніи направленія на предметы *M* и *N* образуютъ уголъ въ 270°.

Если въ послѣднемъ разсмотрѣнномъ положеніи алидады перевернуть инструментъ лимбомъ внизъ и снова свести прямо видимое изображеніе съ дважды отраженнымъ, то уголъ, отсчитанный на лимбѣ, будетъ только 90°. Вообще каждый уголъ, большій 180°, можно считать и меньшимъ 180°, стоитъ только лѣвый предметъ считать правымъ и наоборотъ.

Итакъ, призмозеркальнымъ кругомъ можно измѣрять всевозможные углы отъ 0° до 360°. Именно, отъ 0° до 135° (или отъ 225° до 360°)—при положеніи алидады между предѣльными положеніями *I* и *II*, отъ 180° до 270° (или отъ 90° до 180°)—при положеніи алидады между предѣльными положеніями *III* и *IV*; при этомъ углы отъ 0° до 90° (или отъ 270° до 360°) можно измѣрять только при лимбѣ вверхъ, углы отъ 180° до 225° (или отъ 135° до 180°) только при лимбѣ внизъ, а углы отъ 90° до 135° (или отъ 225° до 270°) при двухъ положеніяхъ инструмента, лимбъ вверхъ и лимбъ внизъ, или при кругѣ право и кругѣ лѣво (для вертикальныхъ угловъ). Послѣднее обстоятельство особенно цѣнно по тому, что измѣреніемъ одного угла при двухъ положеніяхъ инструмента, помимо увеличенія точности

наблюденій, совершенно исключается ошибка мѣста нуля. Дѣйствительно, если назвать мѣсто нуля черезъ M, а отсчетъ, сдѣланный при сведеніи изображеній въ положеніи лимбъ вверхъ черезъ B, то уголъ s между наблюдаемыми предметами будетъ

$$s = B - M$$

При обратномъ положеніи инструмента, лимбъ внизъ, измѣряется собственно не уголъ s, а его дополненіе до 360°, и потому, если назвать отсчетъ въ этомъ положеніи черезъ H, то

$$360° - s = H - M$$

Послѣ сложенія и вычитанія этихъ двухъ выраженій получимъ:

$$M = \frac{B - (360° - H)}{2}$$

$$s = \frac{B + (360° - H)}{2} \qquad \textbf{(110)}$$

Такимъ образомъ, измѣреніе одного угла при двухъ указанныхъ положеніяхъ инструмента даетъ простѣйшее средство опредѣлить мѣсто нуля и, что еще важнѣе, позволяетъ получить самый уголъ независимо отъ знанія мѣста нуля. Конечно, предѣлы, между которыми можно измѣрять углы въ двухъ положеніяхъ инструмента, довольно тѣсны (отъ 90° до 135°), но зато между ними заключаются углы, всего чаще встрѣчаемые при измѣреніи меридіанныхъ высотъ Солнца въ искусственномъ горизонтѣ подъ средними широтами. Такъ какъ отражательными инструментами измѣряютъ двойныя высоты (черт. 295), то призмозеркальный кругъ позволяетъ наблюдать въ двухъ положеніяхъ прибора высоты отъ 45° до $67^1/_2$°.

Яркость освѣщенія дважды отраженнаго изображенія въ призмозеркальномъ кругѣ легко выводится изъ чертежа 299. Углы паденія и отраженія (β) у гипотенузы призмы B всегда одинаковы и равны приблизительно 70°; углы же паденія и отраженія (α) у зеркала A различны и зависятъ отъ величины измѣряемаго угла s. Пренебрегая небольшимъ преломленіемъ лучей въ катетѣ призмы, имѣемъ изъ треугольника ABD:

$$2\alpha = 2\beta - s$$

откуда:

$$\alpha = \beta - \frac{s}{2}$$

Въ нижеслѣдующей таблицѣ помѣщены величины угла α, соотвѣтствующія разнымъ угламъ s, и вычисленная яркость C_1

дважды отраженнаго изображенія, если принять за единицу количество лучей, падающихъ на зеркало A. Яркость лучей (C) послѣ отраженія отъ зеркала A взята изъ таблицы § 34 (стр. 103); яркость же C_1 дважды отраженнаго изображенія вычислена по формулѣ:

$$C_1 = 0{\cdot}8\ C$$

потому что, какъ показали опыты, количество лучей, вышедшихъ изъ призмы B равно 0·8 лучей, упавшихъ на нее.

s	α	C	C_1
0°	70°	0·050	0·040
30	55	0·091	0·073
60	40	0·141	0·113
90	25	0·299	0·239
120	10	0·588	0·470

Эта таблица показываетъ, что въ отношеніи яркости дважды отраженнаго изображенія призмозеркальный кругъ особенно выгоденъ при измѣреніи большихъ угловъ, т. е. обратно тому, что было найдено для секстанта. Кромѣ того величины C_1 для призмозеркальнаго круга и вообще больше соотвѣтствующихъ величинъ для секстанта (см. таблицу на стр. 428).

Изъ всего вышесказаннаго видно, что призмозеркальный кругъ имѣетъ слѣдующія преимущества передъ секстантомъ: 1) полное исключеніе эксцентриситета алидады отсчетами по двумъ противолежащимъ верньерамъ, 2) возможность измѣрять *нѣкоторые* углы въ двухъ положеніяхъ инструмента, что влечетъ за собою исключеніе ошибки мѣста нуля, и 3) бо́льшую яркость дважды отраженнаго изображенія, благодаря замѣнѣ малаго зеркала призмою. Но тутъ возможны еще и дальнѣйшія усовершенствованія: было бы желательно имѣть возможность наблюдать *всѣ* углы въ двухъ положеніяхъ инструмента и сдѣлать дважды отраженное изображеніе еще ярче.

На эти обстоятельства обратилъ вниманіе пулковскій астрономъ *Целленъ* (1820—1897). По его указаніямъ извѣстные гамбургскіе механики братья *Репсольды* устроили новый типъ отражательнаго инструмента, подробно описанный въ Морскомъ Сборникѣ (1881 г. № 5). Главное усовершенствованіе новаго прибора заключается въ томъ, что лимбъ освобожденъ отъ придаточныхъ частей: зеркало перенесено на противоположную сто-

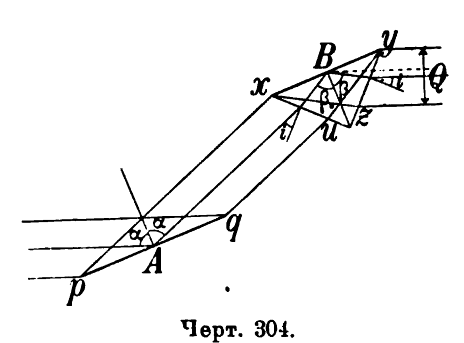
рону круга, а призма—на особый основной цилиндръ, служащій мѣстомъ укрѣпленія трубы и ручекъ. Вмѣстѣ съ тѣмъ отсчеты по верньерамъ замѣнены отсчетами при помощи микроскоповъ съ микрометрами, которые укрѣплены неподвижно. Раздѣленный кругъ съ придѣланнымъ къ нему зеркаломъ вращается на 360°, такъ что этимъ инструментомъ можно измѣрять при двухъ положеніяхъ круга всѣ углы, большіе 50°; только углы, меньшіе 50°, не могутъ измѣряться при обращенномъ положеніи инструмента, потому что въ такомъ случаѣ зеркало поворачивается къ объективу трубы не лицевою, а противоположною стороною. Другая цѣль—увеличеніе яркости дважды отраженнаго изображенія—достигнута тѣмъ, что призма имѣетъ въ сѣченіи видъ равнобочной трапеціи, и потому какъ вступающіе, такъ и выходящіе лучи перпендикулярны къ боковымъ ея гранямъ; отъ этого потеря лучей меньше, чѣмъ при наклонно падающихъ лучахъ, и самые лучи вовсе не преломляются и не разлагаются на цвѣта.

120. Соотношеніе частей. Разсмотримъ наивыгоднѣйшее соотношеніе между отверстіемъ объектива зрительной трубы призмозеркальнаго круга и размѣрами призмы и зеркала. Высота призмы и ширина зеркала дѣлаются обыкновенно одинаковыми и немного больше половины отверстія объектива; что же касается длинъ гипотенузы призмы и зеркала, то онѣ должны быть таковы, чтобы въ объективъ трубы попадало возможно большее количество дважды отраженныхъ лучей.

Самый невыгодный случай представляетъ положеніе зеркала, параллельное гипотенузѣ призмы, потому что при любомъ другомъ положеніи длина зеркала могла бы быть и меньше. Назовемъ поперечникъ объектива зрительной трубы черезъ Q, длину гипотенузы равнобочной призмы B, т. е. величину xy (черт. 304), черезъ b, а длину зеркала pq черезъ a. Размѣры a и b должны обусловливаться тѣмъ, чтобы всѣ лучи, отраженные отъ зеркала, попали на призму, преломились въ первомъ катетѣ призмы, отразились отъ ея гипотенузы и послѣ вторичнаго преломленія въ другомъ катетѣ попали въ объективъ зрительной трубы. Пусть i—уголъ паденія лучей на катетъ призмы, r—соотвѣтствующій уголъ преломленія и α—углы паденія и отраженія лучей, падающихъ на зеркало A. Назовемъ еще черезъ β постоянный уголъ, образуемый перпендикуляромъ къ

гипотенузѣ призмы съ направленіемъ оптической оси зрительной трубы. Этотъ уголъ для призмозеркальнаго круга составляетъ около 70°.

Такъ какъ ширина свѣтового пучка до входа въ призму и послѣ выхода изъ нея одинакова, то



Черт. 304.

$$a \cdot \cos\alpha = Q$$

откуда:

$$a = \frac{Q}{\cos\alpha} \qquad (a)$$

Далѣе, изъ чертежа видно непосредственно:

$$Q = yz \cdot \cos i$$

$$\frac{yz}{b} = \frac{\sin zxy}{\sin(90^\circ + r)} = \frac{\cos\beta_0}{\cos r}$$

гдѣ β_0—уголъ паденія и отраженія лучей у гипотенузы призмы B. Исключая изъ двухъ полученныхъ выраженій величину yz, имѣемъ:

$$b = \frac{Q}{\cos i} \cdot \frac{\cos r}{\cos\beta_0} \qquad (b)$$

Формулы (a) и (b) въ связи съ соотношеніями

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n$$

и

$$\beta_0 = 45^\circ + r$$

рѣшаютъ поставленный вопросъ.

Вычислимъ, напримѣръ, размѣры зеркала и призмы для зрительной трубы, діаметръ объектива которой $Q = 0{\cdot}7$ дюйма. Выше было замѣчено, что постоянный уголъ $\beta = 70^\circ$; поэтому въ разсматриваемомъ случаѣ параллельности зеркала гипотенузѣ призмы уголъ α тоже равенъ 70°, а уголъ $i = 45^\circ - 20^\circ = 25^\circ$. Принимая для стекла $n = 1{\cdot}5$, имѣемъ $r = 16^\circ 22'$ и $\beta_0 = 61^\circ 22'$. Съ этими данными по формуламъ (a) и (b) получаемъ: $a = 2{\cdot}05$ и $b = 1{\cdot}55$ дюйма.

121. Повѣрки отражательныхъ инструментовъ. Каждый секстантъ и призмозеркальный кругъ должны удовлетворять слѣдующимъ пяти условіямъ:

1. Лимбъ и верньеры должны быть раздѣлены правильно.

2. Зеркала должны быть спереди и сзади ограничены хорошо отшлифованными и притомъ параллельными плоскостями.

3. Оба зеркала секстанта, а въ призмозеркальномъ кругѣ зеркало и гипотенуза призмы должны быть перпендикулярны къ плоскости лимба.

4. Оптическая ось зрительной трубы должна быть параллельна плоскости лимба.

5. Темныя стекла, служащія для ослабленія яркости лучей Солнца и Луны, должны быть ограничены хорошо отшлифованными и параллельными плоскостями.

Въ секстантѣ необходимо еще изслѣдовать, совпадаетъ ли ось вращенія алидады съ центромъ лимба.

Изъ этого перечня легко усмотрѣть, что повѣрки 1, 2 и 5-ая могутъ быть сдѣланы однажды навсегда; остальныя же повѣрки необходимо повторять время отъ времени. Разсмотримъ простѣйшіе способы повѣрокъ и средства для исключенія погрѣшностей инструмента.

1. Чтобы повѣрить правильность дѣленій лимба, ставятъ нуль верньера послѣдовательно на разныя черточки лимба и смотрятъ, будетъ ли послѣдняя черточка верньера точно совпадать съ соотвѣтствующею черточкою лимба. Вслѣдствіе постоянства разстоянія между крайними черточками верньера указанное совпаденіе ихъ съ черточками лимба на разныхъ его частяхъ покажетъ правильность его дѣленій. Кромѣ того, если при всѣхъ положеніяхъ алидады отдѣльныя черточки верньера располагаются правильно и симметрично относительно противолежащихъ имъ черточекъ лимба, то и раздѣленіе верньера сдѣлано правильно. Невыполненіе указанныхъ условій докажетъ неправильность дѣленій, и инструментъ долженъ быть признанъ не годнымъ для наблюденій.

2. Правильность шлифовки зеркалъ и параллельность ограничивающихъ ихъ плоскостей повѣряются разсматриваніемъ въ нихъ изображеній отдаленныхъ земныхъ предметовъ или небесныхъ свѣтилъ; изображенія должны быть рѣзкими, ясными и одиночными, а не двойными. Хотя стеклянныя зеркала представляютъ въ сущности двѣ отражающія плоскости, однако если эти плоскости параллельны и разстоянія до наблюдаемыхъ предметовъ значительны, то оба изображенія сливаются въ одно (см. § 122); если же плоскости, ограничивающія стеклянное

зеркало, не параллельны, то получаются два изображенія: одно яркое отъ отраженія лучей въ амальгамированной задней плоскости зеркала, другое слабое отъ передней плоскости. Наблюдать слѣдуетъ, разумѣется, яркое изображеніе. При весьма незначительной непараллельности оба изображенія частью налегаютъ другъ на друга, такъ что замѣчается неясность, вредящая точности сведенія прямо видимаго предмета съ дважды отраженнымъ. Неправильныя зеркала необходимо замѣнить другими.

3. Повѣрку перпендикулярности отражающихъ плоскостей къ плоскости лимба начинаютъ съ зеркала, укрѣпленнаго на алидадѣ (большое зеркало въ секстантѣ). Для этого располагаютъ глазъ почти въ плоскости инструмента и такъ, чтобы видѣть въ зеркалѣ изображеніе лимба. Если это изображеніе составляетъ точное продолженіе самого лимба, видимаго непосредственно, то зеркало поставлено правильно; если же въ мѣстѣ перехода лимба въ его отраженіе замѣтенъ переломъ, то неправильно. Для измѣненія установки зеркала служатъ исправительные винтики въ его оправѣ; послѣ нѣсколькихъ повтореній указаннаго пріема изслѣдованія можно ими установить зеркало перпендикулярно къ плоскости лимба. Послѣ этого для повѣрки установки малаго зеркала секстанта или гипотенузы призмы призмозеркальнаго круга достаточно убѣдиться въ возможности привести обѣ отражающія плоскости въ параллельное положеніе, что производится наблюденіемъ звѣзды. Если при установкѣ алидады на 0° (или, точнѣе, на мѣсто нуля) дважды отраженное изображеніе звѣзды точно совмѣщается съ прямо видимымъ, то малое зеркало или призма поставлены правильно; если же при передвиженіи наводящимъ винтомъ дважды отраженнаго изображенія звѣзды относительно прямо видимаго первое проходитъ въ сторонѣ отъ второго, не совмѣщаясь съ нимъ въ одну свѣтлую точку, то зеркало или призма поставлены не перпендикулярно къ плоскости лимба. Положеніе ихъ измѣняется особыми исправительными винтиками, пока не произойдетъ совпаденія изображеній.

4. Для изслѣдованія параллельности оптической оси зрительной трубы и плоскости лимба сводятъ изображенія двухъ звѣздъ, лежащихъ возможно дальше другъ отъ друга (для секстанта на 130°, для призмозеркальнаго круга, если есть призмочка при окулярѣ, на 180°), сперва вверху поля зрѣнія, а по-

томъ симметрично внизу, и оба раза производятъ отсчеты по лимбу. Если эти отсчеты одинаковы, то труба поставлена правильно, если не одинаковы, то неправильно. Если большій отсчетъ получился при сведеніи на краю поля зрѣнія, ближайшемъ къ плоскости лимба, то для исправленія погрѣшности установки трубы надо окулярный ея конецъ приподнять надъ лимбомъ и наоборотъ. Установка измѣняется исправительными винтиками при кольцѣ, въ которое ввинчивается зрительная труба.

Этотъ способъ повѣрки основанъ на томъ, что сведеніе изображеній не по серединѣ поля зрѣнія, а вверху или внизу его искажаетъ отсчетъ, какъ наклоненіе оптической оси трубы къ плоскости лимба (см. § 123). Изъ формулы (113) видно, что вліяніе наклоненія оптической оси на отсчитанный уголъ s выражается членомъ

$$-tg\,\frac{s}{2}\cdot i^2$$

съ квадратомъ угла наклоненія i; отсюда понятно, почему уголъ s должно брать больше. Если оптическая ось трубы параллельна плоскости лимба, т. е. если $i = 0$, то сведены ли изображенія вверху или внизу поля зрѣнія, отсчеты одинаковы. Въ самомъ дѣлѣ, при угловомъ радіусѣ поля зрѣнія p дѣйствіе наклоненія крайнихъ побочныхъ осей выразится формулою:

$$s_0 = s - tg\,\frac{s}{2}\cdot p^2$$

гдѣ s_0 — истинный уголъ между сведенными предметами, а s — уголъ, отсчитанный по лимбу. Будетъ ли p со знакомъ $+$ или со знакомъ $-$, разность $s_0 - s$ выходитъ одинаковою, и отсчетъ s будетъ тотъ же; если же существуетъ наклоненіе оси i (считаемое положительнымъ при расположеніи середины сѣтки нитей ближе къ плоскости лимба, чѣмъ оптическій центръ объектива трубы), то при сведеніи изображеній на краю поля зрѣнія, ближайшемъ къ лимбу, получимъ:

$$s_0 = s_1 - tg\,\frac{s_1}{2}\,(i + p)^2$$

а при сведеніи изображеній на противоположномъ краю поля зрѣнія:

$$s_0 = s_2 - tg\,\frac{s_2}{2}\,(i - p)^2$$

и s_1, очевидно, не равно s_2. По незначительности поправочныхъ членовъ можно положить:

$$tg\,\frac{s_1}{2} = tg\,\frac{s_2}{2} = tg\,\frac{s}{2}$$

и потому

$$s_1 - s_2 = tg\,\frac{s}{2} \cdot 4pi$$

откуда:

$$i' = 3438\,\frac{(s_1 - s_2)''}{4p'' \cdot tg\,\frac{s}{2}}$$

Эта формула позволяетъ опредѣлить уголъ наклоненія оптической оси зрительной трубы къ плоскости лимба, если извѣстны отсчеты s_1 и s_2 и угловой радіусъ поля зрѣнія p. Напримѣръ, если $s = 128^\circ$ ($tg\,\frac{s}{2} = 2{\cdot}05$), $s_1 - s_2 = + 40''$ и $p = 1^\circ = 3600''$, то $i = 4^1/_2{}'$.

5. Темныя стекла ставятся на пути лучей при наблюденіи Солнца и Луны. Если ограничивающія ихъ плоскости параллельны, то стекла исполняютъ только свое прямое назначеніе, т. е. ослабляютъ яркость лучей этихъ небесныхъ свѣтилъ при сведеніи ихъ изображеній съ видимымъ горизонтомъ или земнымъ предметомъ; если же плоскости, ограничивающія стекло, не параллельны, то, кромѣ ослабленія свѣта, каждое стекло дѣйствуетъ, какъ призма, и, слѣдовательно, отклоняетъ лучи къ своему основанію и искажаетъ углы, отсчитываемые на лимбѣ.

Для открытія призматичности темныхъ стеколъ опредѣляютъ мѣсто нуля по Лунѣ во время полнолунія. Если мѣсто нуля выходитъ одно и то же со стекломъ и безъ него, то это стекло ограничено параллельными плоскостями; если различнымъ, то стекло имѣетъ видъ призмы. Каждое темное стекло надо изслѣдовать отдѣльно. Конечно, призматическія стекла не должны быть въ хорошемъ инструментѣ, но если ихъ нельзя замѣнить другими, то вліяніе призматичности можно исключить, производя наблюденія при двухъ положеніяхъ стекла — прямомъ и обратномъ: для этого въ нѣкоторыхъ инструментахъ оправы со стеклами можно поворачивать на 180°, такъ что правая сторона можетъ стать лѣвою и наоборотъ. Разность мѣстъ нулей, опредѣленныхъ въ этихъ двухъ положеніяхъ, даетъ двойную величину вліянія призматичности стекла, а среднее изъ нихъ — вѣрное мѣсто нуля.

Ошибка отъ эксцентриситета или несовпаденія центра вращенія алидады съ центромъ лимба во всѣхъ отражательныхъ кругахъ исключается отсчетами по двумъ противолежащимъ верньерамъ; у секстанта же только одинъ верньеръ, и потому дѣйствіе эксцентриситета входитъ у него цѣликомъ въ каждый измѣряемый уголъ. Для исключенія его существуетъ лишь одинъ способъ — сравненіе угловъ, полученныхъ секстантомъ, съ результатами измѣреній тѣхъ же угловъ какимъ-нибудь другимъ точнымъ угломѣрнымъ инструментомъ, или же сравненіе ихъ (если наблюдались звѣзды) съ углами, вычисленными по извѣстнымъ координатамъ этихъ звѣздъ. Если выбрано много разныхъ угловъ, то полученныя разности можно выписать въ рядъ по возрастающимъ величинамъ угловъ и брать затѣмъ поправки всякаго наблюденнаго угла по правиламъ интерполированія. Замѣтимъ, что въ этомъ случаѣ въ составленную табличку помимо погрѣшности отъ эксцентриситета войдутъ и всѣ прочія погрѣшности инструмента.

122. Стеклянныя зеркала. Самыми совершенными зеркалами считаются металлическія; къ сожалѣнію, они быстро тускнѣютъ и потому для отражательныхъ инструментовъ пользуются *стеклянными зеркалами*, т. е. стеклянными пластинками, ограниченными параллельными плоскостями, изъ которыхъ задняя покрыта слоемъ оловянно-ртутной амальгамы или слоемъ чистаго серебра. Такія зеркала не измѣняются со временемъ и отражаютъ лучи свѣта совершенно такъ, какъ полированное серебро *).

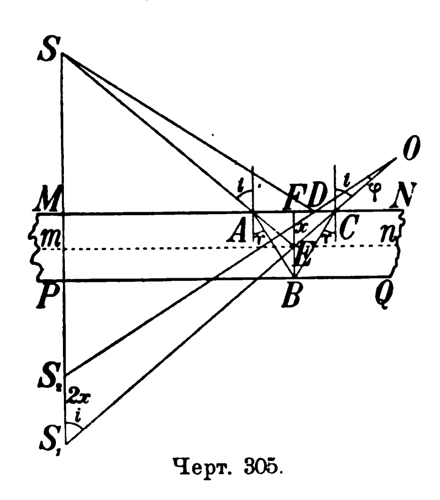
Пусть MN и PQ (черт. 305) представляютъ сѣченіе стекляннаго амальгамированнаго зеркала плоскостью, параллельною плоскости лимба отражательнаго инструмента. Если зеркало поставлено перпендикулярно къ плоскости лимба и ограничено параллельными плоскостями, то прямыя MN и PQ параллельны.

---

*) Вмѣсто стеклянныхъ зеркалъ можно брать стеклянныя призмы съ полнымъ внутреннимъ отраженіемъ; онѣ отражаютъ лучи даже совершеннѣе амальгамированныхъ зеркалъ, но ихъ можно ставить только тамъ, гдѣ уголъ паденія лучей остается неизмѣннымъ. Такъ, въ призмозеркальномъ кругѣ призма замѣняетъ малое зеркало секстанта, на которое лучи падаютъ подъ постояннымъ угломъ β; замѣнить призмою большое зеркало секстанта невозможно, потому что уголъ паденія лучей на него мѣняется съ величиною измѣряемаго угла, и, вслѣдствіе преломленія въ катетахъ, уголъ поворота луча не слѣдуетъ простому закону (11), дѣйствующему при отраженіи отъ плоскаго зеркала.

Разсмотримъ ходъ лучей, падающихъ на зеркало изъ точки S, лежащей на нѣкоторомъ конечномъ разстояніи, и проникающихъ въ глазъ наблюдателя O. Этой точки достигнутъ два разныхъ луча: $SABCO$ и SDO, дающіе два изображенія S_1 и S_2.

Лучъ SA, упавшій на переднюю плоскость MN подъ угломъ i, преломится подъ угломъ r; пройдя черезъ толщу стекла зеркала, онъ отразится въ B отъ задней амальгамированной плоскости PQ и, упавши снова на переднюю плоскость MN, пойдетъ по пути BCO, симметричному съ путемъ SAB. Дѣйствительно, по параллельности MN и PQ, углы паденія и отраженія на PQ равны r, отчего уголъ преломленія послѣдняго направленія CO, очевидно, равенъ углу паденія i начальнаго направленія SA. Если продолжить SA и OC до встрѣчи въ E и провести черезъ E прямую mn, параллельную MN, то углы, образуемые SE и EO съ перпендикуляромъ EF къ mn въ точкѣ E, равны. Такимъ образомъ, амальгамированное зеркало отражаетъ лучи, какъ обыкновенное плоское зеркало, только за отражающую плоскость надо считать не амальгамированную заднюю плоскость PQ, а сѣченіе mn, лежащее внутри зеркала, и для построенія изображенія должно на перпендикулярѣ изъ S на mn отложить $mS_1 = Sm$.



Черт. 305.

Для построенія другого изображенія S_2, образованнаго лучами, отраженными отъ передней плоскости стекляннаго зеркала, должно на перпендикулярѣ SS_1 отложить $MS_2 = SM$ и соединить S_2 съ глазомъ O (см. § 35). Изъ чертежа видно, что

$$S_1S_2 = SS_1 - SS_2 = 2Sm - 2SM = 2Mm = 2x$$

Итакъ, въ стеклянномъ зеркалѣ глазъ видитъ не одно, а два изображенія: яркое S_1 отъ лучей, отраженныхъ заднею амальгамированною плоскостью, и болѣе слабое S_2 отъ лучей, отраженныхъ переднею плоскостью зеркала.

Не трудно вычислить уголъ $S_1OS_2 = \varphi$, образуемый направ-

леніями лучей S_1O и S_2O. Изъ треугольника S_1OS_2 имѣемъ:

$$\frac{\sin\varphi}{\sin i} = \frac{S_1S_2}{S_2O} \qquad (\alpha)$$

Выше было уже показано, что $S_1S_2 = 2x$, но

$$x = AF \,.\, cotg\, i$$

$$AF = BF \,.\, tg\, r$$

Означивъ толщину зеркала $BF = MP$ черезъ a, получимъ:

$$S_1S_2 = 2x = 2a\, tg\, r \,.\, cotg\, i$$

Разстояніе S_2O можно считать равнымъ удаленію наблюдаемаго предмета отъ инструмента, потому что даже земные предметы, наблюдаемые отражательными приборами, всегда очень удалены, а глазъ наблюдателя весьма близокъ къ зеркалу; означимъ S_2O черезъ d. Такимъ образомъ, пропорція (α) даетъ:

$$\sin\varphi = 2\,\frac{a}{d}\cdot\cos i\cdot tg\, r$$

Если n — показатель преломленія стекла зеркала, то по формулѣ (17) имѣемъ:

$$\sin r = \frac{\sin i}{n} \quad \text{и} \quad tg\, r = \frac{\sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$$

а потому

$$\sin\varphi = \frac{a}{d}\cdot\frac{\sin 2i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \qquad (111)$$

Итакъ, угловое разстояніе изображеній въ задней и передней плоскостяхъ стекляннаго зеркала зависитъ отъ толщины зеркала (a), удаленія предмета (d), показателя преломленія стекла (n) и угла паденія (i). Наибольшее значеніе угла φ, которое легко получить по правиламъ опредѣленія наибольшихъ и наименьшихъ величинъ, оказывается при углѣ паденія i_0, вычисляемомъ по формулѣ:

$$\sin i_0 = \sqrt{n^2 - n\sqrt{n^2 - 1}}$$

Для $n = 1{\cdot}5$ эта формула даетъ $i_0 = 49^\circ\,12'$.

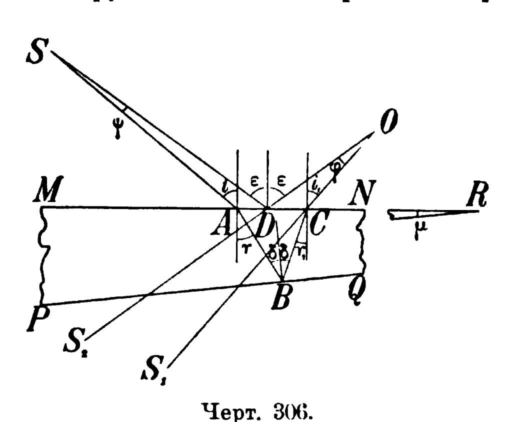
Уголъ φ обыкновенно весьма малъ; напримѣръ, при $a = 0{\cdot}1$ дюйма и $d = 100$ саженямъ наибольшее значеніе φ (при $i = 49^\circ\,12'$) выходитъ по формулѣ (111) менѣе 2″ (1·88″), что меньше точности отсчетовъ отражательныхъ инструментовъ.

Для отдаленныхъ земныхъ предметовъ, а тѣмъ болѣе для небесныхъ свѣтилъ уголъ φ всегда можно считать нулемъ, такъ

что изображенія S_1 и S_2 сливаются, и стеклянное зеркало, ограниченное параллельными плоскостями, дѣйствуетъ совершенно такъ, какъ лучшее металлическое зеркало, т. е. даетъ только одно изображеніе.

Другое дѣло, если плоскости, ограничивающія стеклянное зеркало, не параллельны. Въ такомъ случаѣ уголъ φ между направленіями на изображенія въ передней и задней плоскостяхъ зеркала не обращается въ нуль даже для небесныхъ свѣтилъ, и въ зеркало видно не одно, а два отдѣльныхъ изображенія. Однако это еще не бѣда: изображеніе въ задней амальгамированной плоскости всегда настолько ярче изображенія въ передней, что смѣшать ихъ невозможно. Бѣда въ томъ, что яркое изображеніе, служащее для наблюденій, не подчиняется простому закону отраженія, и потому въ углы, измѣренные отражательнымъ инструментомъ съ такимъ «призматическимъ» зеркаломъ, необходимо вводить особую поправку, различную для разныхъ угловъ.

Прежде всего замѣтимъ, что если линія пересѣченія передней и задней плоскостей зеркала расположена параллельно плоскости лимба, и если задняя амальгамированная плоскость установлена перпендикулярно къ плоскости лимба, то призматичность зеркала не искажаетъ отсчетовъ, а производитъ только нѣкоторую неясность изображенія. При всякомъ другомъ расположеніи указанной линіи дѣйствуетъ не полная величина призматичности, а только проекція преломляющаго угла призмы на плоскость лимба. Поэтому разсмотримъ случай непараллельности сѣченій зеркала плоскостью, параллельною плоскости лимба. Пусть MN и PQ (черт. 306) представляютъ эти сѣченія, причемъ MN - передняя, а PQ — задняя амальгамированная плоскость стекляннаго зеркала. Означимъ уголъ между ними буквою μ.



Черт. 306.

Лучъ SDO, идущій изъ точки S въ глазъ O, послѣ отра-

женія отъ передней плоскости зеркала даетъ изображеніе S_2 совершенно въ томъ же направленіи, какъ и на черт. 305; лучъ же $SABCO$, претерпѣвшій два преломленія и одно отраженіе, не образуетъ двухъ симметричныхъ вѣтвей вслѣдствіе того, что уголъ паденія i въ точкѣ A не равенъ углу преломленія i_1 въ точкѣ C, такъ какъ и соотвѣтствующіе углы преломленія r и паденія r_1 не одинаковы. По равенству угловъ паденія и отраженія въ точкѣ B имѣемъ непосредственно изъ треугольниковъ ABR и CBR:

$$r + 90^\circ = 90^\circ + \delta + \mu$$

$$r_1 + 90^\circ = 90^\circ + \delta - \mu$$

откуда:

$$r_1 = r - 2\mu \qquad (p)$$

Далѣе, изъ треугольниковъ ODC и SAD:

$$\varphi = 90^\circ + \varepsilon - (90^\circ + i_1) = \varepsilon - i_1$$

$$\psi = 90^\circ + \varepsilon - (90^\circ + i\,) = \varepsilon - i$$

откуда:

$$\varphi = i - i_1 + \psi$$

Для отдаленныхъ земныхъ предметовъ, а тѣмъ болѣе для небесныхъ свѣтилъ уголъ ψ всегда можно считать равнымъ нулю, такъ что

$$\varphi = i - i_1 \qquad (q)$$

На основаніи закона преломленія имѣемъ:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n \qquad \frac{\sin i_1}{\sin r_1} = n$$

откуда

$$\sin i - \sin i_1 = n\,(\sin r - \sin r_1)$$

или, пользуясь выраженіями (p) и (q):

$$2 \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{i + i_1}{2} = n\,(\sin r - \sin r \,.\, \cos 2\mu + \cos r \,.\, \sin 2\mu)$$

Такъ какъ углы φ и μ всегда очень малы, то синусы ихъ можно считать равными соотвѣтствующимъ дугамъ и принять:

$$\cos \frac{i + i_1}{2} = \cos i \qquad \cos 2\mu = 1$$

Тогда предыдущее выраженіе обратится въ слѣдующее:

$$\varphi = 2n\,\mu \cdot \frac{\cos r}{\cos i}$$

но

$$\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}}$$

послѣ простыхъ преобразованій получимъ:

$$\varphi = \mu \sqrt{4 + 4(n^2 - 1)\sec^2 i}$$

а для стекла, полагая $n = 1{\cdot}5$

$$\varphi = \mu \sqrt{4 + 5 \sec^2 i} \qquad \textbf{(112)}$$

Эта формула показываетъ, что уклоненіе луча, отраженнаго отъ призматическаго зеркала, при маломъ углѣ μ вообще незначительно, но при весьма большихъ углахъ паденія (i) все же можетъ сдѣлаться замѣтнымъ.

Призматичность зеркала открывается наблюденіями какой-нибудь звѣзды: если получается только одно изображеніе, то зеркало ограничено параллельными плоскостями; если два, то существуетъ призматичность.

Для опредѣленія угла μ измѣряютъ одинъ и тотъ же уголъ сперва при обычномъ положеніи зеркала, а потомъ при обратномъ, для чего вынимаютъ зеркало изъ оправы и ставятъ его верхнимъ краемъ внизъ. Если означить соотвѣтствующіе отсчеты по верньерамъ черезъ s_1 и s_2, а истинный уголъ черезъ s, то для указанныхъ двухъ положеній зеркала получимъ:

$$s = s_1 + \mu \sqrt{4 + 5 \sec^2 i}$$

$$s = s_2 - \mu \sqrt{4 + 5 \sec^2 i}$$

Для призмозеркальнаго круга уголъ паденія $i = \beta - \frac{s}{2}$, а потому разность этихъ двухъ выраженій даетъ:

$$\mu = \frac{s_2 - s_1}{2 \sqrt{4 + 5 \sec^2 \left(\beta - \frac{s}{2}\right)}}$$

Такъ какъ призматичность зеркала искажаетъ всѣ измѣряемые углы, то она дѣйствуетъ и при наблюденіяхъ, производимыхъ для опредѣленія мѣста нуля на лимбѣ. Въ этомъ случаѣ уголъ паденія на зеркало алидады равенъ углу паденія β на малое зеркало секстанта или на гипотенузу призмы призмозеркальнаго круга. Означая названное искаженіе черезъ φ_1, имѣемъ по формулѣ (112):

$$\varphi_1 = \mu \sqrt{4 + 5 \sec^2 \beta}$$

Такимъ образомъ, ошибка Δs измѣряемаго угла s равна лишь разности φ и φ_1, т. е.

$$\Delta s = \mu \left\{ \sqrt{4 + 5 \sec^2 i} - \sqrt{4 + 5 \sec^2 \beta} \right\}$$

Уголъ i не можетъ быть больше 90°, поэтому ошибка Δs увеличивается съ возрастаніемъ угла i, а значитъ и съ увеличеніемъ измѣряемаго угла s.

Для *секстанта* $i = \beta + \frac{s}{2}$ и $\beta = 15°$, и потому:

$$\Delta s = \mu \left\{ \sqrt{4 + 5 \sec^2 \left(15° + \frac{s}{2} \right)} - \sqrt{4 + 5 \sec^2 15°} \right\}$$

Для *призмозеркальнаго круга* при положеніяхъ I и II (черт. 300 и 301) $i = \beta - \frac{s}{2}$ и $\beta = 70°$, и потому:

$$\Delta s = \mu \left\{ \sqrt{4 + 5 \sec^2 \left(70° - \frac{s}{2} \right)} - \sqrt{4 + 5 \sec^2 70°} \right\}$$

Изъ сравненія этихъ выраженій видна еще одна выгода призмозеркальнаго круга для измѣренія большихъ угловъ, именно, для $s > 110°$: при равныхъ углахъ μ ошибка отсчета отъ призматичности зеркала у него меньше, чѣмъ у секстанта.

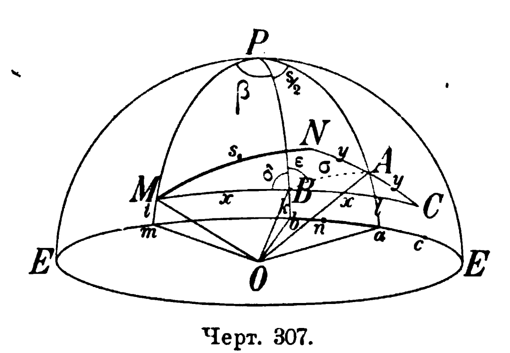
Призматичность малаго зеркала въ секстантѣ и соотвѣтствующее ей неравенство угловъ при гипотенузѣ призмы въ призмозеркальномъ кругѣ вовсе не искажаютъ измѣряемыхъ угловъ: вслѣдствіе постоянства угловъ паденія (β) погрѣшности выходятъ всегда одинаковыми, и въ разности отсчетовъ угла и мѣста нуля совершенно исключаются. Эти неправильности, какъ было упомянуто выше, могутъ производить только неясность и слабое окрашиваніе изображеній.

123. Изслѣдованіе погрѣшностей. Помимо призматичности большого зеркала, разобранной въ предыдущемъ §, на отсчитанный отражательнымъ инструментомъ уголъ дѣйствуетъ невѣрность въ установкѣ зрительной трубы и зеркалъ. Вліяніе этихъ погрѣшностей изслѣдовали германскіе геометры *Боненбергеръ* (1765 — 1831), *Грунертъ* (1797 — 1872) и *Энке* (1791 — 1865), но всѣ они разсматривали секстантъ, отъ котораго нельзя требовать большой точности вслѣдствіе эксцентриситета алидады. Цѣлесообразнѣе приложить полную теорію къ призмозеркальному кругу, какъ къ наиболѣе совершенному отражательному инструменту.

Разсмотримъ обычное положеніе инструмента, когда зрительная труба направлена на лѣвый предметъ, а другой правый предметъ виденъ послѣ двукратнаго отраженія отъ зеркала и гипотенузы призмы. Вообразимъ шаръ, черезъ центръ котораго бу-

демъ проводить радіусы по разнымъ направленіямъ въ пространствѣ; тогда соотношеніе между углами, образуемыми этими направленіями, приведетъ къ рѣшенію сферическихъ треугольниковъ.

Предположимъ сперва, что зеркало и гипотенуза призмы стоятъ перпендикулярно къ плоскости лимба, а ось зрительной трубы параллельна ей. Пусть большой кругъ EE (черт. 307) представляетъ сѣченіе воображаемаго шара плоскостью, параллельною плоскости лимба, а радіусъ Om — прямую, параллельную оптической оси трубы, направленной на лѣвый предметъ. Прослѣдимъ путь дважды отраженнаго луча въ обратномъ направленіи, отъ зрительной трубы къ правому предмету. Если Ob—направленіе, перпендикулярное къ гипотенузѣ призмы, то пересѣченіе луча, отраженнаго отъ этой гипотенузы, съ поверхностью шара дастъ точку c, для построенія которой надо отложить по большому кругу EE



Черт. 307.

дугу bc, равную mb. Далѣе, если Oa — направленіе перпендикуляра къ зеркалу, то пересѣченіе луча съ поверхностью шара послѣ отраженія отъ зеркала дастъ точку n, для построенія которой надо отложить по тому же большому кругу дугу na, равную ac. Такимъ образомъ, уголъ между сведенными въ трубѣ предметами имѣетъ мѣрою дугу mn, а уголъ, отсчитанный на лимбѣ -дугу ba, между перпендикулярами къ гипотенузѣ призмы и къ зеркалу, или, что то же самое, между гипотенузою и зеркаломъ. Изъ чертежа видно, что:

$$mn = mc - nc = 2bc - 2ac = 2\,(bc - ac) = 2ba$$

такъ что если уголъ mOn между направленіями на правый и лѣвый предметы равенъ s, то уголъ bOa, отсчитанный на лимбѣ, дѣйствительно равенъ $s/_2$.

Теперь разсмотримъ соотношеніе тѣхъ же угловъ при существованіи инструментальныхъ ошибокъ. Означимъ уголъ, составляемый оптическою осью зрительной трубы съ плоскостью лимба, черезъ i, а углы наклоненія перпендикуляровъ къ ги-

потенузѣ призмы и къ зеркалу соотвѣтственно черезъ k и l; будемъ считать эти углы положительными, если направленія оптической оси зрительной трубы и названныхъ перпендикуляровъ пересѣкаютъ поверхность шара выше большого круга EE. Пусть направленіе, параллельное оптической оси трубы, встрѣчаетъ поверхность шара въ точкѣ M, отстоящей отъ EE на дугу $Mm = i$, а въ точкахъ B и A та же поверхность пересѣкается перпендикулярами къ гипотенузѣ призмы и къ зеркалу: $Bb = k$ и $Aa = l$. Радіусъ OM, параллельный оптической оси зрительной трубы, направленъ на лѣвый предметъ; для построенія радіуса, направленнаго на правый предметъ, должно сперва провести дугу большого круга черезъ точки M и B и отложить $BC = MB = x$, а потомъ на дугѣ большого круга, проведеннаго черезъ C и A, отложить $NA = AC = y$.

Такимъ образомъ, при существованіи инструментальныхъ погрѣшностей истинный уголъ между сведенными предметами измѣряется дугою $MN = s_0$, а уголъ, отсчитанный на лимбѣ, равенъ по прежнему $ba = s/2$. Для вывода соотношенія между этими углами соединимъ точки B и A дугою большого круга $BA = \sigma$ и означимъ углы MBP (точка P — полюсъ большого круга EE) и PBA черезъ δ и ε. Изъ сферическаго треугольника ABC имѣемъ:

$$\begin{aligned} \cos\sigma &= \cos x \cos y + \sin x \sin y \cos C \\ \sin\sigma \sin(\delta + \varepsilon) &= \sin y \sin C \\ \sin\sigma \cos(\delta + \varepsilon) &= \cos x \sin y \cos C - \sin x \cos y \end{aligned} \qquad (\alpha)$$

Составивъ квадратъ перваго и сумму квадратовъ остальныхъ двухъ уравненій, вычтемъ второй результатъ изъ перваго; такъ какъ

$$\cos^2\varphi - \sin^2\varphi = \cos 2\varphi \quad \text{и} \quad 2\sin\varphi\cos\varphi = \sin 2\varphi$$

то

$$\cos 2\sigma = \cos 2x \cos^2 y + \sin 2x \sin 2y \cos C -$$
$$- \sin^2 y \sin^2 C - \cos 2x \sin^2 y \cos^2 C$$

Замѣнивъ въ послѣднемъ членѣ $\cos^2 C$ черезъ $1 - \sin^2 C$, соберемъ члены:

$$\cos 2\sigma + 2\sin^2 x \sin^2 y \sin^2 C = \cos 2x \cos 2y + \sin 2x \sin 2y \cos C$$

но изъ сферическаго треугольника MNC имѣемъ:

$$\cos s_0 = \cos 2x \cos 2y + \sin 2x \sin 2y \cos C$$

Вставляя это въ предыдущее уравненіе и пользуясь второю формулою группы (α), получимъ:

$$\cos s_0 = \cos 2\sigma + 2 \sin^2 x \sin^2 \sigma \sin^2 (\delta + \varepsilon) \qquad (\beta)$$

Для исключенія вспомогательной величины σ имѣемъ изъ сферическихъ треугольниковъ PMB и PBA:

$$\sin x \sin \delta = \sin \beta \cos i$$

$$\sin x \cos \delta = \cos k \sin i - \sin k \cos i \cos \beta$$

$$\sin \sigma \sin \varepsilon = \sin \frac{s}{2} \cos l$$

$$\sin \sigma \cos \varepsilon = \cos k \sin l - \sin k \cos l \cos \frac{s}{2}$$

Сумма квадратовъ третьяго и четвертаго уравненій и сумма произведеній перваго на четвертое и второго на третье даютъ послѣ простѣйшихъ преобразованій:

$$\cos 2\sigma = \cos s + 2 \sin^2 \frac{s}{2} \sin^2 l - 2 \left(\cos k \sin l - \sin k \cos l \cos \frac{s}{2}\right)^2$$

$$\sin x \sin \sigma \sin (\delta + \varepsilon) = \sin \beta \sin l \cos i \cos k -$$

$$- \sin k \cos i \cos l \sin \left(\beta + \frac{s}{2}\right) + \sin \frac{s}{2} \sin i \cos k \cos l$$

Подставляя эти выраженія въ (β), получимъ:

$$\cos s_0 - \cos s = 2 \sin^2 \frac{s}{2} \sin^2 l - 2 \left(\cos k \sin l - \sin k \cos l \cos \frac{s}{2}\right)^2 +$$

$$+ 2 \left\{\sin \beta \sin l \cos i \cos k - \sin k \cos i \cos l \sin \left(\beta + \frac{s}{2}\right) + \right.$$

$$\left. + \sin \frac{s}{2} \sin i \cos k \cos l \right\}^2$$

Эта точная формула можетъ служить для вычисленія истиннаго угла s_0 по измѣренному s при любыхъ значеніяхъ инструментальныхъ погрѣшностей i, k и l; но такъ какъ погрѣшности всегда очень малы, то вмѣсто точной формулы выгоднѣе пользоваться приближенною, ограничиваясь только членами второго порядка. Такимъ образомъ, полагая:

$$\cos s_0 - \cos s = 2 \sin \frac{s - s_0}{2} \sin \frac{s + s_0}{2} = (s - s_0) \sin s$$

$$\sin i,\ k,\ l = i,\ k,\ l$$

$$\cos i,\ k,\ l = 1 - \frac{i^2}{2},\ 1 - \frac{k^2}{2},\ 1 - \frac{l^2}{2}$$

получимъ послѣ простыхъ преобразованій:

$$s_0 - s = \frac{k^2 + l^2}{tg\frac{s}{2}} - \frac{2kl}{sin\frac{s}{2}} - \frac{2\left\{i\,sin\frac{s}{2} - k\,sin\left(\beta + \frac{s}{2}\right) + l\,sin\,\beta\right\}^2}{sin\,s}$$

или, собирая члены съ i, k и l и ихъ произведеніями:

$$s_0 - s = -tg\frac{s}{2}\,i^2 + 2\,\frac{cos^2\frac{s}{2} - sin^2\left(\beta + \frac{s}{2}\right)}{sin\,s}\,k^2 +$$

$$+ 2\,\frac{cos^2\frac{s}{2} - sin^2\beta}{sin\,s}\,l^2 + \frac{2\,sin\left(\beta + \frac{s}{2}\right)}{cos\frac{s}{2}}\,ik - \frac{2\,sin\,\beta}{cos\frac{s}{2}}\,il -$$

$$- 4\,\frac{cos\frac{s}{2} - sin\,\beta\,sin\left(\beta + \frac{s}{2}\right)}{sin\,s}\,kl$$

Чтобы привести коэффиціенты къ логариѳмическому виду, воспользуемся для коэффиціентовъ k^2 и l^2 извѣстною тригонометрическою формулой:

$$cos^2 a - sin^2 b = cos\,(a + b)\,cos\,(a - b)$$

а въ коэффиціентѣ kl подставимъ $cos\left\{\left(\beta + \frac{s}{2}\right) - \beta\right\}$ вмѣсто $cos\frac{s}{2}$. Тогда формула приведенія измѣреннаго угла къ истинному приметъ удобный для вычисленія видъ:

$$s_0 - s = -tg\frac{s}{2}\,i^2 + \frac{2\,cos(\beta + s)\,cos\,\beta}{sin\,s}\,k^2 + \frac{2\,cos\left(\beta + \frac{s}{2}\right)cos\left(\beta - \frac{s}{2}\right)}{sin\,s}\,l^2 +$$

$$+ \frac{2\,sin\left(\beta + \frac{s}{2}\right)}{cos\frac{s}{2}}\,ik - \frac{2\,sin\,\beta}{cos\frac{s}{2}}\,il - \frac{4\,cos\left(\beta + \frac{s}{2}\right)cos\,\beta}{sin\,s}\,kl \qquad (113)$$

Чтобы получить разность $s_0 - s$ въ секундахъ дуги, должно величины i, k и l выразить тоже въ секундахъ и всѣ члены второй части раздѣлить на 206265.

Такъ какъ въ полученную формулу (113) входятъ только члены второго порядка, то при малыхъ инструментальныхъ ошибкахъ i, k и l вліяніе ихъ на измѣряемый уголъ ничтожно, и, какъ было замѣчено выше, въ секстантѣ ими обыкновенно вовсе пренебрегаютъ. При болѣе точныхъ наблюденіяхъ призмозеркальными кругами поправка $s_0 - s$ должна быть вводима въ

вычисленіе только тогда, когда названныя инструментальныя погрѣшности значительны, и нѣтъ возможности уменьшить ихъ помощью исправительныхъ винтиковъ.

Въ коэффиціенты поправочныхъ членовъ, кромѣ измѣреннаго угла s, входитъ еще постоянный уголъ (β) паденія лучей на гипотенузу призмы; вслѣдствіе незначительности поправочныхъ членовъ этотъ уголъ достаточно знать лишь приближенно до 1°, для чего его можно измѣрить транспортиромъ непосредственно на инструментѣ. Въ призмозеркальныхъ кругахъ уголъ β равенъ почти 70°. Зная его величину, не трудно вычислить таблицы значенія коэффиціентовъ для разныхъ угловъ s.

Формула (113) можетъ служить не только для исправленія результатовъ измѣренія угловъ отражательнымъ инструментомъ, но и обратно—для опредѣленія инструментальныхъ погрѣшностей, именно, угловъ наклоненія зрительной трубы, призмы и зеркала. Съ этою цѣлью должно измѣрить возможно больше угловъ, величины которыхъ извѣстны изъ наблюденій какимъ-нибудь болѣе точнымъ угломѣрнымъ инструментомъ или могутъ быть получены вычисленіями, напримѣръ, углы между направленіями на яркія звѣзды. Для каждаго измѣреннаго угла получаются тогда разность s_0—s и коэффиціенты всѣхъ членовъ формулы (113), такъ что каждое измѣреніе даетъ уравненіе вида:

$$Ai^2 + Bk^2 + Cl^2 + Dik + Eil + Fkl + M = s_0 - s \quad \textbf{(114)}$$

гдѣ буквы $A, B \ldots F$ означаютъ соотвѣтствующіе коэффиціенты формулы (113), а M—мѣсто нуля. Эти уравненія надо рѣшить затѣмъ по способу наименьшихъ квадратовъ и опредѣлить неизвѣстныя i, k, l и M. Однако до рѣшенія необходимо еще придать уравненіямъ линейный видъ. Простѣйшій пріемъ заключается въ предварительномъ приближенномъ опредѣленіи величинъ i, k, l и M по способамъ, указаннымъ въ §§ 114 и 121. Пусть эти приближенныя значенія суть i_0, k_0, l_0 и M_0, а искомыя поправки ихъ Δi, Δk, Δl и ΔM. По малости этихъ поправокъ можно отбросить ихъ квадраты и произведенія, поэтому:

$$Ai^2 = A\,(i_0 + \Delta i)^2 = A i_0{}^2 + 2\,A i_0 \,.\, \Delta i$$
$$Bk^2 = B\,(k_0 + \Delta k)^2 = Bk_0{}^2 + 2\,Bk_0 \,.\, \Delta k$$

и т. д.

Вставивъ эти значенія въ (114), получимъ систему линейныхъ уравненій относительно неизвѣстныхъ Δi, Δk, Δl и ΔM.

Углы, измѣряемые для опредѣленія инструментальныхъ погрѣшностей указаннымъ способомъ, слѣдуетъ выбирать съ такимъ расчетомъ, чтобы коэффиціенты при тѣхъ же неизвѣстныхъ въ разныхъ уравненіяхъ различались возможно болѣе; особенно выгодно измѣрять углы, для которыхъ соотвѣтствующіе коэффиціенты обращаются въ нуль. Не трудно видѣть, что

коэф. A	у i^2	обращается	въ	0	при	$s = 0°$	
» B	» k^2	»	»	»	»	$s = 90° - \beta$ и $270° - \beta$	
» C	» l^2	»	»	»	»	$s = 180° - 2\beta$	
» D	» ik	»	»	»	»	$s = 360° - 2\beta$	
» F	» kl	»	»	»	»	$s = 180° - 2\beta$	

Коэффиціентъ E у il никогда не обращается въ нуль, но онъ имѣетъ наименьшее значеніе при $s = 0°$. При $s = 180°$ или $\frac{s}{2} = 90°$ всѣ коэффиціенты обращаются въ безконечность, а коэффиціенты при k^2, l^2 и kl обращаются въ безконечность еще при $s = 0°$. Такихъ угловъ брать не слѣдуетъ, потому что въ этихъ случаяхъ вовсе нельзя свести изображенія прямо видимое и дважды отраженное.

XVI.

Мензулы.

124. Общія основанія. Конечная цѣль съемки заключается въ полученіи графическаго изображенія мѣстности, поэтому примѣненіе угломѣрныхъ приборовъ требуетъ двухъ отдѣльныхъ дѣйствій: измѣренія угловъ въ полѣ и построенія ихъ на бумагѣ; оба дѣйствія соединяются въ одно при такъ называемыхъ *углоначертательныхъ инструментахъ* или *мензулахъ*, честь изобрѣтенія которыхъ принадлежитъ альтдорфскому профессору, бывшему сперва механикомъ въ Нюрнбергѣ, *Преторію* (1537—1616).

Какъ показываетъ самое названіе (*mensula* — столикъ), мензула представляетъ небольшой столикъ съ наклеенною на немъ бумагою; во время работы столикъ ставится въ горизонтальномъ положеніи и на немъ непосредственно получаются углы между горизонтальными проекціями линій мѣстности при помощи визирнаго прибора, которымъ можетъ быть либо простая алидадная линейка съ діоптрами, либо болѣе сложный приборъ—кипрегель со зрительною трубой.

Хотя со времени изобрѣтенія мензула непрерывно совершенствовалась, но въ сущности она по прежнему состоитъ изъ *планшета* или доски, на которой производятся графическія построенія, и *штатива*, имѣющаго цѣлью устанавливать планшетъ въ надлежащемъ положеніи. Существующія мензулы различаются, главнымъ образомъ, устройствомъ штатива.

Мензульный штативъ долженъ позволять легко и удобно придавать планшету три рода движеній: *боковое*, *подъемное* и *вращательное*. Боковое движеніе требуется для *центрированія* планшета, т. е. для установки нанесенной на немъ точки какъ разъ надъ соотвѣтствующею точкою мѣстности, чтобы проводимыя на планшетѣ прямыя изображали проекціи направленій на

окружающія точки мѣстности. Подъемное движеніе важно для *нивелированія* планшета, т. е. для приведенія его верхней плоскости въ горизонтальное положеніе, потому что лишь въ такомъ случаѣ получаемое на планшетѣ изображеніе будетъ представлять горизонтальную проекцію мѣстности. Наконецъ, вращательное движеніе необходимо для *оріентированія* планшета или для установки его по странамъ свѣта. Всѣ три рода движеній производятся обыкновенно двоякимъ образомъ: грубо — на глазъ и точно — вспомогательными приборами.

Помимо перечисленныхъ главныхъ требованій, каждый мензульный штативъ долженъ быть *легкимъ*, чтобы не утомлять прислугу, такъ какъ во время полевой работы мензулу приходится ежедневно и много разъ переносить съ одного мѣста на другое, большею частью безъ дорогъ, черезъ плетни, овраги и т. п., *устойчивымъ*, чтобы послѣ окончательной установки планшетъ оставался неподвижнымъ, не взирая на вѣтеръ, передвиженія визирнаго прибора и другихъ принадлежностей и давленіе рукъ производителя работъ, и *прочнымъ*, чтобы онъ не ломался при неосторожномъ обращеніи.

Различные мензульные штативы, представляющіе обыкновенно треногу и особый механизмъ въ верхней ея части, не удовлетворяютъ въ одинаковой степени всѣмъ поставленнымъ требованіямъ, что впрочемъ и понятно: чѣмъ полнѣе механизмъ, назначенный для приданія планшету упомянутыхъ трехъ различныхъ движеній, и чѣмъ устойчивѣе штативъ, тѣмъ по необходимости онъ тяжелѣе, и наоборотъ. Ниже описаны мензульные штативы, примѣняемые на съемкахъ въ Россіи.

125. Планшетъ. Существеннѣйшую часть каждой мензулы составляетъ планшетъ, представляющій квадратную доску отъ 15 до 28 дюймовъ въ сторонѣ и толщиною отъ $^3/_4$ до $1^1/_2$ дюйма. Чтобы планшетъ былъ легче и подвергался меньшему искривленію отъ сырости, его дѣлаютъ въ видѣ квадратной рамы съ нѣсколькими поперечными планками; рама сверху и снизу оклеивается тонкими досками изъ сухого липоваго дерева. Были попытки дѣлать планшеты изъ зеркальнаго стекла, вставленнаго въ деревянную раму, но эти планшеты оказались тяжелѣе деревянныхъ и не получили распространенія.

Верхняя сторона планшета должна быть тщательно выстругана и представлять возможно совершенную плоскость, что по-

вѣряется прикладываніемъ въ разныхъ направленіяхъ вывѣренной линейки. Въ нижней сторонѣ доски вдѣланы одна или нѣсколько мѣдныхъ плашекъ съ нарѣзанными гнѣздами для прикрѣпленія планшета къ штативу мензулы при помощи особыхъ винтовъ.

Бумагу, на которой чертятъ, наклеиваютъ или непосредственно на планшетъ, или на холстъ, натянутый на него. Въ первомъ случаѣ бумагу, намоченную сверху водой, покрываютъ снизу взбитымъ въ пѣну и разведеннымъ въ водѣ яичнымъ бѣлкомъ, накладываютъ на планшетъ и расправляютъ руками отъ середины листа къ краямъ, чтобы удалить оставшіеся подъ бумагой пузырьки воздуха. Листъ берется всегда нѣсколько больше планшета, чтобы края, намазанные мучнымъ или крахмальнымъ клейстеромъ, можно было приклеить къ боковымъ гранямъ планшета; при этомъ бумагу слегка вытягиваютъ и наклейку начинаютъ съ середины краевъ, а не съ угловъ. По окончаніи съемки бумагу можно легко отдѣлить отъ доски, прорѣзавъ ее лишь по краямъ планшета. Во второмъ случаѣ на планшетъ набиваютъ сперва холстъ, причемъ края должно плотно, но не очень усердно натягивать и прибивать къ боковымъ гранямъ маленькими *мѣдными* гвоздиками. Затѣмъ на холстъ накладываютъ смоченную бумагу, нижняя поверхность которой сплошь покрывается клейстеромъ съ примѣсью рыбьяго клея. По окончаніи съемки бумага срѣзывается вмѣстѣ съ холстомъ.

Для мензульныхъ планшетовъ берутъ самый лучшій сортъ толстой ватманской бумаги: она должна выдержать продолжительную полевую работу, всѣ перемѣны погоды и исправленія невѣрно вычерченнаго.

Въ виду неизбѣжнаго загрязненія бумаги во время полевой работы, ее покрываютъ чистымъ листомъ александрійской бумаги; онъ накладывается въ сыромъ состояніи на ватманскую (когда послѣдняя совершенно высохнетъ) и приклеивается только по краямъ. Всѣ направленія такъ называемой геометрической сѣти (§ 155) прочерчиваются на верхнемъ александрійскомъ листѣ и полученныя засѣчками точки накалываются иглой сквозь александрійскую бумагу на ватманскую. По мѣрѣ производства съемки подробностей изъ александрійскаго листа вырѣзываются небольшіе куски (окна); при переходѣ работы на новое мѣсто вырѣзанныя части заклеиваются кусками простой писчей бумаги обыкновеннымъ губнымъ клеемъ.

При переноскѣ и перевозкѣ планшетъ покрывается однимъ или нѣсколькими листами толстой оберточной бумаги и кожанымъ чехломъ, застегиваемымъ ремнями съ пряжками.

Перечисленныя предосторожности выработаны практикой и необходимы, чтобы подлинный листъ съемки (брульонъ), поступающій впослѣдствіи въ архивы для храненія и пользованія при составленіи разнаго рода картъ, сберечь отъ пыли, дождя и грязи во время полевой работы.

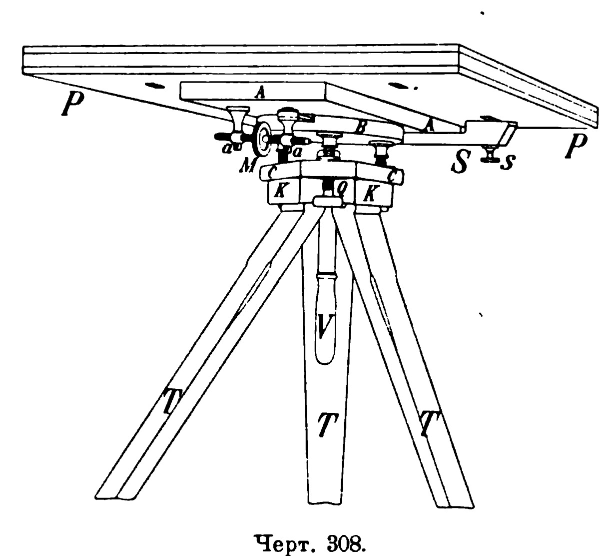
126. Штативъ Рейсига. Мензула, на которой производятся въ настоящее время государственныя съемки въ Россіи, представляетъ лишь нѣкоторое усовершенствованіе мензулы, изобрѣтенной бывшимъ Директоромъ Механическаго Заведенія Главнаго Штаба *Рейсигомъ* (1781 — 1860). На черт. 308 изображена усовершенствованная мензула Рейсига въ собранномъ видѣ въ перспективѣ, а на черт. 309 — въ вертикальномъ разрѣзѣ; соотвѣтствующія части означены на обоихъ чертежахъ одинаковыми буквами.

Штативъ мензулы состоитъ изъ двухъ отдѣльныхъ частей: *треноги*, представляющей три окованныя внизу желѣзомъ ножки *TTT*, прикрѣпленныя на горизонтальныхъ осяхъ къ головкѣ *KK* съ отверстіемъ по рединѣ при помощи болтиковъ *t* съ навинченными на нихъ гайками *u*, и *механизма*, помѣщаемаго во время перевозки въ отдѣльномъ мензульномъ ящикѣ.

Механизмъ состоитъ изъ трехъ досокъ: верхней *AA*, въ видѣ удлиненнаго прямоугольника, служащей для прикрѣпленія къ ней планшета *PP* при помощи деревянныхъ скобокъ *SS* съ винтами *s* *), средней круглой *BB*, скрѣпленной съ верхнею втулкою *r*, служащею ей вертикальною осью вращенія въ небольшихъ предѣлахъ при посредствѣ наводящаго винта *M*, и нижней *CC*, имѣющей видъ закругленнаго на углахъ треугольника, въ которомъ расположены гнѣзда трехъ подъемныхъ винтовъ *Q*. Эта нижняя доска тремя небольшими углубленіями насаживается на выступающіе концы болтиковъ *t*. Для соединенія всѣхъ трехъ досокъ механизма мензулы какъ между собою, такъ и съ головкою треноги служитъ *становой винтъ p* съ рукояткою *V*; стержень этого винта снабженъ гайкою *o*, на ко-

*) На черт. 308 показана только одна задняя скобка, передняя же удалена, чтобы не закрывать подробностей механизма; мѣста ея прикрѣпленія видны по мѣднымъ плашкамъ въ нижней сторонѣ планшета.

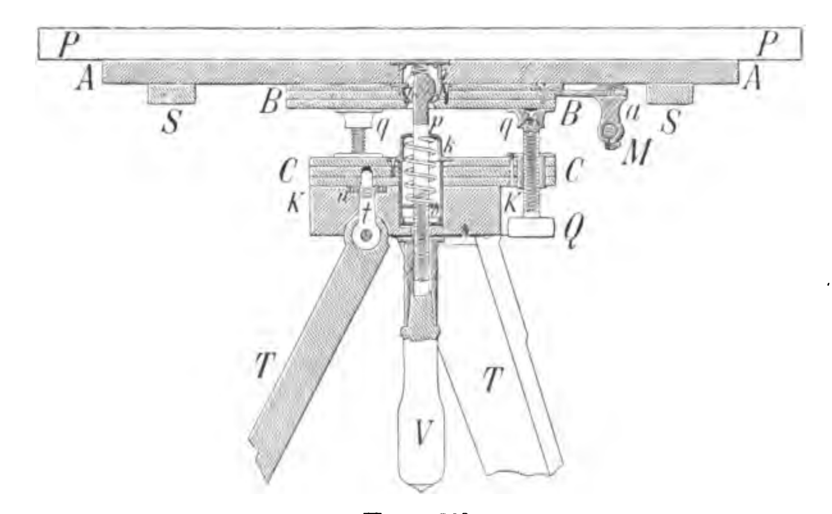
торую постоянно давитъ мѣдная спиральная пружина, заключенная въ цилиндрической коробкѣ k, наглухо привинченной къ нижней доскѣ CC. Благодаря такому устройству, доски механизма остаются связанными въ одно цѣлое даже и тогда, когда рукоятка V отвинчена. Становой винтъ служитъ вертикальною осью вращенія планшета. Его верхняя шаровидная головка имѣетъ небольшой вырѣзъ, въ который входитъ кулачекъ i втулки r. Этотъ кулачекъ не позволяетъ становому винту вращаться при завинчиваніи и отвинчиваніи рукоятки V. Чтобы еще совершеннѣе обезпечить невозможность вращенія становаго винта, небольшая спиральная пружинка постоянно надавливаетъ на его головку. Если отъ небрежной сборки или отъ сотрясеній при перевозкѣ головка расположилась такъ, что кулачекъ i не оказался въ соотвѣтствующемъ ему вырѣзѣ, то послѣ первыхъ же попытокъ винта вращаться, вырѣзъ головки повернется и придется противъ кулачка, а верхняя пружинка заставитъ его прекратить вращеніе. Скрѣпленіе всего механизма рукояткою V вполнѣ обезпечено при любомъ относительномъ положеніи досокъ, потому что головка становаго винта имѣетъ видъ шара, и стержень его можетъ наклоняться въ извѣстныхъ предѣлахъ во всѣ стороны.



Черт. 308.

Изъ чертежей видно, что подъемные винты Q, вращающіеся въ доскѣ CC, упираются въ доску B не непосредственно, а въ шляпки q, верхнія грани которыхъ плоски, а нижнія выточены по шаровымъ поверхностямъ. Эти шляпки держатся на полушаровыхъ оконечностяхъ подъемныхъ винтовъ небольшими винтиками, діаметры стержней которыхъ меньше діаметровъ соотвѣтствующихъ отверстій въ шляпкахъ; діаметры же головокъ

этихъ винтиковъ, наоборотъ, больше ихъ. Такимъ образомъ, если, какъ это всегда должно быть, винтики не закрѣплены наглухо, то упомянутыя шляпки могутъ въ извѣстныхъ предѣлахъ свободно наклоняться во всѣ стороны. Вслѣдствіе этого шляпки *q* плотно прилегаютъ къ доскѣ *BB* и остаются неподвижными при вращеніи винтовъ *Q*, каково бы ни было относительное положеніе досокъ *BB* и *CC*; при поворачиваніи же планшета руками средняя доска *BB* скользитъ не по концамъ подъемныхъ винтовъ, а по слегка шероховатымъ верхнимъ

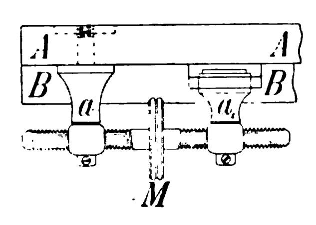


Черт. 309.

плоскостямъ шляпокъ *q*. Кромѣ того, такъ какъ шляпки могутъ покачиваться во всѣ стороны, то плавное вращеніе средней доски *BB*, а слѣдовательно, и планшета, происходитъ при любомъ наклоненіи средней доски *BB* относительно нижней *CC*. Все это устроено по тому, что нижняя доска *CC* плотно прилегаетъ къ головкѣ *KK* треноги и можетъ быть приведена въ горизонтальное положеніе разстановкою ножекъ лишь приблизительно, доски же *BB* и *AA*, равно какъ и планшетъ *PP*, должны при окончательной установкѣ принять возможно точно горизонтальное положеніе.

Устройство наводящаго винта *M* показано отдѣльно на черт. 310. Онъ проходитъ черезъ двѣ части *a* и a_1, изъ которыхъ

первая a прикрѣплена къ верхней прямоугольной доскѣ AA, а вторая a_1 — къ средней круглой доскѣ BB, причемъ обѣ части могутъ вращаться въ своихъ оправахъ. Стержень наводящаго винта расположенъ параллельно касательной къ ближайшей точкѣ окружности доски BB, и нарѣзки его, равно какъ и нарѣзки въ частяхъ a и a_1, сдѣланы въ противоположныхъ направленіяхъ, такъ что при вращеніи головки M сближеніе и удаленіе частей a и a_1, а слѣдовательно, и вращеніе доски AA относительно BB, происходитъ вдвое скорѣе, чѣмъ при одиночномъ стержнѣ винта съ такимъ же ходомъ. Вращеніе упомянутой доски совершается независимо отъ вращенія механизма около становаго винта и потому можетъ производиться и послѣ его закрѣпленія рукояткою V (черт. 309). Чтобы ослабить треніе и сдѣлать вращеніе мягкимъ и плавнымъ, между досками AA и BB положенъ тонкій круглый мѣдный листъ, смазанный саломъ.



Черт. 310.

Выше было упомянуто, что при переѣздахъ механизмъ мензулы (со скобками и мелкими принадлежностями) помѣщается въ особомъ ящикѣ, а тренога и планшетъ перевозятся отдѣльно. Для сборки инструмента ставятъ треногу, раздвигая ножки ея настолько, чтобы головка KK приняла приблизительно горизонтальное положеніе; затѣмъ накладываютъ механизмъ, наблюдая, чтобы выступы болтиковъ t попали въ соотвѣтствующія имъ ямки въ нижней доскѣ CC, и навинчиваютъ рукоятку V становаго винта; наконецъ, на верхнюю доску AA кладутъ планшетъ PP и привинчиваютъ его скобками SS.

Разсмотримъ теперь, какъ производятся упомянутые три рода движенія планшета.

1. *Центрированіе*, т. е. установка данной на планшетѣ точки надъ соотвѣтствующею точкой мѣстности, производится: *грубое*—перестановкою всей треноги, *точное*—передвиженіемъ планшета по верхней доскѣ механизма (послѣ предварительнаго ослабленія винтовъ скобокъ SS).

2. *Нивелированіе*, т. е. приведеніе планшета въ горизонтальное положеніе, производится: *грубое* — углубленіемъ или отодвиганіемъ той или другой ножки треноги, *точное*—враще-

ніемъ подъемныхъ винтовъ Q (послѣ предварительнаго ослабленія рукоятки V).

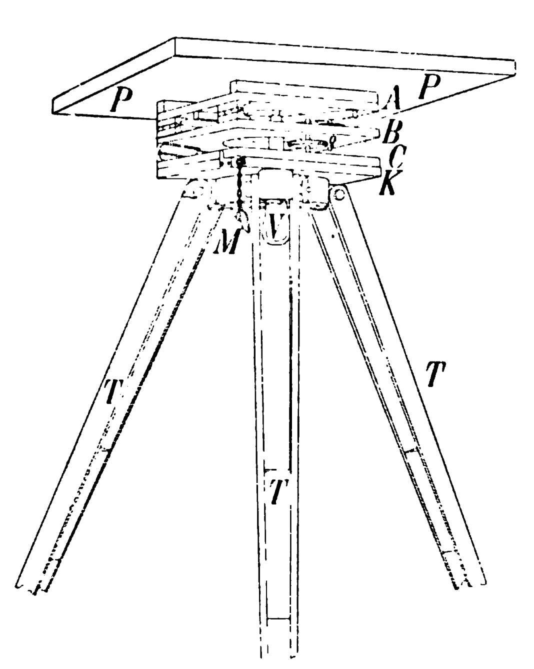
3. *Оріентированіе*, т. е. установка планшета по странамъ свѣта, производится: *грубое* — поворотомъ планшета просто руками (послѣ предварительнаго ослабленія рукоятки V), *точное*—вращеніемъ наводящаго винта M.

Итакъ, штативъ Рейсига удовлетворяетъ поставленнымъ требованіямъ: онъ весьма устойчивъ и проченъ, а вѣсъ его съ планшетомъ составляетъ только 42 фунта, такъ что мензулу легко переносить въ собранномъ видѣ. Единственный недостатокъ механизма заключается въ томъ, что послѣ закрѣпленія становогo винта рукояткою V нельзя уже дѣйствовать подъемными винтами (собственно говоря, ихъ нельзя поднимать, ввинчивать; опускать, вывинчивать можно, но тогда верхняя часть механизма будетъ шататься, и надо снова закрѣплять рукоятку V). Между тѣмъ именно закрѣпленіе становогo винта, производящее надавливаніе средней доски BB на шляпки подъемныхъ винтовъ, нарушаетъ горизонтальность планшета, особенно въ старыхъ, уже расшатанныхъ мензулахъ. Новое вращеніе подъемныхъ винтовъ требуетъ ослабленія рукоятки становогo винта, послѣ чего вторичное ея закрѣпленіе опять нарушаетъ горизонтальность планшета. Получается порочный кругъ (circulus vitiosus): каждое закрѣпленіе становогo винта нарушаетъ горизонтальность планшета, а каждое исправленіе его негоризонтальности требуетъ ослабленія рукоятки названнаго винта. Хотя это разстройство, вообще говоря, незначительно, и притомъ небольшая негоризонтальность планшета почти не отзывается на точности построеній (см. § 132, п. 2), однако все же оно представляетъ извѣстное неудобство, на устраненіе котораго и обратили вниманіе изобрѣтатели другихъ мензульныхъ штативовъ.

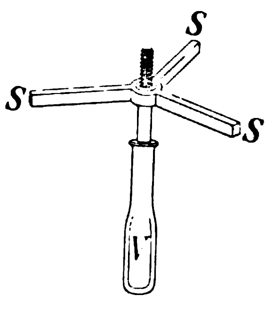
127. Штативъ Стефана. Механизмъ этой мензулы (черт. 311) состоитъ изъ четырехъ квадратныхъ досокъ съ большими круглыми вырѣзами по серединѣ. Верхняя доска A со слѣдующею B, равно какъ доска B съ доскою C соединены петлями, позволяющими мѣнять наклоненіе ихъ другъ къ другу; оси двухъ петель, соединяющихъ доски A и B, перпендикулярны къ осямъ двухъ другихъ, соединяющихъ доски B и C. На серединахъ сторонъ, противолежащихъ петлямъ, расположены подъемные

винты Q съ большими головками и стержнями, нарѣзанными въ разныя стороны (какъ винтъ M, черт. 310) для ускоренія подниманія и опусканія планшета. Этими двумя подъемными винтами можно измѣнять наклоненіе планшета въ двухъ взаимно-перпендикулярныхъ направленіяхъ и, слѣдовательно, приводить планшетъ въ горизонтальное положеніе при любомъ наклонѣ нижнихъ досокъ C и K.

Къ верхней доскѣ A прикрѣплены двѣ планки, на которыя кладется мензульный планшетъ PP; онъ удерживается зажимнымъ винтомъ V, ручка котораго проходитъ чрезъ отверстіе



Черт. 311.



Черт. 312.

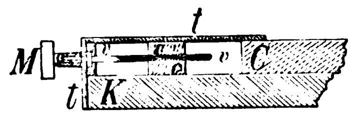
трехконечной скобы SSS (черт. 312), прижимаемой снизу къ верхней доскѣ A.

Двѣ нижнія доски механизма C и K связаны четырьмя стержнями, изъ которыхъ одинъ служитъ вертикальною осью вращенія (въ небольшихъ предѣлахъ) для точнаго оріентированія планшета, а прочіе назначены только для скрѣпленія; противъ нихъ въ доскѣ C сдѣланы дугообразные вырѣзы, имѣющіе центръ на оси перваго стержня. Самое вращеніе производится наводящимъ винтомъ, подробности устройства котораго видны на черт. 313. Къ нижней доскѣ K придѣлана скобка tt, служащая неподвижною маткой для наводящаго винта rr,

проходящаго сквозь гайку *cc*, прикрѣпленную на шарнирѣ къ доскѣ *C*. Вращеніе винта *vv* при помощи ключа *M*, насаживаемаго на его призматическій конецъ, сообщаетъ гайкѣ *cc* поступательное движеніе, превращающееся въ поворотное для доски *C*, всей верхней части механизма и самого планшета.

Къ нижней поверхности доски *K* придѣланы три выступа съ пазами, куда вставляются и привинчиваются особыми скобками цилиндрическіе отростки ножекъ *T*.

Для перевозки мензулы ножки, равно какъ и планшетъ, отвинчиваются и составляютъ отдѣльныя части; механизмъ же укладывается въ небольшой ящикъ.



Черт. 313.

Боковое подъемное и вращательное движенія производятся на мензулѣ Стефана слѣдующимъ образомъ:

1. *Центрированіе: грубое* — перестановкою всей треноги, *точное*—передвиженіемъ планшета по планкамъ верхней доски, для чего предварительно ослабляютъ зажимной винтъ *V*. Это передвиженіе возможно въ предѣлахъ ширины центральныхъ вырѣзокъ всѣхъ досокъ механизма.

2. *Нивелированіе: грубое* — разстановкою и углубленіемъ ножекъ, *точное*—вращеніемъ подъемныхъ винтовъ *Q*.

3. *Оріентированіе: грубое* — поворотомъ планшета руками (послѣ предварительнаго ослабленія зажимного винта *V*), *точное* — вращеніемъ наводящаго винта ключемъ *M*.

Легко понять, что въ этой мензулѣ вращеніе подъемныхъ винтовъ производится послѣ окончательнаго закрѣпленія зажимного винта *V* (соотвѣтствующаго становому винту мензулы Рейсига) и потому планшетъ всегда можетъ быть приведенъ въ горизонтальное положеніе самымъ точнымъ образомъ. Однако эта мензула тяжела и представляетъ тотъ недостатокъ, что планшетъ держится лишь одною плашкою по серединѣ; это обстоятельство способствуетъ искривленію планшета, и, кромѣ того, въ случаѣ порчи нарѣзокъ зажимного винта мензула дѣлается негодною. Если одинъ изъ четырехъ винтовъ *s* штатива Рейсига (черт. 308) испортится, то планшетъ держится еще достаточно прочно другими. Опытъ показалъ также, что отъ продолжительной службы петли между досками расшатываются,

и планшетъ дѣлается неустойчивымъ; въ мензулѣ Рейсига закрѣпленіе станового винта устраняетъ всякое шатаніе планшета даже при изношенныхъ подъемныхъ винтахъ.

128. Штативъ барона Корфа. Бывшій преподаватель съемки въ Николаевской Инженерной Академіи, баронъ *Корфъ* (1816—1893), изобрѣлъ мензулу, теоретически удовлетворяющую всѣмъ требованіямъ; къ сожалѣнію практическое ея исполненіе сопряжено съ большими затрудненіями, потому что ея механизмъ сложенъ и дѣйствуетъ исправно лишь при весьма тщательной пригонкѣ частей. Этотъ механизмъ состоитъ изъ кольцеобразнаго жолоба, свободно скользящаго по шарообразнымъ головкамъ трехъ подъемныхъ винтовъ *Q* (черт. 314), гнѣзда которыхъ врѣзаны въ доску треноги *K*. Между подъемными винтами, верхнія части стержней которыхъ имѣютъ видъ конусовъ, помѣщена распорка *r*; притягиваясь книзу стержнемъ съ гайкою *V*, эта распорка раздвигаетъ подъемные винты и, прижимая головки ихъ къ внѣшней стѣнкѣ кольцеобразнаго жолоба, дѣлаетъ его неподвижнымъ. Между распоркою и доскою треноги помѣщена сильная мѣдная пружина, поднимающая распорку тотчасъ по ослабленіи гайки *V*. Кольцеобразный жолобъ лежитъ между обоймицами, придѣланными къ рамѣ *AA*, и рама эта можетъ поворачиваться какъ грубо руками, такъ и медленно при помощи наводящаго винта *M*, расположеннаго по касательной къ жолобу. Планшетъ *PP* прикрѣпляется къ рамѣ *AA* скобками *S* (на черт. 314 передняя скобка снята, чтобы не закрывать подробностей механизма), подобно тому, какъ и въ мензулѣ Рейсига. Ножки *T* привинчиваются къ выступамъ доски *K*.



Черт. 314.

Боковое, подъемное и вращательное движенія производятся на мензулѣ барона Корфа слѣдующимъ образомъ:

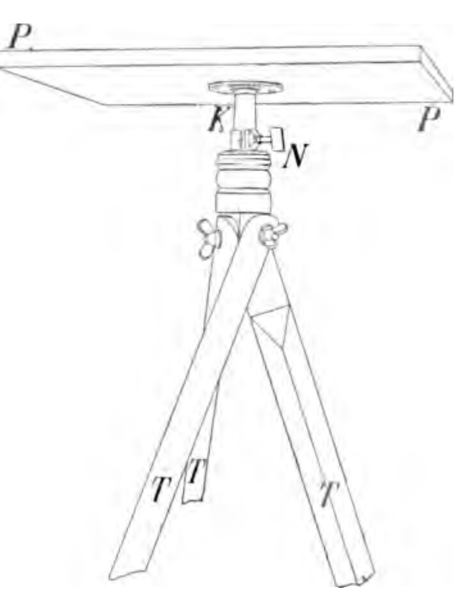
1. *Центрированіе: грубое*—перестановкою всей треноги, *точное* — передвиженіемъ планшета по рамѣ AA, причемъ необходимо предварительно ослабить зажимные винты скобокъ S.

2. *Нивелированіе: грубое* -разстановкою и углубленіемъ ножекъ, *точное*—вращеніемъ подъемныхъ винтовъ Q.

3. *Оріентированіе: грубое* — поворачиваніемъ планшета руками, при ослабленной гайкѣ V, *точное*—вращеніемъ наводящаго винта M.

Необходимо замѣтить, что послѣ окончательнаго закрѣпленія гайки V вращеніе подъемныхъ винтовъ, не смотря на треніе ихъ головокъ о стѣнки жолоба и концы распорки, возможно, хотя съ большими усиліями. Широкая разстановка подъемныхъ винтовъ придаетъ планшету бóльшую устойчивость.

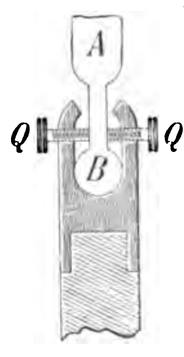
129. Легкая мензула. Описанные мензульные штативы тяжелы и дороги; для такъ называемыхъ полуинструментальныхъ съемокъ (§ 161) пользуются обыкновенно легкою мензулою (черт. 315), отличающеюся простотою устройства и дешевизною. Къ планшету PP привинчена мѣдная муфта K съ зажимнымъ винтомъ N. Эта муфта насаживается на головку простой треноги TTT. Такое устройство позволяетъ придавать планшету только грубую установку: *центрированіе* — передвиженіями всей треноги, *нивелированіе*—разстановкою и углубленіемъ ножекъ, а *оріентированіе*—вращеніемъ планшета руками, для чего необходимо предварительно ослабить зажимной винтъ N.



Черт. 315.

Для болѣе точнаго приведенія планшета въ горизонтальное положеніе штативы легкихъ мензулъ снабжаются иногда осо-

бымъ приспособленіемъ, показаннымъ на черт. 316 и называемымъ *баксою*. Въ головкѣ треноги сдѣлано углубленіе, въ которое входитъ нижняя часть муфты, придѣланной къ планшету и выточенной въ видѣ шара B (яблоко). Въ шейку выше яблока упираются четыре винта Q, расположенные въ двухъ взаимно-перпендикулярныхъ, горизонтальныхъ направленіяхъ; эти винты замѣняютъ здѣсь подъемные.



Черт. 316.

Хотя легкая мензула и не снабжена приспособленіями для точной установки, однако именно благодаря своей легкости она представляетъ существенныя выгоды во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, когда быстрота работы имѣетъ главное значеніе, напримѣръ, при съемкахъ въ военное время.

Планшеты легкихъ мензулъ дѣлаются нерѣдко складными на петляхъ, съ особыми скобками для удержанія раскрытыхъ половинокъ въ одной плоскости. Складные планшеты легко и удобно прятать въ небольшую сумку, носимую на ремнѣ черезъ плечо.

130. Принадлежности мензулы. Для центрированія, нивелированія и оріентированія планшета недостаточно бокового, подъемнаго и вращательнаго движеній; необходимо имѣть приборы для сужденія о правильности установки планшета. Эти приборы, называемые *принадлежностями* мензулы, суть: вилка съ отвѣсомъ для центрированія, уровень для нивелированія и оріентиръ-буссоль для оріентированія планшета.

Вилка съ отвѣсомъ и ея повѣрка описаны въ § 68. Чтобы установить данную на планшетѣ точку въ отвѣсную линію съ соотвѣтствующею точкою мѣстности, отпускаютъ винты скобокъ SS (черт. 308; въ мензулѣ Стефана ослабляютъ зажимной винтъ V, черт. 311), прикладываютъ носикъ вилки къ требуемой точкѣ на планшетѣ и двигаютъ его по штативу въ ту или другую сторону до тѣхъ поръ, пока грузикъ отвѣса не остановится какъ разъ надъ соотвѣтствующею точкою мѣстности. Затѣмъ остается лишь закрѣпить винты скобокъ (винтъ V, черт. 311).

Такъ какъ планшетъ можно передвигать по верхней доскѣ штатива только въ небольшихъ предѣлахъ, то вилка служитъ

лишь для точнаго центрированія; грубое же центрированіе, какъ упомянуто въ описаніяхъ мензульныхъ штативовъ, производится на глазъ перестановкою всей треноги, взглядывая на планшетъ въ двухъ взаимно-перпендикулярныхъ плоскостяхъ. Въ § 132 доказано, что точное центрированіе планшета требуется только при съемкахъ въ самомъ крупномъ масштабѣ; для съемокъ же въ масштабѣ 250 саж. въ дюймѣ и мельче довольствуются приближеннымъ центрированіемъ на глазъ, и потому вилкою, обыкновенно, вовсе не пользуются.

Уровень не составляетъ самостоятельнаго прибора, а укрѣпляется на алидадной линейкѣ или на линейкѣ кипрегеля. Устройство и повѣрка уровня описаны въ §§ 69 и 70.

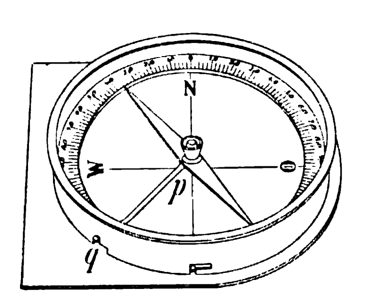
Чтобы привести планшетъ мензулы Рейсига или барона Корфа въ горизонтальное положеніе, поступаютъ такъ, какъ объяснено въ § 73, п. 1. На планшетѣ мензулы Стефана линейку съ вывѣреннымъ уровнемъ ставятъ сперва по направленію, перпендикулярному къ осямъ одной пары петель, и приводятъ пузырекъ уровня на середину трубки, вращая противолежащій подъемный винтъ; затѣмъ переставляютъ линейку перпендикулярно къ осямъ другой пары петель и снова приводятъ пузырекъ уровня на середину трубки, вращая другой подъемный винтъ.

Такъ какъ подъемными винтами можно наклонять планшетъ въ ту или другую сторону только въ небольшихъ предѣлахъ, то уровнемъ пользуются лишь для точнаго нивелированія планшета; грубое же нивелированіе производится на глазъ при помощи углубленія или разстановки ножекъ треноги. На открытомъ мѣстѣ, надо наклониться и смотрѣть вдоль верхней плоскости планшета: если продолженіе этой плоскости упирается въ отдаленный горизонтъ, то планшетъ приблизительно горизонталенъ. Въ лѣсу и въ горахъ, гдѣ нѣтъ простора зрѣнію, пользуются шарикомъ, положеннымъ на планшетъ: если шарикъ (горошина) не обнаруживаетъ стремленія катиться, то планшетъ приблизительно горизонталенъ.

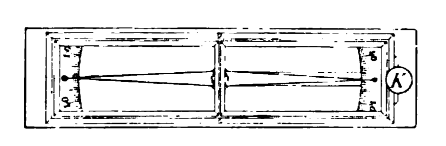
Оріентиръ-буссоль отличается отъ обыкновенной тѣмъ, что не имѣетъ діоптровъ, и одинъ или два противоположныхъ края коробки срѣзаны по прямой, параллельной діаметру лимба, означенному буквами N и S. На черт. 317 изображена круглая оріентиръ-буссоль, а на черт. 318—прямоугольная, швейцарскаго механика *Керна*; стрѣлка буссоли Керна имѣетъ большую длину,

и показанія ея точнѣе, невозможность же отсчитывать ею любые азимуты не имѣетъ значенія при оріентированіи планшета.

Повѣрки оріентиръ-буссоли тѣ же, что и всякой другой (см. § 101), только подъ коллимаціонною ошибкою здѣсь разумѣютъ непараллельность срѣзаннаго края коробки діаметру NS. Для повѣрки прочерчиваютъ на планшетѣ, приведенномъ въ горизонтальное положеніе, произвольную прямую, втыкаютъ на ней иглу и, повѣсивъ стрѣлку, вынутую изъ оріентиръ-буссоли, вращаютъ планшетъ сперва грубо, руками, а затѣмъ наводящимъ винтомъ до тѣхъ поръ, пока успокоившаяся стрѣлка не станетъ точно по направленію прочерченной прямой. Затѣмъ стрѣлку снимаютъ съ иглы, вѣшаютъ на ея мѣсто внутрь коробки, иглу удаляютъ, а оріентиръ-буссоль приставляютъ срѣзаннымъ краемъ къ той же прочерченной прямой. Если теперь стрѣлка остановится по діаметру NS, то условіе выполнено; въ противномъ случаѣ дѣлаютъ отсчетъ по лимбу, который и выразитъ величину коллимаціонной ошибки. Эту повѣрку можно сдѣлать и проще, хотя и менѣе точно: снимаютъ крышку коробки и измѣряютъ циркулемъ разстоянія концовъ діаметра NS отъ срѣзаннаго края коробки; эти разстоянія должны быть одинаковы.



Черт. 317.

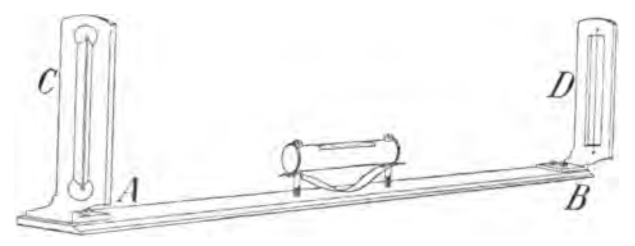


Черт. 318.

Для оріентированія планшета вывѣренную оріентиръ-буссоль ставятъ такъ, чтобы срѣзанный край коробки пришелся вдоль одного изъ краевъ планшета, и вращаютъ его сперва грубо руками, а затѣмъ медленно наводящимъ винтомъ до тѣхъ поръ, пока стрѣлка не остановится по діаметру NS. Если буссоль имѣетъ коллимаціонную ошибку, то планшетъ приводятъ въ положеніе, при которомъ отсчетъ по стрѣлкѣ сдѣлается равнымъ коллимаціонной ошибкѣ. Понятно, что въ обоихъ случаяхъ планшетъ будетъ оріентированъ по магнитному меридіану. Если бы встрѣтилась надобность оріентировать планшетъ по истинному меридіану, то слѣ-

дуетъ привести доску въ то положеніе, при которомъ отсчетъ по магнитной стрѣлкѣ равенъ склоненію въ данномъ мѣстѣ и въ данное время (освобожденному еще отъ коллимаціонной ошибки буссоли, если она существуетъ).

131. Алидада. Кромѣ перечисленныхъ принадлежностей, необходимыхъ для установки планшета, при каждой мензулѣ долженъ быть *визирный приборъ*, служащій для наведенія на окружающіе предметы и прочерчиванія на планшетѣ соотвѣтствующихъ направленій. Въ §§ 143 и 144 описаны болѣе сложные визирные приборы, здѣсь же для пониманія послѣдующаго изложенія ограничимся объясненіемъ простѣйшаго—*алидады съ діоптрами*. Этотъ приборъ представляетъ мѣдную линейку отъ



Черт. 319.

10 до 20 дюймовъ длины съ двумя діоптрами на концахъ (черт. 319). Край линейки, назначенный для прочерчиванія направленій, скошенъ подъ угломъ въ 20°—30°, чтобы остріе карандаша всегда плотно къ нему прилегало. Плоскость, проходящая черезъ прорѣзъ глазного и волосокъ предметнаго діоптровъ, называется *коллимаціонною*. Навести алидаду значитъ поставить ее такъ, чтобы коллимаціонная плоскость проходила чрезъ наблюдаемый предметъ, т. е. чтобы при визированіи въ глазной діоптръ волосокъ предметнаго казался по рединѣ видимаго отверстія глазного діоптра и покрывалъ наблюдаемый предметъ или дѣлилъ его пополамъ (см. § 74).

У алидады почти всегда бываетъ уровень для приведенія планшета въ горизонтальное положеніе.

Каждая алидада должна удовлетворять двумъ требованіямъ: 1) прорѣзъ глазного и волосокъ предметнаго діоптровъ должны находиться въ одной плоскости, перпендикулярной къ нижней плоскости линейки, и 2) коллимаціонная плоскость должна сов-

падать со скошеннымъ краемъ линейки или быть ему параллельною.

1. Необходимость перваго требованія и способъ повѣрки объяснены въ § 101, п. 6; перпендикулярность діоптровъ къ нижней плоскости алидады имѣетъ здѣсь гораздо большее значеніе, чѣмъ въ буссоли, потому что прочерчиваніе направленій на мензулѣ дѣлается точнѣе, чѣмъ наблюденія буссолью. При повѣркѣ алидаду ставятъ на планшетъ, приведенный въ горизонтальное положеніе; въ разстояніи 10—20 саженей отъ мензулы вѣшаютъ нить съ грузикомъ и наводятъ на нее коллимаціонную плоскость алидады. Волосокъ предметнаго діоптра долженъ закрывать нить отвѣса на всемъ своемъ протяженіи, а при движеніи глаза вдоль прорѣза глазного діоптра нить отвѣса не должна отходить отъ волоска предметнаго.

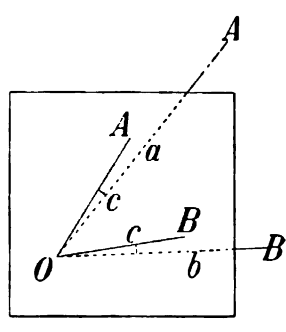
2. Для повѣрки, удовлетворено ли второе требованіе, наводятъ алидаду, стоящую на планшетѣ, на какой-нибудь *отдаленный* неподвижный предметъ и прочерчиваютъ по скошенному краю прямую во всю длину линейки; затѣмъ снимаютъ алидаду, втыкаютъ по концамъ прочерченной прямой двѣ тонкія иглы и смотрятъ черезъ нихъ. Если лучъ зрѣнія точно направленъ на тотъ же отдаленный предметъ, то требованіе выполнено; если же предметъ окажется правѣе или лѣвѣе линіи иглъ, то прочерченная прямая составляетъ съ плоскостью визированія нѣкоторый уголъ, называемый *коллимаціонною ошибкой алидады*. Обыкновенно въ алидадахъ нѣтъ приспособленій для исправленія этой ошибки (слѣдовало бы передвинуть одинъ изъ діоптровъ въ сторону), но существованіе коллимаціонной ошибки не искажаетъ съемки, потому что всѣ прочерченныя направленія оказываются повернутыми на одинъ и тотъ же уголъ, а углы между направленіями остаются вѣрными. Дѣйствительно, пусть въ алидадѣ существуетъ коллимаціонная ошибка c (черт. 320). При визированіи на два какихъ-нибудь предмета A и B на планшетѣ будутъ прочерчены не истинныя направленія Oa и Ob, а прямыя OA и OB, составляющія съ ними одинаковые углы c. Если къ углу aOB прибавить сперва уголъ AOa, а потомъ равный ему уголъ BOb, то получимъ:

$$\angle AOB = \angle aOb$$

Легко понять, что при существованіи коллимаціонной ошибки оріентированіе всѣхъ прочерченныхъ направленій, а потому и

оріентированіе самого плана будетъ невѣрно, но относительное положеніе всѣхъ предметовъ на бумагѣ изобразится правильно. Впрочемъ даже и оріентированіе можно сдѣлать точнымъ, если при установкѣ планшета по оріентиръ-буссоли принять въ расчетъ коллимаціонную ошибку алидады.

У нѣкоторыхъ алидадъ дѣлаютъ *двойные діоптры*, т. е. каждый изъ нихъ имѣетъ и прорѣзъ, и волосокъ. Понятно, что для такой алидады надо изслѣдовать коллимаціонную ошибку отдѣльно для верхней и нижней плоскостей визированія, и если онѣ не равны, то при работѣ на одной точкѣ слѣдуетъ пользоваться только какою-нибудь одною коллимаціонною плоскостью; въ противномъ случаѣ ошибки при визированіи на два предмета A и B (черт. 320) неодинаковы, и $\angle AOB$ не будетъ равенъ $\angle aOb$.



Черт. 320.

Кромѣ этихъ повѣрокъ необходимо еще убѣдиться, что скошенный край алидады представляетъ прямую (§ 11) и что уровень привинченъ къ линейкѣ правильно (§ 70).

132. Ошибки установки. Какъ бы совершененъ ни былъ механизмъ и какъ бы искусенъ ни былъ наблюдатель, все же мензульный планшетъ не можетъ быть установленъ вполнѣ правильно; всегда данная точка на планшетѣ не оказывается строго надъ соотвѣтствующею точкою мѣстности, верхняя плоскость планшета не вполнѣ горизонтальна, а края его не точно оріентированы. Поэтому весьма важно разобрать, какую погрѣшность въ прочерченномъ направленіи производятъ неизбѣжныя ошибки центрированія, нивелированія и оріентированія планшета.

1. Пусть нанесенная уже на планшетъ точка a (черт. 321) установлена не вполнѣ надъ соотвѣтствующею точкою A мѣстности и пусть разстояніе между ихъ горизонтальными проекціями равно небольшой величинѣ $Aa = \rho$. При визированіи на любую отдаленную точку B будетъ прочерчена прямая ab, тогда какъ при отсутствіи ошибки центрированія была бы прочерчена прямая Ab_0. Если черезъ точку a провести ac параллельно Ab_0, то уголъ $cab = x$ выразитъ ошибку прочерченнаго направленія, происшедшую отъ невѣрнаго центрированія. Изъ

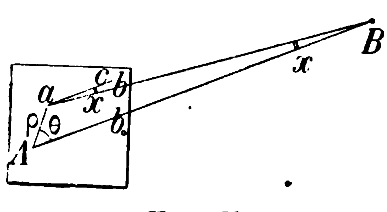
чертежа видно, что $\angle x = \angle aBA$, а этотъ послѣдній уголъ легко вычислить изъ треугольника aAB; именно, назвавъ для краткости разстояніе aB, почти равное AB, черезъ D, а уголъ aAB черезъ θ, имѣемъ:

$$\frac{\sin x}{\sin \theta} = \frac{\rho}{D}$$

Замѣнивъ, по малости угла x, его синусъ черезъ $\frac{x'}{3438}$, получимъ:

$$x' = 3438 \frac{\rho \cdot \sin \theta}{D}$$

Уголъ θ обыкновенно неизвѣстенъ, но такъ какъ $\sin \theta$ при всевозможныхъ значеніяхъ θ мѣняется лишь въ предѣлахъ ± 1, то наибольшая величина ошибки можетъ быть представлена формулою:



Черт. 321.

$$x' = \pm 3438 \frac{\rho}{D} \qquad \textbf{(115)}$$

Такимъ образомъ, ошибка прочерченнаго направленія отъ неточнаго центрированія планшета обратно-пропорціональна разстоянію до наблюдаемаго предмета. При большихъ разстояніяхъ эта ошибка ничтожна; напримѣръ, при $\rho=2$ дюймамъ, а $D=200$ саженямъ, уголъ x равенъ всего около $\pm \frac{1}{2}'$, величинѣ, всегда меньшей неизбѣжной погрѣшности въ направленіи прямой, прочерченной карандашомъ на бумагѣ.

Легко вычислить въ каждомъ данномъ случаѣ, съ какою точностью слѣдуетъ производить центрированіе. Напримѣръ, допуская ошибку $x = \pm 1'$ при разстояніи $D = 350$ саженямъ, изъ формулы (115) получимъ:

$$\rho = \pm \frac{x \cdot D}{3438} = \pm 0{\cdot}1 \text{ сажени} = \pm 8{\cdot}4 \text{ дюйма.}$$

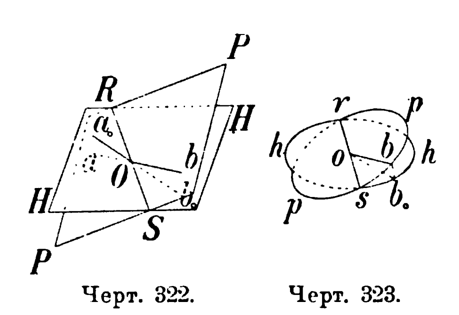
Ясно, что въ такомъ случаѣ нѣтъ никакой надобности пользоваться вилкою, такъ какъ съ точностью до 8 дюймовъ центрированіе всегда можетъ быть исполнено на глазъ.

Хотя при наблюденіи близкаго предмета ошибка x и бываетъ значительна, но положеніе точки на планшетѣ будетъ практически вѣрно, потому что отложенное по масштабу разстояніе въ такомъ случаѣ очень мало. Положимъ, напримѣръ, что при ошибкѣ $\rho = 10$ дюймамъ и масштабѣ 100 саженей въ 1 дюймѣ наблюдаемый предметъ находится въ разстояніи 10 саженей.

Въ этомъ примѣрѣ угловая ошибка x весьма значительна ($\pm$ 40′), но такъ какъ 10 саженей въ сказанномъ масштабѣ составляютъ всего 0·1 дюйма, то линейная ошибка въ положеніи нанесенной на бумагу точки будетъ только $\pm$ 0·1 . sin 40′, т. е. около $\pm$ 0·001 дюйма, что меньше графической ошибки построенія.

Ошибка центрированія имѣетъ значеніе лишь въ томъ случаѣ, если направленіе, прочерченное на близкій предметъ, послужитъ потомъ для оріентированія планшета; вотъ почему планшетъ оріентируютъ всегда по длиннымъ линіямъ, т. е. по прямымъ, соединяющимъ возможно отдаленныя точки.

2. Пусть мензульный планшетъ не приведенъ точно въ горизонтальное положеніе, а составляетъ съ горизонтальною плоскостью небольшой уголъ i. Положимъ, что RS (черт. 322) представляетъ линію пересѣченія наклоннаго планшета PP съ горизонтальною плоскостью HH, ab — прямую, прочерченную на наклонномъ планшетѣ, а a_0b_0 — ея горизонтальную проекцію. Такъ какъ счетъ угловъ въ данномъ случаѣ совершенно произволенъ, то вліяніе ошибки нивелированія на прочерченное направленіе выразится просто разностью угловъ bOS и b_0OS. Вообразимъ шаръ произвольнаго радіуса, имѣющій центромъ точку O, пересѣченіе прямыхъ RS и ab. Плоскости HH и PP пересѣкутъ поверхность этого шара по дугамъ большихъ круговъ hh и pp (черт. 323), а вертикальная плоскость, заключающая прямую ab и ея проекцію a_0b_0, по дугѣ bb_0. Такимъ образомъ, на поверхности шара получится прямоугольный при b_0 сферическій треугольникъ bsb_0, въ которомъ гипотенуза bs равна углу $bos = \theta$, катетъ $b_0s = \theta_0$ равенъ углу b_0os, а уголъ b_0sb — углу между плоскостями PP и HH, т. е. углу i. Изъ этого прямоугольнаго сферическаго треугольника имѣемъ:



Черт. 322. Черт. 323.

$$\cos i = \cot g\,\theta \cdot tg\,\theta_0$$

Если замѣнить $\cos i$ черезъ $1 - 2\sin^2\frac{i}{2}$, то получимъ:

$$\left(1 - 2\sin^2\frac{i}{2}\right) tg\,\theta = tg\,\theta_0$$

откуда:
$$tg\,\theta - tg\,\theta_0 = 2\,tg\,\theta\,.\,sin^2\frac{i}{2}$$
$$\frac{sin\,(\theta - \theta_0)}{cos\,\theta\,.\,cos\,\theta_0} = 2\,\frac{sin\,\theta}{cos\,\theta}\cdot sin^2\frac{i}{2}$$
и, наконецъ:
$$sin\,(\theta - \theta_0) = 2\,sin\,\theta\,.\,cos\,\theta_0\,.\,sin^2\frac{i}{2}$$

Если назвать ошибку прочерченнаго направленія, т. е. разность $\theta - \theta_0$, черезъ y и замѣнить по малости этой ошибки $sin\,y$ черезъ $\frac{y'}{3438}$ и $sin^2\frac{i}{2}$ черезъ $\frac{i'^2}{4\cdot(3438)^2}$, а также подставить во второй части $cos\,\theta$ вмѣсто $cos\,\theta_0$ и $sin\,2\,\theta$ вмѣсто $2\,sin\,\theta\,cos\,\theta$, то получимъ:
$$y' = \frac{i'^2}{4\cdot 3438}\cdot sin\,2\theta$$

Такимъ образомъ, при $\theta = 0°$, $90°$, $180°$ и $270°$ ошибка y обращается въ нуль; наибольшее значеніе она имѣетъ при $\theta = 45°$, $135°$, $225°$ и $315°$, но такъ какъ $sin\,2\theta$ измѣняется лишь въ предѣлахъ ± 1, то крайнія значенія для ошибки y будутъ:
$$y' = \pm\frac{i'^2}{4\cdot 3438} \qquad (116)$$

Чтобы составить себѣ болѣе ясное понятіе о величинѣ этой ошибки, допустимъ, что нивелированіе планшета сдѣлано грубо, на глазъ, и $i = 1° = 60'$; даже въ этомъ случаѣ ошибка y выходитъ всего около $\pm\,{}^1/_4{}'$, что всегда меньше графической точности построенія угловъ на бумагѣ. Итакъ, въ смыслѣ точности прочерчиванія направленій на планшетѣ, ошибка нивелированія не имѣетъ значенія.

Тѣмъ не менѣе при съемкѣ съ кипрегелемъ необходимо приводить планшетъ въ горизонтальное положеніе уровнемъ и довольно тщательно. Дѣло въ томъ, что наклоненіе планшета дѣйствуетъ на точность прочерченнаго направленія совершенно такъ, какъ наклоненіе горизонтальной оси самого кипрегеля. Въ § 146 объяснено, что наклоненіе этой оси вліяетъ на прочерченное направленіе пропорціонально тангенсу угла возвышенія α визирной линіи, и потому при наклоненіи планшета i ошибка въ прочерченномъ направленіи будетъ равна $\pm\, i\,.\,tg\,\alpha$, что при $i = 1°$ и $\alpha = 1°$ составитъ болѣе $1'$; при углахъ же возвышенія α въ $5°$ и болѣе, которые встрѣчаются довольно часто, особенно при съемкахъ въ гористыхъ мѣстахъ, ошибка можетъ достиг-

нуть 5′ и даже больше, что уже нетерпимо на точныхъ мензульныхъ съемкахъ.

3. Пусть ошибка оріентированія планшета равна ΔA; она цѣликомъ войдетъ во всѣ направленія, прочерченныя на планшетѣ, такъ что если назвать ошибку одного направленія черезъ z, то вообще

$$z = \Delta A \tag{117}$$

Въ главѣ XIII было объяснено, что показанія магнитной стрѣлки вслѣдствіе суточныхъ перемѣнъ склоненія могутъ быть ошибочными на 15′; ясно, что оріентированіе планшета по оріентиръ-буссоли можетъ быть ошибочнымъ на такую же величину. Вотъ почему оріентированіе планшета по оріентиръ-буссоли на точныхъ мензульныхъ съемкахъ допускается лишь въ исключительныхъ случаяхъ (см. § 156); вообще же оріентированіе планшета дѣлается по длиннымъ линіямъ, при помощи алидады или кипрегеля. Если такихъ линій еще нѣтъ, напримѣръ, при установкѣ мензулы на первой точкѣ и на участкѣ, не имѣющемъ тригонометрическихъ точекъ, то, конечно, приходится прибѣгать къ оріентиръ-буссоли; однако въ этомъ случаѣ ошибка установки не отзывается на точности работы, потому что всѣ направленія оказываются повернутыми на одинъ и тотъ же уголъ, а углы между направленіями выходятъ вѣрными.

Окончательная ошибка направленія, прочерченнаго на планшетѣ, зависитъ не только отъ погрѣшностей центрированія, нивелированія и оріентированія планшета, но еще отъ ошибки визированія (§ 74), ошибки проведенія прямой (§ 11) и невертикальности вѣхи, на которую производится наблюденіе (см. § 77). Назовемъ три послѣднія ошибки буквами t, u и v; тогда на основаніи формулы (70) полная ошибка ε прочерченнаго на планшетѣ направленія выходитъ:

$$\varepsilon = \pm \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + t^2 + u^2 + v^2}$$

Если, напримѣръ, каждая изъ перечисленныхъ ошибокъ равна $\pm 1'$, то $\varepsilon = \pm 1'\sqrt{6}$ = около $\pm 2^1/_2{}'$; ошибка же угла, образованнаго пересѣченіемъ двухъ направленій, будетъ $\pm 2^1/_2{}' . \sqrt{2}$, т. е. около $3^1/_2{}'$.

Изъ разбора ошибокъ установки мензулы видно, что главное вниманіе должно быть обращено на оріентированіе план-

шета; ошибки въ центрированіи и нивелированіи имѣютъ гораздо меньшее вліяніе на точность проводимыхъ на планшетѣ направленій. Этимъ простымъ соображеніемъ объясняется наивыгоднѣйшій *порядокъ установки мензулы* на каждой точкѣ мѣстности. Сперва производятъ грубую, а потомъ точную установку, причемъ порядокъ послѣдовательныхъ установокъ въ обоихъ случаяхъ долженъ быть обратный. Именно, разставивъ ножки штатива такъ, чтобы высота планшета была удобна для черченія, сообразно росту наблюдателя, прежде всего грубо оріентируютъ планшетъ руками, затѣмъ приводятъ его приблизительно въ горизонтальное положеніе разстановкою и углубленіемъ ножекъ и, наконецъ, центрируютъ передвиженіями планшета. Легко понять, что если бы планшетъ былъ сперва центрированъ, то послѣдующее вращеніе его для грубаго оріентированія могло бы нарушить это центрированіе весьма значительно. Точную установку начинаютъ, наоборотъ, съ окончательнаго центрированія. послѣ чего планшетъ нивелируютъ и, наконецъ, оріентируютъ.

Передъ установкою полезно обратить вниманіе на подъемные и наводящій винты; всѣ они должны быть поставлены въ *среднее положеніе*, позволяющее вращать ихъ въ ту и другую сторону. Въ противномъ случаѣ, при окончательной установкѣ вращеніе какого-нибудь винта въ требуемомъ направленіи можетъ оказаться невозможнымъ, и наблюдатель будетъ принужденъ начинать установку сызнова.

133. Засѣчки. Графическое опредѣленіе точекъ мѣстности при помощи мензулы можетъ быть начато только тогда, когда на планшетъ нанесены уже по крайней мѣрѣ *двѣ точки*; первая наносится въ сущности произвольно, а вторая -по измѣренному отъ первой разстоянію и въ извѣстномъ направленіи (полярныя координаты).

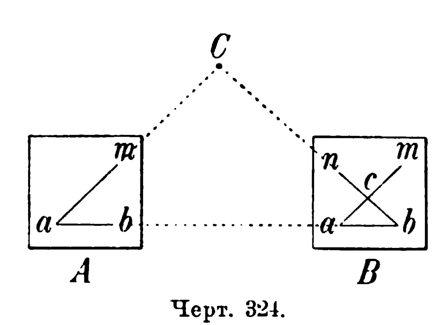
При нанесеніи первой точки руководствуются только тѣмъ, чтобы весь подлежащій съемкѣ участокъ помѣстился на планшетѣ и расположился по возможности симметрично относительно его краевъ; такъ, точка, находящаяся по серединѣ участка, должна быть нанесена по серединѣ планшета, а находящаяся ближе къ сторонѣ или къ углу участка -тоже ближе къ краю или къ углу планшета. Нанесеніе второй точки въ данномъ направленіи и на непосредственно измѣренномъ (обыкновенно цѣпью) разстояніи производится на планшетѣ, оріентированномъ

по странамъ свѣта, при помощи оріентиръ-буссоли и отложеніемъ разстоянія по масштабу вдоль прочерченнаго направленія. Для этого, установивъ мензулу надъ данною точкой мѣстности, планшетъ центрируютъ, нивелируютъ и оріентируютъ сперва грубо, на глазъ, а потомъ точно, при помощи вилки, уровня и оріентиръ-буссоли. Затѣмъ прикладываютъ край линейки визирнаго прибора къ нанесенной предварительно точкѣ стоянія a и направляютъ его непосредственно руками на вторую точку B. Когда вѣха на точкѣ B окажется въ направленіи коллимаціонной плоскости прибора, то еще разъ взглядываютъ, не сошелъ ли край линейки съ точки a; если сошелъ, то повторяютъ установку. Послѣ нѣсколькихъ попытокъ (опытнымъ наблюдателямъ это удается сразу) приводятъ визирный приборъ въ такое положеніе, что вѣха B оказывается точно въ вертикальной плоскости визированія, а точка стоянія a приходится какъ разъ на скошенномъ краѣ линейки. Прямая ab, проведенная карандашомъ вдоль линейки, изобразитъ на планшетѣ пересѣченіе вертикальной плоскости, проходящей черезъ точки A и B, съ плоскостью бумаги, наклеенной на планшетъ. Наконецъ, измѣренное разстояніе AB, исправленное за невѣрность цѣпи и за наклоненіе къ горизонту, откладывается отъ точки a по прямой ab при помощи циркуля и поперечнаго масштаба. Наколъ b дастъ положеніе точки B мѣстности.

Для нанесенія третьей и всѣхъ прочихъ точекъ мѣстности можно было бы повторять такія же дѣйствія, но это требовало бы весьма много времени и часто оказывалось бы и невозможнымъ, такъ какъ не по всѣмъ направленіямъ можно производить цѣпные промѣры. Мензула позволяетъ опредѣлять всѣ прочія точки гораздо проще, при помощи такъ называемыхъ *засѣчекъ*, причемъ на планшетѣ получаются и самыя точки, и горизонтальныя проекціи соотвѣтствующихъ наклонныхъ линій мѣстности въ томъ же масштабѣ, въ какомъ отложена первая линія. Эти засѣчки замѣняютъ кропотливое опредѣленіе точекъ полярными координатами болѣе удобнымъ и скорымъ опредѣленіемъ ихъ координатами биполярными.

Прямая засѣчка. Пусть на планшетѣ нанесены уже двѣ точки a и b (черт. 324), соотвѣтствующія точкамъ мѣстности A и B; требуется опредѣлить положеніе третьей точки C. Установивъ мензулу надъ первою точкой A такъ, какъ было объяснено выше, прикладываютъ линейку визирнаго прибора къ

прямой ab и, вращая планшетъ наводящимъ винтомъ, совмѣщаютъ коллимаціонную плоскость съ направленіемъ AB; это называется *оріентировать планшетъ по данной прямой.* Затѣмъ направляютъ визирный приборъ на опредѣляемую точку C, т. е. ставятъ его такъ, чтобы край линейки проходилъ черезъ точку стоянія a, а вѣха C оказалась въ коллимаціонной плоскости прибора, и прочерчиваютъ прямую am, которая, очевидно, составитъ съ данною ab уголъ mab, равный углу CAB между вертикальными плоскостями, заключающими точки C и A, B и A. Послѣ этого переходятъ съ мензулою на другую данную точку B, гдѣ устанавливаютъ ее въ надлежащемъ положеніи, оріентируютъ по прямой ba, визируютъ на опредѣляемую точку C такъ, чтобы край линейки проходилъ черезъ точку стоянія b, и прочерчиваютъ прямую bn, которая составитъ съ данною ab уголъ nba, равный углу CBA между вертикальными плоскостями, заключающими точки C и B, A и B. Точка c пересѣченія прямыхъ am и bn изобразитъ на планшетѣ точку C мѣстности, потому что, по равенству угловъ при a и b на бумагѣ угламъ при A и B на мѣстности, треугольникъ abc подобенъ треугольнику ABC, а такъ какъ ab изображаетъ горизонтальную проекцію стороны AB, уменьшенную въ данномъ масштабѣ, то въ томъ же масштабѣ будутъ уменьшены и проекціи сторонъ AC и BC.



Черт. 324.

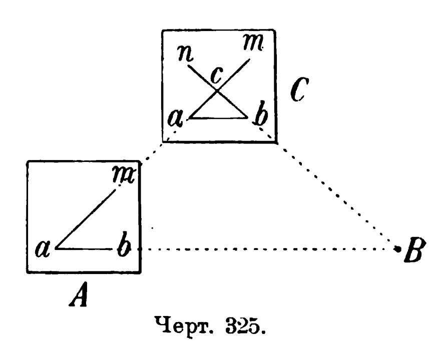
Такое опредѣленіе третьей точки помощью пересѣченія направленій съ двухъ данныхъ на планшетѣ называется *прямою засѣчкою* и можетъ быть исполнено только тогда, когда обѣ данныя точки A и B доступны, т. е. когда надъ ними можно поставить мензулу.

Обратная засѣчка. При тѣхъ же данныхъ на планшетѣ двухъ точкахъ A и B устанавливаютъ мензулу на точкѣ A и, оріентировавъ планшетъ по прямой ab, визируютъ и прочерчиваютъ направленіе на опредѣляемую точку C. Затѣмъ переходятъ съ мензулою на эту точку (черт. 325) и, оріентировавъ планшетъ по прямой ma, прикладываютъ край линейки къ

данной на планшетѣ точкѣ b, визируютъ на вѣху, стоящую въ B, и прочерчиваютъ прямую bn. Точка c пересѣченія am и bn изобразитъ на планшетѣ точку C мѣстности, потому что, какъ и въ прямой засѣчкѣ, треугольникъ abc на бумагѣ подобенъ треугольнику ABC на мѣстности.

Опредѣленіе третьей точки пересѣченіемъ двухъ направленій съ данной и опредѣляемой называется *обратною засѣчкою*. Эта засѣчка примѣняется въ тѣхъ случаяхъ, когда одна изъ данныхъ на планшетѣ точекъ недоступна, напримѣръ, когда она лежитъ за рѣкой, представляетъ колокольню или башню, на которыхъ нельзя поставить мензулу, и т. п.

Не трудно замѣтить, что опредѣленіе третьей точки по двумъ даннымъ помощью прямой засѣчки точнѣе, чѣмъ при помощи обратной. Въ самомъ дѣлѣ, въ каждой точкѣ стоянія планшетъ долженъ быть центрированъ, нивелированъ и оріентированъ. Оба послѣднія дѣйствія исполняются какъ при прямой, такъ и при обратной засѣчкахъ одинаково точно; что же касается центрированія, то при прямой засѣчкѣ планшетъ ставится на двухъ уже нанесенныхъ на немъ точкахъ и, слѣдовательно, оба раза можетъ быть центрированъ вполнѣ точно; при обратной засѣчкѣ точное центрированіе возможно лишь на первой точкѣ стоянія, центрированіе же на точкѣ C (черт. 325) можетъ быть выполнено только приближенно, такъ какъ при установкѣ на ней мензулы, этой точки еще нѣтъ на планшетѣ. Можно было бы повторить на ней установку, т. е., получивъ приближенное положеніе точки c, исправить центрированіе и вновь прочертить направленіе bc, но этого никто не дѣлаетъ, потому что, какъ было объяснено въ § 132, при мелкомъ масштабѣ съемки погрѣшность отъ неточнаго центрированія всегда ничтожна. Опытные производители съемокъ впередъ угадываютъ положеніе опредѣляемой точки и сразу устанавливаютъ планшетъ такъ, что ошибка центрированія не составляетъ болѣе 1—2 дюймовъ, а это, какъ видно изъ формулы (115), не можетъ дать замѣтной



Черт. 325.

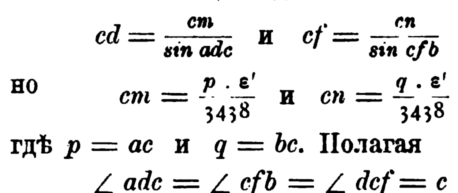
погрѣшности. Итакъ, хотя теоретически обратная засѣчка не такъ точна, какъ прямая, но практически обѣ одинаковы.

Гораздо большее вліяніе на вѣрность опредѣленія точекъ при помощи засѣчекъ оказываетъ величина угла, подъ которымъ пересѣкаются прямыя *ac* и *bc* (черт. 324 и 325) на планшетѣ. Дѣло въ томъ, что каждое направленіе, прочерченное по линейкѣ визирнаго прибора, заключаетъ ошибку, доходящую до $\pm 3'$ и болѣе (см. § 132); поэтому и пересѣченіе двухъ не совсѣмъ вѣрныхъ направленій даетъ неопредѣленность въ положеніи точки.

Пусть въ направленіи *ac* (черт. 326) сдѣлана угловая ошибка ε, т. е. вмѣсто вѣрнаго направленія *ac* проведено ошибочное *ae*; если предположить, что направленіе *bc* прочерчено съ такою же угловою ошибкою ε, то положеніе точки *c* является неопредѣленнымъ въ предѣлахъ фигуры *cdef*, которую, въ виду малости ея размѣровъ по сравненію съ разстояніями *ac* и *bc*, можно считать параллелограммомъ. Означивъ площадь этого параллелограмма буквою *s*, имѣемъ:

$$s = cd \,.\, cf \,.\, \sin dcf \qquad (\alpha)$$

Опустимъ изъ *c* перпендикуляры *cm* и *cn* на *ae* и *be*; тогда



$$cd = \frac{cm}{\sin adc} \quad \text{и} \quad cf = \frac{cn}{\sin cfb}$$

но
$$cm = \frac{p \,.\, \varepsilon'}{3438} \quad \text{и} \quad cn = \frac{q \,.\, \varepsilon'}{3438}$$

гдѣ $p = ac$ и $q = bc$. Полагая

$$\angle adc = \angle cfb = \angle dcf = c$$

и подставляя полученныя выраженія въ (α), имѣемъ:

$$s = \frac{p \,.\, q \,.\, \varepsilon'^2}{(3438)^2 \,.\, \sin c} \qquad \textbf{(118)}$$

Черт. 326.

Ошибку ε можно считать постоянною для извѣстнаго наблюдателя и даннаго инструмента, поэтому неопредѣленность въ положеніи точки прямо-пропорціональна разстояніямъ этой точки отъ данныхъ и обратно-пропорціональна синусу угла, образуемаго пересѣкающимися направленіями. Такъ какъ наибольшая величина $\sin c$ равна 1 при $c = 90°$, то самое надежное опредѣленіе точки получается при *прямоугольной засѣчкѣ*, т. е. когда опредѣляемая точка лежитъ на окружности, построенной на разстояніи данныхъ точекъ *a* и *b*, какъ на діа-

метрѣ. Для точекъ, лежащихъ внутри этой окружности, величины p и q меньше, но зато $\sin c$ тоже меньше, и ошибка въ положенiи опредѣляемой точки быстро увеличивается по мѣрѣ приближенiя c къ прямой ab; для точекъ, лежащихъ внѣ указанной окружности, числитель выраженiя (118) больше, а знаменатель меньше, такъ что съ удаленiемъ отъ окружности ошибка въ положенiи опредѣляемой точки растетъ еще быстрѣе. При $c = 150^\circ$ и $c = 30^\circ$, $\sin c$ равенъ $^1/_2$, и потому, при томъ же произведенiи pq, погрѣшность (118) вдвое больше, чѣмъ для прямоугольной засѣчки.

Получать точки только прямоугольными засѣчками невозможно, но непремѣнно слѣдуетъ *избѣгать острыхъ и тупыхъ засѣчекъ*. На мензульной съемкѣ вообще не допускаются засѣчки острѣе 30° и тупѣе 150°, потому что внѣ этихъ предѣловъ опредѣленiе точки дѣлается очень ненадежнымъ.

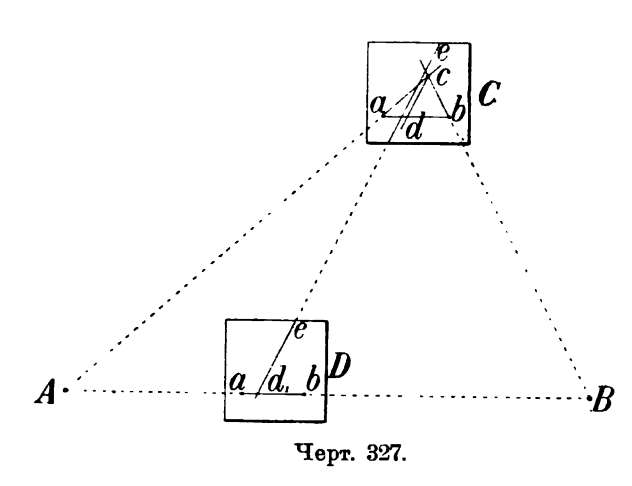
Помимо неизбѣжной погрѣшности, выражаемой формулою (118), могутъ быть и промахи. Наблюдатель можетъ случайно перемѣшать вѣхи и тогда опредѣляемая точка получится совершенно въ сторонѣ отъ истиннаго своего положенiя. Чтобы открывать промахи, принято непремѣннымъ правиломъ каждую новую точку получать не съ двухъ, а съ трехъ и болѣе ранѣе опредѣленныхъ точекъ.

Чтобы проводить на планшетѣ возможно тонкiя и рѣзкiя линiи, должно чинить карандашъ не въ видѣ иглы, а въ видѣ острой и широкой лопатки; при проведенiи черты угломъ такой лопатки графитъ стирается медленно и не легко ломается. Карандашъ должно держать въ вертикальной плоскости проводимой прямой, чтобы острiе плотно прилегало къ скошенному краю линейки. Для прочерчиванiя направленiй на планшетѣ пользуются твердыми карандашами съ мѣтками *HHH* и даже *HHHHHH*; извѣстно, что карандаши, вслѣдствiе твердости почти негодные въ комнатѣ, при полевой работѣ въ сырую погоду становятся мягкими.

134. Задачи. Прямая и обратная засѣчки представляютъ простѣйшiя задачи, рѣшаемыя на мензулѣ; разсмотримъ нѣсколько другихъ болѣе сложныхъ задачъ, иногда встрѣчающихся при мензульной съемкѣ.

1. *Опредѣлить третью точку посредствомъ вспомогательной.* Положимъ, что двѣ данныя на планшетѣ точки a и b

(черт. 327) недоступны, но можно стать на прямой, ихъ соединяющей, между ними, или на ея продолженіи. Установивъ мензулу въ произвольной точкѣ D на прямой AB, оріентируютъ планшетъ по линіи ab и, нанеся по соображенію на глазъ точку d_1, положеніе D, визируютъ черезъ нее на точку C. Уголъ ad_1e на планшетѣ, очевидно, будетъ равенъ углу ADC на мѣстности. Послѣ этого мензулу переносятъ въ точку C и, оріентировавъ планшетъ по прямой ed_1, приводятъ его въ положеніе, параллельное положенію въ D, такъ что и здѣсь онъ окажется точно оріентированнымъ. Останется лишь визировать черезъ a и b на точки A и B мѣстности; въ пересѣченіи прочерченныхъ прямыхъ ac и bc получится положеніе опредѣляемой точки C. Такой пріемъ представляетъ какъ бы двукратное примѣненіе обратной засѣчки. Если бы явилась надобность получить еще положеніе вспомогательной точки D, то слѣдовало бы приложить край линейки къ точкѣ c и, визируя на D, прочертить линію cd. Точка D получится въ пересѣченіи прямыхъ ab и cd.

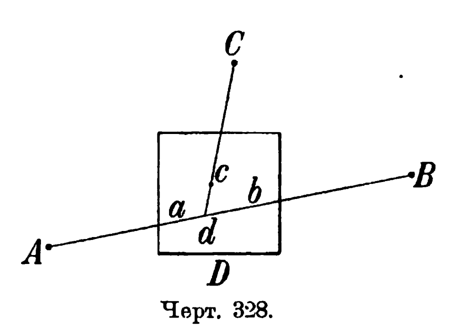


Черт. 327.

2. *Опредѣлить новую точку по даннымъ на планшетѣ точкѣ и направленію.* Пусть на планшетѣ даны направленіе ab (черт. 328), соотвѣтствующее нѣкоторой прямой AB на мѣстности, и точка c, изображающая точку C. Для опредѣленія любой новой точки необходимо прежде всего получить на планшетѣ какую-нибудь вторую точку. Съ этою цѣлью при помощи вспомогательныхъ вѣхъ или призматическаго креста становятся на линіи AB въ произвольную точку D и оріентируютъ планшетъ по данной на немъ прямой ab. Если приложить край линейки визирнаго прибора къ точкѣ c и направить его на C, то пересѣченіе прочерченной прямой cd съ ab дастъ точку стоянія D. Чтобы полученная точка была опредѣлена возможно точнѣе,

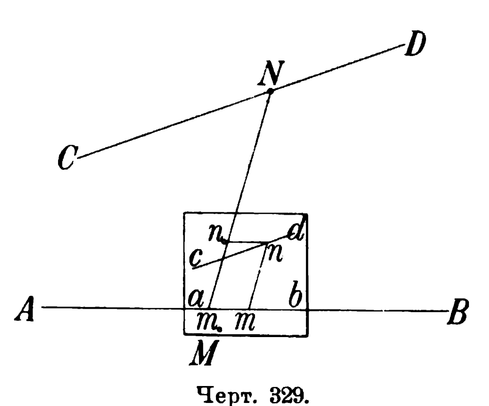
необходимо выбрать ее такъ, чтобы уголъ *cdb* былъ близокъ къ 90°.

3. *Опредѣлить точку по двумъ даннымъ на планшетѣ направленіямъ.* Положимъ, что на планшетѣ вовсе нѣтъ точекъ, а прочерчены только два направленія *ab* и *cd* (черт. 329), соотвѣтствующія прямымъ *AB* и *CD* на мѣстности. Для начала съемки, какъ уже извѣстно, необходимо имѣть на планшетѣ двѣ точки. Въ этомъ случаѣ на данныхъ прямыхъ берутъ двѣ произвольныя точки *M* и *N*, измѣряютъ разстояніе



Черт. 328.

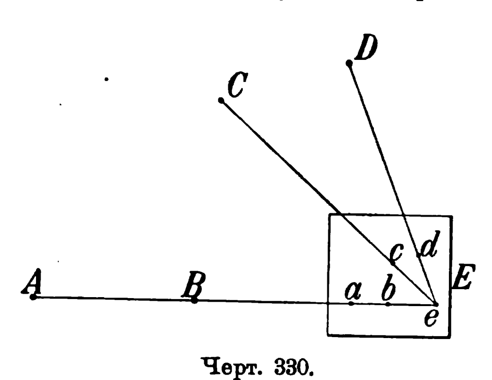
между ними цѣпью и, установивъ мензулу въ одной изъ этихъ точекъ, напримѣръ, въ *M*, оріентируютъ планшетъ по прямой *ab*, прикладываютъ край линейки визирнаго прибора къ произвольной точкѣ m_0 на этой прямой, визируютъ на *N* и прочерчиваютъ линію m_0n_0. Далѣе откладываютъ по этому направленію разстояніе m_0n_0, равное *MN* въ масштабѣ плана, и проводятъ изъ n_0 прямую n_0n, параллельную *ab*, до пересѣченія ея съ *cd* въ точкѣ *n*, которая и изобразитъ точку *N* мѣстности. Затѣмъ прикладываютъ край линейки къ *n* и проводятъ прямую *nm*, параллельную n_0m_0; пересѣченіе ея съ *ab* дастъ точку *m*, соотвѣтствующую точкѣ *M* мѣстности.



Черт. 329.

4. *Опредѣленіе точекъ по створамъ. Створомъ* называютъ вертикальную плоскость, проходящую черезъ двѣ точки мѣстности, означенныя вѣхами или другими издали видимыми предметами. Если замѣчаютъ, что одна вѣха закрываетъ другую или одна приходится надъ другою въ одной вертикальной плоскости, то точка стоянія находится въ створѣ этихъ вѣхъ. Такимъ образомъ, если вѣхи

створа уже нанесены на планшетъ, то точка стоянія находится гдѣ-нибудь на продолженіи прямой, проходящей черезъ нихъ, и по этой прямой можно тотчасъ оріентировать планшетъ; точка же стоянія получается обратною засѣчкою на одну изъ окружающихъ вѣхъ, не находящихся въ томъ же створѣ.



Черт. 330.

Пусть планшетъ, находящійся въ точкѣ E (черт. 330), въ створѣ AB, оріентированъ по прямой ab; визированіе на какую-нибудь точку C и проведеніе направленія ce даетъ на пересѣченіи ce съ ab точку стоянія e. Если кромѣ вѣхи C видны еще другія, то необходимо повѣрить опредѣленіе, для чего визируютъ, напримѣръ, черезъ d на D; прямыя ce и de должны пересѣчь ab въ одной точкѣ.

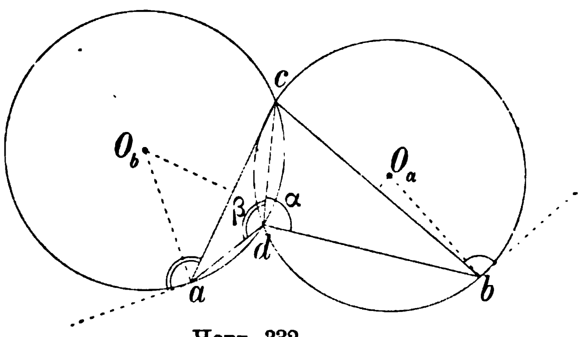
Если случайно окажется, что точка стоянія E (черт. 331) находится въ двухъ створахъ AB и CD, то она можетъ быть получена еще проще вовсе безъ установки планшета, непосредственнымъ пересѣченіемъ продолженій прямыхъ ab и cd.

Черт. 331.

5. *Оріентированіе по двумъ взаимно - невидимымъ точкамъ.* Пусть на планшетѣ нанесены только двѣ точки A и B и притомъ взаимно-невидимыя. Въ этомъ случаѣ оріентируютъ планшетъ на A приблизительно, прочерчиваютъ направленіе на какой-нибудь отдаленный хорошо видимый предметъ P и идутъ въ точку B по правиламъ визированія впередъ (см. § 156), оріентируя планшетъ и измѣряя разстоянія возможно тщательнѣе. Вслѣдствіе невѣрности первоначальнаго оріентированія на A точка B получится на планшетѣ не на истинномъ своемъ мѣстѣ, а гдѣ-нибудь въ b, но такъ, что разстояніе bA будетъ равно BA; уголъ bAB выразитъ, очевидно, ошибку оріентиро-

ванія на первой точкѣ. Перекалываютъ точки A и b, равно какъ оріентировочную прямую AP, на восковую бумагу, поворачиваютъ ее около точки A такъ, чтобы b совпала съ B и, приложивъ линейку визирнаго прибора къ прямой AP, вращаютъ планшетъ, пока предметъ P не окажется въ визирной плоскости; тогда планшетъ будетъ вѣрно оріентированъ.

135. Задача Потенота. Если на мензульномъ планшетѣ имѣются уже три точки, соотвѣтствующія тремъ точкамъ мѣстности, то четвертую можно получить не только прямою или обратною засѣчками, требующими двухъ точекъ стоянія, но и установкою только на одной опредѣляемой точкѣ. Такое простое и точное полученіе четвертой точки по тремъ даннымъ извѣстно въ Топографіи подъ названіемъ *Задачи Потенота*, по имени французскаго математика *Потенота* (1660 — 1732), исключеннаго изъ Парижской Академіи Наукъ за непосѣщеніе ея засѣданій. Она замѣчательна многочисленностью пріемовъ, предложенныхъ для ея рѣшенія, и любопытнымъ разнообразіемъ частныхъ случаевъ, въ которыхъ рѣшеніе бываетъ болѣе или менѣе точнымъ, а иногда и вовсе невозможнымъ.

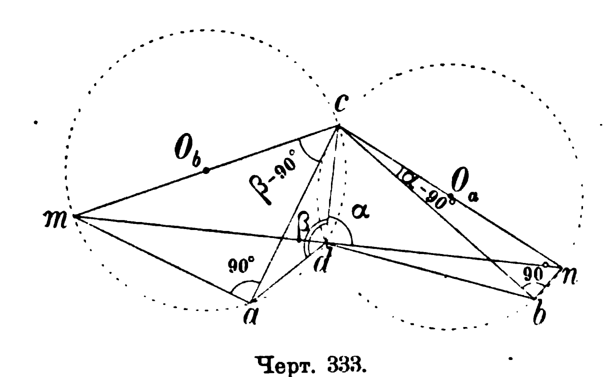


Черт. 332.

Разсмотримъ сперва геометрическіе пріемы рѣшенія задачи Потенота. Такъ какъ три данныя точки предполагаются видимыми изъ опредѣляемой, то углы, образуемые направленіями изъ опредѣляемой точки на данныя, извѣстны. Пусть a, b и c (черт. 332) три данныя точки; надо построить четвертую d, изъ которой направленія на данныя образовали бы углы $cdb = \alpha$ и $cda = \beta$.

Первое по времени геометрическое рѣшеніе дано *Снелліусомъ*. Проведя прямыя cb и ca, строимъ окружности cdb и cda, вмѣщающія на хордахъ cb и ca данные углы α и β. Эти окружности, кромѣ точки c, пересѣкутся еще въ другой точкѣ d, ко-

торая, какъ легко сообразить изъ способа построенія, и есть требуемая. Рѣшеніе невозможно, когда опредѣляемая и три данныя точки лежатъ на одной окружности: въ этомъ случаѣ обѣ построенныя окружности сольются въ одну.



Черт. 333.

Извѣстный астрономъ, первый директоръ Парижской Обсерваторіи *Кассини* (1625—1712) рѣшилъ задачу безъ проведенія окружностей, какъ показано на черт. 333. При точкахъ a и b возставляемъ перпендикуляры am и bn къ ac и bc, а при точкѣ c строимъ углы

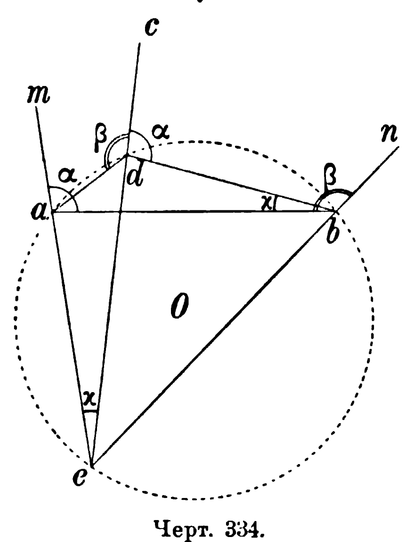
$$bcn = \alpha - 90^\circ \quad \text{и} \quad acm = \beta - 90^\circ$$

Полученныя точки пересѣченія m и n соединяемъ прямою mn и изъ c опускаемъ на нее перпендикуляръ cd. Основаніе d этого перпендикуляра есть искомая точка. Дѣйствительно, построивъ окружности на mc и nc какъ на діаметрахъ, легко замѣтить, что онѣ пройдутъ соотвѣтственно черезъ точки a и d, b и d;

$$\angle mda = \angle mca \quad \text{и} \quad \angle ndb = \angle ncb$$

какъ вписанные углы, опирающіеся на тѣ же дуги; слѣдовательно:

$$\angle cdb = \alpha \quad \text{и} \quad \angle cda = \beta$$



Черт. 334.

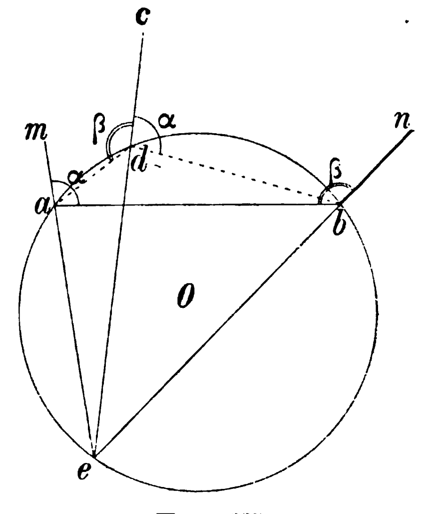
Самъ *Потенотъ* рѣшилъ задачу еще проще: при точкахъ a и b (черт. 334) строимъ углы $bam = \alpha$ и $abn = \beta$; точку встрѣчи e прямыхъ ma и nb соединяемъ съ c и при b строимъ $\angle abd = \angle aec$. Пересѣченіе bd съ ce есть искомая точка. Въ самомъ дѣлѣ, проведя черезъ

три точки a, d и b окружность, замѣчаемъ, что она пройдетъ и черезъ точку e;

$$\angle cdb = \angle mab \quad \text{и} \quad \angle cda = nba$$

такъ какъ дополненія ихъ до 180° суть вписанные углы, опирающіеся на тѣ же дуги be и ae.

Приведемъ еще замѣчательное геометрическое рѣшеніе извѣстнаго геометра *Ламберта* (1728—1777), хотя оно требуетъ проведенія одной окружности. Построивъ, какъ и въ способѣ Потенота, углы $bam = \alpha$ и $abn = \beta$ (черт. 335), проводимъ окружность черезъ три точки: двѣ данныя (a и b) и точку e, полученную пересѣченіемъ прямыхъ ma и nb. Встрѣча этой окружности съ прямою, проведенною черезъ c и e, даетъ искомую точку d, что доказывается, какъ и для предыдущаго рѣшенія.



Черт. 335.

Геометрическія рѣшенія задачи Потенота, не смотря на простоту и изящество, никогда не примѣняются на мензульной съемкѣ, потому что построеніе окружностей и угловъ транспортиромъ или инымъ образомъ дѣло мѣшкотное и неудобное при полевой работѣ. Въ настоящее время существуютъ другіе способы, ведущіе только къ *оріентированію планшета*, т. е. къ установкѣ его такъ, чтобы стороны треугольника, составленнаго тремя данными точками, были параллельны соотвѣтствующимъ прямымъ на мѣстности. Когда планшетъ оріентированъ, то остается лишь визировать на данныя точки и прочертить черезъ нихъ направленія; эти три направленія пересѣкутся въ одной точкѣ и именно въ опредѣляемой.

Для доказательства положимъ, что A, B и C (черт. 336) три данныя точки мѣстности, а a, b и c — соотвѣтствующія имъ точки на планшетѣ. Если планшетъ оріентированъ, то прямыя ab, ac и bc параллельны прямымъ AB, AC и BC. Допустимъ, что на-

правленія Aa, Bb и Cc при визированіи на точки A, B и C не пересѣклись въ одной точкѣ, и пусть прямыя Aa и Cc встрѣтились въ m, а прямыя Cc и Bb въ n. Изъ подобія треугольниковъ ACm и acm, BCn и bcn, ABC и abc имѣемъ пропорціи:

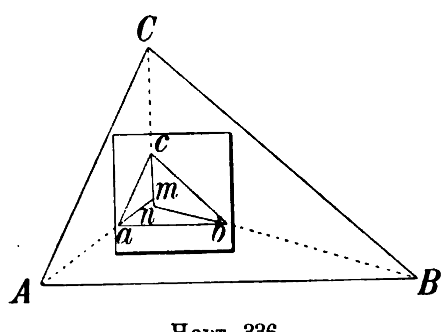
$$AC : ac = Cm : cm$$

$$CB : cb = Cn : cn$$

$$AC : ac = CB : cb$$

Третья пропорція показываетъ, что первыя отношенія первыхъ двухъ пропорцій равны, слѣдовательно, равны и ихъ вторыя отношенія, т. е.

$$Cm : cm = Cn : cn$$



Черт. 336.

Составивъ производную пропорцію

$$\frac{Cm - cm}{cm} = \frac{Cn - cn}{cn}$$

и замѣчая, что $Cm - cm = Cc = Cn - cn$, получаемъ:

$$cm = cn$$

т. е. точки m и n не могутъ не совпадать.

Что общая точка пересѣченія прямыхъ am и bn съ cn представляетъ опредѣляемую, легко понять изъ подобія соотвѣтствующихъ треугольниковъ.

Докажемъ теперь обратное предложеніе: если планшетъ не оріентированъ, т. е. если прямыя ab, ac и cb (черт. 337) не параллельны AB, AC и CB, то направленія Aa, Bb и Cc не пересѣкаются въ одной точкѣ. Допустимъ, что эти направленія пересѣклись въ одной точкѣ d; проведемъ изъ c прямыя ca_1 и cb_1, параллельныя CA и CB, до встрѣчи съ Ad и Bd и соединимъ a_1 и b_1 прямою a_1b_1. Треугольники a_1b_1c и abc подобны, потому что каждый изъ нихъ подобенъ ABC: первый вслѣдствіе параллельности сторонъ, а второй по условію. Опишемъ около треугольника abc окружность, продолжимъ прямую Aa до пересѣченія съ нею въ точкѣ n, проведемъ nb, и пусть въ точкѣ o встрѣчаются продолженія nb и cb_1; наконецъ, соединимъ o съ a_1 и c съ n:

$$\angle acb = \angle anb$$

какъ углы вписанные, опирающіеся на одну дугу; но

$$\angle a_1cb_1 = \angle a_1co = \angle acb$$

такъ что $\angle a_1co = \angle a_1no$

и потому окружность, проведенная черезъ точки a_1, c и o, пройдетъ и черезъ n. Слѣдовательно:

$$\angle ca_1o + \angle cno = 180^\circ$$

Съ другой стороны

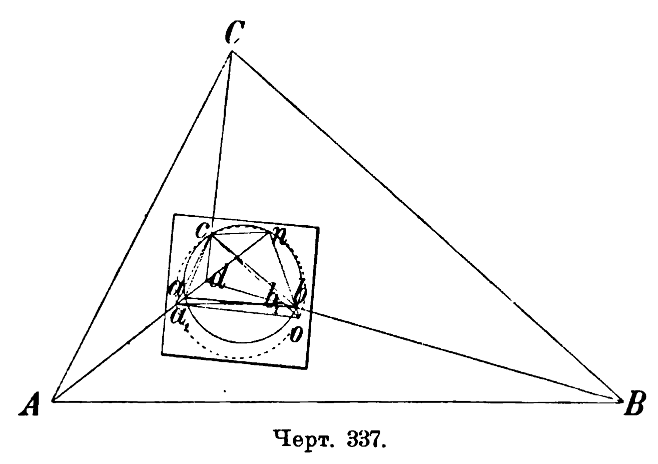
$$\angle cab + \angle cno = 180^\circ$$

поэтому $\angle ca_1o = \angle cab$

Такъ какъ изъ подобія треугольниковъ abc и a_1b_1c слѣдуетъ равенство: $\angle cab = \angle ca_1b_1$

то выходитъ: $\angle ca_1o = \angle ca_1b_1$

что, очевидно, невозможно. Отсюда ясно, что если планшетъ не



Черт. 337.

оріентированъ, то направленія Aa, Bb и Cc не могутъ пересѣчься въ одной точкѣ.

Пересѣченіе указанныхъ направленій въ одной точкѣ на неоріентированномъ планшетѣ возможно лишь въ томъ случаѣ, когда опредѣляемая точка находится на окружности, проходящей черезъ три данныя точки. Въ самомъ дѣлѣ, пусть точки D, A, B и C (черт. 338) лежатъ на одной окружности и положимъ сперва, что планшетъ съ нанесенными на немъ точками a, b

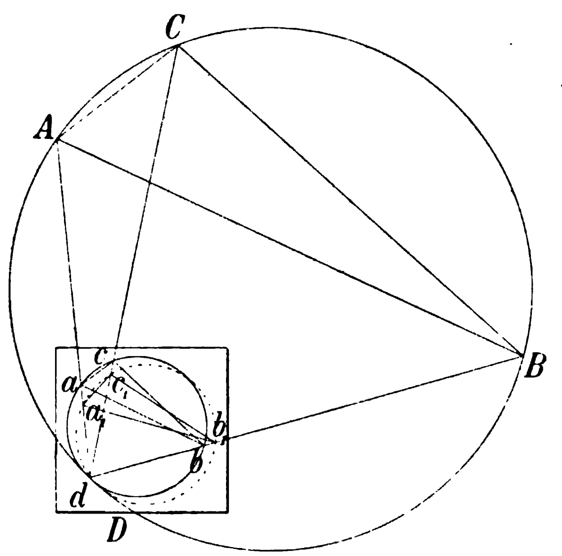
и c оріентированъ. На основаніи предыдущаго прямыя Aa, Bb и Cc должны встрѣтиться въ одной точкѣ d, изображающей точку D мѣстности. Такъ какъ D, A, B и C лежатъ на одной окружности, то точки d, a, b и c, вершины четыреугольника $acbd$, подобнаго четыреугольнику $ACBD$, тоже должны лежать на одной окружности; поэтому

$$\angle acb + \angle adb = 180° \qquad (\alpha)$$

Проведемъ изъ точки a_1, произвольно взятой на ad, прямую a_1c_1, равную ac, такъ, чтобы конецъ ея c_1 оказался на cd; построимъ при c_1 уголъ $a_1c_1b_1$, равный углу acb, и продолжимъ его сторону c_1b_1 до пересѣченія съ продолженіемъ db; замѣнивъ въ (α) уголъ acb равнымъ ему угломъ $a_1c_1b_1$, имѣемъ:

$$\angle a_1c_1b_1 + \angle a_1db_1 = 180°$$

слѣдовательно, четыре точки d, a_1, c_1 и b_1 должны лежать на одной окружности, показанной пунктиромъ. Треугольники abc и $a_1b_1c_1$ равны, такъ какъ $ac = a_1c_1$ и $\angle acb = \angle a_1c_1b_1$ по построенію, а $\angle cab = \angle c_1db_1 = \angle c_1a_1b_1$; поэтому треугольникъ $a_1b_1c_1$ можно принять за данный на планшетѣ. Отсюда и слѣдуетъ, что если опредѣляемая точка находится на окружности, проведенной черезъ три данныя точки, то при любомъ оріентированіи планшета, направленія на данныя точки встрѣтятся въ одной точкѣ, но эта точка не представляетъ мѣста стоянія мензулы.



Черт. 338.

Прежде чѣмъ перейти къ разсмотрѣнію практическихъ способовъ рѣшенія задачи Потенота, замѣтимъ, что опредѣляемая точка можетъ имѣть шесть разныхъ положеній относительно данныхъ трехъ (черт. 339):

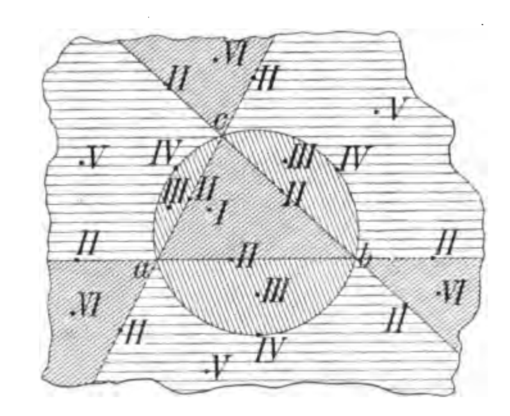
I) Внутри треугольника, составляемаго данными точками *a*, *b* и *c*.

II) На одной изъ сторонъ этого треугольника.

III) Внѣ треугольника *abc*, но внутри окружности, описанной около этого треугольника.

IV) На окружности, проведенной черезъ три данныя точки.

V) Внѣ этой окружности, противъ одной изъ сторонъ треугольника *abc*.



Черт. 339.

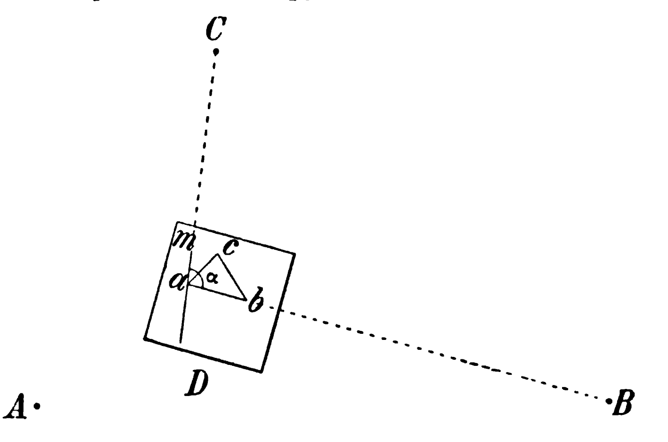
VI) Внѣ окружности, противъ одного изъ угловъ треугольника *abc*.

136. Способъ Бесселя. Разсматривая чертежъ 335, объясненіе котораго дано въ разборѣ геометрическаго рѣшенія задачи по способу Ламберта, не трудно замѣтить, что опредѣляемая точка *d* лежитъ на прямой *ce*, которая можетъ служить для оріентированія планшета Чтобы получить эту «оріентировочную» прямую, достаточно при двухъ данныхъ точкахъ *a* и *b* построить углы α и β, равные угламъ *cdb* и *cda* въ опредѣляемой точкѣ *d*; пересѣченіе направленій *ma* и *nb* дастъ вспомогательную точку *e*, которую останется лишь соединить съ третьею данною точкой *c*. Точность графическаго построенія и даже самая возможность рѣшенія задачи зависятъ отъ положенія вспомогательной точки *e* относительно данной *c*; чѣмъ разстояніе между этими точками больше, тѣмъ оріентировочная прямая *ce* длиннѣе и рѣшеніе задачи точнѣе. Положеніе вспомогательной точки *e* зависитъ, какъ показано ниже, отъ мѣста опредѣляемой точки *d* относительно треугольника, составляемаго данными точками *a*, *b* и *c* (черт. 339), и окружности, около него описанной.

Для построенія угловъ α и β при данныхъ точкахъ *a* и *b* знаменитый кенигсбергскій астрономъ *Бессель* (1784—1846) предложилъ слѣдующее рѣшеніе: надо вообразить себя стоящимъ съ мензулою послѣдовательно на двухъ данныхъ точкахъ мѣстности и каждый разъ соотвѣтствующимъ образомъ оріентировать

планшетъ; тогда углы α и β, равно какъ и точка *e*, получаются весьма простымъ и естественнымъ образомъ. Разсмотримъ примѣненіе способа Бесселя во всѣхъ шести случаяхъ расположенія опредѣляемой точки, перечисленныхъ въ концѣ предыдущаго § 135.

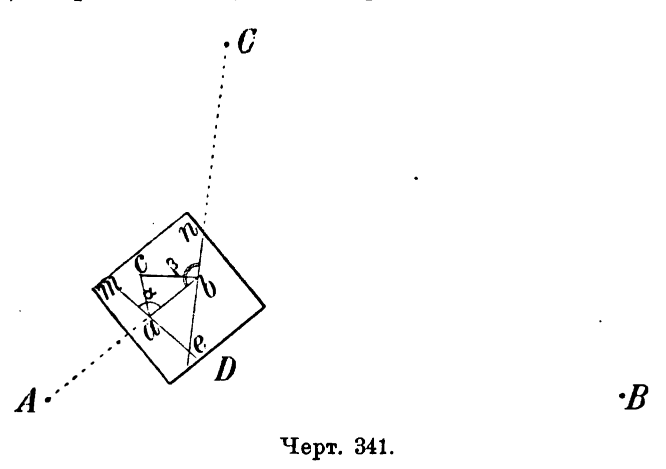
I случай. Пусть *A*, *B* и *C* (черт. 340) три точки мѣстности, а *a*, *b* и *c* соотвѣтствующія точки на планшетѣ, установленномъ горизонтально въ опредѣляемой точкѣ *D*. Сперва наблюдатель воображаетъ себя стоящимъ въ первой точкѣ *A*, оріентируетъ планшетъ по прямой *ab* на вторую точку *B* и, визируя на третью



Черт. 340.

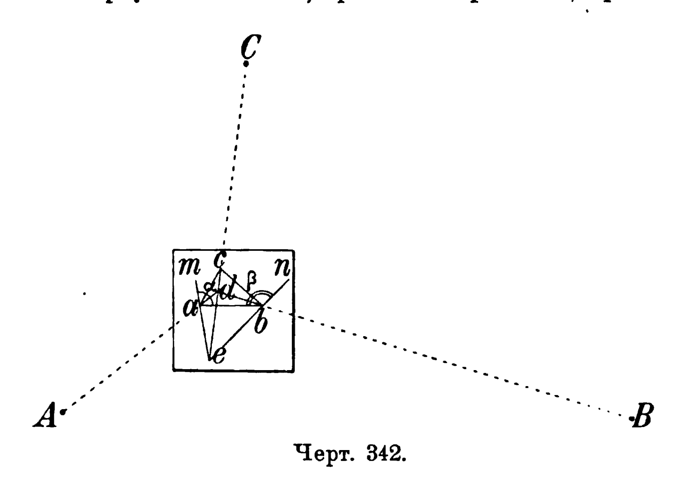
C, прочерчиваетъ прямую *ma*; ясно, что построенный при *a* уголъ α равенъ углу *CDB*. Далѣе, вообразивъ себя стоящимъ во второй точкѣ *B* (черт. 341), наблюдатель оріентируетъ планшетъ по прямой *ba* на первую точку *A* и, визируя на третью *C*, прочерчиваетъ прямую *nb*; при точкѣ *b* построится уголъ β, равный углу *CDA*. Прямая *ce*, проходящая черезъ третью точку *c* и пересѣченіе *e* двухъ прочерченныхъ направленій *ma* и *nb*, есть требуемая «оріентировочная» прямая, на которой, по предыдущему, должна находиться опредѣляемая точка *d*. Для окончательнаго оріентированія планшета остается прочертить эту прямую, приложить къ ней линейку визирнаго прибора и повернуть планшетъ такъ, чтобы увидѣть точку *C* (черт. 342). Въ этомъ положеніи, визируя на *A* и прочертивъ направленіе *ad*, наблюдатель получитъ въ пересѣченіи *ce* и *ad* опредѣляемую точку *d*, соотвѣтствующую точкѣ стоянія *D*.

Для повѣрки полезно визировать еще и на точку *B* через *b*; направленіе *bd* должно пересѣчь *ce* въ той же точкѣ *d*.



Черт. 341.

Въ разсмотрѣнномъ случаѣ вспомогательная точка *e* получается внѣ треугольника *abc*, противъ стороны *ab*; оріентировоч-

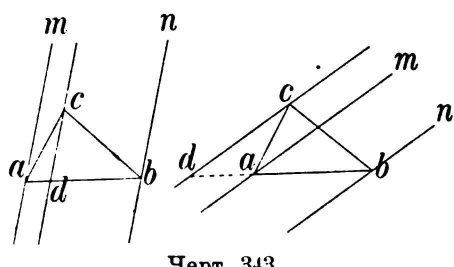


Черт. 342.

ная прямая *ce* имѣетъ всегда значительную длину, и рѣшеніе задачи весьма точное.

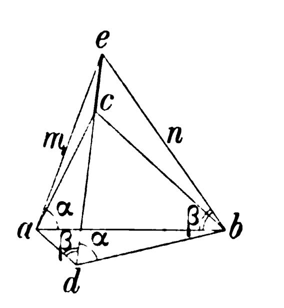
II случай. Если опредѣляемая точка *d* (черт. 343) находится на одной изъ сторонъ треугольника *abc*, то во время производства описанныхъ выше дѣйствій обнаружится, что при переходѣ отъ

направленія визирнаго прибора по прямой ab къ направленію по прямой ba планшета поворачивать не надо, т. е., что онъ сразу уже оріентированъ. Прямыя ma и nb выходятъ параллельными, и точки ихъ пересѣченія не получается; если приложить линейку визирнаго прибора къ точкѣ c, направить его на C и прочертить прямую cd, то пересѣченіе ея съ ab представляетъ опредѣляемую точку d. Этотъ случай даетъ тоже весьма точное рѣшеніе, но въ сущности здѣсь будетъ не задача Потенота, а установка мензулы на линіи двухъ вѣхъ (см. § 134, п. 2 и 4).

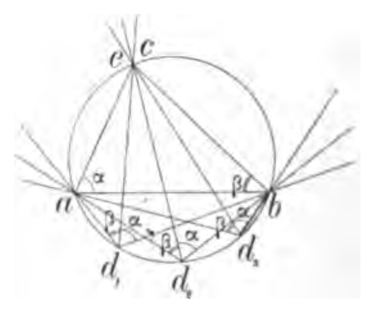


Черт. 343.

III случай. Если продѣлать всѣ дѣйствія, указанныя для *I* случая, то получится чертежъ 344. Прямыя ma и nb пересѣкаются за точкою c, противъ угла треугольника abc, и оріентировочная прямая ce получается всегда короткая; въ этомъ случаѣ рѣшеніе задачи хотя и возможно, но ненадежно.



Черт. 344.



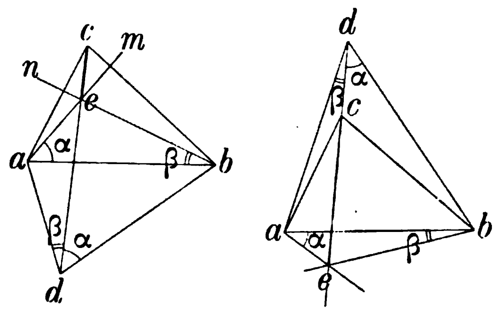
Черт. 345.

IV случай. Когда опредѣляемая точка лежитъ на окружности, проведенной черезъ три данныя, то прямыя am и bn сливаются со сторонами ac и bc треугольника abc (черт. 345), и точка e совпадаетъ съ c, такъ что провести оріентировочную прямую нельзя, и рѣшеніе задачи дѣлается невозможнымъ. На это обстоятельство было уже указано при обзорѣ геометрическихъ рѣшеній задачи Потенота. При любомъ оріентированіи планшета прямыя ad, bd и cd пересѣкаются въ одной точкѣ,

потому что, какъ видно изъ чертежа, $\angle ad_1c = \angle ad_2c \ldots$ и $\angle cd_1b = \angle cd_2b \ldots$

V случай (черт. 346). Вспомогательная точка *e* получается внутри треугольника *abc*, оріентировочная прямая всегда коротка, и рѣшеніе задачи ненадежно.

VI случай (черт. 347). Вспомогательная точка *e* получается внѣ треугольника *abc* противъ стороны *ab*, такъ что оріентировочная прямая выходитъ достаточной длины; этотъ случай такъ же надеженъ, какъ и *I*-ый.



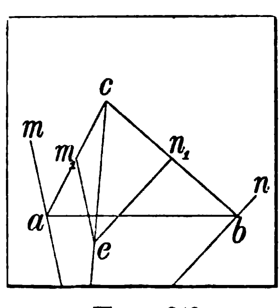
Черт. 346. Черт. 347.

Изъ предыдущаго видно, что самые надежные случаи для рѣшенія задачи Потенота суть *I*, *II* и *VI*; прямая *ce*, показанная на соотвѣтствующихъ чертежахъ болѣе толстыми линіями, получается достаточной длины, и оріентированіе выходитъ самымъ точнымъ. Случаи *III* и *V* вообще ненадежны: прямая *ce* получается короткая, и оріентированіе не можетъ быть достаточно точнымъ. Наконецъ, въ *IV*-омъ случаѣ рѣшеніе задачи невозможно: вмѣсто оріентировочной *прямой* получается *точка*.

Такъ какъ въ дѣйствительномъ примѣненіи задачи Потенота при мензульной съемкѣ на планшетѣ обыкновенно не три, а много готовыхъ точекъ, и наблюдателю слѣдуетъ лишь выбрать изъ нихъ какія-нибудь три, то, очевидно, онъ долженъ выбрать такія, которыя подвели бы рѣшеніе къ случаямъ *I* или *VI*. Если данныя точки расположены кругомъ опредѣляемой, то выбираютъ изъ нихъ такія три, которыя лежатъ въ направленіяхъ, образующихъ между собою углы около 120°; опредѣляемая точка окажется внутри треугольника, составленнаго избранными данными (*I* случай). Если всѣ точки на планшетѣ лежатъ по одну сторону отъ точки стоянія, то выбираютъ такія три, чтобы средняя была ближе крайнихъ; опредѣляемая точка окажется противъ угла треугольника, составленнаго избранными (*VI* случай).

Неопытные наблюдатели приходятъ въ недоумѣніе, если

два прочерченныхъ направленія ma и nb (черт. 348) не пересѣкаются на планшетѣ; не получивъ вспомогательной точки e, они полагаютъ, что задача вовсе не можетъ быть рѣшена, и, бросивъ хорошо избранныя точки, начинаютъ работу вновь, опредѣляясь по тремъ другимъ. Напомнимъ, что нужна не вспомогательная точка e, а лишь оріентировочная прямая ce; если бы случилось, что направленія ma и nb не встрѣтились на планшетѣ, то слѣдуетъ провести направленія m_1e и n_1e, параллельныя ma и nb, черезъ точки m_1 и n_1, выбранныя на сторонахъ ac и bc такъ, чтобы отношенія $m_1c : ac$ и $n_1c : bc$ были равны (равнялись бы какой-нибудь дроби: $^1/_2$, $^2/_3$ и т. п.).



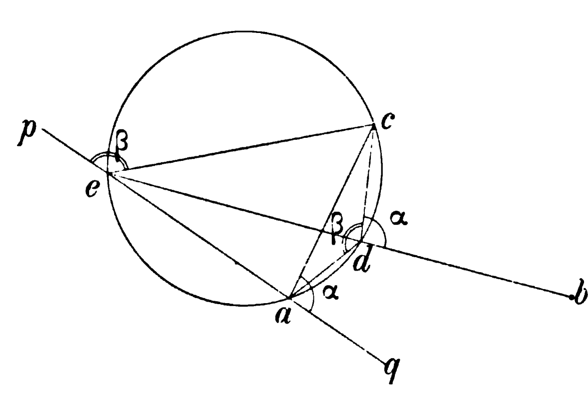
Черт. 348.

137. Способъ Грунерта. Положимъ, что задача рѣшена, и d (черт. 349) опредѣляемая четвертая точка. Построимъ окружность, проходящую черезъ точки a, d и c, проведемъ прямую bd до встрѣчи съ этою окружностью въ точкѣ e и соединимъ послѣднюю съ a и c. Легко замѣтить, что

$$\angle caq = \angle cdb = \alpha$$

такъ какъ дополненія этихъ угловъ до 180° опираются на одну дугу ec. Кромѣ того

$$\angle pec = \angle cda = \beta$$



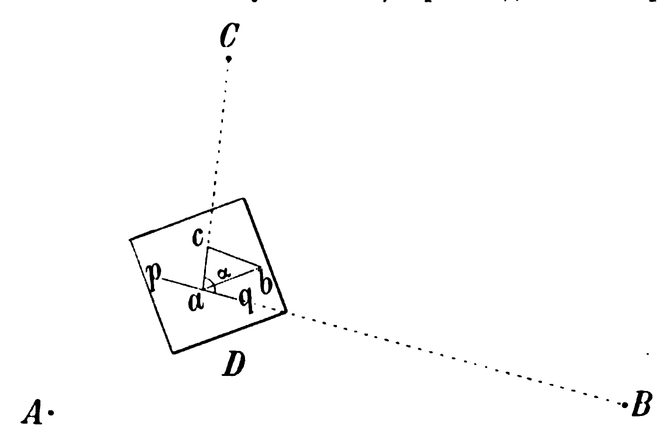
Черт. 349.

потому что по свойству смежныхъ угловъ при вершинѣ e и противоположныхъ угловъ вписаннаго четыреугольника $aecd$ оба угла суть дополненія до 180° угла cea.

Такимъ образомъ, если въ точкѣ a при сторонѣ ac построить уголъ $caq = \alpha$, а на продолженіи прямой aq построить уголъ $pec = \beta$ такъ, чтобы его сторона ec проходила черезъ данную точку c, то опредѣляемая точка d должна лежать на прямой eb; эта

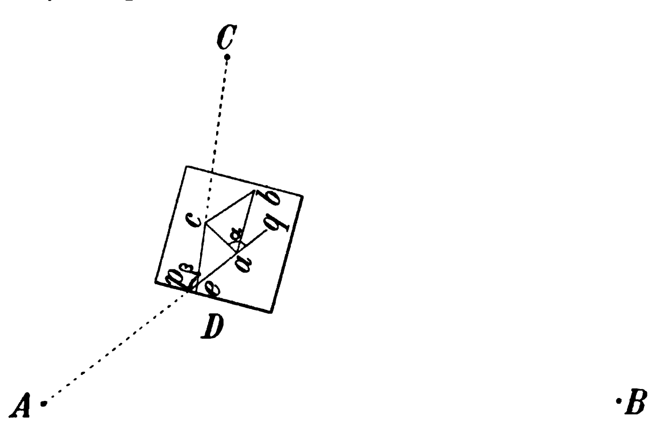
прямая и представляетъ «оріентировочную» въ способѣ *Грунерта*.

Построеніе оріентировочной прямой, какъ и въ рѣшеніи задачи Потенота по способу Бесселя, производится поворотами



Черт. 350.

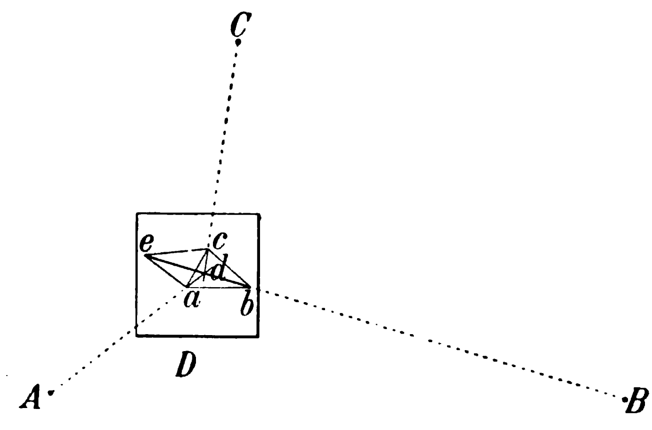
мензулы. Сперва наблюдатель воображаетъ себя стоящимъ въ точкѣ A (черт. 350), оріентируетъ планшетъ по прямой ac на точку C и, визируя на B, прочерчиваетъ направленіе pq; этими



Черт. 351.

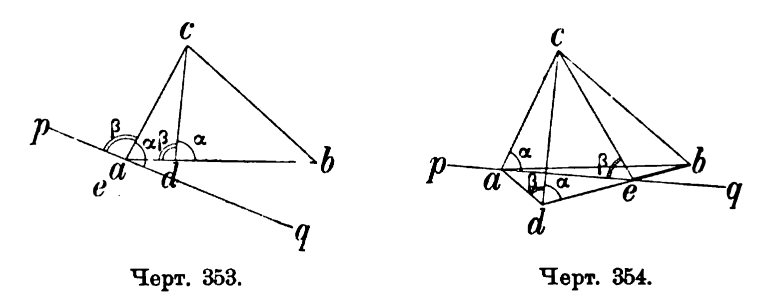
дѣйствіями въ точкѣ a при сторонѣ ac строится уголъ $\alpha = CDB$. Затѣмъ планшетъ оріентируютъ по прямой pq на точку A (черт. 351) и визированіемъ черезъ c на C проводятъ напра-

вленіе *ce*, образующее съ *pq* уголъ $\beta = CDA$. Приложивъ линейку визирнаго прибора къ точкамъ *e* и *b*, направляютъ его



Черт. 352.

вращеніемъ планшета на *B* (черт. 352); теперь планшетъ будетъ оріентированъ. Въ этомъ положеніи, визируя на *A* черезъ *a* и прочертивъ направленіе *ad*, наблюдатель получитъ въ пе-



Черт. 353. Черт. 354.

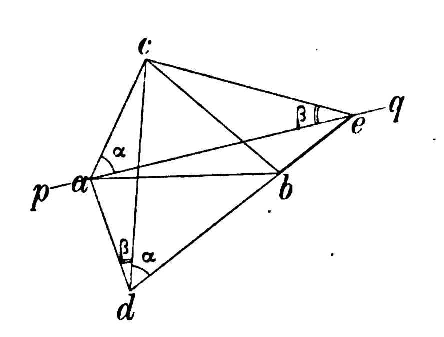
ресѣченіи *ad* съ *eb* точку *d*, соотвѣтствующую точкѣ стоянія *D* на мѣстности.

Для повѣрки полезно визировать еще черезъ *c* на *C*: направленіе *cd* должно пересѣчь *eb* въ той же точкѣ *d*.

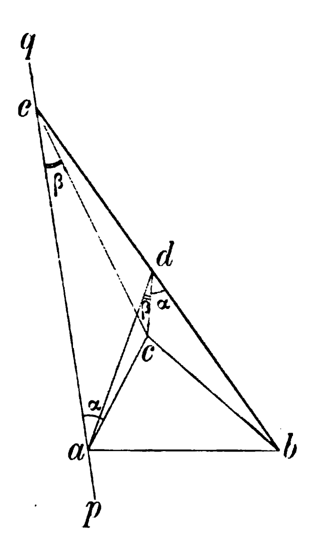
При рѣшеніи задачи Потенота по способу Грунерта точность оріентированія зависитъ отъ длины прямой *eb*: чѣмъ она длиннѣе, тѣмъ опредѣленіе точки надежнѣе.

Послѣ вышеприведеннаго разсмотрѣнія *I* случая, когда опредѣляемая точка находится внутри треугольника, составляе-

маго тремя данными, каждый съумѣетъ примѣнить способъ Грунерта и къ остальнымъ пяти случаямъ. На чертежахъ 353—356 показаны соотвѣтствующія построенія, причемъ оріентировочная прямая *eb* проведена жирной чертой. Во *II* случаѣ (опредѣляемая точка лежитъ на одной изъ сторонъ треугольника *abc*, черт. 353) вспомогательная точка *e* совпадаетъ съ данною *a*. Въ *III* и *V* случаяхъ (черт. 354 и 355) оріентировочная прямая *eb* очень коротка; въ *IV* точка *e* совпадаетъ съ *b*, и оріентированіе невозможно; наконецъ, въ *VI* случаѣ (черт. 356) оріентировочная прямая всегда длинна, и рѣшеніе столь же надежно, какъ и въ *I* случаѣ.



Черт. 355.



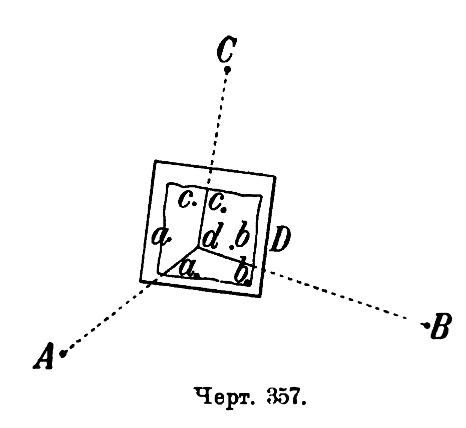
Черт. 356.

Сравнивая разсмотрѣнный способъ со способомъ Бесселя, легко видѣть ихъ различіе. Въ способѣ Грунерта при первой установкѣ планшета производится прямая, а при второй какъ бы обратная засѣчка (черезъ точку *c*), тогда какъ въ способѣ Бесселя при обѣихъ установкахъ производятся прямыя засѣчки. Такимъ образомъ, теоретически, способъ Грунерта менѣе точенъ, но практически при значительномъ удаленіи данныхъ точекъ оба способа одинаково точны. Любители разнообразія прибѣгаютъ къ способу Грунерта въ тѣхъ случаяхъ, когда по способу Бесселя вспомогательная точка *e* получается внѣ планшета.

Замѣтимъ еще, что если оріентировочная прямая въ способѣ Грунерта получается болѣе длинною, чѣмъ въ способѣ Бесселя, то построеніе ея на планшетѣ вовсе не выходитъ точнѣе (какъ думаютъ иные). Въ способѣ Бесселя вспомогательная точка *e*,

опредѣляющая направленіе оріентировочной прямой, получается пересѣченіемъ двухъ линій подъ угломъ, равнымъ суммѣ $\alpha + \beta$, тогда какъ въ способѣ Грунерта она получается пересѣченіемъ двухъ линій только подъ угломъ β.

138. Способъ Болотова. Если на планшетъ, установленный горизонтально въ опредѣляемой точкѣ D (черт. 357), положить листъ прозрачной бумаги и прочертить на немъ изъ произвольно взятой точки d направленія на три данныя точки мѣстности A, B и C, то на этомъ листѣ получатся непосредственно углы α и β. Тогда двигаютъ бумагу въ ту или другую сторону, пока данныя на планшетѣ точки a, b и c не окажутся одновременно подъ тремя прочерченными направленіями da_0, db_0 и dc_0; если теперь проколоть прозрачную бумагу въ точкѣ d, то на планшетѣ получится истинное положеніе опредѣляемой точки.



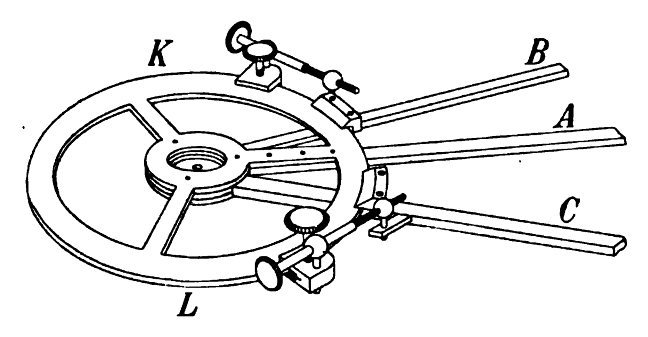
Черт. 357.

Какъ и въ вышеразсмотрѣнныхъ способахъ, прозрачная бумага непримѣнима, если опредѣляемая точка находится на одной окружности съ тремя данными; въ этомъ случаѣ можно найти безчисленное множество положеній прозрачной бумаги, при которыхъ три прочерченныя направленія будутъ проходить черезъ данныя на планшетѣ точки.

Опытъ показалъ, что способъ Болотова затруднителенъ въ вѣтренную погоду или если прозрачная бумага такъ измята, что не представляетъ ровной, гладкой плоскости.

Моряки, часто примѣняющіе задачу Потенота для опредѣленія мѣстъ при измѣреніи глубинъ, пользуются вмѣсто прозрачной бумаги особымъ приборомъ — *протракторомъ* (черт. 358). Онъ состоитъ изъ полнаго лимба KL съ тремя линейками, изъ которыхъ средняя A неподвижна, а двѣ боковыя B и C можно вращать около центра лимба и устанавливать въ любомъ положеніи относительно средней; углы отсчитываются по верньерамъ. Въ центрѣ лимба помѣщена пуговка съ остріемъ; при нажатіи пуговки на бумагѣ накалывается точка.

Углы между предметами, находящимися на берегу и нанесенными заранѣе на бумагу, измѣряются на судахъ секстантами (одновременно двумя наблюдателями) и диктуются чертежнику, который устанавливаетъ соотвѣтствующимъ образомъ линейки протрактора и, двигая его въ разныя стороны, находитъ положеніе, при которомъ края всѣхъ трехъ линеекъ про-



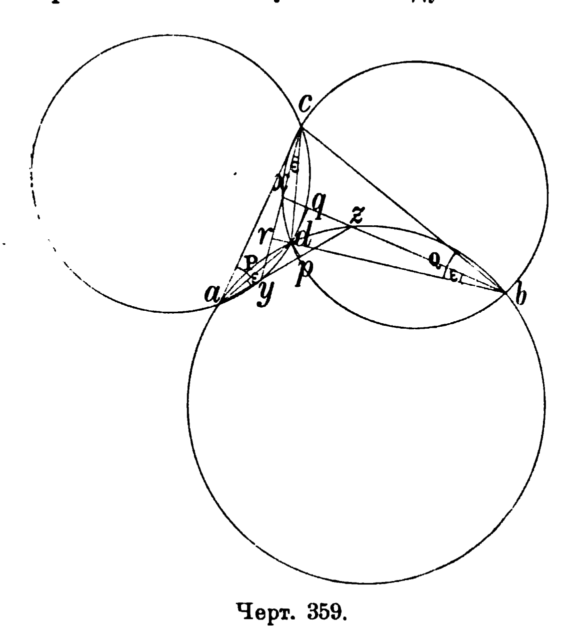
Черт. 358.

ходятъ черезъ данныя точки; тогда остается лишь наколоть опредѣленную точку и подписать при ней измѣренную глубину.

139. Способъ Лемана. Въ § 135 доказано, что если мензульный планшетъ на опредѣляемой точкѣ точно оріентированъ, то три направленія черезъ данныя точки пересѣкаются въ одной точкѣ. Не трудно понять, что если планшетъ оріентированъ лишь приблизительно, то тѣ же три направленія образуютъ небольшой треугольникъ, называемый *треугольникомъ погрѣшности*. Чѣмъ значительнѣе уклоненіе планшета отъ точнаго оріентированія, тѣмъ больше размѣры треугольника погрѣшности. *Леманъ* показалъ, что, получивъ треугольникъ погрѣшности, легко найти положеніе опредѣляемой точки.

Пусть a, b и c (черт. 359) изображаютъ три данныя на планшетѣ точки, а d — опредѣляемую; положимъ, что, вслѣдствіе ошибки оріентированія ε, полученъ треугольникъ погрѣшности xyz. Три вершины этого треугольника лежатъ на окружностяхъ, проведенныхъ соотвѣтственно черезъ точки b, d и c, a, d и c, a, d и b. Въ самомъ дѣлѣ, такъ какъ мензула стоитъ на опредѣляемой точкѣ, то прямыя bx и cy, проведенныя черезъ точки b и c, должны пересѣкаться подъ угломъ $\alpha = \angle cdb$, но геоме-

трическое мѣсто вершинъ угловъ, равныхъ α и опирающихся на хорду cb, есть именно окружность, проведенная черезъ точки c, d и b. Такое же разсужденіе прилагается и къ двумъ другимъ окружностямъ. Далѣе, углы, составляемые истинными направленіями ad, bd и cd съ ошибочными az, bx и cy, равны, потому что углы daz и dbx суть вписанные въ окружность adb и опирающіеся на ту же дугу dz, а углы dbx и dcy—вписанные въ окружность bdc и опирающіеся на ту же дугу dx; впрочемъ, равенство этихъ угловъ слѣдуетъ непосредственно изъ того, что всѣ они представляютъ ошибку ε въ оріентированіи планшета.



Черт. 359.

Если опустить изъ d перпендикуляры dp, dq и dr соотвѣтственно на стороны треугольника погрѣшности xyz, то

$$sin\, daz = \frac{dp}{da}$$

$$sin\, dbx = \frac{dq}{db}$$

$$sin\, dcy = \frac{dr}{dc}$$

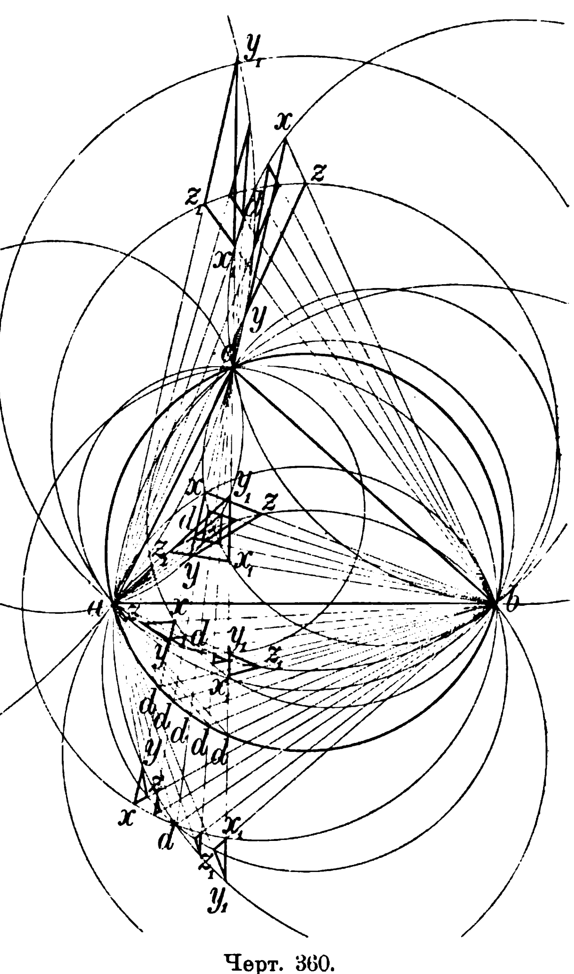
а изъ только что доказаннаго равенства угловъ daz, dbx и dcy получимъ:

$$\frac{dp}{da} = \frac{dq}{db} = \frac{dr}{dc} \qquad (\alpha)$$

Такимъ образомъ, чтобы найти мѣсто опредѣляемой точки на планшетѣ, слѣдуетъ построить точку, разстоянія которой отъ сторонъ треугольника погрѣшности были бы пропорціональны разстояніямъ этой точки отъ трехъ данныхъ. Разстоянія da, db и dc неизвѣстны, и потому, строго говоря, упомянутое построеніе невозможно, но стороны треугольника погрѣшности по сравненію съ разстояніями da, db и dc всегда такъ малы *), что

*) Для ясности чертежа 359 на немъ представленъ случай весьма невѣрнаго оріентированія планшета; обыкновенно же при пользованіи оріентиръ-буссолью треугольникъ xyz ничтоженъ по сравненію съ треугольникомъ abc.

ихъ можно замѣнить отрѣзками ya, zb и xc; слѣдовательно, послѣ полученія треугольника погрѣшности построеніе опредѣляемой точки d сводится къ извѣстной геометрической задачѣ: найти точку, разстоянія которой отъ трехъ данныхъ прямыхъ были бы пропорціональны заданнымъ числамъ. Однако рѣшеніе такой задачи на планшетѣ, во-первыхъ, слишкомъ сложно, а во-вторыхъ, тутъ является неопредѣленность, такъ какъ истинное положеніе опредѣляемой точки находится иногда внутри треугольника погрѣшности, иногда внѣ его, и притомъ то противъ стороны, то противъ угла.



Черт. 360.

На чертежѣ 360 показаны положенія опредѣляемой точки относительно трехъ данныхъ въ разныхъ случаяхъ рѣшенія задачи Потенота и соотвѣтствующіе виды и положенія треугольниковъ погрѣшности. Эти случаи можно подвести подъ слѣдующія три правила:

1) Если опредѣляемая точка находится внутри треугольника abc, образуемаго данными (I случай), то она лежитъ внутри треугольника погрѣшности.

2) Если опредѣляемая точка находится внѣ треугольника *abc*, но внутри окружности, около него описанной (*III* случай), или хотя внѣ этой окружности, но противъ угла треугольника *abc* (*VI* случай), то она лежитъ внѣ треугольника погрѣшности, противъ стороны, направленной на среднюю точку *c*.

3) Если опредѣляемая точка находится внѣ окружности, описанной черезъ данныя точки, но противъ одной изъ сторонъ треугольника *abc* (*V* случай), то она лежитъ внѣ треугольника погрѣшности за угломъ, противолежащимъ сторонѣ, направленной на среднюю точку *c*.

Если опредѣляемая точка находится на одной изъ сторонъ треугольника *abc* (*II* случай), то оріентированіе производится сразу совершенно вѣрно. Если она находится на окружности, проведенной черезъ три данныя точки (*IV* случай), то треугольника погрѣшности вовсе не получается, какъ бы ни было ошибочно оріентированіе; это послѣднее обстоятельство, конечно, не помогаетъ дѣлу, а доказываетъ только, что въ этомъ случаѣ разсматриваемый способъ, какъ и всѣ прочіе, не примѣнимъ вовсе.

На основаніи сказаннаго, задача Потенота рѣшается по способу Лемана слѣдующимъ образомъ. Установивъ мензулу на опредѣляемой точкѣ, оріентируютъ планшетъ приблизительно на глазъ или лучше по буссоли и, визируя черезъ три данныя точки на соотвѣтствующія точки мѣстности, прочерчиваютъ три направленія, которыя, вообще говоря, дадутъ треугольникъ погрѣшности. Затѣмъ, сообразуясь съ вышеприведенными правилами, по чертежу 360 и по пропорціи (α), назначаютъ на глазъ истинное положеніе точки стоянія, исправляютъ оріентированіе и чертятъ три новыя направленія. Получивъ другой треугольникъ погрѣшности, обыкновенно гораздо меньшій перваго, назначаютъ новое положеніе точки стоянія и т. д., пока вмѣсто треугольника погрѣшности не получится точка. Очевидно, это способъ *послѣдовательныхъ приближеній*. Опытъ показываетъ, что искусные наблюдатели вѣрно назначаютъ истинное положеніе точки стоянія сразу, по первому треугольнику погрѣшности, такъ что имъ нужно лишь одно приближеніе.

Если при первоначальномъ оріентированіи планшета три прочерченныя направленія встрѣтились въ одной точкѣ, вовсе не образовавъ треугольника погрѣшности, то это можетъ произойти или оттого, что оріентированіе случайно сдѣлано вѣрно,

или же потому, что точка стоянія находится на окружности, проходящей черезъ три данныя точки. При свободѣ выбора точекъ послѣдній случай немыслимъ, но если выбора не было и пришлось довольствоваться только данными на планшетѣ тремя точками, то для разрѣшенія недоразумѣнія необходимо слегка измѣнить оріентированіе планшета и повторить черченіе трехъ направленій. Если теперь получится треугольникъ погрѣшности, то первая установка была дѣйствительно вѣрна; если же опять не получится треугольника погрѣшности, то, значитъ, точка стоянія лежитъ на упомянутой окружности, и рѣшеніе задачи невозможно.

Способъ Лемана, какъ впрочемъ и всѣ другіе, выгоднѣе всего примѣняется въ *I* и *VI* случаяхъ, т. е. когда опредѣляемая точка находится либо внутри треугольника, образуемаго данными, либо внѣ его, противъ одного изъ угловъ; въ этихъ двухъ случаяхъ ничтожная ошибка въ оріентированіи планшета производитъ значительный треугольникъ погрѣшности, тогда какъ въ другихъ случаяхъ при малой ошибкѣ оріентированія треугольникъ погрѣшности получается почти незамѣтнымъ, и трудно рѣшить, въ какую сторону и на сколько надо повернуть планшетъ. На черт. 360, сдѣланномъ въ масштабѣ, показаны величины и положенія треугольниковъ погрѣшности, получаемыхъ въ разныхъ случаяхъ при ошибкахъ оріентированія въ $\pm 10°$ и $\pm 20°$. Не трудно замѣтить, что въ случаяхъ *III* и *V* треугольники погрѣшности гораздо меньше, чѣмъ въ случаяхъ *I* и *VI*. Впрочемъ, справедливость сказаннаго легко вывести и аналитически, опредѣливъ длину какой-нибудь стороны треугольника погрѣшности.

Найдемъ выраженіе для стороны xy треугольника xyz на черт. 359; видно непосредственно, что

$$xy = cy - cx \qquad (\beta)$$

По малости дугъ xd и yd примемъ ихъ за прямыя линіи; тогда изъ треугольника cyd имѣемъ:

$$\frac{cy}{cd} = \frac{\sin cdy}{\sin cyd}$$

но
$$\angle cdy = 180° - \angle cay = 180° - (P + \varepsilon)$$
$$\angle cyd = \angle cad = P$$

слѣдовательно:
$$cy = cd \frac{\sin (P + \varepsilon)}{\sin P} \qquad (\gamma)$$

Далѣе, изъ треугольника cxd:

$$\frac{cx}{cd} = \frac{\sin cdx}{\sin cxd}$$

но $$\angle cdx = \angle cbx = Q - \varepsilon$$

$$\angle cxd = 180^\circ - Q$$

слѣдовательно: $$cx = cd \frac{\sin (Q - \varepsilon)}{\sin Q} \qquad (\delta)$$

Подставивъ выраженія (γ) и (δ) въ (β), разложивъ $\sin (P + \varepsilon)$ и $\sin (Q - \varepsilon)$ и сдѣлавъ надлежащія сокращенія, получимъ:

$$xy = cd \, . \, \sin \varepsilon \, (\cot g \, P + \cot g \, Q)$$

При данномъ разстояніи cd и извѣстной угловой ошибкѣ оріентированія ε длина стороны xy, а потому и вообще размѣры треугольника погрѣшности зависятъ отъ множителя въ скобкахъ, т. е. отъ суммы котангенсовъ угловъ P и Q. Эта сумма будетъ наибольшею, когда углы P и Q близки къ нулю, что бываетъ, когда опредѣляемая точка лежитъ недалеко отъ средней точки c, т. е. въ случаяхъ *I* и *VI*. Въ *IV* случаѣ, когда опредѣляемая точка лежитъ на окружности, проходящей черезъ a, b и c, уголъ $Q = 180^\circ - P$ и потому

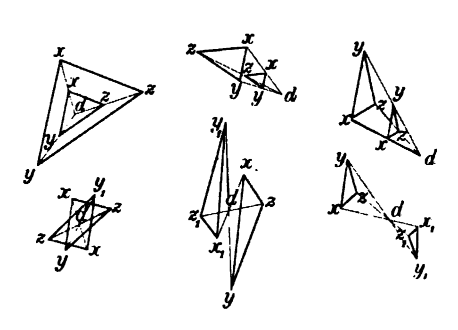
$$\cot g \, P + \cot g \, Q = 0$$

такъ что въ этомъ случаѣ вовсе не получается треугольника погрѣшности, какова бы ни была ошибка ε оріентированія планшета.

140. Способъ Боненбергера. Тюбингенскій астрономъ *Боненбергеръ* обратилъ вниманіе на то обстоятельство, что расположеніе вершинъ треугольниковъ погрѣшности при послѣдовательныхъ измѣненіяхъ оріентированія планшета на трехъ окружностяхъ (черт. 359 и 360) приводитъ непосредственно къ нахожденію опредѣляемой точки. Дѣло въ томъ, что радіусы этихъ окружностей такъ значительны по сравненію съ размѣрами треугольниковъ погрѣшности, что небольшія дуги ихъ можно считать прямыми линіями.

Для рѣшенія задачи Потенота по способу Боненбергера оріентируютъ планшетъ приблизительно по оріентиръ-буссоли и получаютъ тремя прочерчиваемыми направленіями черезъ данныя точки треугольникъ погрѣшности; затѣмъ немного измѣняютъ оріентированіе планшета и получаютъ другой треугольникъ

погрѣшности. Тогда надо черезъ *соотвѣтствующія* вершины этихъ двухъ треугольниковъ провести прямыя, въ общей точкѣ пересѣченія которыхъ и получится точка стоянія. Для уясненія этого простого правила достаточно внимательно разсмотрѣть чертежи 361, представляющіе рѣшеніе задачи для случаевъ *I*, *III*, *V* и *VI*; они изображаютъ лишь увеличенія соотвѣтствующихъ частей чертежа 360, причемъ дуги круговъ замѣнены прямыми линіями. Случаи *II* и *IV* не приведены, потому что *II* не представляетъ, собственно говоря, задачи Потенота, а въ *IV* она невозможна.



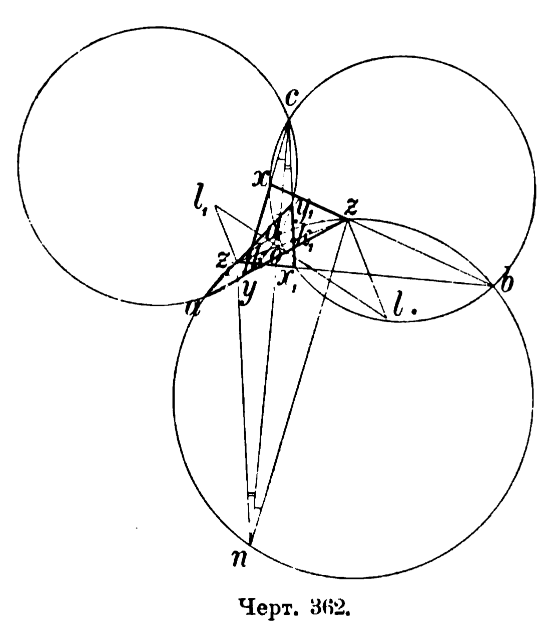
Черт. 361.

Такъ какъ въ дѣйствительности опредѣляемая точка *d* лежитъ не на пересѣченіи трехъ прямыхъ, а на пересѣченіи трехъ дугъ круговъ, то при большихъ ошибкахъ оріентированія способъ Боненбергера приводитъ не къ точному, а лишь къ приближенному рѣшенію задачи Потенота; поэтому, если два первыхъ треугольника погрѣшности оказались значительныхъ размѣровъ, то послѣ полученія точки *d* указаннымъ выше построеніемъ надо повторить всѣ дѣйствія по двумъ другимъ меньшимъ треугольникамъ погрѣшности.

141. Способъ Нетто. Профессоръ Геодезіи Берлинской Военной Академіи *Нетто* усовершенствовалъ способъ Боненбергера; именно, изъ приближеннаго (дуги круговъ принимаются за прямыя) сдѣлалъ его точнымъ: онъ показалъ, какъ по двумъ полученнымъ треугольникамъ погрѣшности построить не прямо точку стоянія, а оріентировочное направленіе, т. е. прямую, на которой должна лежать эта точка.

На черт. 362 изображено положеніе двухъ треугольниковъ погрѣшности xyz и $x_1y_1z_1$ въ *I* случаѣ рѣшенія задачи Потенота, когда точка стоянія находится внутри треугольника, составляемаго тремя данными точками. Нижеслѣдующій выводъ легко примѣнить и ко всѣмъ прочимъ случаямъ этой занимательной задачи. Соединимъ двѣ соотвѣтствующія вершины z и z_1 прямою

и означимъ точки пересѣченія ея съ противолежащими сторонами треугольниковъ погрѣшности и съ продолженіемъ прямой cd буквами k, k_1 и o. Далѣе, продолжимъ cd до встрѣчи съ окружностью, проведенною черезъ точки a, d и b, и соединимъ полученную точку n съ z и z_1.



Черт. 362.

Треугольники koc и zon подобны, потому что углы koc и zon равны, какъ вертикальные, и кромѣ того:

$$\angle kco = \angle ycd = \angle day$$

какъ углы вписанные, опирающіеся на дугу dy окружности adc;

$$\angle zno = \angle znd = \angle daz = \angle day$$

какъ углы вписанные, опирающіеся на дугу dz окружности adb; слѣдовательно:

$$\frac{ko}{zo} = \frac{co}{no} \qquad (\alpha)$$

Треугольники k_1oc и z_1on подобны, потому что углы k_1oc и z_1on равны, какъ вертикальные, и кромѣ того:

$$\angle k_1co = \angle y_1cd = \angle day_1$$

какъ углы вписанные, опирающіеся на дугу dy_1 окружности adc:

$$\angle z_1no = \angle z_1nd = \angle daz_1 = \angle day_1$$

какъ углы вписанные, опирающіеся на дугу dz_1 окружности adb; слѣдовательно:

$$\frac{k_1o}{z_1o} = \frac{co}{no} \qquad (\beta)$$

Изъ сравненія (α) и (β) имѣемъ:

$$\frac{ko}{zo} = \frac{k_1o}{z_1o}$$

$$\frac{ko + zo}{zo} = \frac{k_1o + z_1o}{z_1o}$$

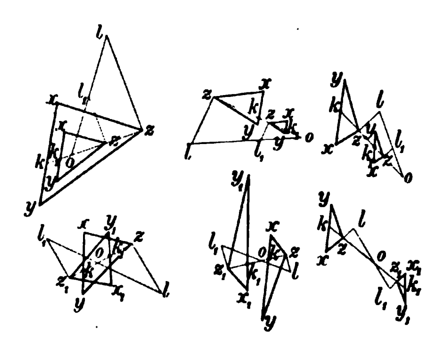
$$\frac{kz}{zo} = \frac{k_1z_1}{z_1o}$$

Возставимъ въ точкахъ z и z_1 перпендикуляры къ zz_1 и отложимъ на нихъ $zl = kz$ и $z_1l_1 = k_1z_1$; тогда послѣдняя пропорція замѣнится слѣдующею:

$$\frac{zl}{zo} = \frac{z_1l_1}{z_1o}$$

она показываетъ, что если соединить l и l_1 съ o прямыми линіями, то прямоугольные треугольники ozl и oz_1l_1 подобны, а потому ихъ углы при o равны, и линія lol_1 — одна прямая.

Теперь не трудно понять способъ Нетто. Получивъ, какъ въ способѣ Боненбергера, при двухъ приближенныхъ оріентированіяхъ планшета два треугольника погрѣшности, слѣдуетъ провести черезъ двѣ соотвѣтствующія вершины z и z_1 прямую zz_1 до пересѣченія съ противоположными сторонами въ точкахъ k и k_1, возставить въ z и z_1 перпендикуляры, отложить на нихъ $zl = kz$ и $z_1l_1 = k_1z_1$, черезъ полученныя точки провести прямую до пересѣченія съ zz_1 въ точкѣ o и соединить o съ данною среднею точкою c. Тогда останется только оріентировать планшетъ по прямой oc на точку C мѣстности и прочертить направленія черезъ точки a и b на A и B; оба направленія пересѣкутъ прямую co въ опредѣляемой точкѣ d.



Черт. 363.

На черт. 363 показано примѣненіе способа Нетто въ тѣхъ же случаяхъ, какъ на черт. 361 примѣненіе способа Боненбергера.

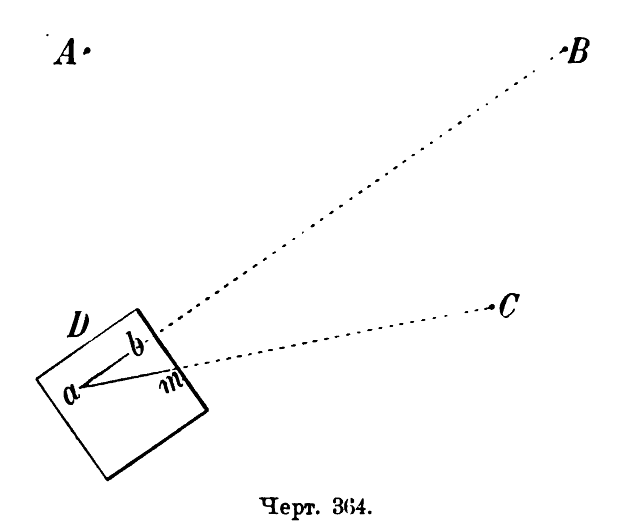
Въ заключеніе замѣтимъ, что изъ всѣхъ разсмотрѣнныхъ способовъ рѣшенія задачи Потенота чаще всего примѣняютъ способы Бесселя и Лемана. Первый приводитъ къ точному оріентированію планшета послѣ двухъ обязательныхъ поворотовъ мензулы *), второй же у опытнаго производителя работъ

*) Любопытное упрощеніе способа Бесселя, именно, замѣна двухъ поворотовъ мензулы однимъ, предложено въ 1899 г. ученикомъ Пензенскаго Землемѣрнаго Училища *Бурбахомъ*. Однако это упрощеніе даетъ вспомогательную точку e (черт. 341—347) не сразу, а послѣ предварительнаго опредѣленія другой симметричной ей точки; точка же e, необ-

приводитъ къ такому же оріентированію даже послѣ одного исправленія. Когда точка стоянія получена, то весьма полезно повѣрить оріентированіе еще по какой-нибудь точкѣ на планшетѣ, лучше всего по самой удаленной изъ видимыхъ.

142. Задача Ганзена. Въ §§ 133 и 134 было объяснено, какъ получается на планшетѣ третья точка по двумъ даннымъ, но не указано, какъ опредѣлить ее, если нельзя стать не только на данныхъ точкахъ, но и на прямой, ихъ соединяющей. Этотъ частный случай называется задачею *Ганзена* (1795—1874). Вотъ два способа ея рѣшенія на мензульномъ планшетѣ.

1-ый способъ. Пусть a и b (черт. 364) данныя на планшетѣ точки, соотвѣтствующія точкамъ A и B на мѣстности; требуется

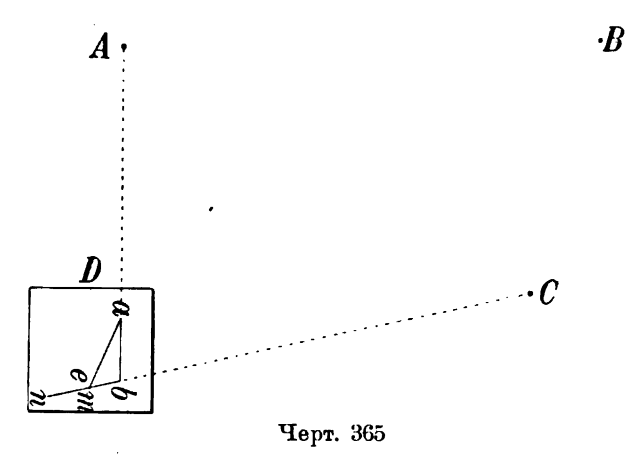


Черт. 364.

опредѣлить третью точку C. Выбираютъ четвертую точку D, съ которой были бы видны всѣ три точки A, B, C, и продѣлываютъ на ней первыя два дѣйствія, объясненныя при рѣшеніи задачи Потенота по способу Бесселя: именно, сперва воображаютъ себя на точкѣ A, оріентируютъ планшетъ по данной прямой ab на точку B и, визируя на C, проводятъ направленіе

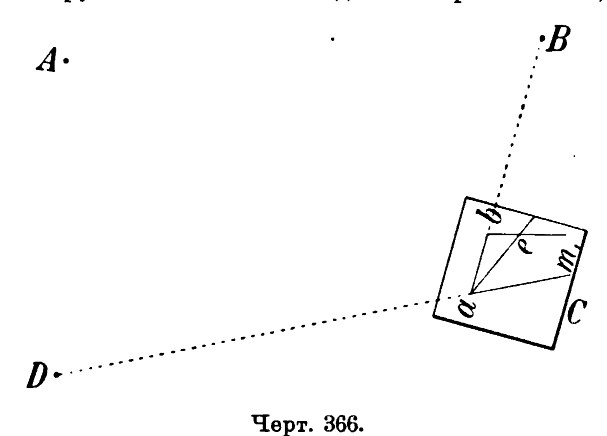
ходимая для оріентированія планшета, получается затѣмъ въ пересѣченіи двухъ окружностей (см. Труды Топографо-Геодезической Комиссіи, Вып. XIII, стр. 43).

am; затѣмъ воображаютъ себя на точкѣ *B* (черт. 365), оріентируютъ планшетъ по прямой *ba* на точку *A* и, визируя опять на *C*, проводятъ направленіе *bn*. Пересѣченіе двухъ прочерчен-



Черт. 365

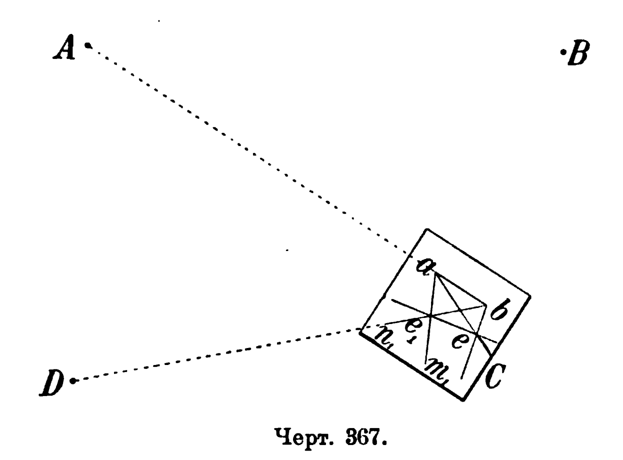
ныхъ направленій даетъ первую вспомогательную точку *e*. Далѣе переходятъ въ опредѣляемую точку *C* и повторяютъ тамъ тѣ же дѣйствія: воображаютъ себя сперва на точкѣ *A* (черт. 366), оріентируютъ планшетъ по данной прямой *ab* и, визируя



Черт. 366.

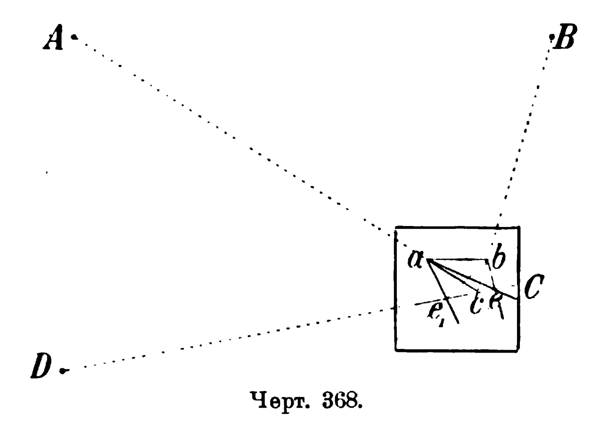
на *D*, проводятъ направленіе am_1; затѣмъ воображаютъ себя на точкѣ *B* (черт. 367), оріентируютъ планшетъ по прямой *ba* на точку *A* и, визируя на *D*, проводятъ направленіе bn_1. Пересѣченіе новыхъ двухъ направленій даетъ вторую вспомогатель-

ную точку e_1. Соединивъ точки e и e_1, получаютъ прямую ee_1, по которой и должно окончательно оріентировать планшетъ въ



Черт. 367.

точкѣ C на D (черт. 368). Если направить теперь визирный приборъ черезъ точки a и b на вѣхи A и B, то прямыя Aa и Bb пересѣкутъ ee_1 въ одной точкѣ c, которая и представляетъ

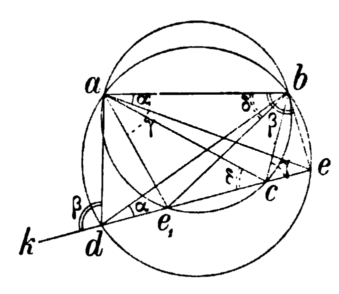


Черт. 368.

опредѣляемую. Достаточно провести одну прямую ac; однако для повѣрки проводятъ всегда и другую bc.

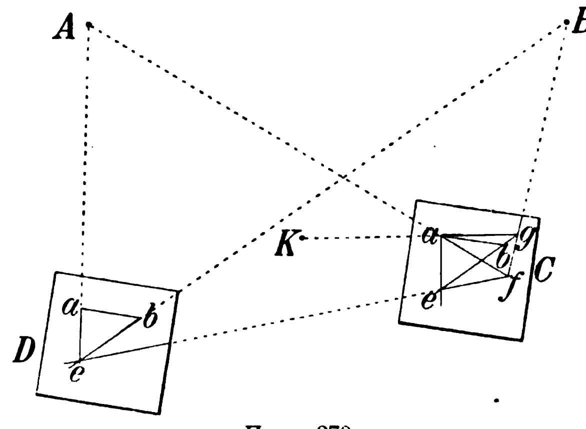
Чтобы доказать справедливость вышеобъясненнаго, положимъ, что a, b, c и d (черт. 369) представляютъ на планшетѣ четыре точки мѣстности A, B, C и D. Если провести окруж-

ность черезъ точки a, b и d, продолжить dc до пересѣченія съ этою окружностью въ точкѣ e и соединить e съ a и b, то при a и b получатся углы $eab = edb = \alpha$ и $eba = kda = \beta$. Подобнымъ же образомъ, если провести окружность черезъ точки a, b и c, продолжить cd до пересѣченія съ этою окружностью въ точкѣ e_1 и соединить e_1 съ a и b, то при a и b получатся углы $e_1ab = ecb = \gamma$ и $e_1ba = e_1ca = \delta$. Посредствомъ дѣйствій, описанныхъ выше, при точкахъ a и b отъ прямой ab строились именно углы α, β, γ и δ, соотвѣтственно равные угламъ CDB и CDA при точкѣ D и угламъ DCB и DCA при точкѣ C. Помощью этихъ построеній получена прямая ee_1, на которой, какъ видно изъ черт. 368, лежатъ точки c и d, почему она и можетъ служить для окончательнаго оріентированія планшета въ точкѣ C.



Черт. 369.

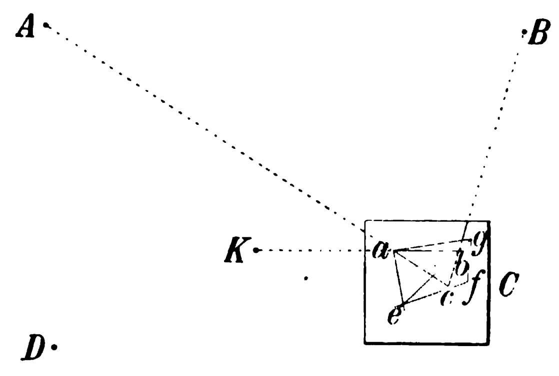
2-ой способъ. Выбравъ, какъ и въ первомъ способѣ, четвертую точку D, изъ которой видны обѣ данныя и опредѣляемая,



Черт. 370.

оріентируютъ на ней планшетъ приблизительно на глазъ или по оріентиръ-буссоли и, визируя черезъ a и b на данныя точки A и B (черт. 370), прочерчиваютъ направленія Aa и Bb; черезъ точку ихъ пересѣченія e визируютъ на опредѣляемую

точку C и проводятъ прямую eC. Затѣмъ переходятъ съ мензулою въ точку C и оріентируютъ на ней планшетъ по прямой fe на точку D, вслѣдствіе чего всѣ прочерченныя на немъ линіи, очевидно, примутъ направленія, параллельныя тѣмъ, которыя онѣ имѣли въ точкѣ D. Далѣе прочерчиваютъ черезъ a направленіе на A и черезъ f, точку пересѣченія прямыхъ af и ef, визируютъ на B. Прямая, соединяющая на планшетѣ точку a съ g (пересѣченіе eb съ fB), будетъ параллельна прямой AB на мѣстности. Остается теперь приложить линейку визирнаго прибора къ прямой ga, выставить въ этомъ направленіи вѣху



Черт. 371.

K и оріентировать планшетъ на вѣху K по линіи ab (черт. 371). Опредѣляемая точка c получится въ пересѣченіи направленій, прочерченныхъ черезъ a и b на A и B.

Для доказательства параллельности ag и AB на чертежѣ 370 припомнимъ, что планшетъ въ точкахъ D и C (при первой установкѣ) имѣлъ параллельныя положенія и, слѣдовательно:

$$\Delta\, afe \backsim \Delta\, ACD \ (ae \text{ параллельна } AD)$$

$$\Delta\, efg \backsim \Delta\, DCB \ (eg \text{ параллельна } DB)$$

поэтому можно составить пропорціи:

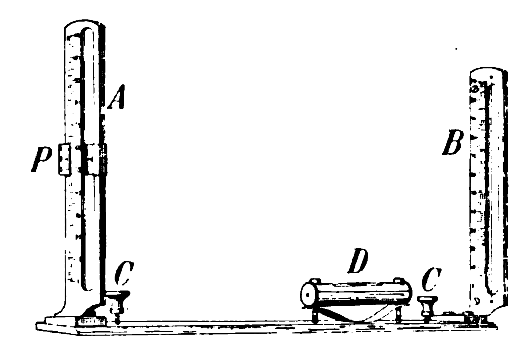
$$\frac{af}{AC} = \frac{ef}{DC} = \frac{fg}{CB}$$

Равенство перваго и третьяго отношеній при общемъ углѣ въ f (C) указываетъ на подобіе треугольниковъ afg и ACB, откуда и слѣдуетъ, что ag параллельна AB.

Второй способъ проще перваго, но въ немъ нѣтъ повѣрки оріентированія планшета въ точкѣ C, и онъ требуетъ установки вспомогательной вѣхи K.

Задачу Ганзена нельзя рѣшить, когда четвертая точка D избрана на одной изъ прямыхъ, соединяющихъ C съ A или C съ B; объ этомъ случаѣ, довольно впрочемъ рѣдкомъ, надо помнить: если точка D избрана хотя и не на указанныхъ прямыхъ, но близко къ нимъ, то построеніе выходитъ весьма неточнымъ, такъ какъ оріентировочныя прямыя ee_1 (въ 1-омъ способѣ) и ag (во 2-омъ) оказываются очень короткими *).

143. Алидада-высотомѣръ и дальномѣръ. Простая алидада съ діоптрами, описанная въ § 131, удовлетворяетъ только своему прямому назначенію — служить визирнымъ приборомъ для прочерчиванія на мензульномъ планшетѣ направленій на окружающіе предметы; къ ней можно однако присоединить части, позволяющія опредѣлять не только направленія, но еще высоты и разстоянія. Алидада съ этими приспособленіями безъ зрительной трубы называется *алидадою-высотомѣромъ и дальномѣромъ*, а со зрительною трубою — *кипрегелемъ*.

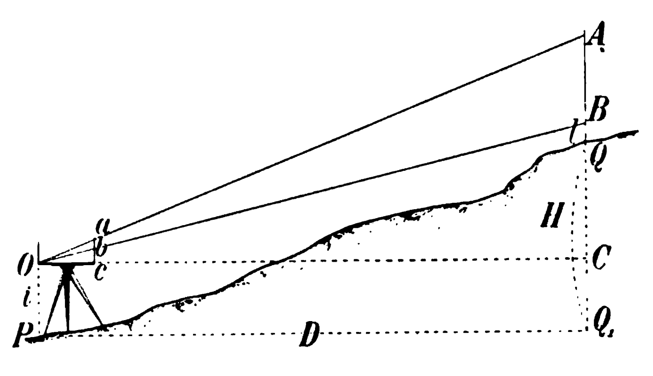


Черт. 372.

Существуетъ нѣсколько образцовъ алидадъ, служащихъ для опредѣленія высотъ и разстояній. Одинъ изъ совершеннѣйшихъ предложенъ Начальникомъ Корпуса Военныхъ Топографовъ *Н. Д. Артамоновымъ*. Эта алидада-высотомѣръ и дальномѣръ (черт. 372) представляетъ мѣдную линейку съ діоптрами особаго устройства: оба имѣютъ широкіе прорѣзы съ зубчиками, вырѣзанными черезъ $^1/_{20}$ дюйма, и соотвѣтствующими подписями; прямая, проходящая черезъ зубчики, означенные нулями, параллельна нижней плоскости линейки. Въ прорѣзѣ предмет-

*) Кромѣ изложенныхъ здѣсь графическихъ способовъ рѣшенія задачъ Потенота и Ганзена существуютъ еще пріемы аналитическіе (см. мою Практическую Геодезію, §§ 129 и 131, стр. 477 и 484).

наго діоптра B натянутъ вертикальный волосокъ; на глазной же діоптръ A надѣтъ подвижной хомутикъ P съ узкимъ круглымъ отверстіемъ для визированія и указателемъ для отсчитыванія его положенія. Къ линейкѣ алидады придѣланъ уровень D для приведенія планшета мензулы и самой линейки въ горизонтальное положеніе, и нарѣзанъ обыкновенный поперечный масштабъ для откладыванія полученныхъ разстояній. Кромѣ того въ нижней части линейки помѣщены двѣ упругія пластинки, выдвигаемыя по произволу винтами C и C. Для полученія надежныхъ результатовъ необходимо приводить линію нулей на діоптрахъ, а слѣдовательно, и нижнюю плоскость али-



Черт. 373.

дады, въ горизонтальное положеніе возможно точнѣе; между тѣмъ планшетъ мензулы приводится въ это положеніе лишь приблизительно (§ 132, п. 2). При обыкновенномъ устройствѣ линейки отсчеты по діоптрамъ всегда искажались бы негоризонтальностью алидады; указанные же винты C позволяютъ легко и быстро приводить линейку алидады въ горизонтальное положеніе при неточной установкѣ планшета.

Повѣрки алидады-высотомѣра и дальномѣра тѣ же, что и обыкновенной (§ 131), но кромѣ нихъ необходимо еще удостовѣриться, горизонтальна ли линія нулей діоптровъ, когда пузырекъ уровня находится на серединѣ трубки. Для этого производятъ, какъ объяснено ниже, двукратное опредѣленіе разности высотъ двухъ точекъ P и Q (черт. 373): сперва изъ P на Q, затѣмъ изъ Q на P. Если разности высотъ получаются одинаковыми (но съ противными знаками), то условіе выполнено;

если нѣтъ, то среднее изъ полученныхъ абсолютныхъ чиселъ даетъ истинную разность высотъ, а алгебраическая полусумма ихъ — поправку за «мѣсто нуля». Исправленіе дѣлается винтиками при уровнѣ D (черт. 372).

Необходимую принадлежность алидады-высотомѣра и дальномѣра составляетъ особая рейка въ видѣ кола съ двумя неподвижно прибитыми къ нему марками A и B, разстояніе между центрами которыхъ дѣлается обыкновенно равнымъ 1 сажени. Рейка устанавливается въ вертикальномъ положеніи на опредѣляемой точкѣ.

Для опредѣленія высоты и разстоянія наблюдатель ставитъ хомутикъ глазного діоптра на нуль и, визируя на верхнюю и нижнюю марки рейки, дѣлаетъ отсчеты по шкалѣ предметнаго діоптра (черт. 372). Вслѣдствіе параллельности прямыхъ AC и ac (черт. 373), имѣемъ:

$$\frac{AB}{BC}=\frac{ab}{bc}$$

Откуда, припоминая, что $AB = 1$ сажени, получаемъ въ саженяхъ:

$$BC=\frac{bc}{ab} \qquad (\alpha)$$

Если черезъ точку стоянія инструмента (P) вообразить горизонтальную прямую PQ_1, то разность высотъ точекъ Q и P представится отрѣзкомъ QQ_1, который, какъ видно изъ чертежа, равенъ $BC + CQ_1 - BQ$; но $CQ_1 = OP$ — высота инструмента (i), а BQ — высота нижней марки рейки надъ почвой (l), и обѣ легко получаются непосредственными измѣреніями мѣрною тесьмою. Означивъ высоту QQ_1 черезъ H и подставляя вмѣсто BC его выраженіе изъ (α), имѣемъ:

$$H=\frac{bc}{ab}+i-l \qquad (\beta)$$

Двучленъ $i - l$ называется *поправкою* разности высотъ точекъ P и Q *за высоты инструмента и рейки.*

Для опредѣленія горизонтальнаго разстоянія $PQ_1 = OC$ между точками P и Q имѣемъ пропорцію:

$$\frac{OC}{Oc}=\frac{BC}{bc}$$

Если обозначить разстояніе PQ_1 черезъ D, длину линейки алидады Oc черезъ k и вмѣсто BC подставить его выраженіе изъ (α), то получимъ:

$$D=\frac{k}{ab} \qquad (\gamma)$$

Назовемъ, наконецъ, черезъ m и n отсчеты по шкалѣ предметнаго діоптра при визированіи на верхнюю и нижнюю марки рейки; тогда, очевидно:

$$bc = n \quad \text{и} \quad ab = m - n$$

Подставивъ эти величины въ (β) и въ (γ), получимъ слѣдующія окончательныя выраженія для вычисленія разности высотъ и разстоянія при помощи алидады-высотомѣра и дальномѣра:

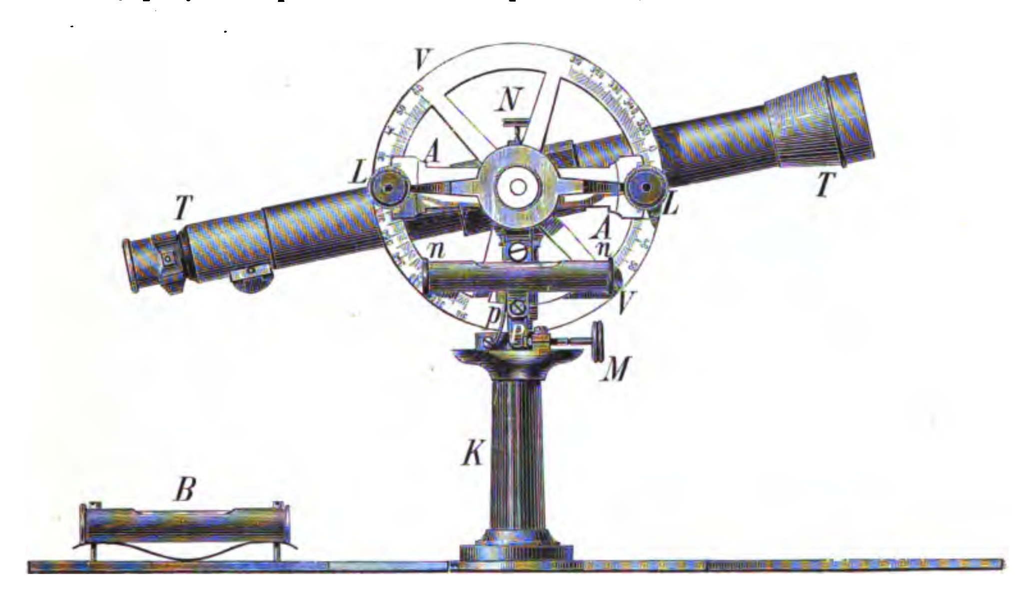
$$H = \frac{n}{m-n} + i - l$$
$$D = \frac{k}{m-n} \qquad (119)$$

Выше было сказано, что хомутикъ глазного діоптра ставится на нуль шкалы. Если наблюдаемая точка Q лежитъ ниже точки стоянія, то хомутикъ ставятъ на какое-нибудь другое дѣленіе, но тогда подъ m и n въ вышестоящихъ формулахъ надо разумѣть не непосредственные отсчеты по шкалѣ предметнаго діоптра, а разности этихъ отсчетовъ и отсчета по указателю хомутика по шкалѣ глазного діоптра.

Алидада-высотомѣръ и дальномѣръ имѣетъ всѣ недостатки, свойственные приборамъ съ діоптрами, и не допускаетъ большой точности визированія. Даже при небольшихъ разстояніяхъ ошибки въ высотахъ достигаютъ ± 0·2 сажени, а ошибки въ разстояніяхъ доходятъ до 0·01 самого разстоянія.

144. Кипрегель. Въ самомъ простомъ видѣ кипрегель представляетъ линейку, на которой укрѣплена колонка со зрительною трубой, служащею для наблюденія окружающихъ предметовъ. Такъ какъ эти предметы находятся то выше, то ниже точки стоянія, то труба не можетъ быть неподвижною, а должна обращаться около горизонтальной оси; отсюда и названіе прибора (отъ нѣмецкихъ словъ kippen — наклоняться и Regel — правило). Вращательнымъ движеніемъ трубы легко воспользоваться для измѣренія угловъ наклоненія визирныхъ линій; съ этою цѣлью къ ней придѣлываютъ вертикальный кругъ; кромѣ того въ окулярной части трубы помѣщаютъ особую сѣтку нитей для опредѣленія разстояній дальномѣрнымъ способомъ. Кипрегель съ этими дополненіями называется *кипрегелемъ-высотомѣромъ и дальномѣромъ*. Таковъ кипрегель образца Военно-Топографическаго Управленія Главнаго Штаба, изображенный на черт. 374.

Онъ состоитъ изъ мѣдной линейки около 20 дюймовъ длиною, къ которой привинчена колонка *K* съ поперечнымъ коническимъ отверстіемъ вверху; въ это отверстіе вставлена коническая же горизонтальная ось, къ одной сторонѣ которой (со стороны скошеннаго края линейки) придѣлана зрительная труба *TT*, а съ другой—вертикальный кругъ *VV*, раздѣленный на градусы или полуградусы. Противолежащія черточки подписаны одинаково.



Черт. 374.

Труба кипрегеля представляетъ обыкновенную астрономическую трубу, въ окулярѣ которой расположена сѣтка изъ одной вертикальной и трехъ горизонтальныхъ нитей (см. § 89, черт. 215).

Отсчеты вертикальнаго круга производятся по двумъ противолежащимъ верньерамъ, нарѣзаннымъ на алидадѣ *AA*, насаженной своимъ центральнымъ отверстіемъ на выступающую цилиндрическую часть круга. Для большаго удобства верньеры отсчитываются (съ точностью до 1′ или 2′) лупами *L* *), при-

*) Любопытно, что кипрегельными лупами никто никогда не пользуется, а обыкновенно въ началѣ съемки ихъ отвинчиваютъ и прячутъ въ ящикъ. Это показываетъ однако не безполезность лупъ, а превосходное зрѣніе наблюдателей.

дѣланными къ особому коромыслу съ кольцомъ, свободно надѣтымъ на гайку, удерживающую алидаду.

Снизу у алидады сдѣланъ приливъ P съ пружиною p и уровнемъ nn; при помощи винта M легко приводить пузырекъ этого *алидаднаго уровня* на середину трубки и тѣмъ придавать алидадѣ опредѣленное положеніе относительно горизонтальной плоскости, независимо отъ расположенія линейки кипрегеля: для приведенія въ горизонтальное положеніе мензульнаго планшета на линейкѣ кипрегеля имѣется другой менѣе чувствительный *кипрегельный уровень В*. Оба уровня снабжены исправительными винтиками.

На горизонтальную ось кипрегеля у самой трубы надѣто кольцо съ зажимнымъ винтомъ N, приливомъ и наводящимъ винтомъ, какъ объяснено въ § 76 и изображено на черт. 165.

Колонка K, кромѣ прямого своего назначенія — поддерживать всю верхнюю часть кипрегеля, служитъ еще какъ бы ручкою для переноски и передвиженія инструмента; поэтому она имѣетъ округленное расширеніе для защиты пальцевъ отъ острыхъ реберъ верхнихъ частей. Высота колонки расчитана такъ, что трубу можно переводить черезъ зенитъ, опуская ее объективомъ внизъ. Поэтому кипрегелемъ можно производить наблюденія при расположеніи вертикальнаго круга справа и слѣва относительно наблюдателя (кругъ *право* и кругъ *лѣво*).

На линейкѣ кипрегеля нарѣзанъ поперечный масштабъ. О нѣкоторыхъ мелкихъ приспособленіяхъ будетъ еще рѣчь впереди (см. § 145).

Всѣ части кипрегеля сдѣланы изъ мѣди, чтобы при установкѣ на мензульномъ планшетѣ можно было пользоваться оріентиръ-буссолью. Вѣсъ кипрегеля около 8 фунтовъ.

145. Повѣрки кипрегеля. Производство нѣкоторыхъ повѣрокъ кипрегеля было объяснено раньше; ограничимся здѣсь ихъ перечисленіемъ:

1. Скошенный край линейки кипрегеля долженъ представлять прямую линію (§ 11).

2. Зрительная труба должна обладать надлежащими качествами (§ 62).

3. Дѣленія на вертикальномъ кругѣ и его верньерахъ должны быть вѣрными (§ 105, п. 2 и § 121, п. 1).

4. Кипрегельный уровень долженъ быть установленъ такъ,

чтобы при горизонтальномъ положенiи линейки пузырекъ его останавливался на серединѣ трубки (§ 70).

Разсмотримъ подробнѣе повѣрки кипрегеля, о которыхъ раньше не говорилось.

5. Сѣтка нитей въ окулярѣ кипрегеля должна быть установлена такъ, чтобы вертикальная нить лежала въ плоскости, перпендикулярной къ нижней плоскости линейки, а горизонтальныя—перпендикулярно къ вертикальной Для повѣрки наводятъ трубу кипрегеля, стоящаго на горизонтальномъ планшетѣ, на бичевку отвѣса, повѣшеннаго въ 15—20 саженяхъ. Вертикальная нить въ окулярѣ должна покрывать изображенiе бичевки по всей своей длинѣ, а не пересѣкать ее подъ угломъ. Правильность установки горизонтальныхъ нитей повѣряется тѣмъ, что трубу кипрегеля наводятъ на неподвижно стоящую рейку и, замѣтивъ отсчеты по всѣмъ тремъ горизонтальнымъ нитямъ, поворачиваютъ кипрегель вправо и влѣво: отсчеты по нитямъ не должны измѣняться. Сѣтка нитей укрѣплена въ особомъ кольцѣ, которое можно поворачивать около оси трубы независимо отъ ея сѣточнаго колѣна; такимъ образомъ, обнаруживъ неправильность установки нитей, слѣдуетъ повернуть кольцо въ надлежащую сторону и повторить испытанiе. Если механику удалось натянуть горизонтальныя нити перпендикулярно къ вертикальной, то вращенiемъ кольца можно достигнуть правильной установки сѣтки; если нѣтъ, то нельзя повернуть кольцо такъ, чтобы нити приняли правильное положенiе, потому что всѣ онѣ натянуты на одной дiафрагмѣ. Въ послѣднемъ случаѣ необходимо натянуть новыя нити.

6. Вертикальный кругъ долженъ быть неподвижно скрѣпленъ съ трубою кипрегеля, т. е. они должны составлять какъ бы одно цѣлое. Это необходимо при пользованiи кипрегелемъ для опредѣленiя высотъ (§ 147); иначе при малѣйшемъ шатанiи круга относительно трубы мѣняется такъ называемое *мѣсто нуля*. Повѣрка производится именно многократнымъ опредѣленiемъ мѣста нуля; если оно не мѣняется, то условiе выполнено, въ противномъ случаѣ надо отвинтить алидаду при вертикальномъ кругѣ, разобрать верхнюю часть кипрегеля и, собравъ вновь, плотно привинтить всѣ винтики.

7. Алидадный уровень долженъ быть крѣпко привинченъ къ алидадѣ, составляя съ нею какъ бы одно цѣлое. Это условiе, подобно предыдущему, повѣряется многократнымъ опредѣ-

леніемъ мѣста нуля: оно должно оставаться постояннымъ. Кипрегель, у котораго вертикальный кругъ не можетъ быть неизмѣнно скрѣпленъ съ трубою или у котораго алидадный уровень не можетъ быть крѣпко свинченъ съ алидадою, совершенно негоденъ.

8. Оптическая ось зрительной трубы должна быть перпендикулярна къ горизонтальной оси вращенія; только при существованіи этого условія оптическая ось при вращеніи трубы около горизонтальной оси описываетъ плоскость; въ противномъ случаѣ оптическая ось описываетъ коническую поверхность

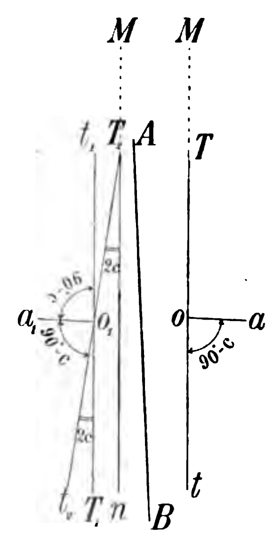
Чтобы открыть неперпендикулярность, называемую *коллимаціонною ошибкой*, ставятъ кипрегель на мензульный планшетъ, наводятъ его трубу на отдаленный, но хорошо видимый неподвижный предметъ и проводятъ черту вдоль скошеннаго края линейки; затѣмъ переставляютъ кипрегель на 180°, т. е. прикладываютъ скошенный край линейки къ проведенной чертѣ съ другой стороны, переводятъ трубу черезъ зенитъ и смотрятъ въ окуляръ. Если въ этомъ второмъ положеніи изображеніе отдаленнаго предмета оказывается опять на вертикальной нити, то коллимаціонной ошибки нѣтъ; если же изображеніе предмета приходится правѣе или лѣвѣе вертикальной нити, то коллимаціонная ошибка существуетъ и равна половинѣ углового уклоненія изображенія отъ вертикальной нити.

Допустимъ, что оптическая ось трубы Tt (черт. 375), т. е. прямая, соединяющая оптическій центръ объектива съ пересѣченіемъ нитей въ окулярѣ, не перпендикулярна къ горизонтальной оси вращенія oa, а составляетъ съ нею уголъ $90°-c$. Пусть труба наведена на отдаленный предметъ M, и AB -прямая, прочерченная по скошенному краю линейки. Послѣ перестановки кипрегеля на 180° всѣ его части тоже повернутся на 180°: оптическая ось приметъ положеніе T_1t_1, параллельное Tt, а горизонтальная ось вращенія- положеніе o_1a_1, параллельное oa. Такъ какъ уголъ между T_1t_1 и a_1o_1 не равенъ 90°, то при переводѣ трубы черезъ зенитъ оптическая ось опишетъ коническую поверхность и приметъ положеніе T_2t_2, составляющее съ прежнимъ уголъ $t_2o_1T_1$, равный $180°\ \ 2\,(90°-c)$, т. е. $2\,c$.

Выше было сказано, что предметъ M выбирается далекій, поэтому направленія TM и T_2M можно считать параллельными, и изображеніе этого предмета при второмъ положеніи кипрегеля будетъ въ n, причемъ T_2n параллельно Tt. Угловое раз-

стояніе изображенія n отъ вертикальной нити окуляра (уголъ t_2T_2n) равно $2c$. Изъ чертежа видно, что для приведенія оптической оси въ положеніе T_2T_1, перпендикулярное къ горизонтальной оси o_1a_1, слѣдуетъ передвинуть сѣтку нитей на величину t_2T_1, равную половинѣ полученнаго уклоненія t_2n.

Для передвиженія сѣтки нитей вправо и влѣво при окулярѣ трубы имѣются боковые исправительные винтики, вращаемые особымъ ключикомъ. Поставить сѣтку сразу въ надлежащее положеніе не всегда удается; точная установка достигается обыкновенно послѣдовательными попытками.



Черт. 375.

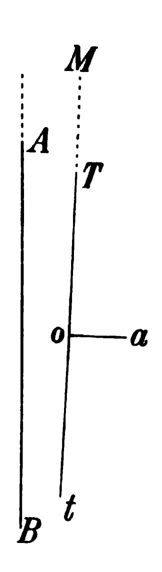
9. Горизонтальная ось вращенія кипрегеля должна быть параллельна нижней плоскости линейки. При выполненіи этого условія оптическая ось трубы (уже приведенная въ положеніе, перпендикулярное къ горизонтальной оси вращенія) описываетъ плоскость, перпендикулярную къ нижней плоскости линейки, и направленія прямыхъ, проводимыхъ по скошенному краю линейки, не зависятъ отъ высоты наблюдаемаго предмета. Въ противномъ случаѣ, если существуетъ наклоненіе оси, оптическая ось при горизонтальномъ планшетѣ описываетъ наклонную плоскость, и два предмета, лежащіе въ одной вертикальной плоскости, но одинъ выше другого, окажутся на планшетѣ по разнымъ направленіямъ.

Чтобы открыть *наклоненіе оси*, ставятъ кипрегель на планшетъ, тщательно приведенный въ горизонтальное положеніе, а передъ трубою въ 20—30 саженяхъ вѣшаютъ бичевку съ грузикомъ (отвѣсъ) и, наведя пересѣченіе нитей окуляра на верхнюю часть бичевки, осторожно опускаютъ трубу и слѣдятъ, сходитъ ли изображеніе бичевки съ пересѣченія нитей или нѣтъ. Если не сходитъ, то условіе выполнено; въ противномъ случаѣ существуетъ наклоненіе оси. При первомъ наведеніи трубы бичевка отвѣса опредѣляетъ вертикальную плоскость, проходящую черезъ оптическую ось трубы; если изображеніе бичевки не сходитъ съ пересѣченія нитей, то оптическая ось

описываетъ вертикальную плоскость и, слѣдовательно, ось вращенія кипрегеля параллельна нижней плоскости линейки.

Наклоненіе горизонтальной оси вращенія кипрегеля устраняется измѣненіемъ положенія колонки. Для этого отпускаютъ винты, которыми колонка привинчена къ линейкѣ, и, подложивъ подъ соотвѣтствующее мѣсто основанія кусочекъ бумажки, сложенной нѣсколько разъ, закрѣпляютъ винты и повторяютъ повѣрку. Исправленіе достигается обыкновенно послѣдовательными попытками.

10. Проекція горизонтальной оси вращенія кипрегеля на нижнюю плоскость линейки должна быть перпендикулярна къ скошенному краю. При выполненіи этого условія направленія, прочерченныя на планшетѣ, параллельны вертикальнымъ плоскостямъ, заключающимъ точку стоянія и наблюдаемыя; въ противномъ случаѣ всѣ эти направленія будутъ повернуты въ одну сторону на уголъ, равный величинѣ разсматриваемой ошибки.



Черт. 376.

Пусть проекція горизонтальной оси вращенія *oa* (черт. 376) не перпендикулярна къ скошенному краю *AB* линейки кипрегеля. При отсутствіи коллимаціонной ошибки оптическая ось трубы представится прямою *Tt*, перпендикулярною къ *oa*, а на планшетѣ будетъ проведено направленіе *AB*, составляющее съ *Tt* нѣкоторый уголъ. Для повѣрки наводятъ трубу на какой-нибудь отдаленный неподвижный предметъ *M*, прочерчиваютъ по скошенному краю линейки прямую *AB*, отставляютъ кипрегель въ сторону, по концамъ *AB* втыкаютъ двѣ иглы и смотрятъ черезъ ихъ основанія. Если лучъ зрѣнія будетъ направленъ на тотъ же отдаленный предметъ *M*, то условіе выполнено; если же онъ будетъ направленъ правѣе или лѣвѣе предмета *M*, то проекція оси не перпендикулярна къ скошенному краю линейки.

Для устраненія ошибки надо, очевидно, повернуть колонку около ея вертикальной оси. Съ этою цѣлью въ нѣкоторыхъ кипрегеляхъ прорѣзы для винтовъ, которыми прикрѣплена колонка къ линейкѣ, сдѣланы не круглыми, а продолговатыми, такъ что, ослабивъ винты, можно повернуть колонку, вновь за-

крѣпить винты и повторить повѣрку. Въ другихъ кипрегеляхъ вращеніе колонки невозможно, но это не вредитъ точности съемки. Дѣйствительно, упомянутая погрѣшность соотвѣтствуетъ коллимаціонной ошибкѣ простой алидады съ діоптрами и, какъ было уже объяснено въ § 131, не вліяетъ на вѣрность построенія угловъ на планшетѣ: всѣ направленія будутъ повернуты на одинъ и тотъ же уголъ. Такъ какъ оріентированіе планшета дѣлается обыкновенно не по буссоли, а по проведеннымъ уже на планшетѣ направленіямъ, то при работѣ тѣмъ же кипрегелемъ разсматриваемая ошибка не будетъ имѣть вліянія даже и на оріентированіе плана.

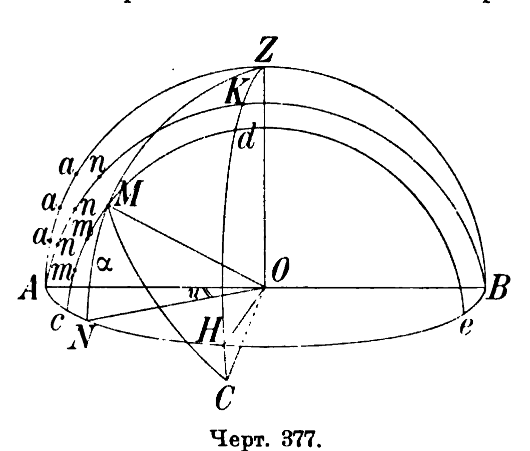
146. Вліяніе погрѣшностей. Опытъ показалъ, что нѣтъ возможности вполнѣ вывѣрить кипрегель, т. е. совершенно устранить всѣ его погрѣшности. Нѣкоторыя изъ нихъ, именно 1, 2 и 3 (см. § 145), могутъ быть исправлены только механикомъ, 5, 6 и 7 хотя и могутъ быть устранены наблюдателемъ, но это не всегда достижимо. Что касается остальныхъ четырехъ погрѣшностей, то наблюдатель всегда можетъ самъ уменьшить ихъ, но устранить ихъ совершенно не можетъ ни онъ, ни даже искусный механикъ.

Незначительная погрѣшность въ кипрегельномъ уровнѣ не имѣетъ практическаго значенія, а вліяніе 10-ой погрѣшности вовсе исключается, такъ какъ оно постоянно для всѣхъ направленій. Такимъ образомъ, остается разсмотрѣть вліяніе коллимаціонной ошибки и наклоненія горизонтальной оси вращенія на прочерчиваемыя на планшетѣ направленія.

Если бы оптическая ось зрительной трубы кипрегеля была перпендикулярна къ горизонтальной оси вращенія, а эта послѣдняя была совершенно параллельна нижней плоскости линейки, то при отсутствіи прочихъ ошибокъ всѣ прочерчиваемыя на планшетѣ прямыя представляли бы сѣченія плоскости бумаги вертикальными плоскостями, заключающими оптическую ось трубы, такъ что въ предѣлахъ графической точности работы эти прямыя проводились бы достаточно вѣрно. При коллимаціонной ошибкѣ и наклоненіи горизонтальной оси каждое прочерченное на планшетѣ направленіе составляетъ съ вертикальною плоскостью визированія нѣкоторый уголъ, зависящій не только отъ величины этихъ инструментальныхъ погрѣшностей, но еще и отъ угла наклоненія визирныхъ линій.

Вообразимъ шаръ произвольнаго радіуса и будемъ проводить

черезъ его центръ O (черт. 377) линіи и плоскости, параллельныя соотвѣтствующимъ линіямъ и плоскостямъ въ пространствѣ. Пусть AHB представляетъ горизонтальную плоскость планшета, а AZB — плоскость вертикала, параллельнаго скошенному краю линейки кипрегеля. Если бы не существовало ни наклоненія, ни коллимаціонной ошибки, то горизонтальная ось вращенія трубы имѣла бы направленіе OH, перпендикулярное къ плоскости AZB, а оптическая ось при вращеніи около прямой OH описывала бы вертикальную плоскость AZB; въ трубѣ на пересѣченіи нитей усматривались бы предметы, лежащіе въ направленіяхъ OA, Oa, Oa . . ., и прочерченная прямая OA соотвѣтствовала бы истинному направленію. Если существуетъ только наклоненіе оси, т. е. если она имѣетъ направленіе OC, составляющее съ OH уголъ $HOC = b$, то оптическая ось трубы описываетъ наклонную плоскость AKB, и въ трубу видны предметы, лежащіе въ направленіяхъ OA, On, On . . . и не находящіеся въ одной вертикальной плоскости. Если труба кипрегеля имѣетъ еще и коллимаціонную ошибку, то ея оптическая ось описываетъ коническую поверхность $Ocde$, и наблюдатель на пересѣченіи нитей видитъ предметы, находящіеся въ направленіяхъ Oc, Om, Om . . .



Черт. 377.

Пусть кипрегель имѣетъ обѣ названныя погрѣшности, и труба его наведена на предметъ M. Направленіе OM представляетъ, очевидно, одну изъ образующихъ конической поверхности $Ocde$. Назовемъ уголъ наклоненія этой образующей, т. е. уголъ MON, буквой α и проведемъ черезъ OM вертикальную плоскость $ZMNO$. Легко понять, что горизонтальная проекція направленія визированія есть прямая ON; прочерченное же на планшетѣ направленіе есть OA. Поэтому уголъ $AZN = AON = u$ выражаетъ искомую ошибку прочерченнаго направленія, а дуга ZM — дополненіе угла наклоненія α до 90°.

Если соединить точки Z и M дугами большихъ круговъ съ точкою C, представляющею полюсъ большого круга AKB, то получится сферическій треугольникъ ZMC, въ которомъ, по основной формулѣ сферической тригонометріи, имѣемъ:

$$\cos MC = \cos MZ \,.\, \cos CZ + \sin MZ \,.\, \sin CZ \,.\, \cos MZC$$

Называя наклоненіе оси буквою b, а коллимаціонную ошибку буквою c, получаемъ:

$MC = 90^\circ - c$, $MZ = 90^\circ - \alpha$, $CZ = 90^\circ + b$ и $\angle MZC = 90^\circ - u$

такъ что

$$\sin c = - \sin \alpha \,.\, \sin b + \cos \alpha \,.\, \cos b \,.\, \sin u$$

По малости угловъ u, b и c ихъ синусы можно замѣнить дугами, а косинусы единицами, и потому предыдущее выраженіе обратится въ слѣдующее:

$$c = - b \,.\, \sin \alpha + u \,.\, \cos \alpha$$

откуда

$$u = b \,.\, tg\, \alpha + c \,.\, sec\, \alpha \tag{120}$$

Итакъ, наклоненіе горизонтальной оси вращенія кипрегеля дѣйствуетъ на прочерченное по планшету направленіе пропорціонально тангенсу угла наклоненія наблюдаемаго предмета, а коллимаціонная ошибка трубы — пропорціонально секансу того же угла.

Для предмета, находящагося въ горизонтѣ, уголъ наклоненія $\alpha = 0$, и вліяніе указанныхъ инструментальныхъ погрѣшностей на прочерченное направленіе равно лишь величинѣ c.

Формула (120) выражаетъ ошибку направленія; ошибка угла, составленнаго двумя направленіями на предметы, углы наклоненія которыхъ суть α и β, равна, очевидно, разности ошибокъ соотвѣтствующихъ направленій, такъ что:

$$\text{Ошибка угла} = b\,(tg\,\alpha - tg\,\beta) + c\,(sec\,\alpha - sec\,\beta) \tag{121}$$

Углы наклоненія земныхъ предметовъ, которые наблюдаются при съемкахъ, обыкновенно невелики, поэтому тангенсы этихъ угловъ близки къ нулю, а секансы ихъ близки къ единицѣ, и разности $tg\,\alpha - tg\,\beta$ и $sec\,\alpha - sec\,\beta$ всегда очень малыя дроби; если притомъ и ошибки b и c невелики, то ихъ вліяніе на углы между направленіями, прочерчиваемыми на планшетѣ, совершенно ничтожно, по крайней мѣрѣ по сравненію съ ошиб-

ками линій, проводимыхъ карандашомъ на бумагѣ, и ими всегда можно вовсе пренебрегать.

Числовой примѣръ. Пусть $b = 1'$, $c = 30''$, $\alpha = 3^\circ$ и $\beta = -5^\circ$. По формулѣ (121) имѣемъ:

Ошибка угла $= 60''(0{\cdot}0524 + 0{\cdot}0875) + 30''(1{\cdot}0014 - 1{\cdot}0038) = +8''$

Вообще безполезно добиваться совершеннаго уничтоженія инструментальныхъ погрѣшностей кипрегеля; вполнѣ достаточно сдѣлать ихъ только возможно малыми.

Необходимо замѣтить, что исключеніе вліянія коллимаціонной ошибки трубы кипрегеля на углы, прочерчиваемые на планшетѣ, происходитъ лишь въ томъ случаѣ, если кипрегель держится въ одномъ какомъ-нибудь положеніи (кругъ право или кругъ лѣво); если же одно направленіе было проведено при положеніи кругъ право, а другое при положеніи кругъ лѣво, то вліяніе коллимаціонной ошибки на уголъ выразится членомъ $c\,(sec\,\alpha + sec\,\beta)$ и, слѣдовательно, будетъ всегда больше $2c$. Вотъ почему во время прочерчиванія направленій на планшетѣ принято за правило держать кипрегель при одномъ положеніи вертикальнаго круга (обыкновенно при кругѣ лѣво).

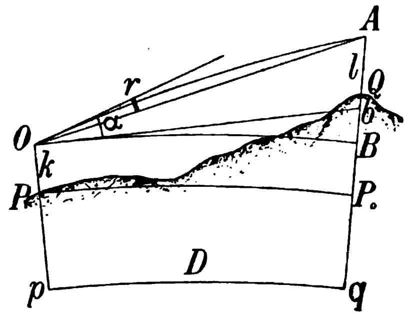
147. Опредѣленіе высотъ. Пусть P и Q (черт. 378) двѣ точки на земной поверхности, pq — сѣченіе уровенной поверхности вертикальною плоскостью, заключающею точки P и Q, а Pp и Qq — отвѣсныя линіи этихъ точекъ; требуется опредѣлить разность высотъ h точекъ P и Q, т. е. разность отрѣзковъ отвѣсныхъ линій Qq и Pp. Положимъ, что въ P стоитъ мензула съ кипрегелемъ, а въ Q—вѣха. Означимъ высоту горизонтальной оси кипрегеля O надъ почвою, такъ называемую высоту инструмента, черезъ k, а высоту вѣхи, т. е. разстояніе ея перевязки отъ почвы, черезъ l. Проведемъ черезъ P и O кривыя PP_0 и OB, концентрическія съ дугою pq.

Если бы земная атмосфера представляла среду однородную, одинаковой плотности, то лучъ зрѣнія отъ вершины вѣхи A къ O шелъ бы по прямой AO; на самомъ дѣлѣ атмосфера неоднородна, и плотность ея увеличивается съ приближеніемъ къ Землѣ, поэтому свѣтовой лучъ AO представляетъ кривую, обращенную выпуклостью вверхъ, и наблюдатель въ O видитъ точку A не по направленію хорды OA, а по направленію касательной къ послѣднему элементу кривой OA. Уголъ между

этою касательною и хордою называется *угломъ земного преломленія* и означается буквою r.

Проведемъ Ob — касательную къ кривой OB въ точкѣ O; уголъ наклоненія, измѣряемый кипрегелемъ, означенъ на чертежѣ буквою α. Легко понять, что разность высотъ h точекъ P и Q выражается слѣдующимъ образомъ:

$$h = Qq - Pp = QP_0 = \\ = Ab + bB + BP_0 - AQ \qquad (a)$$



Черт. 378.

Вслѣдствіе близости точекъ P и Q, треугольникъ AOb можно считать прямоугольнымъ при b, поэтому:

$$Ab = Ob \cdot tg\,(\alpha - r)$$

По той же причинѣ разстояніе Ob можно считать равнымъ разстоянію D между проекціями P и Q на уровенную поверхность, а по малости угла r положить $tg\,(\alpha - r) = tg\,\alpha - r$; такимъ образомъ выходитъ:

$$Ab = D \cdot tg\,\alpha - D \cdot r \qquad (b)$$

Далѣе, отрѣзокъ bB представляетъ ошибку въ высотѣ отъ принятія части уровенной поверхности за плоскость (см. § 3 и вторую формулу 1), поэтому:

$$bB = \frac{D^2}{2R} \qquad (c)$$

гдѣ R — радіусъ Земли. Подставляя выраженія (b) и (c) въ (a) и замѣчая, что $BP_0 = OP = k$, а $AQ = l$, получимъ:

$$h = D \cdot tg\,\alpha - Dr + \frac{D^2}{2R} + k - l$$

Если принять путь свѣтового луча въ атмосферѣ за дугу круга, то уголъ r составляетъ нѣкоторую часть углового удаленія точекъ P и Q; именно, принимаютъ обыкновенно, что

$$r = 0{\cdot}16\,\frac{D}{2R}$$

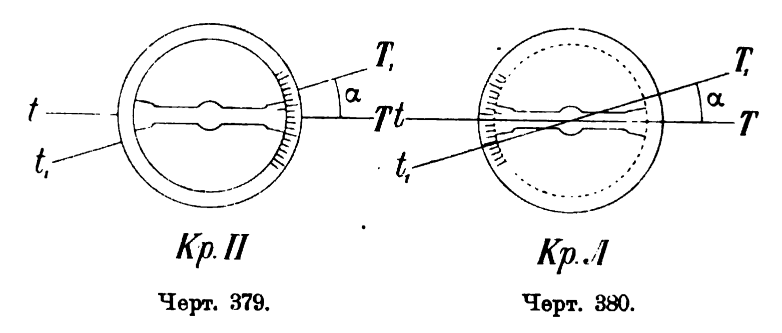
Тогда выходитъ окончательно:

$$h = D \cdot tg\,\alpha + 0{\cdot}42\,\frac{D^2}{R} + k - l \qquad \textbf{(122)}$$

Членъ $0{\cdot}42\,\frac{D^2}{R}$ называется *поправкою высоты за кривизну Земли и за преломленіе луча въ атмосферѣ;* по своей малости онъ не вычисляется каждый разъ отдѣльно, а берется изъ небольшой таблички (см. въ концѣ книги Таблицу IV).

Для вычисленія главнаго члена $D.tg\,\alpha$ формулы (122) надо знать разстояніе D и уголъ наклоненія α. Разстояніе D получается разными путями: непосредственнымъ измѣреніемъ, дальномѣрнымъ способомъ, или же берется съ плана, если точки опредѣлены засѣчками.

Уголъ наклоненія выводится изъ отсчетовъ по верньерамъ вертикальнаго круга кипрегеля. Такъ какъ подписи дѣленій на этомъ кругѣ возрастаютъ въ направленіи движенія стрѣлокъ часовъ, то при кругѣ право, т. е. когда вертикальный кругъ



Черт. 379. Черт. 380.

относительно наблюдателя, стоящаго у окуляра, расположенъ вправо отъ трубы, отсчеты по верньерамъ возрастаютъ съ увеличеніемъ угла наклоненія. Пусть при горизонтальномъ положеніи оптической оси Tt (черт. 379) трубы кипрегеля отсчетъ по I-ому верньеру равенъ нѣкоторой величинѣ M, которую называютъ *мѣстомъ нуля.* При поднятіи объектива трубы, т. е. когда уголъ наклоненія увеличивается, подъ нуль верньера начнутъ подходить черточки лимба съ бо̀льшими подписями: если при наведеніи зрительной трубы кипрегеля на какой-нибудь предметъ отсчетъ оказался $П$, то уголъ наклоненія равенъ, очевидно, разности отсчетовъ $П$ и M, т. е.

$$\alpha = П - M \qquad (123)$$

Наоборотъ, при кругѣ лѣво (черт. 380), когда вертикальный кругъ относительно наблюдателя у окуляра расположенъ влѣво отъ трубы, отсчеты по верньерамъ съ увеличеніемъ угла накло-

ненія убываютъ. Если назвать по прежнему отсчетъ при горизонтальномъ положеніи оптической оси кипрегеля черезъ *М* (мѣсто нуля), а отсчетъ при наведеніи трубы на тотъ же предметъ черезъ *Л*, то будетъ:

$$\alpha = М - Л \qquad (124)$$

Мѣсто нуля *М* не можетъ быть отсчитано, потому что въ кипрегелѣ нѣтъ приспособленій для непосредственнаго приведенія оптической оси въ горизонтальное положеніе; можно только сказать, что при опредѣленномъ положеніи алидады, установленной по уровню, мѣсто нуля должно быть постояннымъ. При кругѣ право и кругѣ лѣво подъ нуль I-го верньера подходятъ противоположныя черточки лимба, расположенныя по концамъ одного діаметра и имѣющія одинаковыя подписи; поэтому въ формулахъ (123) и (124) величины α и *М* одинаковы, и обѣ формулы можно разсматривать, какъ два уравненія съ двумя неизвѣстными, которыя легко получить сложеніемъ и вычитаніемъ; именно, получимъ:

$$\alpha = \frac{П - Л}{2} \qquad (125)$$

$$М = \frac{П + Л}{2} \qquad (126)$$

Итакъ, уголъ наклоненія равенъ полуразности отсчетовъ при кругѣ право и кругѣ лѣво, а мѣсто нуля равно полусуммѣ тѣхъ же отсчетовъ.

При выводѣ угла наклоненія по формуламъ (123), (124) и (125) надо имѣть въ виду: 1) если уменьшаемое больше вычитаемаго, то въ результатѣ вычитанія получается число положительное, уголъ α называется *угломъ возвышенія* и сопровождается знакомъ $+$; наоборотъ, если уменьшаемое меньше вычитаемаго, то въ результатѣ вычитанія получается число отрицательное, уголъ α называется *угломъ пониженія* и сопровождается знакомъ —, и 2) отсчеты, по числовой величинѣ близкіе къ 360°, считаются меньшими, чѣмъ отсчеты, близкіе къ 0°, такъ что, напримѣръ, $2°20' - 359°40 = +2°40'$, $358°25' - 1°45' = -3°20'$ и т. п.

Если мѣсто нуля *М* неизвѣстно, то уголъ наклоненія вычисляется по формулѣ (125), т. е. изъ отсчетовъ лимба при кругѣ право и кругѣ лѣво; если же мѣсто нуля опредѣлено однажды по формулѣ (126), то вычисленіе угла наклоненія

дѣлается скорѣе и проще по формуламъ (123) или (124), смотря по тому, наблюдался ли предметъ при кругѣ право или кругѣ лѣво. Надо однако помнить, что во многихъ кипрегеляхъ мѣсто нуля не остается постояннымъ, и потому весьма полезно два или три раза въ день наблюдать при двухъ положеніяхъ круга и тѣмъ повѣрять неизмѣнность мѣста нуля по формулѣ (126).

Если на работѣ замѣчено, что мѣсто нуля мѣняется, то необходимо повѣрить, не шатается ли вертикальный кругъ относительно зрительной трубы или уровень относительно алидады. Когда такое шатаніе не можетъ быть устранено наблюдателемъ, кипрегель необходимо отправить въ починку къ механику.

Въ нижеслѣдующихъ числовыхъ примѣрахъ отсчеты $П$ и $Л$ (при кругѣ право и кругѣ лѣво) представляютъ среднія изъ отсчетовъ по *двумъ* верньерамъ; эти среднія берутся для исключенія эксцентриситета алидады.

Числовые примѣры:

1) $П = 6^\circ 21'$

$Л = 357\ 13$

$$\alpha = \frac{6^\circ 21' - 357^\circ 13'}{2} = + \frac{9^\circ 8'}{2} = + 4^\circ 34'$$

$$М = \frac{6^\circ 21' + 357^\circ 13'}{2} = \frac{3^\circ 34'}{2} = + 1^\circ 47'$$

2) $П = 358^\circ 16'$, $Л = 359\ 32$; $\alpha = -0^\circ 38'$, $М = 358\ 54$

3) $П = 0^\circ 24'$, $Л = 1\ 30$; $\alpha = -0^\circ 33'$, $М = 0\ 57$

4) $П = 357^\circ 40'$, $Л = 3\ 26$; $\alpha = -2^\circ 53'$, $М = 0\ 33$

5) $П = 359^\circ 56'$, $Л = 356\ 20$; $\alpha = +1^\circ 48'$, $М = 358\ 8$

6) $П = 4^\circ 27'$, $Л = 0\ 45$; $\alpha = +1^\circ 51'$, $М = 2\ 36$

7) $П = 358^\circ 20'$, $М = 2\ 36$; $\alpha = -4^\circ 16'$

Изъ этихъ примѣровъ видно, что мѣсто нуля, отличающееся отъ 0°0', затрудняетъ вычисленіе угловъ наклоненія; вычисленія стали бы проще, если бы мѣсто нуля равнялось 0°0': тогда уголъ наклоненія равнялся бы непосредственно отсчету лимба или его дополненію до 360°. Въ кипрегелѣ существуетъ при-

способленіе, позволяющее измѣнять мѣсто нуля и сдѣлать его ровно $0°0'$. Для этого, опредѣливъ мѣсто нуля изъ отсчетовъ на тотъ же предметъ при кругѣ право и кругѣ лѣво, ставятъ трубу въ положеніе, при которомъ отсчетъ равнялся бы полученному мѣсту нуля; затѣмъ, вращая винтъ M (черт. 374), приводятъ алидаду въ такое положеніе, чтобы отсчетъ былъ $0°0'$, отпускаютъ винты, прикрѣпляющіе уровень къ алидадѣ, и поворачиваютъ уровень, пока пузырекъ его не остановится на серединѣ трубки. Послѣ этого опять закрѣпляютъ винты, держащіе алидадный уровень.

Необходимо замѣтить, что желаніе сдѣлать мѣсто нуля точно $0°0'$ является только у начинающихъ, для которыхъ вычитаніе именованныхъ чиселъ представляется дѣломъ, требующимъ необычайнаго мозгового напряженія. Опытные наблюдатели не боятся столь простыхъ ариѳметическихъ дѣйствій и гораздо больше опасаются перемѣнъ мѣста нуля, которыя очень вѣроятны именно при частомъ вращеніи винтовъ, прикрѣпляющихъ уровень къ алидадѣ вертикальнаго круга. Къ тому же, строго говоря, при существованіи эксцентриситета алидады сдѣлать мѣсто нуля нулемъ и невозможно, потому что если по одному верньеру отсчетъ и сдѣланъ $0°0'$, то по другому онъ будетъ либо больше, либо меньше.

Дѣйствія, служащія для опредѣленія угла наклоненія, заключаются въ слѣдующемъ. Надо отпустить зажимной винтъ N (черт. 374) горизонтальной оси кипрегеля и, вращая трубу рукою, привести ее въ такое положеніе, чтобы изображеніе предмета оказалось въ полѣ зрѣнія, недалеко отъ средней горизонтальной нити. Затѣмъ слѣдуетъ закрѣпить зажимной винтъ N и, вращая винтъ M при алидадѣ, поставить пузырекъ алидаднаго уровня на середину трубки. Далѣе, глядя въ трубу и вращая наводящій винтъ, установить среднюю горизонтальную нить сѣтки на опредѣленную точку изображенія предмета, причемъ окончательное наведеніе должно производить положительнымъ вращеніемъ наводящаго винта (см. § 76). Послѣ этого не мѣшаетъ еще разъ взглянуть на уровень, чтобы убѣдиться, что пузырекъ не измѣнилъ своего положенія во время точнаго наведенія трубы. Наконецъ производятъ отсчеты по верньерамъ, сперва по I-ому, потомъ по II-ому, и оба отсчета записываютъ въ полевой журналъ, форма котораго приведена въ § 157.

148. Кипрегель съ секторомъ. До введенія кипрегеля съ полнымъ вертикальнымъ кругомъ, описаннаго въ § 144, большимъ распространеніемъ пользовался кипрегель съ секторомъ. Колонка его значительно ниже, и труба не можетъ переводиться черезъ зенитъ. Къ горизонтальной оси трубы придѣланъ секторъ съ дѣленіями, подписи которыхъ возрастаютъ въ обѣ стороны отъ нуля, поставленнаго по серединѣ. Подписи, соотвѣтствующія углу возвышенія, считаются положительными, а соотвѣтствующія углу пониженія—отрицательными. Единственный верньеръ прикрѣпленъ неподвижно къ колонкѣ, и кипрегель имѣетъ только одинъ уровень, на линейкѣ. Для полученія вѣрныхъ угловъ наклоненія необходимо при каждомъ наведеніи зрительной трубы приводить планшетъ точно въ горизонтальное положеніе.

Чтобы опредѣлить мѣсто нуля (M) на кипрегелѣ съ секторомъ, дѣлаютъ наблюденія съ *двухъ точекъ* по концамъ одной прямой, какъ при опредѣленіи мѣста нуля эклиметра Бюрнье (см. § 85). Линіи визированія туда и обратно должны быть параллельны, для чего при наблюденіяхъ наводятъ трубу на колья, высоты которыхъ равны высотамъ инструмента. Пусть мѣсто нуля, т. е. отсчетъ при горизонтальномъ положеніи оптической оси трубы, равно M. Назовемъ отсчетъ при наблюденіи съ первой точки на вторую черезъ A, а при наблюденіи со второй на первую черезъ B. Тогда уголъ наклоненія α визирной линіи выразится двояко:

$$\alpha = A - M$$

$$\alpha = M - B$$

откуда

$$\alpha = \frac{A - B}{2}$$

$$M = \frac{A + B}{2}$$

Главное неудобство кипрегеля съ секторомъ заключается въ сложности опредѣленія мѣста нуля. Если бы оно оставалось постояннымъ, то бѣда была бы невелика, но опытъ показываетъ, что на постоянство мѣста нуля можно расчитывать только при наблюденіи съ одной точки; при переходѣ же съ одной точки на другую мѣсто нуля часто измѣняется. Кромѣ того, въ кипрегелѣ съ секторомъ не исключается эксцентриситетъ лимба, потому что отсчетъ производится не по двумъ, а только по одному верньеру. Впрочемъ, этотъ недостатокъ не такъ опасенъ,

какъ кажется съ перваго раза. На уголъ наклоненія дѣйствуетъ не столько самый эксцентриситетъ, сколько разность вліяній эксцентриситета на отдѣльные отсчеты; такъ какъ углы наклоненія на земные предметы всегда очень малы, то дѣйствіе эксцентриситета ничтожно и не имѣетъ практическаго значенія.

Числовые примѣры:

1) $A = +\ 2°40'$	2) $A = -\ 3°28'$
$B = -\ 2\ 50$	$B = +\ 3\ 18$
$\alpha = +\ 2°45'$	$\alpha = -\ 3°23'$
$M = -\ 0\ 5$	$M = -\ 0\ 5'$
3) $A = +\ 4°34'$	4) $A = -\ 3°16'$
$B = +\ 0\ 22$	$B = -\ 0\ 4$
$\alpha = +\ 2°\ 6'$	$\alpha = -\ 1°36'$
$M = +\ 2\ 28$	$M = -\ 1\ 40$

149. Вычисленіе высотъ. Для вычисленія высотъ служитъ выведенная уже выше въ § 147 формула:

$$h = D\,.\,tg\,\alpha + 0{\cdot}42\,\frac{D^2}{R} + k - l \qquad \textbf{(122)}$$

гдѣ h искомая высота, D — горизонтальное разстояніе между наблюдаемою точкой и мѣстомъ расположенія кипрегеля, α — уголъ наклоненія, R — радіусъ Земли, k — высота оси кипрегеля надъ почвою, а l — высота вѣхи или вообще высота наблюдаемой точки надъ поверхностью Земли. Въ этой формулѣ небольшой поправочный членъ $\left(0{\cdot}42\,\frac{D^2}{R}\right)$ берется обыкновенно изъ вспомогательной таблички *), а высоты инструмента и вѣхи опредѣляются непосредственными измѣреніями рейкою или мѣрною тесьмой. Для упрощенія вычисленій на вѣхи нерѣдко навязываются цвѣтныя тесемки (галстухи) на высотѣ инструмента; тогда $k = l$, и послѣдніе два члена формулы взаимно уничтожаются.

Что касается главнаго члена $D.tg\,\alpha$, то для его опредѣленія на съемкахъ прибѣгаютъ къ одному изъ слѣдующихъ трехъ способовъ:

*) См. Таблицу IV въ концѣ книги. Изъ нея видно, что поправка за кривизну Земли и за преломленіе составляетъ замѣтную величину 0·01 саж. только на разстояніи 267 саж.; для меньшихъ разстояній эту поправку вводить не надо.

1. *Четырехзначные логариөмы.* Называя главный членъ формулы (122) черезъ h_0, имѣемъ:

$$lg\, h_0 = lg\, D + lg\, tg\, \alpha$$

Такъ какъ h_0 обыкновенно не превосходитъ нѣсколькихъ саженей и должно быть получено не точнѣе, какъ до ± 0·01 саж., то вычисленіе всегда достаточно производить четырехзначными логариөмами, таблицы которыхъ, наклеенныя на папку, удобно носить при себѣ на съемкѣ.

Числовые примѣры: 1) $D = 126$ саж., $\alpha = +1°36'$

$$lg\, D = 2{\cdot}1004$$
$$lg\, tg\, \alpha = 8{\cdot}4461$$
$$lg\, h_0 = 0{\cdot}5465$$
$$h_0 = +3{\cdot}52 \text{ саж.}$$

2) $D = 268$ саж., $\alpha = -0°54'$

$$lg\, D = 2{\cdot}4281$$
$$lg\, tg\, \alpha = {}_n8{\cdot}1962$$
$$lg\, h_0 = {}_n0{\cdot}6243$$
$$h_0 = -4{\cdot}21 \text{ саж.}$$

2. *Таблицы высотъ.* Въ концѣ книги помѣщена таблица III, числа которой представляютъ результаты вычисленій формулы $h_0 = D.tg\,\alpha$ для разныхъ разстояній D и разныхъ угловъ наклоненія α; разстоянія D черезъ 100 саженей стоятъ въ первой строкѣ, а углы наклоненія α, сперва черезъ 1', а потомъ черезъ 10', въ первомъ столбцѣ. Высоты даны лишь до сотыхъ долей сажени, что достаточно для всѣхъ случаевъ практики. Хотя эта таблица въ сущности имѣетъ два входа, но ею пользуются, обыкновенно, какъ таблицею съ однимъ входомъ. Такъ какъ высота прямо-пропорціональна разстоянію D, а тангенсъ суммы двухъ малыхъ угловъ можетъ быть замѣненъ суммою тангенсовъ этихъ угловъ, то пользованіе таблицею основано на разложеніи данныхъ D и α на отдѣльныя слагаемыя.

Числовые примѣры: 1) $D = 126$ саж., $\alpha = +1°36'$

$$h_0 = (100 + 20 + 6)\ (tg\, 1°30' + tg\, 6')$$

	1°30'	6'
На 100 саж.	2·62	0·17
20 „	0·52	0·04
6 „	0·16	0·01
Сумма	3·30	0·22

$$h_0 = +3{\cdot}52 \text{ сажени.}$$

2) $D = 268$ саж., $\alpha = -0°54'$

$$h_0 = -(200 + 60 + 8)\ (tg\ 50' + tg\ 4')$$

	50′	4′
На 200 саж.	2·91	0·23
60 „	0·87	0·07
8 „	0·12	0·01
Сумма	3·90	0·31

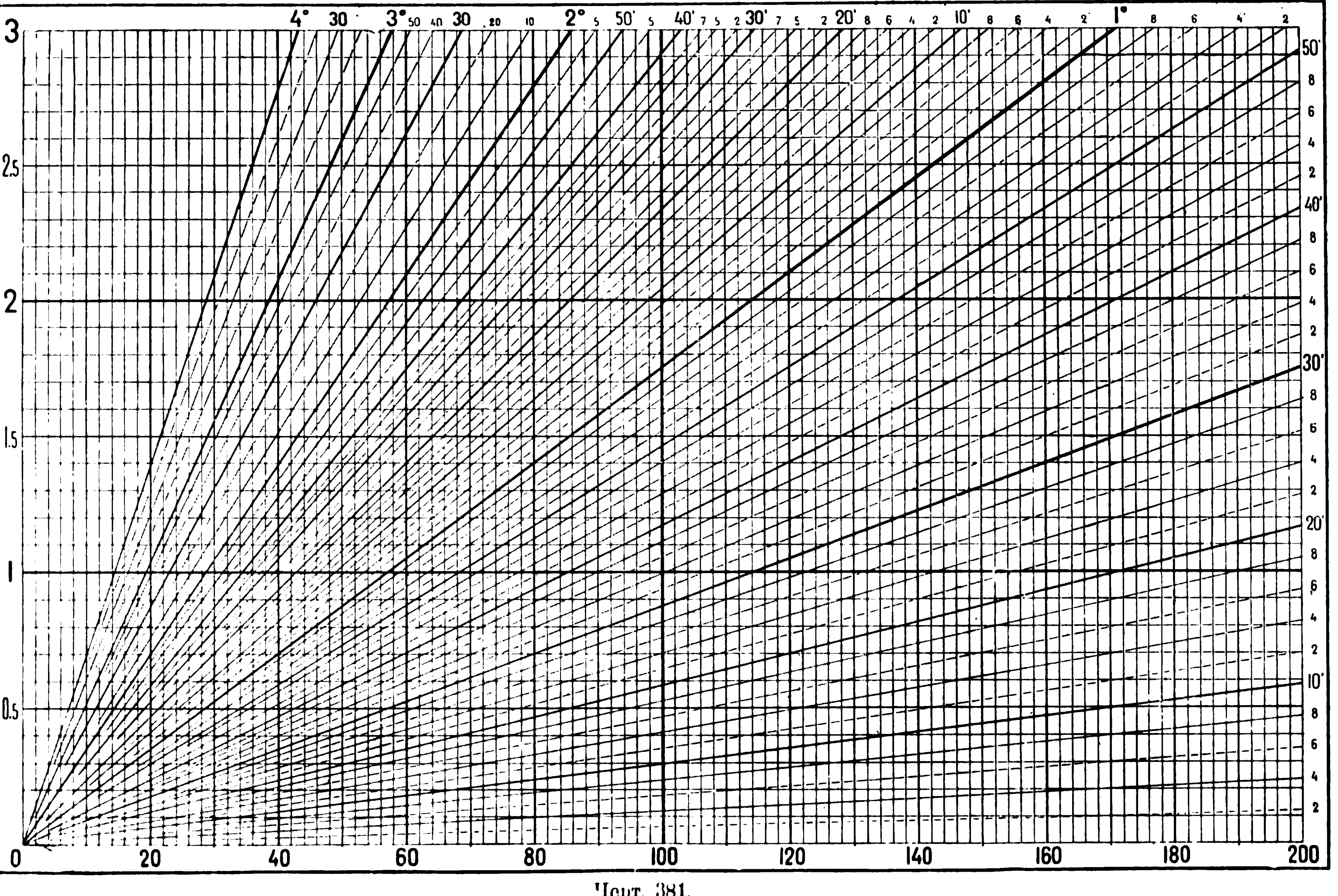
$h_0 = -4{\cdot}21$ саж.

3. *Масштабъ высотъ.* Масштабомъ высотъ называютъ построеніе (черт. 381), съ котораго по даннымъ разстоянію и углу наклоненія высота берется графически, безъ всякаго вычисленія. На бумагѣ съ нанесенными мелкими квадратами или прямоугольниками подписаны на нижней горизонтальной прямой разстоянія (0, 20, 40... 200 саж.), а на лѣвой вертикальной прямой высоты въ болѣе крупномъ масштабѣ (0, 0·5, 1, 1·5... 3 сажени). На правой вертикальной прямой отложены въ вертикальномъ масштабѣ построенія высоты, вычисленныя для разстоянія 200 саженей при разныхъ углахъ наклоненія, черезъ 2′; полученныя точки, подписанныя соотвѣтствующими углами наклоненія, соединены прямыми съ начальною точкою въ лѣвомъ нижнемъ углу. Въ этомъ углу иногда укрѣпляютъ нить, которая облегчаетъ пользованіе масштабомъ.

Пусть требуется взять съ масштаба высотъ высоту для разстоянія 126 саж. и угла наклоненія $+ 0° 48'$. Изъ точки, соотвѣтствующей данному разстоянію на нижней рамкѣ, проводятъ мысленно перпендикуляръ до встрѣчи съ наклонною прямою, подписанною даннымъ угломъ наклоненія, и изъ полученной точки пересѣченія смотрятъ влѣво по горизонтальной прямой до встрѣчи съ лѣвою рамкою, гдѣ и отсчитываютъ соотвѣтствующую высоту 1·76 сажени.

Если данное разстояніе болѣе 200 саженей, то его уменьшаютъ вдвое, а полученную высоту умножаютъ на 2; наоборотъ, если разстояніе очень мало, то пріискиваютъ высоту, соотвѣтствующую удвоенному разстоянію, а результатъ дѣлятъ на два. Такъ, для разстоянія 268 саж. и угла наклоненія—0° 54 подыскиваютъ сперва высоту 2·11 саж., соотвѣтствующую разстоянію 134 саж. и тому же углу наклоненія; истинная высота равна 2 . 2·11 = — 4·22 саж.

Высоты, опредѣленныя по масштабу высотъ, менѣе точны,


4°
30
3°
2°
50'
40'
30'
20'
10'
1°
50'
40'
30'
20'
10'
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
0.5
1
1.5
2
2.5
3

Черт. 381.

чѣмъ вычисленныя непосредственно, но совершенно удовлетворяютъ во многихъ случаяхъ практики. На мензульныхъ съемкахъ принято обыкновенно высоты точекъ геометрической сѣти (§ 155) вычислять при помощи четырехзначныхъ логариѳмовъ, а высоты реечныхъ точекъ (стр. 576) опредѣлять по масштабу высотъ.

150. Точность высотъ. Разсмотримъ вопросъ объ ошибкахъ высотъ, опредѣляемыхъ кипрегелемъ. Оставляя въ сторонѣ поправочные члены формулы (122), разберемъ погрѣшность главнаго члена этой формулы:

$$h_0 = D \,.\, tg\,\alpha \tag{a}$$

Пусть въ величинахъ D и α сдѣланы ошибки ΔD и $\Delta\alpha$; тогда въ высотѣ h_0 можно подозрѣвать ошибку Δh, которая получится изъ соотношенія:

$$h_0 + \Delta h = (D + \Delta D) \,.\, tg\,(\alpha + \Delta\alpha) \tag{b}$$

Здѣсь съ достаточною степенью точности, т. е. отбрасывая малые члены второго и высшихъ порядковъ можно положить:

$$tg\,(\alpha + \Delta\alpha) = \frac{tg\,\alpha + tg\,\Delta\alpha}{1 - tg\,\alpha \,.\, tg\,\Delta\alpha} = (tg\,\alpha + tg\,\Delta\alpha)\,.\,(1 + tg\,\alpha \,.\, tg\,\Delta\alpha) =$$

$$= tg\,\alpha + tg\,\Delta\alpha + tg^2\alpha \,.\, tg\,\Delta\alpha = tg\,\alpha + \frac{tg\,\Delta\alpha}{cos^2\alpha}$$

Подставляя это въ (b) и ограничиваясь тоже лишь малыми членами перваго порядка, получимъ:

$$h_0 + \Delta h = D \,.\, tg\,\alpha + \Delta D \,.\, tg\,\alpha + \frac{D}{cos^2\alpha}\, tg\,\Delta\alpha \tag{c}$$

Вычитая (a) изъ (c) и принимая, по малости угла $\Delta\alpha$, $tg\,\Delta\alpha = \frac{\Delta\alpha'}{3438}$, получимъ окончательно:

$$\Delta h = \pm\, tg\,\alpha \,.\, \Delta D \pm \frac{D}{cos^2\alpha} \cdot \frac{\Delta\alpha'}{3438} \tag{127}$$

Такимъ образомъ, ошибки въ высотѣ выражаются суммою двухъ членовъ, изъ которыхъ одинъ зависитъ отъ ошибки въ разстояніи D, а другой отъ ошибки въ углѣ наклоненія α. Первый членъ растетъ пропорціонально тангенсу угла наклоненія, а второй почти пропорціонально самому разстоянію, но ошибка ΔD тоже растетъ пропорціонально разстоянію D, поэтому, вообще, ошибка въ высотѣ прямо-пропорціональна разстоянію до наблю-

даемой точки. Слѣдовательно, для каждаго кипрегеля при заданной точности въ выводѣ высотъ должно существовать нѣкоторое предѣльное разстояніе, дальше котораго не слѣдуетъ наблюдать высоты. Для кипрегеля съ полнымъ вертикальнымъ кругомъ и точностью отсчета въ 1′ это предѣльное разстояніе считаютъ равнымъ 1 верстѣ. Если необходимо опредѣлить разность высотъ на разстояніи больше 1 версты, то выгоднѣе разбить его на части и выводить разность высотъ конечныхъ точекъ изъ алгебраической суммы разностей высотъ послѣдовательныхъ промежуточныхъ точекъ.

Числовой примѣръ. Пусть $D = 500 \pm 1$ саж., $\alpha = 5^\circ \pm 1'$. По формулѣ (127) имѣемъ:

$$\Delta h = \pm \frac{1}{12} . 1 \pm 500 . \frac{1}{3438} = \pm 0{\cdot}09 \pm 0{\cdot}12$$

или на основаніи формулы (70):

$$\Delta h = \pm \sqrt{(0{\cdot}09)^2 + (0{\cdot}12)^2} = \pm 0{\cdot}15 \text{ саж.}$$

При съемкахъ въ равнинныхъ мѣстахъ углы наклоненія всегда очень малы и рѣдко превосходятъ 3°; въ этихъ случаяхъ первый членъ формулы (127) ничтоженъ, а во второмъ можно считать $\cos^2 \alpha = 1$. Если выразить $\Delta\alpha$ въ частяхъ радіуса, то эта формула обращается въ болѣе простую:

$$\Delta h = \pm D \,.\, \Delta\alpha \tag{128}$$

Пусть разстояніе D между двумя удаленными точками разбито на части d_1, d_2..., и между послѣдовательными точками опредѣлены разности высотъ h_1, h_2...; если считать ошибки въ углахъ наклоненія одинаковыми ($\Delta\alpha$), то ошибки въ h_1, h_2... будутъ, на основаніи формулы (128):

$$\Delta h_1 = \pm d_1 \Delta\alpha$$
$$\Delta h_2 = \pm d_2 \Delta\alpha$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

Означивъ ошибку въ разности высотъ конечныхъ точекъ черезъ ΔH, имѣемъ:

$$\Delta H = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \cdots = \pm d_1 \Delta\alpha \pm d_2 \Delta\alpha \pm \cdots$$

Такъ какъ знаки у $\Delta\alpha$ неизвѣстны, то возвысимъ обѣ части

въ квадратъ и отбросимъ удвоенныя произведенія; тогда:

$$\Delta H^2 = \Delta\alpha^2 (d_1^2 + d_2^2 + \cdots)$$

откуда:

$$\Delta H = \pm \Delta\alpha \sqrt{d_1^2 + d_2^2 + \cdots}$$

Если принять, что $d_1 = d_2 = \cdots$ и число участковъ равно n, то будетъ просто:

$$\Delta H = \pm \Delta\alpha \,.\, d \sqrt{n}$$

Сравнивая это выраженіе съ формулою (128) и замѣчая, что $D = d \,.\, n$, легко видѣть, что $\Delta H < \Delta h$. Такимъ образомъ, разбивка большого разстоянія на послѣдовательный рядъ малыхъ въ смыслѣ точности опредѣленія высотъ дѣйствительно приноситъ пользу.

Впрочемъ, въ примѣненіи этого теоретическаго вывода на практикѣ надо быть осторожнымъ. Въ каждую разность высотъ h, кромѣ главнаго члена $D \,.\, tg\, \alpha$, входятъ еще члены $k - l$ (см. § 147), которые на съемкахъ измѣряются не всегда съ надлежащею точностью, и потому разность высотъ, вычисленная изъ непосредственнаго наблюденія съ одного конца длинной прямой, оказывается иногда точнѣе разности высотъ, полученной суммированіемъ наблюденій съ послѣдовательныхъ промежуточныхъ точекъ.

151. Опредѣленіе разстояній. Трубу кипрегеля легко приспособить къ опредѣленію разстояній дальномѣрнымъ способомъ; этотъ способъ, какъ было уже упомянуто въ § 88, изобрѣтенъ *Монтанари*, но примѣненъ къ съемочнымъ работамъ извѣстнымъ инженеромъ *Порро*. Въ § 89 уже объяснена теорія дальномѣра въ видѣ трубы съ особою сѣткою нитей въ окулярѣ; поэтому разсмотримъ здѣсь только нѣкоторыя практическія правила. Коэффиціентъ дальномѣра зависитъ между прочимъ отъ разстоянія между крайними горизонтальными нитями сѣтки и отъ величины дѣленій рейки. Если кипрегель имѣетъ сѣтку съ подвижными нитями, то не трудно сдѣлать дальномѣрный коэффиціентъ единицей; число дѣленій, отсчитанныхъ между крайними нитями сѣтки, представляетъ тогда непосредственно число саженей въ разстояніи. Если же у сѣтки нити постоянныя, и дальномѣрный коэффиціентъ не равенъ единицѣ, то лучше всего измѣнить дѣленія рейки, о чемъ упомянуто уже въ § 89.

Нѣкоторые предпочитаютъ однако устанавливать нити или дѣлить рейку такъ, чтобы отсчитанное число дѣленій было удобно откладывать по масштабу. Напримѣръ, для съемки въ масштабѣ 250 саженей въ дюймѣ расчитываютъ разстояніе между нитями или дѣленія рейки такъ, чтобы при удаленіи рейки на 125 саженей между крайними нитями помѣщалось 100 дѣленій; тогда число дѣленій между среднею и одною изъ крайнихъ нитей даетъ число сотыхъ долей дюйма, которое надо откладывать по плану (разстоянія между среднею и обѣими крайними нитями предполагаются одинаковыми).

Если кипрегель имѣетъ неподвижныя нити, а рейку не желаютъ или не имѣютъ возможности дѣлить и красить заново, то прибѣгаютъ къ особому построенію, называемому *масштабомъ въ дѣленіяхъ рейки*. Положимъ, напримѣръ, что на разстояніи 100 саженей между крайними нитями отсчитано 93 дѣленія рейки; чтобы опредѣлить, на какомъ разстояніи x будутъ отсчитываться 100 дѣленій, составляютъ пропорцію:

$$x : 100 = 100 : 93$$

откуда:

$$x = \frac{10\,000}{93} = 107{\cdot}5 \text{ саж.}$$

Взявъ за основаніе 1·075 дюйма, строятъ на немъ линейный или поперечный масштабъ. Если по такому масштабу брать циркулемъ отсчитанное число дѣленій рейки и прикладывать его затѣмъ къ обыкновенному масштабу, то на послѣднемъ будетъ отсчитываться прямо число саженей.

Еще проще строить масштабъ въ дѣленіяхъ рейки, сообразуясь непосредственно съ масштабомъ съемки; тогда взятое циркулемъ разстояніе вовсе не надо переводить въ сажени, а слѣдуетъ прямо откладывать на планѣ. Пусть, напримѣръ, масштабъ съемки равенъ 250 саженямъ въ дюймѣ, и на разстояніи 100 саженей отсчитано между нитями 93 дѣленія рейки. Полученное выше по пропорціи число 1·075 дюйма откладываютъ на бумагѣ нѣсколько разъ, дѣлятъ первый промежутокъ на 25 равныхъ частей и получаютъ линейный масштабъ, которымъ пользуются, какъ обыкновеннымъ масштабомъ, построеннымъ на 1 дюймѣ.

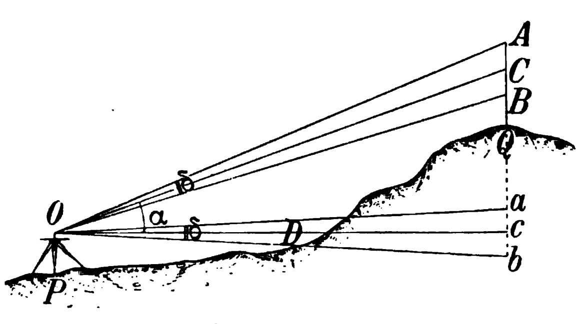
Если наблюдателю предстоитъ не продолжительная съемка, а опредѣленіе небольшого числа разстояній кипрегелемъ, имѣющимъ дальномѣрный коэффиціентъ, близкій къ единицѣ, то не

стоитъ составлять масштаба въ дѣленіяхъ рейки, а достаточно просто вычислить поправку для перевода отсчетовъ по рейкѣ въ сажени. Для предыдущаго примѣра разсуждаютъ такъ:

$$100 = 93 + 7 = 93\left(1 + \frac{7}{93}\right) = 93\left(1 + \frac{1}{13}\right)$$

слѣдовательно, для перевода отсчетовъ рейки въ сажени должно каждый отсчетъ увеличивать на $^1/_{13}$ его долю. Напримѣръ, если отсчитано по рейкѣ 60 дѣленій, то разстояніе равно $60 + \frac{60}{13} = 65$ саженямъ; если отсчитано 143 дѣленія, то разстояніе равно $143 + \frac{143}{13} = 154$ саженямъ и т. п. Эти поправки, очевидно, легко вычислять въ умѣ, тѣмъ болѣе, что результатъ достаточно знать лишь въ цѣлыхъ саженяхъ, потому что при масштабѣ 200 саженей въ дюймѣ и мельче дроби сажени уже меньше предѣльной точности отложенія линій на бумагѣ.

Такъ какъ на планъ наносятъ не самыя разстоянія между точками мѣстности, а ихъ горизонтальныя проекціи, то разстоянія, опредѣленныя дальномѣромъ, слѣдуетъ приводить къ горизонту. Здѣсь нельзя пользоваться способомъ, объясненнымъ въ § 84, потому что при выводѣ основной формулы (90) дальномѣра предполагалось, что рейка стоитъ перпендикулярно къ среднему лучу визированія; на покатостяхъ же средній лучъ зрѣнія не перпендикуляренъ къ вертикально стоящей рейкѣ.



Черт. 382.

Пусть на покатости PQ (черт. 382) поставлены кипрегель-дальномѣръ и рейка. Проведемъ черезъ ось кипрегеля горизонтальный лучъ зрѣнія Oc и опустимъ изъ Q перпендикуляръ Qc на Oc. Если бы рейка стояла вертикально въ c, то разность отсчетовъ по крайнимъ нитямъ a и b выразила бы горизонтальную проекцію D разстоянія PQ; при визированіи на рейку, поставленную вертикально же въ Q, отсчеты по крайнимъ ни-

тямъ пусть будутъ A и B. Найдемъ отношеніе ab къ AB. Назовемъ уголъ наклоненія COc средней визирной линіи черезъ α, постоянный же уголъ дальномѣра, т. е. уголъ, составляемый лучами зрѣнія отъ крайнихъ нитей въ окулярѣ къ оптическому центру объектива, черезъ δ. Изъ чертежа имѣемъ:

$$ab = 2D \,.\, tg\,\frac{\delta}{2}$$

$$AB = Ac - Bc = D \,.\, tg\left(\alpha + \frac{\delta}{2}\right) - D \,.\, tg\left(\alpha - \frac{\delta}{2}\right) =$$

$$= D\left\{\frac{tg\,\alpha + tg\,\frac{\delta}{2}}{1 - tg\,\alpha \,.\, tg\,\frac{\delta}{2}} - \frac{tg\,\alpha - tg\,\frac{\delta}{2}}{1 + tg\,\alpha \,.\, tg\,\frac{\delta}{2}}\right\} = \frac{2D \,.\, tg\,\frac{\delta}{2} \,.\, sec^2\alpha}{1 - tg^2\alpha \,.\, tg^2\,\frac{\delta}{2}}$$

откуда:

$$\frac{ab}{AB} = cos^2\alpha\left(1 - tg^2\alpha \,.\, tg^2\,\frac{\delta}{2}\right) = cos^2\alpha - sin^2\alpha \,.\, tg^2\,\frac{\delta}{2}\,.$$

Если означить число дѣленій рейки въ Q между крайними нитями сѣтки черезъ n, а число дѣленій, которое было бы отсчитано, если бы рейка находилась въ ab, черезъ n_0, то

$$\frac{n_0}{n} = \frac{ab}{AB}$$

и потому:

$$n_0 = n\left(cos^2\alpha - sin^2\alpha \,.\, tg^2\,\frac{\delta}{2}\right)$$

По теоріи дальномѣра $D = C \,.\, n_0$, гдѣ C — постоянный коэффиціентъ дальномѣра, слѣдовательно:

$$D = C \,.\, n \,.\, cos^2\alpha - C \,.\, n \,.\, sin^2\alpha \,.\, tg^2\,\frac{\delta}{2}$$

Въ кипрегелѣ уголъ δ всего около $^1/_2{}^\circ$, и потому второй членъ всегда очень малъ и можетъ быть отброшенъ; такимъ образомъ, съ достаточною для практики точностью можно принять:

$$D = C \,.\, n \,.\, cos^2\alpha$$

Итакъ, для опредѣленія горизонтальной проекціи разстоянія на покатости должно отсчитанное по вертикально стоящей рейкѣ число дѣленій n умножить на $cos^2\alpha$. Замѣняя $cos^2\alpha$ черезъ $1 - sin^2\alpha$, получимъ окончательно:

$$D = C \,.\, n - C \,.\, n \,.\, sin^2\alpha \qquad (129)$$

Членъ $C.n.sin^2\alpha$ представляетъ поправку отсчитаннаго разстоянія за наклоненіе визирной линіи; эту поправку называютъ иногда *приведеніемъ къ горизонту*. Для вычисленія приведенія къ горизонту пользуются или вспомогательною *таблицею*, или особымъ *масштабомъ приведеній*.

1. Въ нижеслѣдующей таблицѣ даны величины $sin^2\alpha$ для разныхъ угловъ α отъ 0° до 30°, что совершенно достаточно для всѣхъ случаевъ практики. Такъ какъ разсматриваемая поправка выражается квадратомъ синуса, то она всегда отрицательна, т. е. ее всегда слѣдуетъ вычитать изъ отсчитаннаго по рейкѣ разстоянія (какъ при углахъ возвышенія, такъ и при углахъ пониженія).

α	$sin^2\alpha$	α	$sin^2\alpha$	α	$sin^2\alpha$
0°	0·000	10°	0·030	20°	0·117
1	0·000	11	0·036	21	0·128
2	0·001	12	0·043	22	0·140
3	0·003	13	0·051	23	0·153
4	0·005	14	0·059	24	0·166
5	0·008	15	0·067	25	0·179
6	0·011	16	0·076	26	0·192
7	0·015	17	0·085	27	0·206
8	0·019	18	0·095	28	0·220
9	0·024	19	0·106	29	0·235
10	0·030	20	0·117	30	0·250

Числовой примѣръ. Пусть при углѣ наклоненія $\alpha = 6°15'$ полученъ отсчетъ $n = 157$ дѣленій, которыя при коэффиціентѣ $C = 1$ составляютъ 157 саж. Въ данномъ случаѣ $sin^2\alpha = 0·012$, и потому приведеніе къ горизонту составляетъ $157.0·012 = 1·9$ или почти 2 сажени; поэтому горизонтальное разстояніе $D = 155$ саженямъ.

2. Для построенія масштаба приведеній къ горизонту на листѣ графленой бумаги откладываютъ по горизонтальной линіи разстоянія въ произвольномъ масштабѣ, а на правой вертикальной прямой откладываютъ въ болѣе крупномъ масштабѣ поправки $C.n.sin^2\alpha$, вычисленныя для разныхъ угловъ наклоненія черезъ 1° при разстояніи, равномъ длинѣ горизонтальной

прямой (въ принятомъ масштабѣ); полученныя точки соединяютъ съ начальною точкою въ нижнемъ лѣвомъ углу прямыми и подписываютъ ихъ соотвѣтствующими углами наклоненія. Такимъ масштабомъ пользуются подобно тому, какъ масштабомъ высотъ (черт. 381). Оба масштаба часто наклеиваютъ съ двухъ противоположныхъ сторонъ на кусокъ папки.

Такъ какъ точность опредѣленія разстояній кипрегелемъ-дальномѣромъ не превосходитъ $^1/_{300}$ (см. § 152), то для угловъ наклоненія въ 3° и меньше приведенія къ горизонту вовсе не слѣдуетъ вычислять. Это обстоятельство очень облегчаетъ работу на равнинныхъ мѣстахъ, гдѣ углы наклоненія визирныхъ линій рѣдко превосходятъ 3°.

152. Точность разстояній. Въ § 92 была уже выведена формула (91), выражающая ошибку въ разстояніи D, полученномъ дальномѣромъ съ постояннымъ угломъ и перемѣннымъ базисомъ a:

$$\Delta D = \pm D \frac{\Delta a}{a} \qquad (\alpha)$$

Для кипрегеля-дальномѣра величина Δa представляетъ ошибку въ длинѣ отсчитанной части рейки. Если означить черезъ ε ошибку въ отсчетахъ по верхней и нижней горизонтальнымъ нитямъ окуляра, то на основаніи общей теоріи ошибокъ имѣемъ:

$$\Delta a = \pm \varepsilon \sqrt{2}$$

Что касается величины ε, то она, очевидно, зависитъ отъ угловой ошибки визированія и отъ разстоянія. Если принять угловую ошибку визированія невооруженнымъ глазомъ въ $\pm 1'$, то таковая же ошибка при визированіи въ зрительную трубу съ увеличеніемъ G будетъ $\pm \frac{60''}{G}$, и потому:

$$\varepsilon = \pm \frac{D}{206\,265} \cdot \frac{60''}{G}$$

Далѣе, изъ чертежа 382 видно, что

$$a = \frac{D \,.\, \delta''}{206\,265}$$

Подставляя эти выраженія въ (α), получимъ:

$$\Delta D = \pm D \,.\, \frac{60''\sqrt{2}}{G \,.\, \delta''} \qquad \textbf{(130)}$$

Въ нынѣшнихъ кипрегеляхъ по большей части $G = 15$, а $\delta = 35'$ или $2100''$, и потому для нихъ абсолютная и относительная ошибки въ разстояніи выходятъ приблизительно:

$$\Delta D = \pm \frac{1}{360} D \quad \text{и} \quad \frac{\Delta D}{D} = \pm \frac{1}{360}$$

Эти теоретически вычисленныя ошибки очень близки къ погрѣшностямъ, выведеннымъ изъ сравненія разстояній, опредѣленныхъ кипрегелемъ-дальномѣромъ, и непосредственно измѣренныхъ цѣпью или другими болѣе точными приборами. Именно, опытъ показываетъ, что разстоянія получаются кипрегелемъ-дальномѣромъ со среднею погрѣшностью около $\pm {}^1/_{300}$ самого разстоянія. Понятно, что дѣйствительная ошибка всегда нѣсколько больше теоретической, такъ какъ при вычисленіи послѣдней не приняты въ расчетъ нѣкоторые побочные источники погрѣшностей: невертикальность рейки во время производства отсчетовъ, невѣрность ея дѣленій и толщина нитей окулярной сѣтки. Во всякомъ случаѣ выведенная ошибка опредѣленія разстояній при помощи кипрегеля-дальномѣра, въ связи съ предѣльною точностью масштаба, указываетъ, что кипрегелемъ безъ ущерба для графической работы можно пользоваться при масштабѣ 100 саж. въ 1 дюймѣ до разстояній въ 150 саженей, при масштабѣ 250 саж. въ 1 дюймѣ до разстояній въ 400 саженей и т. п. Дѣйствительно, въ первомъ случаѣ погрѣшность въ опредѣленномъ разстояніи будетъ:

$$\Delta D = \frac{150}{300} = 0{\cdot}5 \text{ саж.}$$

во второмъ:

$$\Delta D = \frac{400}{300} \text{ т. е. около } 1{\cdot}3 \text{ саж.}$$

Эти величины лежатъ въ предѣлахъ точности указанныхъ масштабовъ.

Предыдущія разсужденія относятся, конечно, лишь къ тому случаю, когда отсчеты рейки дѣлаются по крайнимъ нитямъ окулярной сѣтки. Если отсчеты сдѣланы по одной изъ крайнихъ и по средней горизонтальной нитямъ (что случается при большихъ разстояніяхъ, когда изображеніе рейки оказывается меньше разстоянія между крайними нитями), то въ формулѣ (130) надо вмѣсто δ разумѣть $\frac{\delta}{2}$; тогда относительная ошибка въ разстояніи оказывается вдвое большею, а такъ какъ при

этомъ коэффиціентъ дальномѣра тоже вдвое больше, то ошибка выходитъ уже въ 4 раза больше и составляетъ около $^1/_{100}$ опредѣляемаго разстоянія. Вотъ почему при большихъ разстояніяхъ вмѣсто отсчетовъ по одной изъ крайнихъ и средней нитямъ лучше пользоваться длинною рейкой, составляя ее изъ двухъ свинченныхъ вмѣстѣ, или же производить отсчеты два раза (по каждой изъ крайнихъ и по средней нитямъ) и брать сумму отсчетовъ. Въ послѣднемъ случаѣ исключается еще и ошибка, происходящая отъ того, что нити поставлены не вполнѣ на равныхъ разстояніяхъ.

Впрочемъ, лучше вообще не пользоваться кипрегелемъ-дальномѣромъ для опредѣленія очень большихъ разстояній. Въ этихъ случаяхъ дѣлаются замѣтными другіе источники погрѣшностей, происходящіе отъ колебанія изображенія и земного преломленія; кромѣ того, при очень большихъ разстояніяхъ является еще трудность отсчитыванія дѣленій, представляющихся очень мелкими. Вотъ почему дальномѣрнымъ способомъ пользуются на съемкахъ обыкновенно только для разстояній до 250 саженей.

XVII.

Мензульная съемка.

153. Общія соображенія. Съемка, производимая мензулой и кипрегелемъ, называется мензульною. По точности результатовъ она занимаетъ среднее мѣсто между съемкой угломѣрными инструментами и такъ называемою глазомѣрною съемкой. Угломѣрные инструменты даютъ углы, вообще говоря, точнѣе, чѣмъ совершается потомъ построеніе этихъ угловъ на бумагѣ, такъ что достигаемая ими точность является излишнею для составленія плана и оправдывается только цѣлями, чуждыми самой съемкѣ, напримѣръ, разрѣшеніемъ юридическихъ споровъ о правахъ владѣнія. Наоборотъ, при глазомѣрной съемкѣ углы на мѣстности измѣряются менѣе точно, чѣмъ откладываются на бумагѣ; здѣсь преслѣдуется главнымъ образомъ скорость работы ради потребности минуты. Мензульная съемка представляетъ наиболѣе гармоническое сочетаніе дѣйствій на мѣстности и на бумагѣ. Вотъ почему мензула получила широкое распространеніе на съемкахъ, имѣющихъ цѣлью общее топографическое изученіе обширныхъ пространствъ. Планы, снятые мензулою, не могутъ служить документомъ для разрѣшенія споровъ землевладѣльцевъ, потому что на нихъ нельзя ручаться за дроби саженей, изъ-за которыхъ иногда возникаютъ пограничныя пререканія, но зато эти планы вполнѣ удовлетворяютъ всѣмъ общимъ географическимъ и военнымъ цѣлямъ.

Мензулой съ кипрегелемъ можно опредѣлять положеніе точекъ мѣстности двумя способами: *засѣчками* (биполярныя координаты) и *дальномѣромъ* (координаты полярныя). Первый способъ точнѣе, но зато медленнѣе второго. Засѣчки даютъ съ наименьшею при графической работѣ ошибкой положеніе любой точки почти независимо отъ ея разстояній до данныхъ, лишь бы пересѣченія проводимыхъ направленій составляли надежные

углы (см. § 133), но онѣ требуютъ установки мензулы не менѣе, какъ на двухъ точкахъ, а прочерченныя прямыя обременяютъ планшетъ и должны быть потомъ стерты (если онѣ не проведены на вспомогательномъ верхнемъ листѣ бумаги). Второй способъ даетъ удовлетворительные результаты только на близкихъ разстояніяхъ (не далѣе 250 саж.), потому что далѣе извѣстнаго предѣла мелкія дѣленія обыкновенныхъ реекъ нельзя отсчитывать въ трубу кипрегеля, имѣть же особыя длинныя рейки съ крупными дѣленіями крайне неудобно. Такимъ образомъ, если на мензульной съемкѣ примѣнять исключительно засѣчки, то работа ведется точнѣе, но подвигается медленно; если же ограничиваться однимъ дальномѣрнымъ способомъ, то только точки, близкія къ начальнымъ, опредѣляются съ достаточною вѣрностью, по мѣрѣ же удаленія отъ нихъ точность опредѣленія быстро уменьшается. Сообразно этому мензульная съемка состоитъ изъ двухъ различныхъ дѣйствій:

1. *Составленія геометрической сѣти* для точнаго опредѣленія системы опорныхъ точекъ, которыя избираются на значительномъ другъ отъ друга удаленіи и получаются исключительно по способу засѣчекъ, и

2. *Съемки подробностей* для опредѣленія всѣхъ промежуточныхъ точекъ и зарисовки контуровъ при помощи дальномѣра, шагами и даже на глазъ *).

При такой системѣ основаніемъ для съемки подробностей служатъ опорныя точки геометрической сѣти, такъ что примѣненіе въ ней менѣе точныхъ способовъ не можетъ вредить точности съемки всего участка: ошибки въ опредѣленіи промежуточныхъ точекъ не передаются дальше, а остаются внутри треугольниковъ, составленныхъ ближайшими геометрическими точками; съемка подробностей на сосѣднемъ пространствѣ основывается опять на окружающихъ вѣрныхъ геометрическихъ точкахъ.

Одновременно съ составленіемъ геометрической сѣти и съемкою подробностей, при визированіи кипрегелемъ опредѣляютъ углы наклоненія, по которымъ выводятъ разности высотъ и наносятъ изогипсы, такъ что попутно снимаютъ и неровности мѣстности.

Опредѣленіе точекъ при помощи засѣчекъ можетъ быть на-

*) Это раздѣленіе напоминаетъ ходъ работъ на тріангуляціяхъ: перворазрядныя точки соотвѣтствуютъ опорнымъ точкамъ геометрической сѣти, а точки второклассныя и третьеклассныя—съемкѣ подробностей.

чато, когда на планшетѣ нанесены уже по крайней мѣрѣ двѣ точки, которыя и служатъ основаніемъ для распространенія геометрической сѣти по всему участку. Для съемокъ обширныхъ пространствъ эти исходныя точки получаются изъ вычисленія тріангуляціи и наносятся на планшетъ по своимъ географическимъ координатамъ. Если же съемка производится безъ предварительной тріангуляціи, то для начала геометрической сѣти избираютъ двѣ произвольныя *базисныя* точки, разстояніе между которыми измѣряютъ цѣпью и наносятъ на планшетъ, какъ объяснено въ § 133.

Съ готовыхъ точекъ тріангуляціи или съ двухъ базисныхъ точекъ всѣ остальныя точки геометрической сѣти опредѣляются на планшетѣ при помощи засѣчекъ. Такъ какъ, обыкновенно, съ двухъ начальныхъ точекъ нельзя видѣть всѣхъ прочихъ, да и самое опредѣленіе точки двумя пересѣкающимися направленіями не считается достаточнымъ (пересѣченіе двухъ прямыхъ только опредѣляетъ точку, не давая никакой повѣрки), то производитель работъ послѣ двухъ начальныхъ точекъ переходитъ съ мензулой послѣдовательно на нѣкоторыя другія геометрическія точки. Такимъ путемъ геометрическая сѣть распространяется по всему участку, и каждая новая точка опредѣляется на планшетѣ пересѣченіемъ по крайней мѣрѣ трехъ различныхъ направленій.

При съемкѣ небольшихъ участковъ геометрическая сѣть составляется на подлинной ватманской бумагѣ планшета и для послѣдующей съемки подробностей стирается, такъ что остаются только наколотыя геометрическія точки. При съемкѣ обширныхъ пространствъ геометрическая сѣть составляется на александрійской бумагѣ, наложенной на подлинную; на александрійскую бумагу наносятъ рамку, меридіаны и параллели и данныя для планшета точки тріангуляціи, прокалывая послѣднія и углы рамки на подлинную.

Оконченная геометрическая сѣть служитъ какъ бы канвой для съемки подробностей; выше было уже упомянуто, что неизбѣжныя погрѣшности въ съемкѣ подробностей на одномъ пространствѣ не вредятъ точности съемки на другихъ.

Всѣ подробности рисуютъ въ полѣ соотвѣтствующими условными знаками. Неровности мѣстности изображаютъ знаками, дающими всѣ три измѣренія (длину, ширину и высоту), предметы, входящіе въ масштабъ съемки—контурными условными знаками, дающими два измѣренія (длину и ширину), а пред-

меты, меньшіе предѣльной точности масштаба — масштабными условными знаками, не выражающими размѣровъ предмета, а указывающими только мѣсто его на планѣ.

154. Базисъ. Прямая, непосредственно измѣренная цѣпью и концы которой служатъ началомъ для опредѣленія всѣхъ геометрическихъ точекъ снимаемаго участка, называется *основаніемъ* или *базисомъ*. *Мѣсто для базиса* должно удовлетворять слѣдующимъ условіямъ:

1. Съ концовъ базиса долженъ открываться возможно обширный кругозоръ на окружающую мѣстность, чтобы съ нихъ можно было прочертить много направленій и тѣмъ опредѣлить возможно большее число геометрическихъ точекъ.

2. Линія базиса должна быть доступна для измѣренія цѣпью на всемъ своемъ протяженіи, т. е. должна проходить по ровному пространству, не пересѣкаемому хребтами, лощинами, озерами, рѣками, болотами или засѣянными полями; черезъ такія препятствія измѣреніе цѣпью иногда невозможно. Небольшое наклоненіе базисной линіи не составляетъ помѣхи, надо только помнить, что наклонную линію придется до нанесенія на планшетъ «привести къ горизонту».

3. Базисъ долженъ лежать по возможности на серединѣ снимаемаго участка, чтобы ошибки геометрическихъ точекъ распредѣлялись равномѣрно. По мѣрѣ удаленія отъ концовъ базиса, вслѣдствіе накопленія неизбѣжныхъ погрѣшностей засѣчекъ, ошибки въ опредѣленіи послѣдовательныхъ точекъ геометрической сѣти постепенно увеличиваются. Если базисъ находится по серединѣ участка, то абсолютныя ошибки точекъ, расположенныхъ даже у рамокъ, выходятъ небольшими и притомъ приблизительно одинаковыми; если же базисъ избранъ на краю участка, то точки у противолежащаго края будутъ опредѣлены сравнительно съ большими погрѣшностями, происходящими отъ накопленія ихъ при переходѣ черезъ многія промежуточныя. Опытъ показалъ еще, что при центральномъ расположеніи базиса засѣчки оказываются съ болѣе надежными углами, что всегда уменьшаетъ погрѣшности въ опредѣленіи точекъ.

Длина базиса зависитъ отъ величины участка и масштаба съемки. Чѣмъ больше участокъ, тѣмъ базисъ долженъ быть длиннѣе, потому что при короткомъ базисѣ треугольники геометрической сѣти невольно будутъ маленькіе, а число ихъ ве-

лико: это замедляетъ работу и вредитъ ея точности. Если съ короткаго базиса стараться увеличивать треугольники, то придется прибѣгать къ остроугольнымъ засѣчкамъ, отчего получаются большія погрѣшности въ опредѣленіи точекъ геометрической сѣти. Длинный базисъ тоже имѣетъ свои невыгоды: чтобы получить достаточное число геометрическихъ точекъ, нѣкоторыя изъ нихъ пришлось бы опредѣлять тупоугольными, ненадежными засѣчками; кромѣ того, рѣдко можно найти на мѣстности длинный базисъ, удовлетворяющій перечисленнымъ выше условіямъ. Относительно масштаба можно сказать вообще, что чѣмъ масштабъ съемки мельче, тѣмъ базисъ долженъ быть длиннѣе. Теоретически базисъ долженъ имѣть такую длину, чтобы ошибка въ его измѣреніи равнялась ошибкѣ нанесенія его на бумагу. Дѣйствительно, если ошибка линіи, измѣренной цѣпью, больше предѣльной точности масштаба, то вѣрно отложенный на бумагѣ базисъ будетъ всетаки не вѣренъ; наоборотъ, если ошибка въ измѣреніи меньше предѣльной точности масштаба, то сравнительно вѣрно измѣренный базисъ не можетъ быть отложенъ на бумагѣ съ требуемою точностью. Въ обоихъ случаяхъ ошибка въ базисѣ вредно отражается на опредѣленіи точекъ геометрической сѣти.

Ошибка измѣренія линій цѣпью составляетъ $\pm\, ^1/_{500}$ длины измѣряемой прямой; предѣльная же точность масштаба принимается равною $^1/_{200}$ дюйма. Называя длину базиса буквою D, имѣемъ на основаніи предыдущихъ соображеній:

$$\frac{1}{500} D = \frac{1}{200} \text{ дюйма}$$

откуда $$D = 2{\cdot}5 \text{ дюйма}$$

Такимъ образомъ, при разныхъ масштабахъ имѣемъ:

При масштабѣ $\frac{1}{8400}$ или 100 саж. въ 1 дм. длина базиса $=250$ саж.

» » $\frac{1}{21000}$ » 250 » » » » » $=625$ саж.

» » $\frac{1}{42000}$ » 1 вер. » » » » $=2^1/_2$ вер.

и т. д.

Само собою разумѣется, что весьма рѣдко можно найти базисъ, удовлетворяющій всѣмъ поставленнымъ условіямъ въ отношеніи длины и расположенія на участкѣ. Мѣстность заста-

вляетъ отступать отъ нихъ: приходится довольствоваться базисомъ меньшей длины и располагать его сообразно топографическимъ условіямъ участка. Очень часто по серединѣ участка встрѣчается удобное мѣсто, но оно не позволяетъ получить базисъ достаточной длины, вслѣдствіе чего приходится мѣрить базисъ на краю участка, гдѣ находится, напримѣръ, ровное, открытое и возвышенное пространство. Въ средней полосѣ Европейской Россіи весьма часто базисъ можно выбрать на почтовой или большой проселочной дорогѣ. Эти дороги большею частью пролегаютъ по возвышеннымъ мѣстамъ, съ которыхъ открывается обширный кругозоръ, и на нихъ нерѣдко встрѣчаются длинные прямолинейные участки.

Вообще при выборѣ мѣста для базиса необходимо считаться со всѣми перечисленными условіями одновременно, и молодые, неопытные производители работъ иногда теряютъ много времени на выборъ удобнѣйшаго мѣста; разысканіе же нѣсколькихъ подходящихъ базисныхъ линій заставляетъ ихъ долго колебаться, которой отдать предпочтеніе. Такъ какъ время само по себѣ очень цѣнно, особенно при срочной работѣ, то можно посовѣтовать поскорѣе рѣшать вопросъ о базисной линіи и немедленно приступать къ ея измѣренію и къ послѣдующей съемкѣ.

Базисная линія должна измѣряться самымъ тщательнымъ образомъ и непремѣнно *два раза*, по противоположнымъ направленіямъ; опытъ научилъ, что при измѣреніяхъ въ томъ же направленіи легко сдѣлать два раза одну и ту же ошибку. Если результаты двухъ противоположныхъ измѣреній различаются не болѣе, какъ на предѣльную точность измѣреній цѣпью, то выводятъ изъ нихъ ариѳметическое среднее и затѣмъ базисъ накалываютъ на планшетъ; если же измѣренія оказались болѣе разногласными, то они повторяются, пока наблюдатель не получитъ увѣренности, что въ измѣренія не вкрались грубыя ошибки. Въ случаяхъ расположенія базиса не на горизонтальной равнинѣ, а по скатамъ со значительными паденіями, необходимо измѣрять углы наклоненія и приводить измѣренія наклонныхъ линій къ горизонту.

155. Геометрическая сѣть. Выше было уже доказано, что составленіе геометрической сѣти хотя и представляется на первый взглядъ излишнею работою, но на самомъ дѣлѣ ведетъ къ тому, что съемка производится скорѣе и точнѣе. Прежде чѣмъ

приступать къ съемкѣ, необходимо осмотрѣть участокъ и одновременно съ выборомъ базиса намѣтить, а потомъ и означить на мѣстности будущія точки геометрической сѣти; лучше всего выбирать для этого точки, характерныя въ отношеніи контуровъ и рельефа. Хорошими геометрическими точками могутъ служить видимые издали мѣстные предметы: колокольни церквей, фабричныя трубы, флагштоки и громоотводы на зданіяхъ, одиноко стоящія деревья, верстовые столбы и т. п. Однако такіе предметы большею частью неудобны для установки мензулы, и ихъ вообще бываетъ слишкомъ мало на участкѣ; необходимо намѣтить много другихъ точекъ. Въ отношеніи контуровъ выгодно брать мѣста, гдѣ сходится нѣсколько контуровъ, напримѣръ, перекрестки и повороты дорогъ, мосты, углы пашенъ и луговъ и т. п.; въ отношеніи рельефа—вершины горъ и холмовъ, перегибы хребтовъ, сѣдловины, начала лощинъ и овраговъ, обрывы и т. п. На всѣхъ этихъ точкахъ выставляютъ вѣхи, причемъ, чтобы не смѣшивать ихъ издали, на верхушки навязываютъ пучки соломы или хвороста разнообразныхъ очертаній (§ 77).

Всѣ избранные мѣстные предметы и поставленныя вѣхи назначаютъ на картѣ или на приблизительно составленномъ планѣ и подписываютъ послѣдовательными нумерами или буквами. При установкѣ каждой вѣхи слѣдуетъ измѣрить ея длину отъ середины пучка на верхушкѣ до земли и записать полученное число въ полевой журналъ; на вѣхахъ, стоящихъ открыто, иногда дѣлаютъ повязку на высотѣ инструмента.

При выборѣ точекъ геометрической сѣти надо заботиться, чтобы онѣ составляли приблизительно равносторонніе треугольники и чтобы съ каждой поставленной вѣхи было видно возможно больше другихъ (во всякомъ случаѣ не менѣе двухъ). Выбирая послѣдовательныя точки, полезно тутъ же сообразить, какимъ путемъ, т. е. съ какихъ другихъ точекъ онѣ будутъ опредѣлены. Выгоднѣе всего, если геометрическія точки составляютъ сплошную сѣть смежныхъ треугольниковъ, но это возможно лишь на совершенно открытой мѣстности; впрочемъ, небольшіе перелѣски и рощи не мѣшаютъ развитію сплошной сѣти; въ этомъ случаѣ на самыя высокія деревья, расположенныя въ рощѣ по дорогамъ, привязываютъ вѣхи. Если лѣсъ занимаетъ большое пространство, то стараются только заключить его въ сѣть, т. е. расположить геометрическія точки вокругъ него и составить изъ нихъ непрерывную цѣпь смежныхъ треуголь-

никовъ; въ самомъ же лѣсу вѣхи выставляются только по опушкамъ, потому что вѣхи, выставленныя внутри большого лѣса, обыкновенно не могутъ быть опредѣлены съ окружающихъ точекъ и оказываются безполезными.

Число геометрическихъ точекъ зависитъ отъ масштаба съемки и опытности наблюдателя. Чѣмъ мельче масштабъ и чѣмъ опытнѣе наблюдатель, тѣмъ меньшее число точекъ оказывается достаточнымъ. На открытой мѣстности ставятъ обыкновенно по одной вѣхѣ на каждые 2—3 квадратныхъ дюйма площади плана. Такъ, на участкѣ въ 2 квадратныхъ версты, снимаемомъ въ масштабѣ 100 саженей въ дюймѣ, число геометрическихъ точекъ должно быть отъ 15 до 25, на участкѣ въ 100 квадратныхъ верстъ, снимаемомъ въ масштабѣ 250 саженей въ дюймѣ — отъ 80 до 100 и т. д. Неопытные производители работъ склонны увеличивать число геометрическихъ точекъ; имъ кажется, что частыя вѣхи облегчаютъ работу, на самомъ же дѣлѣ онѣ затрудняютъ ее, потому что при обиліи вѣхъ ихъ можно смѣшивать во время наблюденій, а разыскиваніе такихъ ошибокъ и исправленіе промаховъ сопряжено съ напрасною тратою времени. Во всякомъ случаѣ малоопытному производителю работъ можно совѣтовать дѣлать отступленіе отъ приведенной нормы въ сторону увеличенія числа геометрическихъ точекъ, а опытному—въ сторону его уменьшенія. На число геометрическихъ точекъ большое вліяніе имѣетъ мѣстность: въ лѣсахъ и вообще въ закрытыхъ мѣстахъ приходится довольствоваться весьма малымъ числомъ геометрическихъ точекъ.

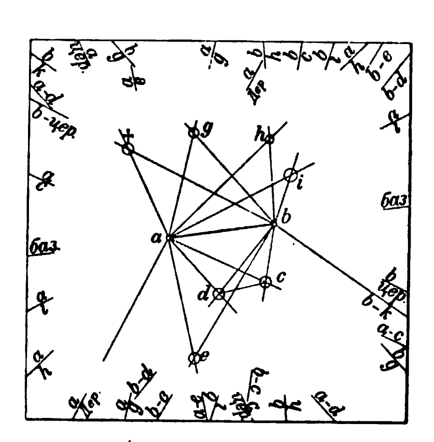
При съемкѣ опредѣленнаго участка не худо выставлять вѣхи и пользоваться мѣстными предметами за рамками. Эти, повидимому, излишнія точки облегчаютъ работу на границахъ участка и служатъ для надежной связи съ работами сосѣдей.

Опредѣленіе геометрическихъ точекъ на планшетѣ представляетъ графическое рѣшеніе треугольниковъ и производится, начиная съ базиса, послѣдовательнымъ примѣненіемъ прямыхъ и обратныхъ засѣчекъ. Установка мензулы на каждой точкѣ дѣлается по правиламъ, объясненнымъ въ § 132, причемъ оріентированіе планшета производится по нанесеннымъ уже возможно длиннымъ линіямъ и удаленнымъ предметамъ; только на первой базисной точкѣ, если съемка дѣлается безъ предварительной тріангуляціи, оріентированіе планшета достигается оріентиръ-буссолью. Для удостовѣренія, что при визированіи не сдѣ-

лано промаха, принято непремѣннымъ правиломъ каждую новую геометрическую точку считать опредѣленною только тогда, когда она получена пересѣченіемъ по крайней мѣрѣ *трехъ направленій* съ трехъ другихъ ранѣе опредѣленныхъ точекъ; кромѣ того, надо обращать вниманіе и на углы, образуемые этими направленіями (не менѣе 30° и не болѣе 150°), чтобы засѣчки выходили надежными.

Приступая къ составленію геометрической сѣти, производитель работъ долженъ повѣрить инструменты.

Пусть *a* и *b* (черт. 383) представляютъ концы базиса, а точки *c*, *d* . . . — окружающія геометрическія точки. Установивъ мензулу на первой базисной точкѣ *a*, т. е. центрировавъ планшетъ и приведя его въ горизонтальное положеніе, прикладываютъ линейку кипрегеля къ прямой *ab* и точно оріентируютъ планшетъ по вѣхѣ, стоящей на другой базисной точкѣ *b*. Затѣмъ визируютъ послѣдовательно на всѣ окружающія видимыя геометрическія точки, т. е. мѣстные предметы и вѣхи, въ порядкѣ возрастающихъ азимутовъ и прочерчиваютъ соотвѣтствующія направленія; край



Черт. 383.

линейки при каждомъ визированіи долженъ проходить чрезъ точку стоянія *a*. Чтобы не обременять плана, каждая прямая прочерчивается отъ *a* лишь настолько, насколько это необходимо для опредѣленія соотвѣтствующей точки, а затѣмъ концы той же прямой прочерчиваются у рамки планшета, гдѣ и подписываются двумя буквами: названіемъ вѣхи, съ которой сдѣлано визированіе, и названіемъ вѣхи (или мѣстнаго предмета), на которую проведено направленіе, какъ показано на чертежѣ. Иногда у этихъ линій ставятъ еще стрѣлки, указывающія направленіе визированія. Такимъ образомъ, на планшетѣ получаются длинныя линіи для точнаго оріентированія на другихъ точкахъ, и нельзя перемѣшать прочерченныя направленія между собою.

Послѣ окончанія визированія на всѣ окружающія видимыя

геометрическія точки необходимо приложить линейку кипрегеля опять къ начальному направленію (базису) и взглядомъ въ трубу убѣдиться, что во все время работы планшетъ оставался неподвижнымъ: вѣха въ *b* должна оказаться точно на вертикальной нити. Это правило обязательно соблюдается и на всѣхъ прочихъ точкахъ стоянія. Начинающимъ можно даже посовѣтовать повѣрять неподвижность планшета визированіемъ на начальную точку послѣ прочерчиванія каждыхъ 3—4-хъ направленій. Если вѣха не окажется на вертикальной нити, то придется послѣ исправленія оріентированія повторить визированіе только на послѣдніе 3—4 предмета, а не повторять всю работу сначала. Молодые производители работъ въ пылу увлеченія очень часто незамѣтно для себя толкаютъ планшетъ и тѣмъ измѣняютъ оріентированіе; вѣрные же углы между направленіями получаются, конечно, лишь въ томъ случаѣ, если планшетъ во все время работы на одной точкѣ оставался неподвижнымъ. Не мѣшаетъ еще повторить здѣсь правило, объясненное въ § 146, что визированія съ цѣлью прочерчиванія направленій на всѣхъ точкахъ геометрической сѣти дѣлаются при одномъ положеніи вертикальнаго круга кипрегеля (обыкновенно при кругѣ лѣво).

Далѣе приступаютъ ко второй половинѣ работы на той же точкѣ—къ измѣренію угловъ наклоненія визирныхъ линій, имѣющихъ длину не болѣе 1 версты. Для ускоренія наблюденій работаютъ сперва при одномъ положеніи круга, а затѣмъ при другомъ, наблюдая тѣ же предметы въ обратномъ порядкѣ, т. е. сперва въ направленіи возрастающихъ азимутовъ, а потомъ, при другомъ положеніи круга, въ направленіи азимутовъ убывающихъ. При наведеніи средней горизонтальной нити окуляра кипрегеля на каждый предметъ приводятъ пузырекъ алидаднаго уровня на середину трубки. Отсчеты верньеровъ записываютъ въ полевой журналъ, какъ объяснено ниже въ § 157.

Нѣкоторымъ кажется, что было бы выгоднѣе отсчитывать верньеры на алидадѣ вертикальнаго круга попутно съ проведеніемъ направленій на окружающія точки; на самомъ же дѣлѣ тогда вниманіе развлекалось бы разнородными дѣйствіями, и работа шла бы медленнѣе. Опытъ показываетъ, что рядъ однородныхъ дѣйствій исполняется всегда скорѣе такого же числа дѣйствій разнородныхъ. При визированіи и прочерчиваніи направленій все вниманіе наблюдателя сосредоточивается лишь

на томъ, чтобы вертикальная нить точно совпадала съ изображеніемъ предмета въ трубѣ и чтобы край линейки кипрегеля точно проходилъ чрезъ точку стоянія на бумагѣ; при опредѣленіи же угловъ наклоненія нѣтъ надобности, чтобы вертикальная нить совпадала съ изображеніемъ предмета, а край линейки проходилъ чрезъ точку стоянія. Въ послѣднемъ случаѣ обѣ эти установки дѣлаются лишь приближенно, и вниманіе наблюдателя направлено на приведеніе средней горизонтальной нити на изображеніе предмета и пузырька алидаднаго уровня на середину трубки. Кромѣ того, отъ указаннаго раздѣленія дѣйствій—проведенія направленій и измѣренія угловъ наклоненія—на двѣ отдѣльныя ступени работъ, результаты получаются болѣе точные, потому что въ первой всего важнѣе неподвижность планшета, о чемъ говорено уже выше, а эта неподвижность тѣмъ вѣроятнѣе, чѣмъ промежутокъ времени короче.

По окончаніи описанныхъ дѣйствій производитель работъ измѣряетъ и записываетъ въ журналъ высоту инструмента (высоту горизонтальной оси кипрегеля надъ точкою стоянія), снимаетъ мензулу, приказываетъ рабочимъ поставить вѣху на старое мѣсто и переходитъ на слѣдующую точку (вторую базисную точку *b*). Здѣсь онъ оріентируетъ планшетъ по линіи *ba* и повторяетъ всѣ дѣйствія, какъ на первой точкѣ *a*, т. е. сперва визируетъ на окружающіе видимые мѣстные предметы и вѣхи съ цѣлью получить направленія на планшетѣ, а затѣмъ измѣряетъ углы наклоненія. Въ пересѣченіи направленій на всѣ соотвѣтствующія точки послѣднія получаются на планшетѣ прямыми засѣчками. Чтобы не смѣшать полученныхъ пересѣченій одноименныхъ направленій съ прочими, ихъ слегка обводятъ карандашомъ кружочками (точки *c*, *d*, *e*, церковь, *g*, *h*, *i*). Обыкновенно соотвѣтствующихъ точекъ получается немного, такъ какъ не всѣ предметы, наблюденные изъ *a*, будутъ видны изъ *b*; зато въ *b* откроются предметы, которыхъ не удалось видѣть изъ *a*.

Окончивъ работу на точкѣ *b*, переходятъ на одну изъ опредѣленныхъ уже (хотя еще не повѣренныхъ) точекъ, всего лучше на такую, пересѣченіе направленій на которую изъ *a* и *b* близко къ прямому углу, и съ которой открывается обширный кругозоръ. Пусть такою точкой оказывается точка *c*. Здѣсь для оріентированія планшета имѣется два готовыхъ направленія *ca* и *cb*, и потому одно изъ нихъ можетъ служить повѣркою другому; для

этого планшетъ оріентируютъ по одному направленію, напримѣръ, по *ca* и, приложивъ линейку кипрегеля къ прямой *cb*, съ замираніемъ сердца смотрятъ въ трубу: если вѣха *b* окажется точно на вертикальной нити, то оба направленія проведены вѣрно, и останется только *наколоть* точку *c* (держа иглу отвѣсно) и обвести ее болѣе явственно кружкомъ. Если вѣха *b* окажется въ полѣ зрѣнія трубы, но не на самомъ волоскѣ, то поворачиваютъ кипрегель такъ, чтобы вѣха пришлась точно на нити, а край линейки проходилъ черезъ точку *b*, и прочерчиваютъ новое направленіе; если оно отходитъ отъ первоначальнаго на едва замѣтную величину, то точку *c* все же можно наколоть. Въ противныхъ случаяхъ, т. е. если вѣха *b* вовсе не оказывается въ полѣ зрѣнія или вновь прочерченное направленіе отходитъ отъ первоначальнаго на значительную величину, необходимо предположить, что одно изъ направленій, *ac* или *bc*, проведено невѣрно; придется вернуться на точки *a* и *b* и начать работу сызнова. Такое обстоятельство сопряжено, конечно, съ потерею времени и излишнимъ утомленіемъ, а главное, удручающимъ образомъ дѣйствуетъ на производителя работъ; вотъ почему слѣдуетъ съ самаго начала вести наблюденія наиболѣе тщательнымъ образомъ.

Допустимъ, что точка *c* опредѣлена вѣрно. Тогда визируютъ съ нея на всѣ видимые мѣстные предметы и вѣхи обычнымъ порядкомъ, какъ на точкахъ *a* и *b*; на нѣкоторыя точки окажется теперь уже три направленія, и если они пересѣклись въ одной точкѣ, то ее считаютъ опредѣленною окончательно, накалываютъ и обводятъ рѣзкимъ кружкомъ. Если же три соотвѣтствующія направленія пересѣклись не въ одной точкѣ, а образовали такъ называемый треугольникъ погрѣшности, то точка не считается опредѣленною, и надо ждать послѣдующихъ наблюденій, когда на нее получатся четвертое и прочія направленія; тогда только можно будетъ судить, которое изъ направленій было ошибочно, и не принимать его въ расчетъ.

Послѣ окончанія работы на точкѣ *c* переходятъ на слѣдующія, выбирая всякій разъ точку, хорошо опредѣленную тремя направленіями. На каждой новой точкѣ стоянія оріентированіе планшета производится по одному изъ имѣющихся направленій, а другія служатъ для повѣрки. Переходы на новыя точки продолжаются до тѣхъ поръ, пока не будутъ хорошо получены всѣ точки геометрической сѣти. Число точекъ стоянія, вообще,

будетъ значительно меньше числа всѣхъ геометрическихъ точекъ. Надо стараться вести переходы такъ, чтобы мѣстные предметы, неудобные для установки мензулы, не были точками стоянія, а опредѣлялись съ окружающихъ вѣхъ. Точки, на которыя удалось получить только одно направленіе, опредѣляются обратными засѣчками, но съ повѣрками, т. е. оріентировавъ на такой точкѣ планшетъ по имѣющемуся единственному направленію, визируютъ не на одну, а на двѣ или три опредѣленныя уже точки; если прочерченныя направленія пересѣкаются въ одной точкѣ, то она будетъ несомнѣнно точкою стоянія.

Если на какомъ-нибудь пространствѣ оказалось мало геометрическихъ точекъ, то можно пополнить сѣть, опредѣливъ одну или нѣсколько точекъ по задачѣ Потенота (§ 135). Для этого пользуются имѣющимися на участкѣ тригонометрическими знаками или отдаленными вѣхами, а высоты выводятъ по ближайшимъ геометрическимъ точкамъ. Послѣ опредѣленія на такую точку ставятъ вѣху, такъ что новая точка пріобрѣтаетъ всѣ права геометрической.

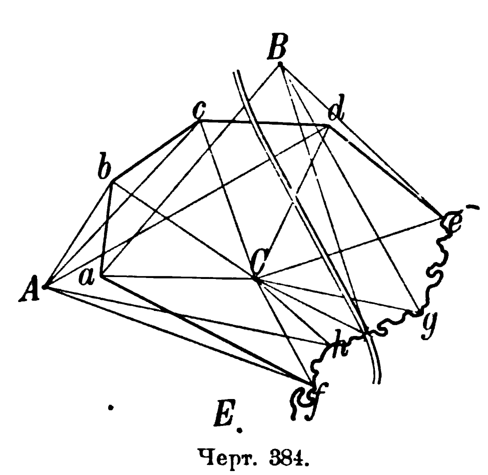
На каждой новой точкѣ стоянія вѣха снимается, а по окончаніи работы ставится вновь на старое мѣсто возможно правильнѣе, т. е. вертикально и съ прежнимъ углубленіемъ въ почву, чтобы не пришлось снова опредѣлять ея высоту. На каменистомъ грунтѣ, гдѣ установка вѣхи требуетъ много времени, особенно при съемкѣ въ мелкомъ масштабѣ можно ставить мензулу подлѣ вѣхи; при мелкомъ масштабѣ ошибка центрированія не имѣетъ практическаго значенія (см. § 132, п. 1).

Примѣчаніе. Если геометрическая сѣть составляется для участка, помѣщающагося цѣликомъ на одномъ планшетѣ, то описанными выше дѣйствіями работа по составленію сѣти оканчивается, и можно приступить къ съемкѣ подробностей. Для большого же пространства, разбиваемаго при съемкѣ на нѣсколько планшетовъ, составляютъ иногда геометрическую сѣть въ болѣе мелкомъ масштабѣ на отдѣльномъ планшетѣ, а затѣмъ полученныя точки въ увеличенномъ масштабѣ переносятъ на съемочные планшеты при помощи прямоугольныхъ координатъ. Одною общею сѣтью достигается болѣе надежная связь всѣхъ снимаемыхъ участковъ. Однако такой пріемъ допускается только при небольшомъ уменьшеніи масштаба общей сѣти, когда ее заготовляютъ для четырехъ или девяти планшетовъ, такъ что потомъ координаты увеличиваются въ 2 или 3 раза. При боль-

шемъ увеличеніи ошибки могутъ сдѣлаться значительными. Связь отдѣльныхъ участковъ достигается проще и вѣрнѣе тѣмъ, что геометрическая сѣть и съемка подробностей каждаго участка распространяются за рамки, такъ что свести участки въ одно цѣлое не представитъ затрудненій.

156. Съемка подробностей. Послѣ составленія геометрической сѣти приступаютъ къ съемкѣ подробностей, т. е. къ зарисовкѣ всѣхъ мѣстныхъ предметовъ. Въ сущности работа эта состоитъ въ опредѣленіи многихъ точекъ каждаго контура и въ соединеніи ихъ непрерывными линіями, которыя и изобразятъ контуръ въ уменьшенномъ видѣ. Для съемки подробностей пользуются однимъ изъ слѣдующихъ четырехъ способовъ, примѣняемыхъ или порознь, или вмѣстѣ, смотря по мѣстнымъ условіямъ, какъ объяснено ниже.

1. *Засѣчки.* Способъ засѣчекъ представляетъ дальнѣйшее развитіе геометрической сѣти, причемъ новыя точки избираются съ такимъ расчетомъ, чтобы ихъ было достаточно для изображенія каждаго контура. Пусть между геометрическими точками *A*, *B* и *C* (черт. 384) заключенъ замкнутый контуръ *abcdeghf* съ рѣзко означенными границами. Прежде всего всѣ углы и рѣзкіе изгибы контура означаютъ кольями; затѣмъ устанавливаютъ мензулу на точкѣ *A* и, тщательно оріентировавъ планшетъ по другой отдаленной геометрической точкѣ, визируютъ послѣдовательно на всѣ поставленные колья и прочерчиваютъ соотвѣтствующія прямыя, дѣлая ихъ возможно короткими, лишь бы только каждая точка получилась на планшетѣ. Послѣ окончанія работы на первой точкѣ *A* подобныя же дѣйствія производятся на другой точкѣ *B*, а если съ этихъ двухъ не видны всѣ выставленные колья, то и на третьей *C*. Если какой-нибудь колъ виденъ только съ одной



Черт. 384.

геометрической точки, то его можно опредѣлить и обратною засѣчкою, но такъ какъ этотъ пріемъ требуетъ лишней установки мензулы, что сопряжено съ тратой времени, то уже при самой разстановкѣ кольевъ надо слѣдить, чтобы каждый изъ кольевъ былъ виденъ не менѣе, какъ съ двухъ геометрическихъ точекъ. Легко понять, что способъ засѣчекъ представляетъ опредѣленіе точекъ при помощи биполярныхъ координатъ.

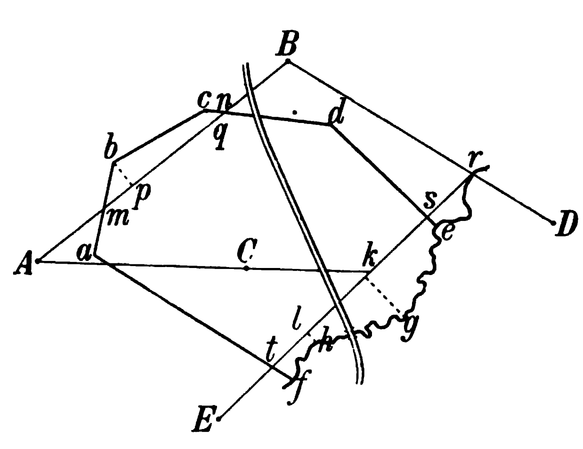
Для полученія контуровъ послѣ опредѣленія ихъ отдѣльныхъ точекъ останется соединить ихъ на глазъ прямыми или кривыми линіями. Неопытнымъ производителямъ работъ всегда кажется, что для вѣрности изображенія необходимо выставить очень много кольевъ; на самомъ дѣлѣ достаточно весьма малаго ихъ числа: имѣя передъ глазами контуръ и нѣсколько точекъ, вѣрно полученныхъ на планшетѣ засѣчками, можно изобразить любой контуръ съ погрѣшностями, не превышающими ошибокъ графическихъ построеній.

Способа засѣчекъ не слѣдуетъ примѣнять для очень малыхъ контуровъ, потому что неизбѣжныя погрѣшности отдѣльныхъ близкихъ точекъ могутъ повести къ значительному искаженію контура. Чаще всего этотъ способъ примѣняется для контуровъ недоступныхъ и при съемкѣ въ гористой мѣстности; тогда кольевъ не ставятъ, а пользуются рѣзко бросающимися въ глаза точками, которыхъ нельзя перемѣшать издали. Кромѣ того, въ горахъ это и выгодный способъ, потому что, не смотря на большіе углы наклоненія визирныхъ линій, онъ сразу даетъ горизонтальныя проложенія всѣхъ разстояній. Способъ засѣчекъ ускоряетъ работу при съемкѣ рѣкъ и озеръ въ обрывистыхъ или утесистыхъ берегахъ и контуровъ въ топкихъ мѣстахъ.

2. *Цѣпные промѣры.* Пусть требуется зарисовать контуръ $abc... f$ (черт. 385), расположенный между геометрическими точками A, B, D и E. Выбравъ направленіе AB, пересѣкающее наибольшее число контуровъ или проходящее вблизи нихъ, приступаютъ къ непосредственному измѣренію прямой AB цѣпью, причемъ каждую точку пересѣченія съ контуромъ или находящуюся вблизи накалываютъ по масштабу вдоль направленія AB. Такъ, точку m пересѣченія стороны ab контура съ прямою AB получаютъ непосредственнымъ промѣромъ отъ A до m, точку b получаютъ изъ p—основанія перпендикуляра, мысленно опущеннаго изъ b на AB, и т. д.; длины перпендикуляровъ bp, cq и проч. могутъ быть измѣрены шагами и даже оцѣнены

на глазъ. Для откладыванія разстояній *Am*, *Ap*... (всегда отъ начальной точки *A*) на бумагѣ вмѣсто циркуля пользуются *деревянною линеечкой*, раздѣленною на двадцатыя или двадцать пятыя доли дюйма. При отсутствіи такой линеечки можно довольствоваться полоской бумаги съ черточками, нанесенными по масштабу.

Подобнымъ же образомъ ведутъ промѣры и нанесеніе контуровъ отъ вѣхи *B* на вѣху *D*; дойдя здѣсь до точки *r* и видя, что контуръ рѣзко измѣняетъ направленіе, дѣлаютъ поворотъ на вѣху *E* и снова производятъ измѣренія цѣпью съ *r* на *E*, опредѣляя точки *e*, *g*, *h* и *f*. Попутно зарисовываютъ не только контуръ, но и сосѣдніе мѣстные предметы, разстоянія до которыхъ по перпендикулярамъ можно измѣрять шагами или оцѣнивать на глазъ. Послѣднее дѣлается здѣсь съ ничтожными ошибками, потому что разстоянія не велики и для сравненія подъ руками развернутая цѣпь.



Черт. 385.

Для повѣрки работы не слѣдуетъ *ломать линію* много разъ; послѣ двухъ-трехъ изломовъ полезно дойти до какой-нибудь геометрической точки: разстояніе на планшетѣ должно быть близкимъ къ непосредственно измѣренному цѣпью. Кромѣ того повѣряютъ работу *по створамъ*; напримѣръ, идя съ *r* на *E*, замѣчаютъ, что точка *k* находится въ створѣ вѣхъ *A* и *C*; отложивъ точку остановки по масштабу отъ *r*, необходимо приложить линеечку къ точкамъ *A* и *C* на планшетѣ и посмотрѣть, пересѣкаетъ ли продолженіе прямой *AC* линію *rE* въ томъ же мѣстѣ *(k)*. Если бы этого не случилось, то дальнѣйшее отложеніе разстояній лучше вести съ вѣрно полученной точки пересѣченія продолженія *AC* съ *rE*.

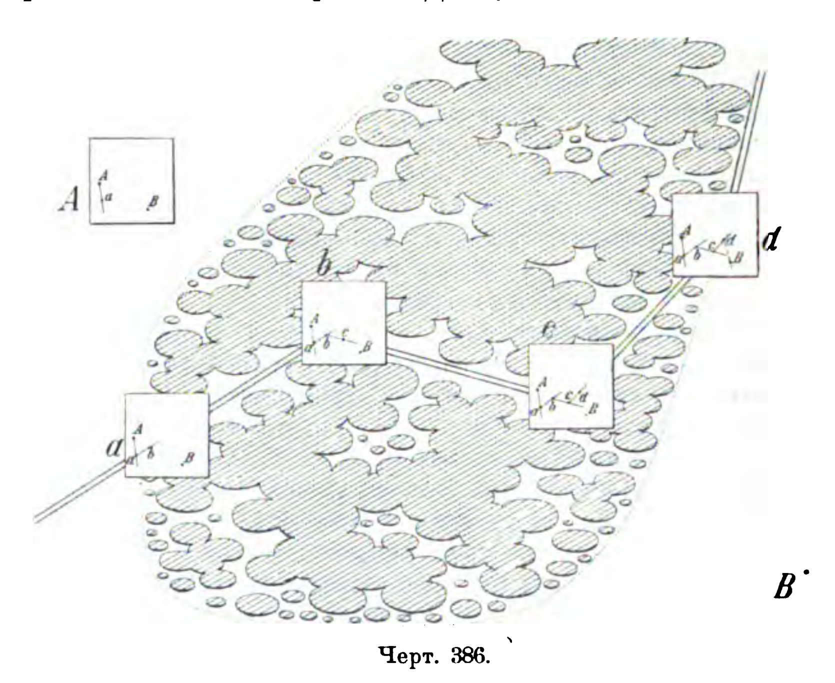
При съемкѣ населенныхъ мѣстъ цѣпные промѣры ведутъ по улицамъ для попутной зарисовки домовъ и по задворкамъ

для зарисовки сараевъ и огородовъ. Этотъ пріемъ избавляетъ отъ необходимости топтать поля, что зачастую возбуждаетъ неудовольствіе мѣстныхъ жителей.

Цѣпные промѣры съ вѣхи на вѣху и съ точки на вѣху особенно удобны на мѣстности открытой и ровной, гдѣ окружающія вѣхи хорошо видны и гдѣ не требуется дѣлать приведеній наклонныхъ линій къ горизонту. Этотъ способъ имѣетъ преимущество передъ всѣми другими въ томъ отношеніи, что не требуетъ мензулы и кипрегеля: ихъ можно оставлять дома и брать въ поле только планшетъ и мѣрную цѣпь, такъ какъ всѣ геометрическія точки уже нанесены, и любое разстояніе можно откладывать по масштабу при помощи упомянутой линеечки, прикладываемой къ соотвѣтствующимъ точкамъ на планшетѣ. Въ виду того, что здѣсь не требуется разставлять колья и посылать реечниковъ, достаточно имѣть только двухъ рабочихъ, измѣряющихъ линіи цѣпью; слѣдовательно, разсматриваемый способъ неоцѣнимъ при недостаткѣ рабочихъ вообще или въ случаѣ болѣзни нѣкоторыхъ.

3. *Инструментальные ходы* заключаются въ послѣдовательныхъ установкахъ мензулы на всѣхъ изгибахъ контура и въ опредѣленіи сторонъ цѣпью или дальномѣромъ. Пусть требуется снять дорогу *abcd* (черт. 386). Сперва устанавливаютъ мензулу на ближайшей геометрической точкѣ *A*, оріентируютъ планшетъ по другой видимой геометрической точкѣ и прочерчиваютъ направленіе *Aa*, визируя черезъ *A* на *a* кипрегелемъ. Опредѣливъ разстояніе *Aa*, накалываютъ его по направленію *Aa* и переходятъ съ инструментомъ въ точку *a*, гдѣ планшетъ оріентируютъ по прямой *aA* и прочерчиваютъ слѣдующее направленіе *ab*, визируя на ближайшій поворотъ дороги (*b*). Разстояніе *ab* накалываютъ отъ точки *a* по прочерченной прямой и т. д.; здѣсь каждая слѣдующая точка получается отъ предыдущей по своимъ полярнымъ координатамъ. Работа продолжается въ той же послѣдовательности до тѣхъ поръ, пока наблюдатель не вернется на исходную точку *A* или не подойдетъ къ другой геометрической точкѣ *B*, что дастъ надежную повѣрку съемки. Зарисовка замкнутаго контура описаннымъ путемъ называется *инструментальнымъ обходомъ*, а снятіе ломаной или кривой линіи между двумя геометрическими точками — *визированіемъ впередъ*. Если необходимо снять дорогу или ручей въ лѣсу или вообще закрытый контуръ, то этотъ способъ является

единственно возможнымъ. Полезно не пропускать просѣкъ и прогалинъ, черезъ которыя видна какая-нибудь геометрическая точка; на каждомъ такомъ мѣстѣ можно повѣрить работу, опредѣляя точку стоянія обратною засѣчкою. При частыхъ поворотахъ ходовой линіи должно обращать вниманіе на тщательное центрированіе планшета, такъ какъ при короткихъ линіяхъ визированія погрѣшности центрированія могутъ иногда вредно отразиться на точности работы. Для удлиненія линій визирова-



Черт. 386.

нія въ густыхъ лѣсахъ расчищаютъ ихъ рубкой вѣтвей и даже деревьевъ. Однако эта простая работа требуетъ не мало времени, потому что рѣдко можно сразу найти мѣшающую вѣтку, а рабочіе продолжительными поисками и усиленною рубкою часто огорчаютъ не только владѣльца лѣса, но и самого производителя работъ; послѣдній долженъ каждый разъ найти благопріятнѣйшее соотношеніе между длиною визирныхъ линій и необходимыми порубками.

При инструментальныхъ ходахъ вмѣсто оріентированія планшета по короткимъ линіямъ часто прибѣгаютъ къ оріентиръ-бус-

соли. Чтобы не затрудняться введеніемъ поправки за склоненіе магнитной стрѣлки, полезно на исходной геометрической точкѣ, гдѣ планшетъ оріентированъ по длинной линіи, поставить коробку буссоли такъ, чтобы стрѣлка точно совмѣстилась съ діаметромъ *NS*, и очертить края коробки карандашомъ. Тогда на каждой новой точкѣ буссоль устанавливается по очерченнымъ линіямъ, а планшетъ приводится въ положеніе, при которомъ стрѣлка станетъ по діаметру *NS*.

Если оріентиръ-буссоль хорошаго качества, то можно значительно ускорить работу, становясь съ мензулою не на всѣхъ изгибахъ дороги, а «черезъ точку». Такъ, при расположеніи мензулы въ *a* (черт. 386) посылаютъ реечника на ближайшій поворотъ дороги въ *b* и въ направленіи *ab* по отсчитанному разстоянію накалываютъ точку *b*; затѣмъ, пропустивъ точку *b*, переходятъ съ мензулою прямо на слѣдующую точку *c*, гдѣ оріентируютъ планшетъ по буссоли, прикладываютъ линейку кипрегеля къ наколотой точкѣ *b*, визируютъ на рейку (оставшуюся въ точкѣ *b*), отсчитываютъ разстояніе и получаютъ точку стоянія *c*; черезъ эту послѣднюю визируютъ на слѣдующую точку *d* (гдѣ къ тому времени выставлена другая рейка) и въ направленіи *cd* накалываютъ по отсчитанному разстоянію точку *d* и т. д. Если нѣтъ реекъ, то разстоянія можно получать и непосредственными измѣреніями цѣпью.

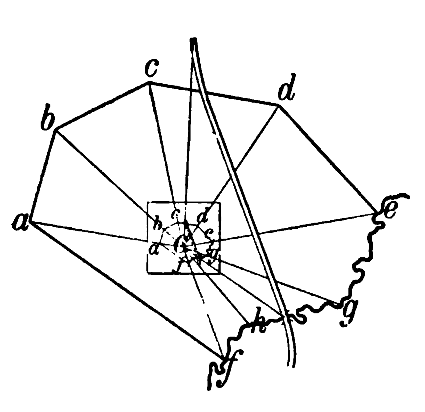
Описанный пріемъ оріентированія планшета по буссоли и работа «черезъ точку» выходятъ не только скорѣе, но и точнѣе, чѣмъ оріентированіе по короткимъ линіямъ визированія, требующее установки мензулы на каждомъ поворотѣ. Дѣло въ томъ, что въ этихъ случаяхъ стрѣлка буссоли всегда длиннѣе, чѣмъ линіи визированія на планшетѣ. Кромѣ того, оріентированіе по буссоли производится на каждой точкѣ независимо отъ ошибокъ оріентированія по линіямъ на всѣхъ предыдущихъ. Конечно, слѣдуетъ только раньше убѣдиться, что на данномъ участкѣ нѣтъ мѣстныхъ аномалій земного магнитизма.

Длинные инструментальные ходы послѣ возвращенія въ начальную точку или выхода на открытое мѣсто къ нанесенной на планшетѣ геометрической точкѣ могутъ дать *невязку*, которую, конечно, необходимо уничтожить при помощи параллельныхъ линій подобно тому, какъ уничтожается невязка при обходѣ границы съ астролябіей (см. § 110). При внимательной работѣ невязка обыкновенно столь мала, что смыканіе дѣлается

на глазъ ничтожными передвиженіями двухъ-трехъ послѣднихъ точекъ хода. Если же невязка оказалась большою, примѣрно, болѣе $^1/_{50}$ периметра хода, то ее нельзя объяснить неизбѣжными случайными ошибками наблюденій и построеній, а слѣдуетъ заподозрить грубый промахъ; въ такомъ случаѣ лучше всего начать работу вновь, но въ обратномъ направленіи, и вести ее до тѣхъ поръ, пока разногласіе въ положеніи одной изъ точекъ хода не сдѣлается меньше указаннаго предѣла, послѣ чего не трудно сомкнуть обходъ и вычистить невѣрно зарисованное. Для избѣжанія такой двойной работы слѣдуетъ вести съемку съ самаго начала тщательно и заставить себя думать только о ней, а не отвлекаться посторонними мыслями.

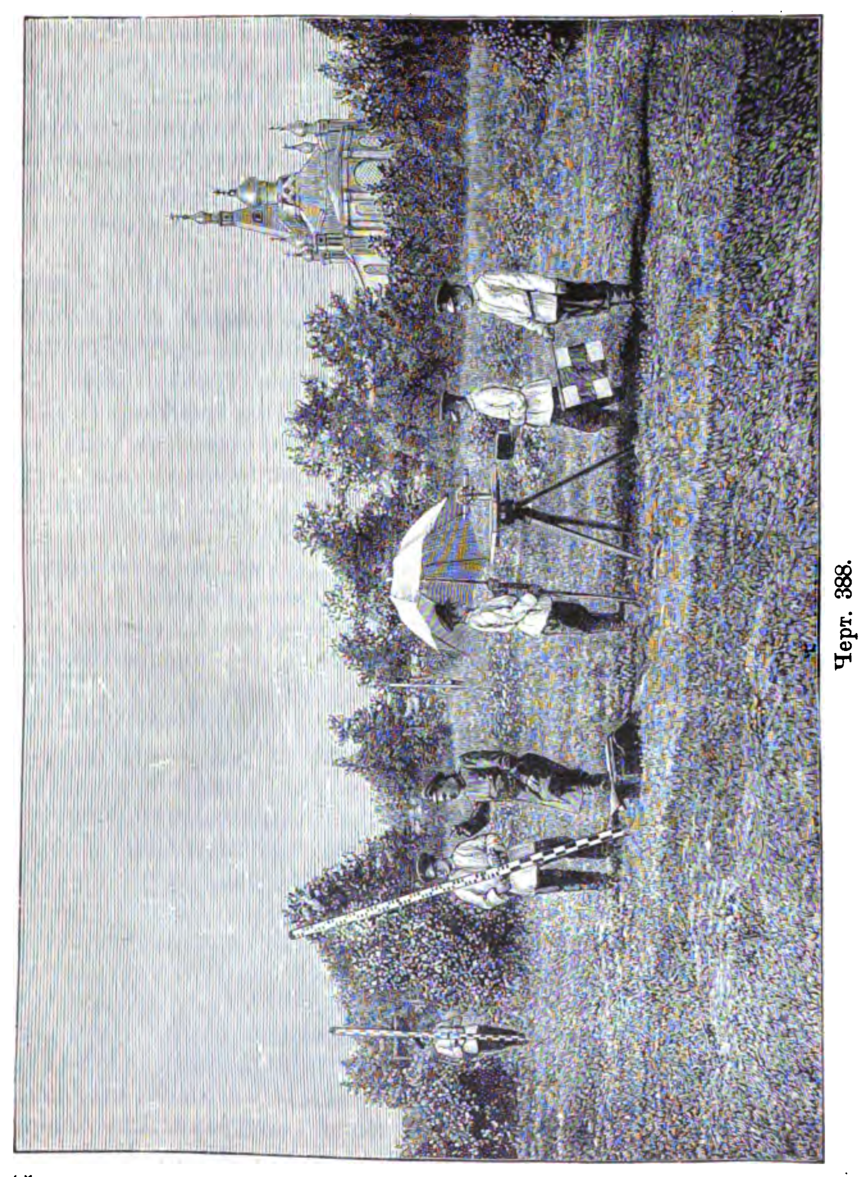
Какъ и при другихъ способахъ съемки подробностей одновременно съ зарисовкою ходовой линіи (пути движенія съ инструментомъ) снимаютъ окружающіе контуры и неровности мѣстности. Напомнимъ еще, что наклонныя линіи, имѣющія паденіе болѣе 3°, слѣдуетъ приводить къ горизонту и только тогда откладывать на планшетѣ.

4. *Изъ одной точки.* Этотъ способъ заключается въ зарисовкѣ всѣхъ видимыхъ окружающихъ предметовъ при помощи полярныхъ координатъ изъ одной точки стоянія. Пусть требуется снять контуръ *abcdeghf* (черт. 387), лежащій у геометрической точки *C*. Окинувъ взглядомъ окружающіе предметы, производитель работъ разсылаетъ реечниковъ на всѣ углы и примѣчательнѣйшіе изгибы контуровъ, причемъ объясняетъ каждому (черт. 388), какія именно точки должно считать важными и что они должны высмотрѣть и запомнить для послѣдующей устной передачи. Затѣмъ послѣ окончательной установки мензулы надъ точкой *C* визируютъ на рейки, причемъ скошенный край линейки кипрегеля долженъ неизмѣнно проходить чрезъ наколъ точки стоянія. Послѣ каждаго визированія отсчитанное разстояніе откладываютъ циркулемъ по краю



Черт. 387.

линейки отъ той же точки впередъ, а реечнику подается знакъ



Черт. 388.

(флагомъ или свисткомъ) переходить дальше. Пока одинъ реечи-

никъ переходитъ на новую точку, производитель работъ визируетъ на другихъ, идущихъ по другимъ контурамъ. Всѣ полученныя такимъ путемъ на планшетѣ точки называются *реечными*. По мѣрѣ опредѣленія реечныхъ точекъ ихъ соединяютъ непрерывными прямыми или кривыми линіями, рисуя изгибы по видимымъ съ точки стоянія дѣйствительнымъ очертаніямъ контуровъ; точки и мѣста невидимыя оставляются не зарисованными до возвращенія реечниковъ, которые тогда собираются къ мензулѣ и разсказываютъ о своихъ изслѣдованіяхъ контуровъ (черт. 389).

У начинающихъ дѣло идетъ медленно, такъ что и одному реечнику приходится долго стоять на каждой точкѣ, пока наблюдатель установитъ кипрегель и отсчитаетъ разстояніе; опытные же производители работъ пользуются всегда тремя и даже четырьмя реечниками, и всѣ они едва успѣваютъ перебѣгать съ одной точки на другую. Какъ только реечникъ сталъ, наблюдатель почти мгновенно сдѣлалъ свое дѣло и уже машетъ ему переходить на слѣдующую точку, а пока онъ переходитъ, наблюдатель успѣваетъ визировать на прочія рейки. Работа кипитъ, и контуры со всѣми своими подробностями зарисовываются одинъ за другимъ. Понятно, что реечники должны быть уже пріучены къ съемкѣ и осмысленно относиться къ своимъ обязанностямъ; они должны сознавать, на какихъ именно точкахъ каждаго контура всего цѣлесообразнѣе останавливаться. Впрочемъ, если контуръ не видимъ съ точки стоянія мензулы, то наблюдателю слѣдуетъ лично осмотрѣть его съ планшетомъ въ рукахъ и зарисовать какъ самый контуръ, такъ и всѣ близлежащіе предметы. Послѣднее замѣчаніе особенно надо помнить начинающимъ, работающимъ съ новыми, неопытными реечниками, а также при зарисовкѣ рѣчекъ и вообще очень извилистыхъ контуровъ.

Если нѣтъ дальномѣра, то разстоянія (радіусы-векторы) можно получать, конечно, и непосредственными измѣреніями цѣпью, но такой способъ затягиваетъ работу и сопряженъ съ потравами луговъ и полей. Разсматриваемый пріемъ приноситъ всю свою пользу и ведетъ къ поразительной быстротѣ только при работѣ съ кипрегелемъ-дальномѣромъ; онъ особенно выгоденъ на мѣстности открытой и изобилующей контурами. Для ускоренія съемки надо умѣть распоряжаться временемъ. Придя на новую точку стоянія, необходимо прежде всего осмотрѣться

кругомъ и разослать реечниковъ по контурамъ, а потомъ уже установить мензулу. На установку мензулы требуется отъ трехъ



Черт. 389.

до десяти минутъ, такъ что за это время реечники будутъ уже на мѣстахъ, и наблюдатель немедленно можетъ начать работу.

Послѣ взгляда на рейку и отсчета разстоянія слѣдуетъ сперва дать знакъ, чтобы реечникъ шелъ дальше, а потомъ уже наколоть точку и вычислить ея высоту.

Такъ какъ кипрегелемъ-дальномѣромъ можно опредѣлять разстоянія не далѣе 250 саженей, то съ каждой геометрической точки снимается пространство лишь на 250 саж. во всѣ стороны. Поэтому если геометрическія точки расположены не рѣже, какъ въ разстояніяхъ 1 версты, то на открытой мѣстности всѣ подробности могутъ быть получены съ однѣхъ только геометрическихъ точекъ, причемъ явится много повѣрокъ, такъ какъ промежуточныя точки будутъ опредѣляться съ двухъ, а иногда и съ трехъ окружающихъ точекъ стоянія мензулы. Если геометрическія точки расположены рѣже указаннаго предѣла, то, послѣ зарисовки контуровъ на 250 саж. во всѣ стороны отъ каждой точки стоянія, останутся неснятыя пространства; неснятыми могутъ оказаться также предметы, вовсе не видимые съ геометрическихъ точекъ. Въ такихъ случаяхъ мензула переносится на одну изъ реечныхъ точекъ, и работа ведется съ нея описаннымъ образомъ, какъ и съ геометрической точки. Реечная точка, сдѣлавшаяся исходною для послѣдующей съемки подробностей, называется *переходною*; она выбирается гдѣ-нибудь на возвышенномъ мѣстѣ, чтобы съ нея больше видѣть, и должна быть опредѣлена съ особою тщательностью и повѣрена обратными засѣчками на видимыя вѣхи, потому что ошибка въ положеніи переходной точки поведетъ къ невѣрности всѣхъ опредѣленныхъ съ нея слѣдующихъ реечныхъ точекъ.

На участкѣ случаются иногда острова или небольшія пространства за рѣкою, гдѣ нельзя было раньше поставить вѣхи и на которыхъ не было возможности опредѣлить даже переходную точку. Въ такихъ случаяхъ на эти мѣста отправляются только при съемкѣ подробностей, и первая точка стоянія съ мензулою опредѣляется тамъ задачей Потенота (см. § 135); эта точка получается съ такою же точностью, какъ геометрическая, и съ нея не трудно уже приступить къ съемкѣ подробностей. Задача Потенота примѣняется и просто для опредѣленія точки вмѣсто переходной, если, напримѣръ, послѣдняя, неудачно избранная неопытнымъ реечникомъ, оказалась неудобною для съемки подробностей.

Во всякомъ случаѣ необходимо, чтобы подробности, снятыя съ одной точки стоянія, связывались съ подробностями, снятыми съ другихъ, ближайшихъ точекъ, т. е. чтобы нѣкоторыя точки контуровъ опредѣлялись съ двухъ разныхъ точекъ стоянія мен-

зулы. Тогда не только не останется неснятыхъ пространствъ, но контуры будутъ повѣрены работою съ разныхъ точекъ. Отъ этого, помимо полноты и точности съемки, самъ производитель работъ доставитъ себѣ не мало удовольствій: что можетъ быть отраднѣе увѣренности въ точности съемки.

При производствѣ съемки большого участка, представляющаго разнообразную мѣстность, пользуются не однимъ, а всѣми перечисленными способами съемки подробностей, примѣняя на каждомъ пространствѣ тотъ способъ, который оказывается удобнѣйшимъ. Въ открытыхъ мѣстахъ пользуются преимущественно способомъ «изъ одной точки», получившимъ особенное распространеніе послѣ введенія кипрегеля-дальномѣра. Это неоспоримо самый простой и скорый способъ; иногда онъ дополняется примѣненіемъ засѣчекъ, напримѣръ, для съемки небольшихъ островъ и отдѣльныхъ камней вблизи береговъ морей и озеръ и вообще мѣстъ, куда невозможно послать рейку. Въ мѣстахъ закрытыхъ, среди лѣсовъ и внутри селеній, прибѣгаютъ къ болѣе медленному способу инструментальныхъ ходовъ, съ установкою мензулы «черезъ точку» по оріентиръ-буссоли. Если лѣсная дорога или улица въ селеніи имѣютъ отвѣтвленія, то сперва снимаютъ главную дорогу или улицу, забивая въ мѣстахъ отвѣтвленій колья. Снявъ главный ходъ и исправивъ его за невязку фигуры, приступаютъ къ съемкѣ боковыхъ дорогъ и улицъ, начиная работу отъ упомянутыхъ кольевъ. Закрытыя мѣста снимаютъ обыкновенно послѣ окружающихъ ихъ открытыхъ пространствъ, причемъ работу, гдѣ возможно, повѣряютъ обратными засѣчками на случайно выглянувшія вѣхи. Наконецъ, при неимѣніи кипрегеля-дальномѣра или при недостаткѣ реечниковъ прибѣгаютъ къ цѣпнымъ промѣрамъ.

Число точекъ, опредѣляемыхъ инструментально на каждомъ контурѣ, зависитъ отъ вида контура и опытности производителя работъ. На контурѣ, составленномъ только изъ прямыхъ линій, совершенно достаточно опредѣлить лишь угловыя точки, и то не всѣ; напримѣръ, въ квадратѣ или прямоугольникѣ достаточно опредѣлить только три вершины. На криволинейныхъ контурахъ опредѣляютъ обыкновенно наиболѣе характерныя точки, чтобы проведенная черезъ нихъ на глазъ непрерывная кривая не могла уклониться отъ истиннаго положенія болѣе, чѣмъ на величину предѣльной точности масштаба. Опытные производи-

тели работъ умѣютъ довольствоваться весьма небольшимъ числомъ точекъ, опредѣленныхъ инструментально; все остальное наносится измѣреніемъ шагами и даже на глазъ.

Вообще при съемкѣ подробностей не слѣдуетъ терять времени на достиженіе чрезмѣрной точности; при способахъ засѣчекъ и изъ одной точки не можетъ происходить накопленія погрѣшностей, потому что каждая инструментальная точка опредѣляется независимо отъ прочихъ. По всякой инструментально нанесенной точкѣ можно зарисовать много подробностей на глазъ безъ ущерба для точности. При съемкѣ отдѣльныхъ предметовъ— домовъ, сараевъ, ямъ и т. п., довольствуются обыкновенно лишь одною инструментальною точкою; получивъ, напримѣръ, уголъ дома по рейкѣ, не трудно зарисовать контуръ дома на глазъ, сообразно его размѣрамъ и расположенію относительно странъ свѣта. Многіе предметы, особенно близкіе къ точкѣ стоянія мензулы и расположенные между контурами уже снятыми, всегда можно зарисовать на глазъ; при малыхъ разстояніяхъ абсолютныя ошибки глазомѣрныхъ опредѣленій бываютъ обыкновенно меньше предѣльной точности масштаба.

Всѣ подробности наносятъ прямо на ватманскую бумагу, поэтому, приступая къ работѣ на извѣстномъ пространствѣ участка, слѣдуетъ обнажить соотвѣтствующую часть планшета, отрывая наружный листъ александрійской бумаги по кускамъ. Когда эта часть снята и контуры вытянуты тушью, ее заклеиваютъ кускомъ обыкновенной бумаги для предохраненія отъ пыли и Солнца при дальнѣйшей полевой работѣ.

157. Съемка неровностей. Высоты отдѣльныхъ точекъ, необходимыя для выраженія неровностей мѣстности, опредѣляются попутно съ вышеописанными работами. Именно, высоты геометрическихъ точекъ опредѣляются при составленіи геометрической сѣти, а высоты отдѣльныхъ точекъ контуровъ, вершинъ, котловинъ и прочихъ характерныхъ точекъ неровностей—одновременно съ визированіемъ на рейки при съемкѣ подробностей. Такимъ образомъ, опредѣленіе высотъ на мензульной съемкѣ раздѣляется на два послѣдовательныхъ дѣйствія: 1) выводъ превышенія геометрическихъ точекъ, дающихъ основную сѣть высотъ, принимаемыхъ при дальнѣйшей работѣ за неизмѣнныя, и 2) выводъ высотъ всѣхъ прочихъ точекъ, которыя вычисляются по высотамъ геометрическихъ.

Опредѣленіе *высотъ геометрическихъ точекъ* заключается въ томъ, что, начиная съ первой базисной, на всѣхъ этихъ точкахъ наблюдаютъ окружающія геометрическія же точки (вѣхи и мѣстные предметы) кипрегелемъ при двухъ положеніяхъ вертикальнаго круга, записываютъ показанія верньеровъ въ особомъ *журналѣ высотъ*, форма котораго приведена ниже, выводятъ углы наклоненія, а затѣмъ вычисляютъ разности высотъ каждой наблюдаемой точки и точки стоянія. Для сокращенія времени наблюдаютъ сперва всѣ окружающія точки при одномъ положеніи кипрегеля, напримѣръ, при кругѣ право, а затѣмъ, послѣ перевода трубы черезъ зенитъ, тѣ же точки наблюдаютъ въ обратномъ порядкѣ при другомъ положеніи круга (кругъ лѣво). При этихъ наблюденіяхъ, какъ упомянуто уже въ § 155, нѣтъ надобности слѣдить, чтобы край линейки кипрегеля проходилъ точно черезъ наколъ точки стоянія; здѣсь все вниманіе должно быть обращено на приведеніе пузырька алидаднаго уровня точно на середину его трубки при каждомъ наведеніи зрительной трубы на предметъ. Два отсчета на каждый предметъ при обоихъ положеніяхъ вертикальнаго круга даютъ самостоятельное опредѣленіе мѣста нуля; наблюдатель долженъ слѣдить за тѣмъ, чтобы отдѣльные выводы для мѣста нуля не различались между собою болѣе, чѣмъ на точность отсчетовъ верньеровъ (на 1′ или 2′). На предметъ, для котораго мѣсто нуля получилось рѣзко отличающееся отъ прочихъ, необходимо повторить наблюденія, открыть и исправить ошибку. Въ журналъ высотъ кромѣ отсчетовъ верньеровъ записываютъ высоту инструмента на точкѣ стоянія и высоты наблюденныхъ вѣхъ (изъ непосредственныхъ измѣреній) и разстоянія (въ саженяхъ) до точекъ наблюденія (съ планшета, циркулемъ по масштабу). Такимъ образомъ, въ журналѣ высотъ помѣщаются всѣ данныя, необходимыя для вычисленія высотъ по формулѣ (122); эти вычисленія производятся обыкновенно тутъ же въ полѣ при помощи четырехзначныхъ логариѳмовъ (см. § 149, п. 1). Полученныя величины представляютъ разности высотъ всѣхъ наблюденныхъ окружающихъ геометрическихъ точекъ *) и точки сто-

*) При наблюденіи высотъ избѣгаютъ разстояній, превышающихъ 1 версту (§ 150). Если необходимость заставляетъ наблюдать точки на большемъ разстояніи, то стараются расположить наблюденія такъ, чтобы удаленная точка наблюдалась съ точекъ, изъ которыхъ одна выше ея, а другая ниже; тогда ошибки отъ преломленія лучей въ атмосферѣ частью исключаются.

янія; чтобы перейти къ абсолютнымъ высотамъ, останется лишь прибавить къ нимъ абсолютную высоту точки стоянія.

Абсолютныя высоты опорныхъ точекъ каждаго съемочнаго планшета получаются изъ вычисленія тріангуляціи и сообщаются производителямъ работъ вмѣстѣ съ географическими координатами этихъ точекъ. Если же съемка производится безъ опорныхъ точекъ, то для первой базисной точки условно принимаютъ произвольную абсолютную высоту, напримѣръ, 50 саженей или другую величину съ такимъ расчетомъ, чтобы на планѣ не могли оказаться точки съ отрицательными высотами.

Порядокъ записей и вычисленій показанъ въ нижеслѣдующей таблицѣ, представляющей треть страницы журнала высотъ.

№ точки стоянія.					$k = 0{\cdot}60$
№ наблюдаемой точки.	$П$	$6^\circ\,20'$	$21'$	$lg\,D = 2{\cdot}5740$	h пр. $= +27{\cdot}72$
		21		$lg\,tg\alpha = 8{\cdot}9024$	h обр. $= 27{\cdot}64$
	$Л$	357 12	13	$lg\,h_0 = 1{\cdot}4764$	h ср. $= +27{\cdot}68$
		14		$h_0 = +29{\cdot}95$ с.	
$l = 2{\cdot}85$	M	$+1$ 47		$k + r = +\ 0{\cdot}62$	
$D = 375$ саж.	α	$+4$ 34		$s = +30{\cdot}57$	
$H_0 = +\ 50{\cdot}00$ саж.				$l = -\ 2{\cdot}85$	
$H = +\ 77{\cdot}68$ саж.				$h = +27{\cdot}72$	

Здѣсь $П$ и $Л$—отсчеты верньеровъ при кругѣ право и кругѣ лѣво, M—мѣсто нуля и α—уголъ наклоненія; D—горизонтальное разстояніе между точками, H_0 и H абсолютныя высоты точки стоянія и наблюдаемой точки, h—относительное превышеніе этихъ точекъ; k и l высоты инструмента и вѣхи, r—поправка за кривизну Земли и за преломленіе луча въ атмосферѣ; $s = h_0 + k + r$.

Выводъ окончательныхъ высотъ дѣлается послѣ наблюденій на всѣхъ геометрическихъ точкахъ. Прежде всего вычисляютъ среднія величины изъ опредѣленій разностей высотъ туда и обратно между каждыми двумя точками. Такія разности высотъ при безошибочныхъ наблюденіяхъ должны быть одинаковы по абсолютной величинѣ, но различаться знаками. Полнаго равенства, вслѣдствіе неизбѣжныхъ погрѣшностей наблюденій, обык-

новенно, не бываетъ, но разности высотъ не должны различаться болѣе, какъ на ± 0·2 сажени, и тогда изъ обоихъ результатовъ берутъ ариѳметическое среднее, какъ это показано въ послѣднемъ столбцѣ предыдущей таблицы.

Многія изъ геометрическихъ точекъ оказываются опредѣленными не съ одной, а съ двухъ и болѣе окружающихъ. Если отдѣльные результаты близки другъ къ другу и различаются не болѣе, чѣмъ на ± 0·2 сажени, то за окончательную высоту берутъ ариѳметическое среднее изъ всѣхъ полученныхъ результатовъ. Если эти результаты расходятся больше, чѣмъ на 0·2 сажени, но все же на величины, объяснимыя неизбѣжными погрѣшностями наблюденій, то выводятъ вѣсовое среднее. Если, наконецъ, разногласія отдѣльныхъ опредѣленій превосходятъ возможныя погрѣшности наблюденій, то необходимо повторить наблюденія, чтобы открыть и исправить промахъ.

На нижеслѣдующихъ числовыхъ примѣрахъ показано, какъ выводится вѣсовое среднее и какъ уравниваютъ высоты точекъ инструментальныхъ ходовъ.

Такъ какъ ошибки отдѣльныхъ опредѣленій высотъ пропорціональны разстояніямъ между точками (см. § 150, формула 128), то вѣса слѣдовало бы брать обратно-пропорціональными квадратамъ разстояній; но въ виду того обстоятельства, что большой точности здѣсь не требуется, а сложныя вычисленія отравляли бы удовольствіе, доставляемое съемкой, вѣса выражаютъ возможно простыми числами, оцѣнивая разстоянія на глазъ по плану.

Пусть съ базиса ab (черт. 383), высоты концовъ котораго суть 50·00 и 57·68 саженей, опредѣлена высота точки d и получено:

по опредѣленію съ a . . . . . 53·24 саж.
по опредѣленію съ b . . . . . 53·46 »

Разстоянія ad и bd почти равны, такъ что вѣса обоихъ опредѣленій можно считать равными и для высоты точки d взять просто ариѳметическое среднее т. е. 53·35 саж. Далѣе, при вычисленіи высоты точки c получено:

съ a . . . . . 61·40 саж.
» b . . . . . 61·23 »
» d . . . . . 61·29 »

Здѣсь разстоянія ac, bc и dc нельзя считать равными; если

принять dc за единицу и оцѣнить на глазъ $ac = 2{\cdot}2$ и $bc = 1{\cdot}2$, то вѣса получатся пропорціональными числамъ $0{\cdot}21 : 0{\cdot}69 : 1$ или почти $2 : 7 : 10$. Вѣсовое среднее по формулѣ (67) выходитъ 61·28 сажени.

Пусть между геометрическими точками A и B, высоты которыхъ уже вычислены окончательно, сдѣланъ инструментальный ходъ черезъ точки a, b... Суммируя всѣ разности высотъ послѣдовательныхъ опредѣленій между A и a, a и b и т. д., для высоты точки B получимъ число, вообще отличающееся отъ данной высоты на небольшую величину ε. Если длины сторонъ Aa, ab ... почти равны, то разногласіе ε дѣлятъ на число сторонъ хода и высоту каждой промежуточной точки исправляютъ произведеніемъ полученнаго частнаго на послѣдовательный нумеръ точки. Положимъ, что окончательныя высоты точекъ A и B суть 50·00 и 77·68 сажени, и послѣдовательныя опредѣленія дали для точекъ ряда числа:

a	b	c	d	e	f	g	h	B
52·30	60·28	62·73	67·10	73·50	85·32	81·52	89·33	77·32

Здѣсь $\varepsilon = +0{\cdot}36$ саж. Раздѣливъ 0·36 на 9 (число линій хода), получаемъ 0·04, и потому высоты точекъ a, b, c... слѣдуетъ исправить соотвѣтственно на 0·04, 2.0·04, 3.0·04 и т. д. Такимъ путемъ окончательныя высоты тѣхъ же точекъ получатся:

a	b	c	d	e	f	g	h	B
52·34	60·36	62·85	67·26	73·70	85·56	81·80	89·65	77·68

Если стороны инструментальнаго хода очень различны, то ошибка разбивается пропорціонально разстояніямъ. Пусть, напримѣръ, имѣется замкнутый ходъ черезъ послѣдовательныя точки a, b, c ... a.

Стороны хода.	Горизонт. разстоянія.	Вычисленныя разн. высотъ.	Поправки.	Окончат. разн. высотъ.
$a-b$	105 с.	− 2·34 с.	− 0·01 с.	− 2·35 с.
$b-c$	56	+ 1·94	− 0·01	+ 1·93
$c-d$	220	+ 3·18	− 0·03	+ 3·15
$d-e$	315	− 2·23	− 0·04	− 2·27
$e-f$	262	+ 0·65	− 0·03	+ 0·62
$f-a$	115	− 1·06	− 0·02	− 1·08
	1073	+ 0·14	− 0·14	0·00

Въ третьемъ столбцѣ этой таблицы приведены разности высотъ, вычисленныя изъ наблюденій; ихъ алгебраическая сумма вмѣсто нуля равна + 0·14 сажени. Такъ какъ длина периметра полигона равна 1073 саженямъ, то поправка на каждыя 100 саженей выходитъ — 0·013 саж. Умножая эту величину на числа сотенъ саженей въ каждой сторонѣ полигона и округляя результаты до 0·01 сажени, получимъ поправки, помѣщенныя въ 4-мъ столбцѣ. Въ 5-мъ столбцѣ даны окончательныя разности высотъ, алгебраическая сумма которыхъ, какъ и должно быть, равна нулю.

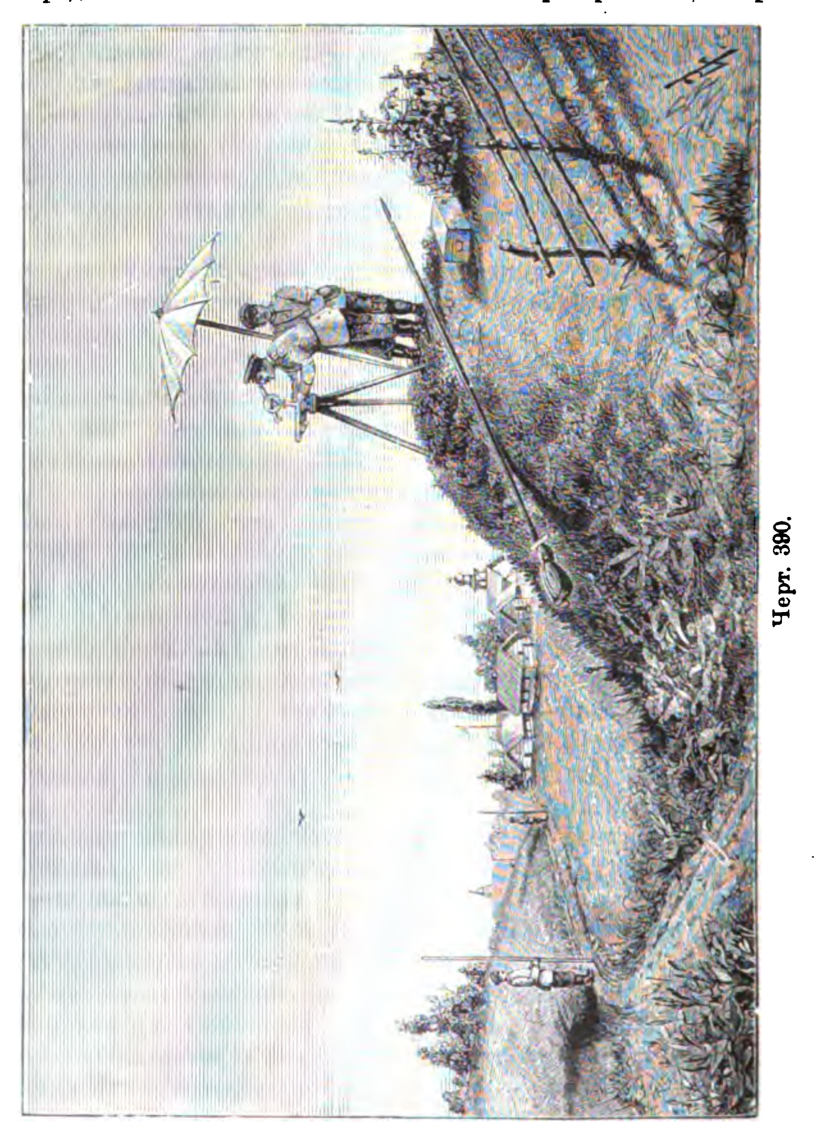
Замѣтимъ еще, что промежуточныя точки ходовъ (между геометрическими точками) нѣтъ надобности вычислять съ особою тщательностью, такъ какъ онѣ не служатъ для дальнѣйшихъ опредѣленій.

Перейдемъ теперь къ опредѣленію *высотъ реечныхъ точекъ*. При визированіи на рейки съ цѣлью отсчета разстояній (черт. 390) записываютъ попутно и показанія верньеровъ вертикальнаго круга кипрегеля для вывода угловъ наклоненія. Для упрощенія вычисленій наблюдаютъ, обыкновенно, на ручки рейки, которыя намѣренно прибиваютъ приблизительно на высотѣ, равной высотѣ инструмента (около 0·6 сажени); тогда въ формулѣ (122) алгебраическая сумма двухъ послѣднихъ членовъ будетъ равна нулю. Кромѣ того, наблюденія на рейки дѣлаютъ только при одномъ положеніи круга, принимая для мѣста нуля ближайшее по времени его опредѣленіе (конечно, если опытъ убѣдилъ, что мѣсто нуля остается постояннымъ). Высоты реечныхъ точекъ не вычисляются, а отсчитываются по масштабу высотъ (черт. 381).

Не всѣ реечныя точки должны быть опредѣлены по высотѣ. Если мѣстность ровная, со слабымъ рельефомъ, но изобилуетъ контурами, то число реечныхъ точекъ выходитъ весьма значительнымъ, для выраженія же неровностей достаточно небольшого числа точекъ, опредѣленныхъ по высотѣ. Наоборотъ, если контуровъ мало, а рельефъ мѣстности очень сложенъ, то невольно надо посылать рейки на всѣ вершинки, сѣдловины и т. п. и опредѣлять эти точки какъ по ихъ горизонтальному положенію, такъ и по высотѣ, т. е. пользоваться кипрегелемъ одновременно и какъ дальномѣромъ, и какъ высотомѣромъ.

Число реечныхъ точекъ съ высотами зависитъ отъ рельефа мѣстности. Въ гористыхъ мѣстахъ со сложнымъ рельефомъ

опредѣляютъ отъ 15 до 25 высотъ на одну квадратную версту; на средней мѣстности 10—15 на то же пространство; въ рав-



Черт. 390.

нинахъ и болотахъ число высотъ еще меньше. Во всякомъ случаѣ высоты должны быть опредѣлены для уровня воды въ рѣ-

кахъ и озерахъ; такія точки служатъ прекрасною повѣркою точности опредѣленій высотъ, потому что полученныя высоты горизонта воды въ рѣкѣ должны слѣдовать правильному возрастанію или убыванію, а въ озерѣ—быть одинаковыми.

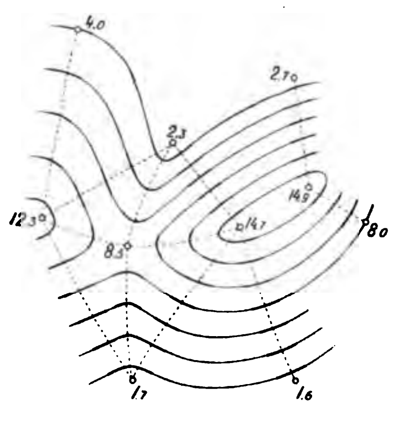
Высоты переходныхъ точекъ служатъ отправными для новыхъ опредѣленій, поэтому ихъ необходимо выводить точнѣе, чѣмъ высоты реечныхъ точекъ. Обыкновенно, между переходными точками опредѣляютъ высоты туда и обратно, но наблюдаютъ только при одномъ положеніи вертикальнаго круга, т. е. только при кругѣ право или только при кругѣ лѣво.

Общее число точекъ, опредѣленныхъ по высотѣ, выходитъ часто очень большимъ, но высоты реечныхъ точекъ имѣютъ значеніе только для проведенія изогипсъ, и потому ихъ не заносятъ въ журналъ высотъ, вычисляютъ въ умѣ и по минованіи надобности стираютъ; переходныя же точки, точки по ходовымъ линіямъ въ лѣсахъ и закрытыхъ пространствахъ и нѣкоторыя реечныя точки, имѣющія особое значеніе для выраженія неровностей (выдающіяся вершины, точки вдоль рѣкъ и т. п.), записываютъ въ журналъ высотъ съ послѣдовательными нумерами и подъ тѣми же нумерами наносятъ потомъ на особую кальку высотъ (см. § 159). Повѣрки высотъ, полученныхъ для одной точки съ окружающихъ, какъ и повѣрки положенія точекъ на планѣ, не только полезны въ смыслѣ обезпеченія точности съемки, но доставляютъ также рядъ наслажденій производителю работъ, а потому такими повѣрками отнюдь не слѣдуетъ пренебрегать.

158. Проведеніе изогипсъ. Въ § 20 было уже объяснено, какъ проводить изогипсы между точками съ подписанными отмѣтками (высотами). Чѣмъ больше такихъ точекъ, тѣмъ изогипсы проводятся ближе къ ихъ истинному расположенію, но «набирать много высотъ» не слѣдуетъ: это затягиваетъ работу, и ихъ легко перепутать. Правильное и возможно точное проведеніе изогипсъ достигается внимательнымъ изученіемъ мѣстности во время съемки; здѣсь, какъ и при рисовкѣ контуровъ, необходимы прежде всего опытность и любовь къ дѣлу.

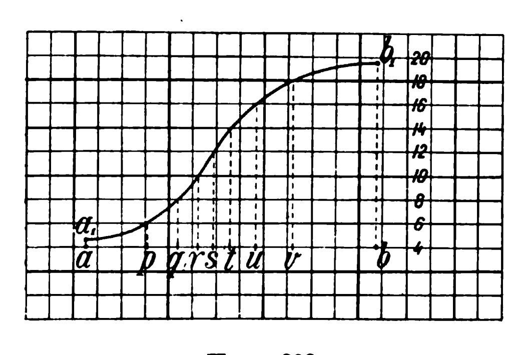
Зная принятую на съемкѣ разность высотъ между послѣдовательными изогипсами (при съемкахъ въ масштабѣ 250 саженей въ 1 дюймѣ изогипсы проводятъ черезъ 2 сажени), легко опредѣлить число изогипсъ, которое должно оказаться между

каждыми двумя точками съ опредѣленными высотами. Напримѣръ, между точками, высоты которыхъ суть 12·3 и 1·7 саж. (черт. 391), должно быть проведено 6 изогипсъ (12, 10, 8, 6, 4 и 2-ая); между точками съ высотами 14·7 и 1·6 — семь, между точками съ высотами 14·9 и 8·0 только три и т. д.



Черт. 391.

Если покатость между отмѣченными точками представляетъ наклонную плоскость, т. е. на всемъ пространствѣ между ними нѣтъ перемѣнъ крутости, то для проведенія изогипсъ должно раздѣлить заложеніе на соотвѣтствующую разность высотъ и расположить изогипсы на одинаковыхъ промежуткахъ, равныхъ полученному частному. Такъ, заложеніе между точками съ высотами 14·9 и 8·0 дѣлятъ на 6·9 и полученную величину откладываютъ отъ точки съ высотою 8·0 саж. три раза по 2. Продѣлавъ подобныя дѣйствія для заложеній между всѣми другими отмѣченными точками, легко уже провести и изогипсы въ видѣ кривыхъ, сообразно рельефу мѣстности.



Черт. 392.

Если покатость между точками, опредѣленными по высотѣ, нельзя считать наклонною плоскостью, то изогипсы слѣдуетъ проводить чаще тамъ, гдѣ покатость круче, и рѣже — гдѣ она положе. Опытные производители работъ дѣлаютъ это на глазъ; малоопытные могутъ первое время съ успѣхомъ пользоваться вспомогательнымъ построеніемъ на графленой бумагѣ (черт. 392). Для этого заложеніе покатости, т. е. разстояніе на планѣ между двумя данными точками, наносятъ циркулемъ по произвольной

прямой ab и на перпендикулярахъ въ ея концахъ откладываютъ высоты въ произвольномъ масштабѣ. Чтобы уменьшить размѣры чертежа, абсолютныя высоты обѣихъ точекъ уменьшаютъ на полное число четныхъ саженей, заключающихся въ меньшей. Въ разсматриваемомъ случаѣ высоты точекъ a_1 и b_1 суть 4·7 и 19·5, и потому на перпендикулярѣ aa_1 откладываютъ только 0·7, а на перпендикулярѣ bb_1—15·5 саж. Между полученными точками a_1 и b_1 проводятъ отъ руки кривую, выражающую по глазомѣрной оцѣнкѣ истинный профиль покатости, для чего не мѣшаетъ иногда отойти въ сторону и разсмотрѣть покатость сбоку. Затѣмъ изъ точекъ пересѣченія кривой a_1b_1 съ линіями графленой бумаги, изображающими четныя сажени, опускаютъ перпендикуляры на ab и тѣмъ получаютъ на ней расположеніе изогипсъ. Послѣ этого остается лишь согнуть бумагу по прямой ab (или обрѣзать ее по этой линіи) и, приложивъ къ плану въ соотвѣтствующемъ мѣстѣ, скопировать полученныя точки p, q, r... Повторяя подобныя построенія между каждыми двумя точками, опредѣленными по высотѣ, легко получить мѣста изогипсъ по многимъ профильнымъ линіямъ, а соединивъ затѣмъ точки равныхъ высотъ непрерывными кривыми, получить и самыя изогипсы.

Для опредѣленія положенія изогипсъ на ровныхъ покатостяхъ можно пользоваться еще масштабомъ заложеній (§ 21). Уголъ наклоненія каждой профильной линіи извѣстенъ (изъ журнала высотъ), и потому по масштабу заложеній можно непосредственно откладывать разстоянія между изогипсами на планѣ. Напримѣръ, при углѣ наклоненія 5°, масштабѣ 250 саженей въ 1 дюймѣ и разности высотъ изогипсъ въ 2 сажени, заложеніе между смежными изогипсами равно приблизительно 0·09 дюйма, и потому это разстояніе и слѣдуетъ откладывать циркулемъ по плану въ направленіи ската.

Если нѣкоторыя мѣста горы или лощины не видны съ точки стоянія, то необходимо обойти ихъ лично, а иногда переставить мензулу на одну изъ реечныхъ точекъ. Вообще сперва наносятъ характерныя мѣста неровностей, какъ-то вершины, сѣдловины, хребтики и лощинки, и изображаютъ ихъ изогипсами, а затѣмъ уже распространяютъ изогипсы на прочія части плана.

При нанесеніи изогипсъ весьма существеннымъ пособіемъ являются вычерченные уже контуры, имѣющіе связь съ неровностями мѣстности. Такъ, контуръ озера идетъ либо по самой

изогипсѣ, либо параллельно ей, контуры луговъ въ низменныхъ мѣстахъ тоже, обыкновенно, совпадаютъ съ изогипсами и т. п.

Для облегченія работы весьма полезно при съемкѣ подробностей сейчасъ же набрасывать и приближенное расположеніе изогипсъ, а также направленія хребтовъ, лощинъ и овраговъ, равно какъ зарисовывать вершины, ямы и сѣдловины. Эти наброски служатъ прекраснымъ пособіемъ для проведенія изогипсъ. Многое зависитъ еще отъ развитаго долговременными упражненіями въ черченіи съ моделей умѣнія схватывать характеръ неровностей и выражать ихъ на бумагѣ.

Изогипсы, проводимыя черезъ 2 сажени, не всегда могутъ выразить всѣ подробности рельефа. Напримѣръ, вершина съ высотою 47·3 сажени не можетъ иногда быть выражена ближайшею изогипсою 46 саж. Часто встрѣчаются двѣ и болѣе вершинки съ промежуточными сѣдловинами, вовсе не выражаемыми изогипсами, проводимыми при значительной разности высотъ. Въ такихъ случаяхъ прибѣгаютъ къ дополнительнымъ и вспомогательнымъ изогипсамъ, проводимымъ прерывными линіями (см. § 20). Рѣзкіе уступы, рытвины, вырѣзки вдоль дорогъ, валики, небольшіе курганчики, ямы и т. п. представляютъ лишь случайныя отступленія отъ общаго характера неровностей даннаго мѣста; ихъ вовсе нельзя выразить изогипсами, и потому они вычерчиваются гашюрами.

159. Отдѣлка плана. По мѣрѣ нанесенія контуровъ и неровностей мѣстности въ полѣ, производитель работъ вытягиваетъ ихъ тушью дома, пользуясь для этого ненастными днями, неблагопріятствующими полевой работѣ. Хотя планъ исполняется со всевозможною тщательностью уже въ полѣ, однако карандашныя линіи легко стираются и впослѣдствіи не могутъ быть возстановлены памятью. Послѣдовательная вытяжка въ теченіе самой съемки выходитъ всегда точнѣе, а въ случаѣ недоразумѣнія или неясности чертежа есть возможность посѣтить сомнительное мѣсто и дополнить планъ личными наблюденіями. Невытянутыми оставляются лишь части плана вдоль рамокъ, шириною около дюйма, чтобы достигнуть точной «сводки» съ сосѣдними участками.

По окончаніи полевой работы приступаютъ къ отдѣлкѣ плана. Прежде всего дѣлаютъ подписи по правиламъ, изложеннымъ въ § 29; затѣмъ вновь вытягиваютъ, или, какъ технически

выражаются, «поднимаютъ» всѣ контуры и изогипсы, всегда частью потерявшіе надлежащій видъ отъ долговременной работы въ полѣ, переѣздовъ и атмосферныхъ перемѣнъ; далѣе набрасываютъ кружки для изображенія лѣсовъ, штрафируютъ болота и вообще исполняютъ всѣ контурные условные знаки. Если неровности выражаются изогипсами, то эти послѣднія вытягиваются тушью или еще лучше сіеною, причемъ соотвѣтствующія высоты подписываютъ цифрами у рамокъ. Если примѣняютъ гашюры, то ихъ чертятъ по изогипсамъ, оставленнымъ въ карандашѣ. Принято не ставить гашюръ на дорогахъ, улицахъ и на мѣстахъ, занятыхъ постройками. Послѣдняя работа до иллюминовки заключается въ вычерчиваніи рамокъ, линейнаго масштаба и масштаба заложеній и въ надписываніи заголовка.

Послѣ отдѣлки перомъ планъ тщательно вытираютъ мягкою резиной, очищаютъ сухимъ мякишемъ булки, обливаютъ водой и покрываютъ красками. Въ настоящее время, согласно примѣняемымъ на государственныхъ съемкахъ условнымъ знакамъ, иллюминовка ограничивается покрытіемъ слабою голубою краской (лазурью) водныхъ пространствъ—морей, озеръ и широкихъ рѣкъ. Наконецъ, планъ срѣзаютъ съ доски и оклеиваютъ по краямъ зеленою шелковою ленточкой.

Кромѣ самаго плана, во время полевой работы изготовляютъ еще три чертежа на прозрачномъ коленкорѣ, называемые кальками, именно: 1) *кальку геометрической сѣти*, на которую наносятъ всѣ геометрическія точки и показываютъ способы ихъ послѣдовательнаго опредѣленія посредствомъ засѣчекъ, 2) *кальку высотъ* съ показаніемъ важнѣйшихъ точекъ, опредѣленныхъ инструментально по высотѣ; эти точки означаютъ на калькѣ тѣми же нумерами, подъ которыми онѣ записаны въ журналахъ высотъ, что необходимо для справокъ, и 3) *кальку контуровъ*; на эту кальку переводятъ съ плана всѣ контуры, которые тутъ иллюминуются согласно принятымъ условнымъ знакамъ; на ней же подписываютъ названія населенныхъ мѣстъ, рѣкъ, озеръ и проч. Калька контуровъ имѣетъ особенно важное значеніе, потому что она безусловно необходима при окончательной отдѣлкѣ плана; невозможно удержать въ памяти значеніе каждаго контура и собственныя имена.

160. Топографическое описаніе. Къ каждому плану, кромѣ соотвѣтствующихъ ему журналовъ высотъ и вышеупомянутыхъ

калекъ, прилагаютъ еще такъ называемое *топографическое описаніе*, содержащее свѣдѣнія, которыхъ нельзя выразить графически, но которыя между тѣмъ имѣютъ важное культурное, военное или статистическое значеніе. Эти свѣдѣнія составляются въ слѣдующемъ порядкѣ:

1. *Общій характеръ мѣстности*; свойства почвы въ разныхъ частяхъ плана: песчаная, глинистая, черноземная или каменистая; представляютъ ли поля ровныя пространства, или они изрѣзаны оврагами, канавами, валиками и изгородями.

2. Указываютъ на планѣ *возвышенныя точки*, съ которыхъ можно обозрѣвать обширное пространство, не менѣе, какъ верстъ на десять во всѣ стороны.

3. *Ширина и качество дорогъ и степень ихъ годности* для движенія обозовъ въ разныя времена года; свойства и доступность крутыхъ спусковъ и подъемовъ. Состояніе переправъ черезъ рѣки и болота; ширина мостовъ и гатей, ихъ матеріалъ и система постройки, съ указаніемъ на имѣющіеся на мѣстѣ матеріалы для исправленія.

4. *Свойства рѣкъ* съ показаніемъ ихъ ширины, глубины, скорости теченія, качества дна и величины весеннихъ разливовъ. Гдѣ имѣются броды, слѣдуетъ особенно точно указать ихъ глубину и возможность движенія по нимъ пѣшкомъ или верхомъ, а также удобство или неудобство спусковъ къ нимъ. Гдѣ нѣтъ постоянныхъ мостовъ и бродовъ, слѣдуетъ указать число, размѣры и подъемную силу судовъ у прибрежныхъ жителей; показать степень годности ихъ для составленія паромовъ.

5. *Качество и количество воды въ колодцахъ*, равно какъ годность для питья воды въ озерахъ и болотахъ.

6. *Свойства болотъ;* возможность или невозможность передвиженій по нимъ въ разныя времена года.

7. *Ростъ, возрастъ, густота и породы деревьевъ* въ лѣсахъ. Для кустарниковъ слѣдуетъ упомянуть, густой онъ или рѣдкій, и какой высоты предметы могутъ найти въ немъ закрытіе.

8. У населенныхъ мѣстъ на планѣ подписываютъ только число дворовъ. Въ описаніи надо обозначить *качество и прочность жилыхъ и нежилыхъ построекъ*, матеріалъ ихъ стѣнъ и крышъ, а также количество запасовъ въ зернѣ, сѣнѣ и топливѣ. Родъ и число домашнихъ животныхъ. Племенной и религіозный составъ жителей.

9. Для *монастырей, усадебъ, заводовъ и фабрикъ* указы-

ваютъ обширность и состояніе построекъ, а также перечисляютъ запасы продовольствія, топлива и строительныхъ матеріаловъ.

10. Существующіе *мѣстные историческіе памятники* и другія достопримѣчательности.

Изъ этого перечня видно, что цѣль составленія топографическаго описанія заключается въ собраніи свѣдѣній, которыя можно получить почти исключительно на мѣстѣ и которыя цѣннѣе печатныхъ источниковъ, всегда нѣсколько устарѣвшихъ и рѣдко отличающихся достаточною полнотою.

Помимо перечисленныхъ свѣдѣній, нѣкоторые производители топографическихъ работъ, пользуясь продолжительнымъ пребываніемъ въ мало изслѣдованныхъ мѣстахъ, умѣютъ собирать историческія преданія, свѣдѣнія о нравахъ и обычаяхъ жителей и т. п., а также изучаютъ геологическое строеніе горныхъ породъ.

161. Полуинструментальная съемка. Мензульную съемку, производимую на большихъ мензулахъ съ точною установкою планшета, часто называютъ *инструментальною* въ отличіе отъ съемки на легкой мензулѣ, извѣстной у насъ подъ названіемъ *полуинструментальной*. На легкой мензулѣ (черт. 315) съ мало устойчивымъ штативомъ нельзя пользоваться тяжелымъ кипрегелемъ; на ней работаютъ небольшою алидадой съ діоптрами, но зато къ планшету наглухо привинченъ маленькій компасъ, позволяющій быстро оріентировать планшетъ на любой точкѣ стоянія.

Указанныя облегченія въ связи съ меньшею точностью всей работы ведутъ къ значительному ускоренію съемки. Съ большими тяжелыми мензулами снимаютъ въ шестимѣсячный періодъ полевыхъ работъ:

При масштабѣ 100 саж. въ 1 дюймѣ около . 20 кв. верстъ
» » 250 » . . . . 100 » »
» » 1 верста . . . . 400 » »

Полуинструментальная съемка на легкой мензулѣ ведется въ 5—6 разъ скорѣе.

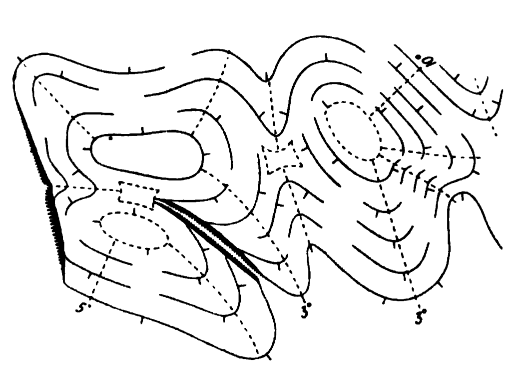
Общій ходъ полуинструментальной съемки тотъ же, что и обыкновенной мензульной. Прежде всего ставятъ вѣхи, выбираютъ и измѣряютъ цѣпью базисъ и составляютъ геометрическую сѣть. Ускореніе въ этой части работы достигается тѣмъ, что вѣхъ ставятъ сравнительно немного, но зато стараются

включить въ геометрическую сѣть возможно большее число выдающихся мѣстныхъ предметовъ. Кромѣ того, на полуинструментальной съемкѣ не распространяютъ геометрической сѣти сразу по всему участку, а ведутъ ее по частямъ, переходя къ слѣдующей послѣ съемки подробностей на предыдущей.

Существенное отличіе полуинструментальной съемки заключается въ зарисовкѣ подробностей. Здѣсь только въ видѣ исключенія примѣняютъ способы, изложенные въ § 156, обыкновенно же подробности получаются промѣрами шагами или на глазъ изъ произвольно избираемыхъ точекъ стоянія. Эти точки опредѣляются по *двумъ даннымъ* геометрическимъ. Именно, выбравъ подходящую точку (вершина горы, перекрестокъ дорогъ и т. п.), устанавливаютъ на ней мензулу, приводятъ планшетъ въ горизонтальное положеніе на глазъ, оріентируютъ по компасу и визируютъ алидадой на двѣ видимыя геометрическія точки; въ пересѣченіи прочерченныхъ направленій получается точка стоянія. Если возможно, пользуются створами, избирая точку стоянія въ створѣ двухъ вѣхъ или мѣстныхъ предметовъ, уже нанесенныхъ на планшетъ. Въ этомъ случаѣ оріентированіе, конечно, точнѣе, чѣмъ по компасу. Послѣ установки планшета тотчасъ приступаютъ къ зарисовкѣ мѣстныхъ предметовъ во всѣ стороны вблизи точки стоянія, опредѣляя разстоянія шагами и просто на глазъ; измѣренія шагами хорошо дѣлать въ направленіяхъ на геометрическія точки, отчего увеличивается точность работы. Такимъ образомъ, мѣста стояній съ мензулой вовсе не должны ограничиваться геометрическими точками; напротивъ, большею частью это будутъ точки, произвольно избранныя на дорогахъ и въ пространствахъ участка, обильныхъ контурами. Вотъ почему при полуинструментальной съемкѣ геометрическими точками не должны быть исключительно вѣхи; для нихъ удобно брать каждый издали видимый мѣстный предметъ, не стѣсняясь невозможностью поставить на немъ мензулу. Вѣхи нужны только для опредѣленія всѣхъ точекъ геометрической сѣти.

Попутно со съемкой подробностей зарисовываютъ и неровности мѣстности. Такъ какъ при легкой мензулѣ не пользуются кипрегелемъ, то на участкѣ вовсе нѣтъ точекъ съ инструментально опредѣленными высотами, и всѣ неровности рисуются на глазъ; поэтому неровности выражаютъ здѣсь только гашюрами: ошибки приближенно оцѣненныхъ высотъ скрываются неточностью самаго знака для изображенія неровностей.

Ходъ съемки неровностей заключается въ слѣдующемъ. На каждой точкѣ стоянія производитель работъ внимательно всматривается въ окружающую мѣстность и прежде всего набрасываетъ самыя характерныя точки и линіи неровностей, именно: вершинки, ямы, перегибы скатовъ, хребты и тальвеги, сѣдловины, обрывы и т. п. (черт. 393); всѣ эти мѣста должно разсматривать, какъ контуры, и опредѣлять пріемами, указанными для съемки подробностей. Для означенія ихъ на бумагѣ примѣняютъ особую систему условныхъ знаковъ, которая служитъ потомъ основаніемъ для вычерчиванія неровностей гашюрами. Напримѣръ, вершины и котловины изображаютъ обхватывающими другъ друга овалами, подобными очертанію ихъ на мѣстности, сѣдловины—небольшими четыреугольниками съ вогнутыми сторонами, хребты и тальвеги—пунктиромъ, обрывы—сплошными извилистыми линіями, покатости, занимающія большое протяженіе—системою параллельно проведенныхъ изогипсъ, небольшія же покатости — такъ называемыми *бергштрихами*, т. е. небольшими черточками, поставленными въ направленіи наибольшаго ската, со стрѣлками въ сторону паденія. При этомъ высоты вершинъ сравниваются какъ между собою, такъ и съ мѣстными предметами извѣстной высоты—телеграфными столбами, ростомъ человѣка и т. п.



Черт. 393.

Для означенія крутизны скатовъ прибѣгаютъ къ двумъ способамъ: 1) подписываютъ у каждаго бергштриха уголъ наклоненія, оцѣнивая его въ градусахъ на глазъ, и 2) пересѣкаютъ бергштрихъ перпендикулярными къ нему черточками, располагая ихъ болѣе или менѣе часто въ зависимости отъ крутизны ската. Чтобы точнѣе опредѣлить углы паденія, полезно заходить со стороны и оцѣнивать высоту и заложеніе, вспоминая при этомъ величины заложеній для разныхъ угловъ наклоненія (см. таблицу на стр. 67).

Нанесеніе всѣхъ указанныхъ замѣтокъ въ гористой мѣстности весьма легко и дѣлается довольно точно. Гораздо труднѣе разбираться въ неровностяхъ на мѣстности равнинной; здѣсь часто случаются удивительные обманы зрѣнія, которымъ не подвергаются только опытные наблюдатели. Такъ, стоя на весьма пологомъ скатѣ, трудно рѣшить, въ какую сторону идетъ паденіе; если глядѣть вдоль крутого спуска, то слѣдующая далѣе горизонтальная равнина кажется подъемомъ и т. п. Въ этихъ случаяхъ, особенно если нѣтъ рѣкъ и ручьевъ, несомнѣнно указывающихъ направленія скатовъ, надо прибѣгать къ сравненію близлежащей мѣстности съ отдаленнымъ горизонтомъ. Лучъ зрѣнія отъ глаза къ отдаленному горизонту представляетъ горизонтальную прямую на высотѣ глаза наблюдателя, и къ ней то всего точнѣе относить окружающія покатости. Если точки покатости съ удаленіемъ отъ наблюдателя отходятъ отъ горизонтальнаго луча зрѣнія, то покатость представляетъ спускъ, если приближаются, то подъемъ. Вершинки, лежащія подъ лучемъ зрѣнія къ отдаленному горизонту, ниже глаза наблюдателя, вершинки же, пересѣкаемыя тѣмъ же лучемъ зрѣнія- -выше.

Для болѣе точнаго опредѣленія положенія изогипсъ не лишне разсматривать окружающую мѣстность вдоль плоскости планшета, приведеннаго въ горизонтальное положеніе; тогда сейчасъ видно, какія мѣста выше и какія ниже точки стоянія (принявъ въ расчетъ высоту инструмента); мало того, линія сѣченія мѣстности продолженною плоскостью планшета представляетъ непосредственно изогипсу точки стоянія. Если при алидадѣ имѣется уровень, по которому планшетъ приводится въ горизонтальное положеніе, то указанный пріемъ особенно полезенъ въ закрытой мѣстности, гдѣ не видно отдаленнаго горизонта.

Понятно, что часть плана, наполненнаго перечисленными замѣтками, нельзя еще вычерчивать гашюрами; для этого надо имѣть не обрывки, а сплошныя изогипсы. Въ проведеніи такихъ сплошныхъ изогипсъ заключается послѣдующая работа. Прежде всего, сообразно нанесеннымъ на планшетъ озерамъ, рѣкамъ и ручьямъ, надо разбить неровности на отдѣльныя болѣе или менѣе значительныя части, представляющія извѣстную систему неровностей, и провести для каждой части самую низшую изогипсу—подошву этой части; затѣмъ для проведенія слѣдующей изогипсы пространство, охваченное упомянутою низшею изогипсой, разбивается на меньшія части, заключающія одну или нѣ-

сколько намѣченныхъ раньше вершинокъ, и т. д. Приэтомъ разстоянія между послѣдовательными изогипсами должны сообразоваться съ крутизнами скатовъ: на крутыхъ скатахъ изогипсы надо проводить чаще, чѣмъ на пологихъ. Иногда при вычерчиваніи сплошныхъ изогипсъ встрѣчаются противорѣчія со сдѣланными раньше замѣтками. Разъяснить противорѣчія можно только личнымъ осмотромъ сомнительнаго мѣста, и потому проведеніе сплошныхъ изогипсъ надо непремѣнно дѣлать тутъ же въ полѣ. По возвращеніи домой останется лишь вычертить неровности гашюрами, для которыхъ примѣняютъ обыкновенно шкалу Болотова.

Что касается окончательной отдѣлки плана, то она исполняется перомъ или красками по тѣмъ же правиламъ, какъ отдѣлка плановъ точной мензульной съемки.

Опытъ показалъ, что полуинструментальная съемка при значительной скорости исполненія даетъ довольно вѣрное представленіе о мѣстности. Для успѣха и точности результата необходимо, чтобы наблюдатель имѣлъ продолжительный навыкъ на точныхъ мензульныхъ съемкахъ и не затруднялся въ примѣненіи разныхъ пріемовъ изображенія контуровъ и неровностей.

XVIII.

Глазомѣрная съемка.

162. Существенныя особенности. Производство точныхъ съемокъ угломѣрными и углоначертательными инструментами требуетъ всегда много времени; между тѣмъ бываютъ случаи, когда необходимо снять планъ мѣстности какъ можно скорѣе: такіе случаи особенно часто встрѣчаются на войнѣ. Всѣмъ еще памятны смуты въ Китаѣ, вслѣдствіе которыхъ войскамъ европейскихъ государствъ пришлось дѣйствовать въ мало извѣстныхъ областяхъ этой обширной Имперіи. При войнахъ въ культурныхъ государствахъ западной Европы, гдѣ давно произведены точныя съемки и изданы прекрасныя карты, тоже можетъ встрѣтиться надобность въ новыхъ поспѣшныхъ съемкахъ. Не говоря уже о случаяхъ, когда печатныхъ картъ нѣтъ подъ рукой, надо помнить, что никакой планъ, сдѣланный въ мирное время, не можетъ вполнѣ удовлетворить потребностямъ войны: мѣстные предметы, оставаясь неизмѣнными по положенію, мѣняются по качеству. По самой точной картѣ нельзя судить о состояніи дорогъ въ данное время: грунтовыя дороги дѣлаются иногда непроходимыми весною и осенью; непріятель при отступленіи часто съ намѣреніемъ уничтожаетъ мосты и вообще портитъ дороги; многія дороги приходятъ въ негодное состояніе просто отъ усиленнаго передвиженія обозовъ и отсутствія ремонта. Также мѣняется состояніе рѣкъ, лѣсовъ и болотъ въ зависимости отъ времени года, предшествовавшихъ дождей или засухъ и т. п. Вообще у готовыхъ картъ странное свойство: онѣ оказываются устарѣвшими, какъ только въ нихъ является надобность. Карты издаются по съемкамъ, произведеннымъ всегда нѣсколько лѣтъ раньше; съ тѣхъ поръ могутъ быть проложены новыя дороги, осушены болота, вырублены лѣса и т. д. Готовыя

печатныя карты бываютъ обыкновенно въ мелкомъ масштабѣ; онѣ хороши и необходимы для общихъ соображеній. Дороги, ручьи, канавы и пр. хотя и помѣщены, но ихъ поперечные размѣры и доступность остаются неизвѣстными. Наконецъ, по печатнымъ картамъ рѣдко можно судить о кругозорѣ: видны ли извѣстные предметы съ данной точки.

По этимъ причинамъ именно въ военное время является надобность въ новыхъ съемкахъ. Вслѣдствіе недостатка времени, тогда производятъ такъ называемыя *глазомѣрныя* или, точнѣе, *военно-глазомѣрныя съемки*, имѣющія цѣлью дать въ кратчайшій срокъ полную и современную картину извѣстнаго участка мѣстности. Въ мирное время тоже можетъ встрѣтиться необходимость въ быстрой съемкѣ, напримѣръ, при составленіи проекта какого-нибудь сооруженія, проложеніи дороги, построеніи телеграфной линіи и т. п.

Глазомѣрная съемка не можетъ отличаться ни большою точностью, ни изяществомъ, но зато отъ нея требуются быстрота, ясность и наглядность.

Быстрота необходима въ виду всегда очень краткаго срока, назначаемаго для окончанія работы; не готовая во-время глазомѣрная съемка можетъ оказаться совершенно не нужною. Большая скорость достигается, во-первыхъ, примѣненіемъ простѣйшихъ пріемовъ для измѣренія линій (шаги человѣка, шагомѣры и одометры или счетъ времени перехода или переѣзда и то лишь для главныхъ направленій, все остальное на глазъ) и угловъ (буссоль и компасъ), во-вторыхъ, зарисовкой предметовъ съ неодинаковою полнотою и точностью: предметы, важные для данной цѣли, чертятся точно и подробно, второстепенные слегка, нѣсколькими чертами, и въ-третьихъ тѣмъ, что участка, подлежащаго съемкѣ, заранѣе не осматриваютъ и вѣхъ не ставятъ. Неровности мѣстности изображаются и изогипсами, и гашюрами, но послѣднія предпочитаются, такъ какъ онѣ понятнѣе и нагляднѣе. Глазомѣрная съемка производится исключительно на графленой бумагѣ, карандашомъ и сразу, т. е. все, что пройдено, должно быть и снято; возвращаться на разъ посѣщенное мѣсто для исправленія и пополненія подробностей было бы излишнею тратой времени. Графленая бумага полезна тѣмъ, что на каждой точкѣ даетъ направленіе меридіана и масштабъ съемки.

Ясность достигается удачнымъ подборомъ условныхъ знаковъ и искуснымъ ихъ исполненіемъ; каждая черта должна

сразу давать понятіе о родѣ изображеннаго предмета, напримѣръ, дорога не должна походить на контуръ, домъ на прудъ, плетень на канаву и т. п.

Наглядность нужна для быстраго чтенія плана, чтобы важнѣйшіе предметы—дороги, населенныя мѣста, характерныя вершинки—выступали рѣзко и не затемнялись предметами, имѣющими въ данномъ случаѣ второстепенное значеніе *).

Глазомѣрная съемка должна еще въ высокой степени удовлетворять условію оріентированія, т. е. позволять легко находить на мѣстности любую точку плана и, наоборотъ, легко находить на планѣ каждый предметъ мѣстности. Съ этою цѣлью надо обращать особенное вниманіе на изображеніе такъ называемыхъ «оріентировочныхъ», бросающихся въ глаза предметовъ, что имѣетъ наибольшее значеніе въ мѣстахъ закрытыхъ, въ лѣсахъ и горахъ, гдѣ окружающая мѣстность не видна, и гдѣ безъ оріентировочныхъ предметовъ планъ не принесетъ всей своей пользы.

Такимъ образомъ, отличіе глазомѣрной съемки отъ разнаго рода инструментальныхъ заключается, во-первыхъ, въ томъ, что она должна быть выполнена непремѣнно къ сроку и почти всегда въ очень короткій промежутокъ времени, и, во-вторыхъ, въ томъ, что на ней изображаютъ не всё, а лишь нѣкоторые предметы.

Глазомѣрныя съемки можно подраздѣлить на 1) *общія* для сплошной зарисовки значительнаго пространства, ограниченнаго какими-нибудь живыми урочищами; онѣ производятся для общихъ и разнообразныхъ, впередъ неизвѣстныхъ цѣлей, и 2) *спеціальныя* для съемки небольшого участка или только полосы мѣстности со впередъ извѣстною опредѣленною цѣлью. Спеціальныя съемки, производимыя для изученія мѣстности будущаго бивака, позиціи и т. п., называются *рекогносцировками*, а съемки дорогъ на большомъ протяженіи — *маршрутами*.

*) Наглядность легко достигается примѣненіемъ цвѣтныхъ карандашей: синяго для водъ, зеленаго для лѣсовъ и кустовъ, краснаго для зданій. Къ сожалѣнію въ продажѣ до сихъ поръ нѣтъ хорошихъ цвѣтныхъ карандашей: они всегда хрупки и такъ мягки, что ими нельзя проводить тонкихъ линій. Кромѣ того ихъ можетъ и вовсе не оказаться подъ рукой. Поэтому надо посовѣтовать даже въ мирное время производить глазомѣрную съемку, пользуясь исключительно однимъ чернымъ карандашомъ; необходимо лишь владѣть имъ въ совершенствѣ.

163. Общія съемки. Смотря по времени, назначенному для работы, общія глазомѣрныя съемки производятся въ масштабѣ отъ 100 саж. до 5 верстъ въ одномъ дюймѣ. Чѣмъ короче данное время, тѣмъ мельче берется масштабъ. Чаще всего примѣняютъ масштабы: 200 саж., 1 и 2 версты въ 1 дюймѣ.

Угломѣрнымъ инструментомъ для глазомѣрной съемки служитъ буссоль. Общій ходъ буссольной съемки изложенъ въ § 103; здѣсь дополнимъ сказанное тѣмъ, что важно собственно для военно-глазомѣрной съемки. Производитель работъ передвигается почти исключительно по дорогамъ, такъ какъ дороги имѣютъ въ этой съемкѣ наибольшее значеніе; кромѣ того, по дорогамъ легче идти и, слѣдовательно, съемка совершается скорѣе и съ меньшимъ утомленіемъ. Сходить въ стороны допускается только для лучшаго осмотра окружающей мѣстности, когда дорога пролегаетъ въ ущельѣ и съ нея мало видно. Разстоянія измѣряются шагами, причемъ счетъ шаговъ не прерывается на каждой остановкѣ, а ведется до рѣзкаго крутого поворота дороги; этимъ избѣгаются грубыя ошибки въ разстояніяхъ.

Съемка ведется «кругами». Выйдя въ какомъ-нибудь направленіи по одной дорогѣ, производитель работъ при отвѣтвленіи или на перекресткѣ сворачиваетъ, напримѣръ, направо и далѣе на всѣхъ слѣдующихъ перекресткахъ тоже сворачиваетъ въ ту же сторону; тогда, очевидно, онъ вернется въ начальную точку и по смыканію пройденнаго пути на бумагѣ увидитъ, не сдѣлалъ ли онъ грубыхъ ошибокъ. Послѣ окончанія перваго «круга» начинаютъ отъ любого поворота перваго второй и подобнымъ же образомъ смыкаютъ его у другой какой-нибудь точки перваго. Въ путевыя линіи такихъ круговъ включаютъ не только большія дороги, но и мелкія тропы, а также рѣки и ручьи, имѣющіе по своей ширинѣ военное значеніе.

Если въ участкѣ такъ много дорогъ, что производитель работъ предчувствуетъ невозможность обойти ихъ всѣ къ назначенному сроку, то нѣкоторыя дороги, особенно дурныя, и мелкія тропы въ лѣсахъ можно пропускать, но на планѣ непремѣнно слѣдуетъ показывать *всѣ отвѣтвленія*, чтобы не ввести въ заблужденіе пользующихся планомъ. Такія мѣста будутъ служить «оріентировочными» точками, и, чтобы не смѣшивать многихъ отвѣтвленій и перекрестковъ, всѣ предметы около нихъ должны быть зарисованы съ особою тщательностью.

Оріентировочными предметами на открытыхъ мѣстахъ являются горки и овраги, постройки, отдѣльныя деревья; въ мѣстахъ закрытыхъ, особенно въ лѣсахъ, гдѣ частые перекрестки и отвѣтвленія могутъ быть весьма схожими, необходимо показывать даже самые, повидимому, незначительные предметы, какъ-то: лужайки, просѣки, ручьи, канавы, ямы, порубки, столбы, каменья, сложенныя дрова, стоги сѣна, муравейники, слѣды отъ костра, причудливо изогнутыя деревья и т. п. Преимущество отдается предметамъ, расположеннымъ одиноко и бросающимся въ глаза. Для облегченія оріентированія нелишнее показывать условными знаками качество дороги. Очень часто дорога, особенно лѣсная, хорошо и ясно видна на высокихъ песчаныхъ мѣстахъ, а на болотахъ и въ низинахъ переходитъ въ дурную и мало замѣтную тропу; сообразно съ этимъ хорошее мѣсто дороги надо показывать двумя сплошными чертами или одною сплошною и рядомъ съ нею пунктирною, посредственное мѣсто — одною сплошною чертой, а дурное — пунктиромъ. Если на большомъ протяженіи лѣсной дороги нѣтъ никакихъ оріентировочныхъ предметовъ, то надо создавать ихъ самому, дѣлая зарубки на деревьяхъ, заламывая вѣтви и т. п.

Хотя по соображенію или по разспросамъ у мѣстныхъ жителей можно иногда судить, куда ведетъ замѣченное отвѣтвленіе и даже самому видѣть на планѣ, что два отвѣтвленія должны принадлежать одной соединительной дорогѣ, однако если она не пройдена лично, то проводить ее сплошными линіями не слѣдуетъ; можно намѣтить ее только пунктиромъ и то съ оговоркой тутъ же на планѣ или въ легендѣ (§ 166), что она не пройдена лично. Въ самомъ дѣлѣ, показавъ дорогу, лично не пройденную, можно принести большой вредъ: на нее могутъ быть направлены войска или обозы, а между тѣмъ оба отвѣтвленія, быть можетъ, составляютъ не одну непрерывную дорогу, а двѣ, ведущія на болото или другое непроходимое пространство, такъ что сдѣланное распоряженіе разстроитъ расчеты начальника отряда и можетъ повести къ гибельнымъ послѣдствіямъ. Необходимо еще замѣтить, что по виду каждой черты на глазомѣрной съемкѣ должно обнаруживаться, дорога ли это, ручей или контуръ. Это особое самостоятельное искусство.

Пространства внутри «круговъ» рисуютъ попутно, причемъ выдающіеся предметы опредѣляютъ буссольными засѣчками, а все прочее на глазъ. Не надо увлекаться и зарисовывать слиш-

комъ много, какъ нерѣдко дѣлаютъ начинающіе: послѣ придется стирать. Достаточно означать предметы, лежащіе не далѣе полуверсты; болѣе удаленные получатся съ другихъ дорогъ. При съемкѣ подробностей надо стремиться не столько къ безусловной точности изображеній, сколько къ ихъ наглядности. Напримѣръ, въ населенныхъ мѣстахъ дома точно показываютъ только у входовъ и выходовъ, такъ какъ здѣсь они служатъ оріентировочными предметами; прочіе дома набрасываютъ приблизительно, соединяя ихъ въ кварталы. Выдѣляются лишь церкви, часовни, кузницы, постоялые дворы и вообще зданія, которыя, помимо собственнаго значенія, могутъ служить и оріентировочными предметами. При зарисовкѣ большихъ селъ не худо взбираться на колокольни, откуда всегда открывается большой кругозоръ.

Лѣса, пашни, луга и болота отдѣлываютъ соотвѣтствующими условными знаками, причемъ особое вниманіе обращаютъ на ихъ границы. Если лѣсъ или кустарникъ начинается на мѣстности рѣзко, то и на планѣ онъ очерчивается рѣзко; если же на мѣстности опушка представляется неопредѣленною, то и на бумагѣ надо изобразить ее постепеннымъ переходомъ.

Помимо зарисовки всѣхъ мѣстныхъ контуровъ, необходимо замѣчать и записывать въ легенду разныя свойства предметовъ, на которыя при инструментальныхъ съемкахъ почти не обращаютъ вниманія; такъ, для дорогъ и мостовъ указываютъ ихъ состояніе и возможность исправленія находящимися подъ рукой матеріалами, для рѣкъ — глубину и скорость теченія, доступность береговъ и качество бродовъ, для колодцевъ — качество и количество воды, для лѣсовъ — породы, высоту и густоту деревьевъ, степень проходимости лѣса, для кустовъ — могутъ ли они скрыть пѣхотинца или всадника, для населенныхъ мѣстъ — родъ и обширность построекъ, возможность приведенія ихъ въ оборонительное положеніе, удобство расквартированія и пр. Для болотъ всего важнѣе изслѣдовать ихъ проходимость. Во времена Сольвесскаго сраженія, въ 1542 г., на границѣ Англіи и Шотландіи существовало обширное болото, въ которомъ по неизвѣстности его свойствъ погибла часть шотландской конницы. Впослѣдствіи тамъ нашли всадника съ лошадью и въ полномъ вооруженіи; любопытно, что трупы сохранились лучше оружія.

Какъ ни важны подробности контуровъ, все же на военно-глазомѣрныхъ съемкахъ главное вниманіе обращаютъ на неров-

ности мѣстности, какъ на элементъ, имѣющій наибольшее вліяніе на расположеніе, движеніе и дѣйствія войскъ. Въ общихъ чертахъ способъ съемки неровностей на глазъ объясненъ въ § 161. Идя по дорогѣ, набрасываютъ хребты, вершинки, сѣдловины, лощины и подошвы возвышенностей; затѣмъ проводятъ обрывки изогипсъ, располагая ихъ чаще на крутыхъ спускахъ и рѣже на пологихъ, оцѣнивая на глазъ высоты и углы паденія. Для ускоренія работы необходимо обобщать неровности, не упуская подробностей, важныхъ въ военномъ отношеніи. Вообще неровности наносятъ, такъ сказать, послѣдовательными попытками, дополняя и исправляя съ другихъ точекъ то, что не было замѣчено съ первой.

Необходимо показывать не только общій характеръ и расположеніе неровностей, но и небольшія отступленія отъ общаго характера, если эти отступленія могутъ имѣть военное значеніе. Такъ, на сплошныхъ, ровныхъ покатостяхъ нерѣдко встрѣчаются уступы или перегибы, которые даже при инструментальной, точной съемкѣ можно было бы пропустить; на военно-глазомѣрной съемкѣ ихъ необходимо показать, такъ какъ они могутъ служить мѣстами для укрытія лежащей цѣпи стрѣлковъ. Подобнымъ же образомъ на высокомъ и, повидимому, недоступномъ обрывѣ бываетъ небольшая промоина, скрытая кустарникомъ; она скроетъ передвиженіе войскъ и даже орудій. Пропускъ такой промоины можетъ, смотря по обстоятельствамъ боя, послужить на пользу или причинить вредъ. Во время сраженія 8 Сентября 1854 года французы случайно открыли небольшой оврагъ на лѣвомъ флангѣ нашей сильной позиціи на лѣвомъ берегу рѣки Альмы и, появившись въ тылу нашего расположенія, способствовали успѣху атаки союзниковъ съ фронта.

Неровности на глазомѣрныхъ съемкахъ изображаются почти исключительно гашюрами, причемъ для ускоренія черченія часто пользуются такъ называемымъ *вязаннымъ штрихомъ* (черт. 394). Изогипсы, проводимыя въ полѣ на глазъ, не имѣютъ значенія равноотстоящихъ сѣченій мѣстности уровенными поверхностями, поэтому отъ гашюръ, вычерчиваемыхъ по такимъ изогипсамъ, нельзя требовать большой точности. Здѣсь важно лишь ясно выдѣлять рѣзкія перемѣны покатостей. Согласно приказу по Генеральному Штабу отъ 5 Августа 1835 года, покатости горъ на военно-глазомѣрныхъ съемкахъ повелѣно дѣлить на слѣдующіе пять разрядовъ, по степени вліянія ихъ на передвиженіе войскъ:

1. Плоскія равнины и покатости, имѣющія наклонъ не болѣе 5°, какъ не представляющія препятствій для движенія войскъ всѣхъ трехъ родовъ оружія и ихъ обозовъ, оставляются незаштрихованными.

2. Покатости отъ 5° до 15°, представляющія нѣкоторое затрудненіе для движенія кавалеріи и артиллеріи въ сомкнутомъ строю и особенно для движенія обозовъ, покрываются тонкими гашюрами.

3. Покатости отъ 15° до 25°, неудобныя для маневрированія пѣхоты, представляющія значительныя затрудненія для движенія кавалеріи и артиллеріи и большія трудности для передвиженія обозовъ, покрываются толстыми гашюрами, но съ бѣлыми промежутками, бо̀льшими толщины штриховъ.

4. Покатости отъ 25° до 35°, почти недоступныя для движенія кавалеріи, артиллеріи и обозовъ и представляющія значительныя трудности для маневрированія пѣхоты въ колоннахъ, особенно большими массами, покрываются гашюрами, толщина которыхъ равна промежуткамъ между ними.

5. Крутости отъ 35° до 45°, совершенно недоступныя для движенія кавалеріи, артиллеріи и обозовъ, а для пѣхоты доступныя только въ разсыпномъ строю, вычерчиваются толстыми гашюрами, промежутки между которыми меньше толщины штриховъ.

Крутости въ 45° и болѣе, какъ вовсе недоступныя для передвиженія войскъ всѣхъ трехъ родовъ оружія и по которымъ могутъ взбираться только отдѣльные смѣльчаки, покрываются сплошною тѣнью.

Подписи на глазомѣрныхъ съемкахъ дѣлаютъ по общимъ правиламъ (§ 29), причемъ стремятся не столько къ изяществу шрифтовъ и отдѣльныхъ буквъ, сколько къ ихъ ясности и четкости, чтобы не возникало сомнѣній, къ какому предмету относится каждая подпись.

Кромѣ масштаба въ шагахъ, во времени или просто въ верстахъ и саженяхъ, на каждомъ листѣ глазомѣрной съемки проводятъ направленіе магнитнаго меридіана, а если извѣстно склоненіе, то и направленіе истиннаго меридіана.

Выше было упомянуто, что на глазомѣрной съемкѣ всѣ мѣстные предметы и неровности должно рисовать въ полѣ, во время самой работы; однако при большой поспѣшности трудно выполнить это требованіе. Весьма часто отдѣлку плана и вы-

черчиваніе неровностей гашюрами приходится откладывать до остановки на ночлегъ. Необходимо однако дорисовывать все неоконченное въ полѣ тотчасъ по приходѣ, не смотря на усталость и голодъ. Опытъ показалъ, что послѣ сна, даже кратковременнаго, ясность воспоминаній исчезаетъ, и можно совершенно забыть значеніе той или другой черточки, наскоро набросанной на бумагу.

Опытные производители работъ снимаютъ глазомѣрно при масштабѣ 1 верста въ дюймѣ до 50 квадратныхъ верстъ въ одинъ день. При болѣе мелкомъ масштабѣ снимаютъ еще больше.

164. Рекогносцировки. Спеціальныя глазомѣрныя съемки производятся въ тѣхъ случаяхъ, когда для общей нѣтъ времени; отказываясь отъ полнаго, хотя и не совсѣмъ точнаго изображенія мѣстности, производитель спеціальной съемки стремится достигнуть ближайшей цѣли—удовлетворить потребности минуты и набросать на бумагу лишь то, что имѣетъ значеніе для намѣченной частной задачи. Такъ производятъ съемки позиціи, бивака, переправы и т. п., носящія общее названіе *рекогносцировокъ*.

Отличіе рекогносцировки отъ общей военно-глазомѣрной съемки заключается въ слѣдующемъ.

1. Масштабъ рекогносцировки выбирается сообразно обстоятельствамъ, но вообще онъ бываетъ крупнѣе масштаба общей съемки; такъ, для съемки позиціи берутъ обыкновенно масштабъ 200 саж. въ 1 дюймѣ, для бивака—100 саж. въ 1 дюймѣ.

2. Участокъ, подлежащій съемкѣ, переносятъ, если возможно, съ готовой карты; для этого требуемое пространство карты разбиваютъ на квадратики и перерисовываютъ на графленую бумагу въ болѣе крупномъ масштабѣ всѣ дороги, рѣки, населенныя мѣста и частью неровности. Полученный схематическій рисунокъ устраняетъ необходимость измѣрять дороги на всемъ ихъ протяженіи и способствуетъ точности работы, давая какъ бы готовый скелетъ будущей съемки.

3. Нѣтъ надобности брать съ собой буссоль; достаточно имѣть легкій картонный планшетъ, къ которому прикрѣпленъ простой компасъ. Благодаря этому, рекогносцировки производятъ большею частью верхомъ, что, понятно, значительно ускоряетъ работу.

Пріѣхавъ на избранную начальную точку, производитель работъ оріентируетъ планшетъ по компасу и набрасываетъ всѣ окружающіе предметы; то же дѣлается и на всѣхъ послѣдующихъ остановкахъ. Надо развить въ себѣ способность рисовать, сидя верхомъ и даже не останавливая лошадь. Съ высоты сѣдла лучше и больше видно. Когда папка оріентирована, т. е. магнитная стрѣлка совпадаетъ съ линіею *NS* коробки, надо тотчасъ рисовать всѣ видимые предметы, прибѣгая лишь изрѣдка къ визированію по масштабной линейкѣ или вдоль положеннаго на папку карандаша.

Спеціальная задача съемки иногда вызываетъ необходимость сворачивать съ дороги и пройти или проѣхать вдоль извѣстныхъ линій на мѣстности. Такъ, при съемкѣ позиціи необходимо изслѣдовать ея фронтъ на всемъ его протяженіи и внимательно осмотрѣть всѣ подступы къ позиціи какъ со стороны предполагаемаго наступленія непріятеля, такъ и съ фланговъ. При съемкѣ бивака надо расчитать пространство, необходимое для размѣщенія всѣхъ войскъ отряда, изслѣдовать воду въ колодцахъ и т. п.

Такъ какъ дороги, рѣки и многіе предметы нанесены уже съ готовой карты, то разстоянія до прочихъ предметовъ легко опредѣлять глазомѣромъ по сравненію съ положеніемъ уже нанесенныхъ. Если рекогносцировка производится въ виду непріятеля, то можно пользоваться скоростью звука (160 саж. въ 1 секунду, см. § 91), а также опредѣлять разстоянія *по слуху:* въ тихую ночь движеніе пѣхоты по твердому шоссе слышно за 200—300 шаговъ, кавалеріи шагомъ за 400, а рысью даже за 600 шаговъ; движеніе отдѣльнаго всадника на шоссе слышно за 100 шаговъ.

При изображеніи мелкихъ дорогъ и ручьевъ не слѣдуетъ гнаться за точною зарисовкой всѣхъ изгибовъ. Отдаленные отъ дороги предметы рисуются, главнымъ образомъ, для того, чтобы по плану можно было судить, насколько мѣстность открыта.

При изображеніи неровностей намѣчаютъ сперва направленія скатовъ и ихъ крутизну, положеніе вершинъ, сѣдловинъ, лощинъ, промоинъ и т. п. Чтобы показать относительныя высоты горокъ, достаточно провести на болѣе высокой большее число грубо набросанныхъ изогипсъ.

Привычка быстро изображать неровности мѣстности съ немногихъ точекъ пріобрѣтается опытомъ. Новичекъ видитъ по-

слѣдовательно лишь небольшіе участки и теряется; опытный же рекогносцировщикъ, изощрившійся на точныхъ съемкахъ, въ безконечномъ разнообразіи видитъ типы неровностей въ извѣстномъ порядкѣ; онъ рисуетъ быстро, если и не точно, то правдоподобно. Мы пріобрѣтаемъ свѣдѣнія тремя способами: 1) показаніями нашихъ органовъ чувствъ, особенно зрѣнія, 2) разсужденіемъ, когда мы выводимъ слѣдствія изъ извѣстныхъ, добытыхъ чувствами фактовъ, и 3) вѣрою, когда принимаемъ безъ разсужденій то, что говорятъ другіе. Въ точныхъ съемкахъ пользуются почти исключительно первымъ способомъ; въ глазомѣрныхъ же съемкахъ, по недостатку времени видѣть все лично, приходится прибѣгать и къ двумъ остальнымъ. Примѣромъ разсужденія можетъ служить дѣятельность генерала *Бурсе*, производившаго много съемокъ въ Альпахъ. Въ 1762 году, смотря на карту Пиренейскаго полуострова, на которой были изображены только рѣки и населенныя мѣста и вовсе не были помѣщены горы, онъ диктовалъ инструкцію, какъ проходить горы и гдѣ вести обозы. Расположеніе рѣкъ и ихъ притоковъ находится въ такой тѣсной связи съ орографіею мѣстности, что опытный глазъ дѣйствительно можетъ видѣть горы и долины тамъ, гдѣ другому представляются лишь пустыя пространства.

Нерѣдко является надобность добывать свѣдѣнія опросомъ мѣстныхъ жителей (на вѣру). Если съемка производится въ непріятельской странѣ, гдѣ жители относятся къ рекогносцировщику враждебно и потому склонны къ искаженію истины и даже нарочно стремятся ввести въ заблужденіе, необходимо задавать одинаковые вопросы о дорогахъ, рѣкахъ, населенныхъ мѣстахъ и т. п. разнымъ лицамъ и изъ сопоставленія многихъ отвѣтовъ умѣть извлекать истину. Впрочемъ, повторять вопросы бываетъ полезно и въ дружеской странѣ, такъ какъ сельскіе жители, мало знакомые съ военно-топографическими требованіями, могутъ и безъ умысла давать малопонятные отвѣты. Если въ непріятельской странѣ свѣдѣнія, сообщенныя однимъ лицомъ, не могутъ быть повѣрены опросомъ другихъ, то надо умѣть угадать, говоритъ ли оно правду или желаетъ обмануть. Въ сомнительныхъ случаяхъ не мѣшаетъ заставить человѣка раздѣться: если подъ грубою крестьянскою одеждою обнаружится тонкое и чистое бѣлье или, наоборотъ, подъ моднымъ изящнымъ нарядомъ окажется грязная дерюга, то человѣкъ едва ли заслуживаетъ довѣрія.

Рекогносцировки представляютъ обыкновенно только набросокъ мѣстности, такъ называемое *кроки* (отъ croquer—набросить, очертить), и потому здѣсь требуется еще бо̀льшая опытность въ означеніи разныхъ предметовъ нѣсколькими черточками, чѣмъ въ общихъ глазомѣрныхъ съемкахъ.

165. Маршруты. Спеціальныя глазомѣрныя съемки, называемыя *маршрутами*, имѣютъ цѣлью изобразить во всей полнотѣ и возможной точности только дорогу на значительномъ протяженіи; боковые предметы наносятся лишь постольку, поскольку они видны съ дороги и могутъ имѣть вліяніе на передвиженіе по ней войскъ. Словомъ, маршрутъ — это рекогносцировка дороги. На маршрутѣ должны быть показаны населенныя мѣста, всѣ изгибы дороги, пересѣченія ея другими, ширина и свойства дороги, препятствія для слѣдованія по ней войскъ и обозовъ, мосты, броды, подъемы и спуски, а также мѣста, удобныя для позицій, биваковъ и приваловъ.

Маршрутная съемка производится, обыкновенно, на папкѣ, къ которой при помощи кнопокъ прикрѣплены нѣсколько листовъ графленой бумаги равной величины и небольшой компасъ. Дорога и боковые предметы рисуются сперва на верхнемъ листѣ, затѣмъ на слѣдующемъ и т. д., причемъ для связи съемки необходимо, кромѣ послѣдовательной нумераціи листовъ, изображать на каждомъ слѣдующемъ часть маршрута, нарисованнаго на предыдущемъ. Во время работы папка оріентируется по компасу такъ, чтобы направленія сторонъ квадратиковъ графленой бумаги совпадали съ направленіями меридіановъ и параллелей или съ главнымъ общимъ направленіемъ дороги; въ первомъ случаѣ, укрѣпляя компасъ, должно расположить черту NS коробки по сторонѣ квадратиковъ, а во второмъ такъ, чтобы при успокоившейся стрѣлкѣ длинная сторона папки имѣла направленіе дороги. Можно снимать маршрутъ и въ тетрадкѣ съ графленою бумагою; тогда на каждой страницѣ, сообразно направленію дороги, будетъ своя оріентировка, но по прочерченнымъ положеніямъ магнитной стрѣлки не трудно впослѣдствіи склеить отдѣльные листы въ одно цѣлое.

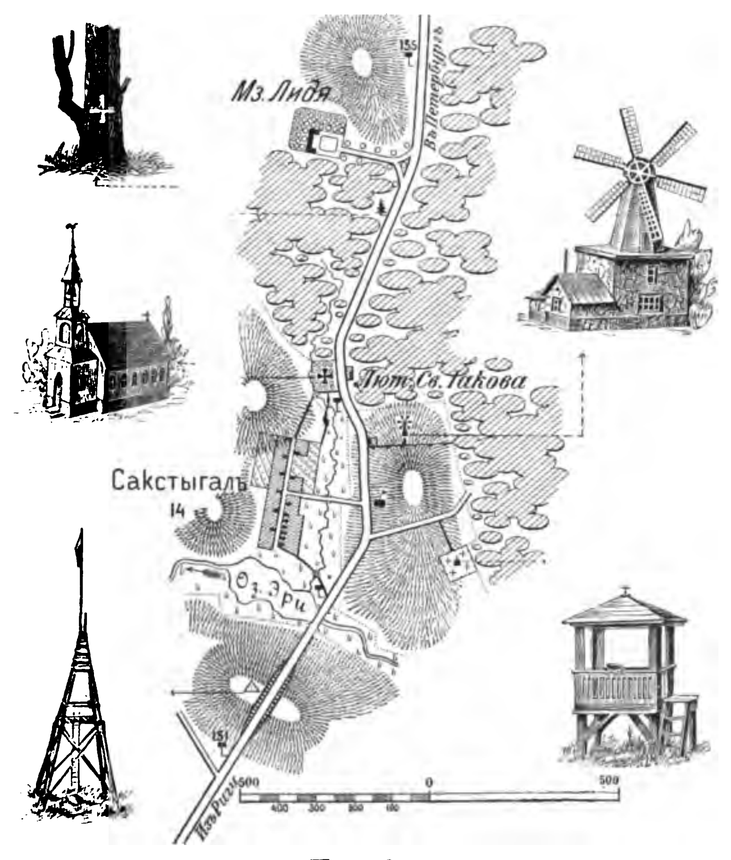
Масштабъ маршрутовъ берется, большею частью, 1 или 2 версты въ 1 дюймѣ. Масштабъ времени имѣетъ здѣсь преимущество передъ обыкновеннымъ, потому что даетъ прямо то, что необходимо для расчета движенія войскъ.

Такъ какъ маршрутная съемка представляетъ одну непрерывную полосу, то тутъ нельзя повѣрять работу, возвращаясь на начальную точку, или вообще по смыканію «круговъ». Единственною повѣркою служатъ здѣсь засѣчки на отдаленные боковые предметы, видимые со многихъ точекъ дороги, но при грубыхъ пріемахъ оріентированія это далеко не надежная повѣрка, и потому надо вести работу съ возможною тщательностью.

Ходъ маршрутной съемки заключается въ слѣдующемъ. Послѣ нанесенія на бумагу первой точки стоянія съ такимъ расчетомъ, чтобы дорога помѣстилась симметрично, оріентируютъ папку по компасу и прочерчиваютъ прилежащее направленіе дороги и нѣсколько прямыхъ на окружающіе рѣзко бросающіеся въ глаза боковые предметы; вслѣдъ за тѣмъ тутъ же зарисовываютъ на глазъ близлежащую мѣстность, т. е. контуры и неровности, насколько видно съ точки стоянія. При рисованіи боковыхъ предметовъ пользуются дѣленіемъ угловъ на глазъ. Покончивъ съ первою точкою, двигаются впередъ по дорогѣ, считая шаги или опредѣляя разстояніе временемъ проѣзда, и зарисовываютъ все, что видно по сторонамъ. При каждой остановкѣ оріентируютъ папку по компасу и окидываютъ взглядомъ пройденное уже пространство, чтобы пополнить и исправить раньше зарисованное. При нанесеніи изгибовъ дороги не надо забывать, что, благодаря перспективѣ, они кажутся всегда преувеличенными; чтобы не впадать въ ошибки, слѣдуетъ оцѣнивать уклоненіе дороги въ сторону въ линейной мѣрѣ и сравнивать его съ разстояніями по направленію дороги. Главное вниманіе надо обращать на точное и наглядное изображеніе оріентировочныхъ предметовъ. Въ открытыхъ мѣстахъ это будутъ горки, отдѣльныя строенія, верстовые столбы, мосты, указатели дорогъ и пр. Въ закрытыхъ мѣстахъ, въ лѣсахъ и въ горныхъ ущельяхъ, гдѣ окружающей мѣстности не видно, надо пользоваться самыми маловажными, повидимому, предметами, о чемъ было уже, впрочемъ, сказано въ § 163. Особенно важно показывать всѣ отвѣтвленія и развѣтвленія дороги; они въ лѣсу часто приводятъ въ недоумѣніе, куда идти, тогда какъ оба развѣтвленія черезъ нѣсколько сотъ шаговъ опять соединяются въ одну дорогу. Вообще отвѣтвленія и развѣтвленія надо рисовать особенно ясно, потому что, помимо устраненія сомнѣній, они служатъ и прекрасными точками оріентированія, а главная цѣль маршрута и должна заключаться въ томъ,

чтобы на любомъ мѣстѣ можно было оріентироваться и знать, нѣтъ ли препятствій къ дальнѣйшему пути.

Если оріентировочные предметы не могутъ быть съ достаточною наглядностью показаны у самой дороги, то ихъ изобра-



Черт. 394.

жаютъ въ видѣ перспективныхъ рисунковъ на поляхъ. Тамъ же весьма желательно помѣщать изображенія отдѣльныхъ зданій, мостовъ и т. п. (черт. 394), помѣчая точки на планѣ и соотвѣтствующіе рисунки на поляхъ одинаковыми буквами или пунктирными указателями.

Во враждебной странѣ, гдѣ папка съ компасомъ можетъ возбудить подозрѣнія и повести къ задержанію производителя ра-

ботъ, маршрутную съемку въ полѣ замѣняютъ помѣтками въ записной книжкѣ или даже на страницахъ какой-нибудь книги (романа и т. п.). Въ послѣднемъ случаѣ каждая строчка книги принимается за постоянное число шаговъ (или минутъ передвиженія), и изслѣдователь дороги дѣлаетъ у соотвѣтствующихъ строчекъ на поляхъ книги условные знаки для обозначенія поворотовъ дороги, населенныхъ мѣстъ, неровностей мѣстности и т. д. Для грубаго отсчитыванія азимутовъ можно пользоваться маленькимъ компасомъ въ видѣ брелока. Нѣкоторые умѣютъ писать въ карманѣ. На ночлегѣ, когда впечатлѣнія дня еще свѣжи въ памяти, всѣ замѣтки въ книгѣ превращаются въ чертежъ.

166. Легенды. Какъ бы ни былъ выразителенъ и полонъ чертежъ (кроки), онъ все же не можетъ представить всѣхъ свѣдѣній, требуемыхъ отъ военно-глазомѣрной съемки. Поэтому на поляхъ плана или на особомъ листѣ бумаги помѣщаютъ еще описаніе, называемое *легендой;* это описаніе должно лишь дополнять чертежъ, отнюдь не повторяя того, что уже изображено на немъ условными знаками и что выражается рисункомъ лучше словъ (направленіе дорогъ, расположеніе предметовъ). Легенда должна быть написана четко, чтобы пользующійся ею потомъ не затруднялся при чтеніи. Главныя достоинства легенды: точность, краткость, простота и порядокъ; въ ней не должно быть литературныхъ украшеній и не относящихся къ дѣлу свѣдѣній. Словами надо пользоваться только въ настоящемъ ихъ значеніи и выражаться кратко, чтобы многое объяснить немногими словами (non multa, sed multum). Длинныя легенды, обыкновенно, не читаются (legenda—то, что должно читать); однако краткость не должна вредить ясности. Надо, чтобы съ перваго взгляда на предложеніе читатель могъ точно понять истинный смыслъ, чтобы главное выступало выпукло. Надо понимать то, что пишешь: ясно понятое всегда излагается ясно.

Въ легендѣ помѣщаютъ свѣдѣнія трехъ родовъ:

1. *Характеристика мѣстности* въ географическомъ и топографическомъ отношеніяхъ: гористая, холмистая или равнинная; почва—каменистая, песчаная или глинистая; степень проходимости горъ, овраговъ, лѣсовъ, болотъ и рѣкъ; командованіе береговъ; качество и количество воды въ колодцахъ; ихъ

число въ каждомъ населенномъ мѣстѣ. Глубина выемокъ и высота насыпей на дорогахъ (съ присоединеніемъ профилей дороги въ крупномъ масштабѣ). Горизонтъ воды въ рѣкахъ при высокомъ и низкомъ уровнѣ водъ. Замѣтки о климатѣ и господствующихъ вѣтрахъ.

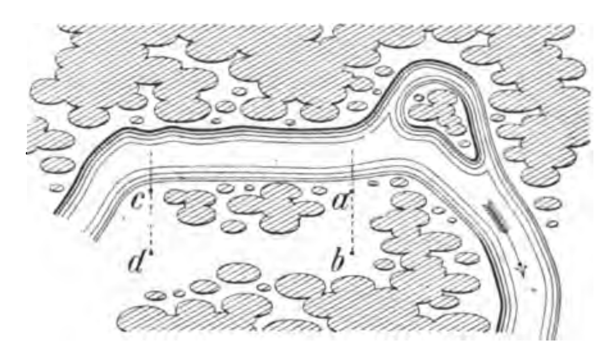
2. *Статистическія свѣдѣнія:* административное дѣленіе страны и мѣста жительства властей, численность и густота населенія, его племенной составъ; если возможно, отдѣльно число мужчинъ, женщинъ и дѣтей; есть ли ремесленники и какіе именно; здоровье и тѣлосложеніе жителей, нѣтъ ли повальныхъ болѣзней. Нравы, языкъ, религія и степень образованія жителей. Родъ и состояніе жилыхъ и нежилыхъ построекъ, число хлѣбопекарныхъ печей. Количество лошадей, крупнаго и мелкаго скота, домашней птицы. Число подводъ, годныхъ для перевозки войсковыхъ грузовъ, пищевые запасы въ зернѣ и мукѣ, производительность мельницъ; количество и качество строительныхъ матеріаловъ и топлива; состояніе заводовъ и фабрикъ съ ихъ запасами готовыхъ произведеній; какими средствами можно уничтожить запасы. Состояніе кустарной промышленности, особенно въ отношеніи кожи и обуви. Рыба въ рѣкахъ. Подъемная сила паромовъ и лодокъ. Число людей, которое можно размѣстить по квартирамъ.

3. *Нравственное настроеніе* жителей: готовность защищать страну противъ непріятеля или, наоборотъ, помогать ему, степень любви и уваженія къ существующему порядку и преданности мѣстнымъ властямъ; согласны ли жители добровольно жертвовать своимъ имуществомъ, вообще сочувствуютъ ли они одной изъ воюющихъ сторонъ или относятся къ совершающимся событіямъ равнодушно.

Имѣя въ виду, что мѣстность, на которой производится глазомѣрная съемка, сдѣлается вскорѣ или уже стала театромъ военныхъ дѣйствій, производитель работъ, обыкновенно офицеръ, знакомый съ тактическими требованіями, можетъ указывать въ легендѣ мѣста, удобныя для выбора позицій, биваковъ и т. п., а равно вѣроятные пути наступленія противника. Однако, въ этомъ отношеніи не мѣшаетъ быть весьма осторожнымъ и избѣгать неосновательныхъ предположеній; полезно помнить слова Наполеона въ приказѣ отъ 9 Августа 1809 г., отданномъ въ Шенбруннѣ: Quand je demande une reconnaissance, je ne veux

pas qu'on me donne un plan de campagne (когда я требую рекогносцировку, это не значитъ, что я желаю имѣть планъ кампаніи).

Свѣдѣнія для легенды добываются частью личнымъ осмотромъ, частью получаются изъ разспросовъ. Очень важно умѣть записать всѣ собранныя свѣдѣнія и отличать главное, существенное отъ второстепеннаго. Надо помнить, что мѣстные жители и даже власти часто нарочно обманываютъ. Надо имѣть проницательность и вѣрный глазъ; умѣть повѣрять получаемыя свѣдѣ-



Черт. 395.

нія разными путями. Въ каждомъ данномъ случаѣ необходимо сообразоваться съ временемъ и средствами, которыми располагаешь.

Для примѣра разсмотримъ опредѣленіе глубины и скорости теченія рѣки. Если на рѣкѣ существуютъ броды, то въ степени ихъ проходимости проще всего удостовѣриться личнымъ переходомъ пѣшкомъ или переѣздомъ верхомъ. Глубину небольшихъ рѣкъ получаютъ промѣрами шестомъ, плывя въ лодкѣ поперекъ рѣки вдоль протянутаго каната, раздѣленнаго перевязками на сажени или другія мѣры. Глубины большихъ рѣкъ обыкновенно не измѣряютъ и собираютъ только свѣдѣнія о переправахъ по мостамъ, на паромахъ или на судахъ.

Для опредѣленія скорости теченія, если не желаютъ ограничиться оцѣнкой на глазъ, поступаютъ слѣдующимъ образомъ. Въ двухъ мѣстахъ, избранныхъ на прямолинейномъ участкѣ рѣки, забиваютъ колья *a*, *b*, *c* и *d* (черт. 395), образующіе два створа *ab* и *cd*, перпендикулярные къ направленію теченія; за-

тѣмъ нѣсколько выше перваго створа бросаютъ въ воду какое-нибудь плавающее тѣло, напримѣръ кусокъ бревна, и замѣчаютъ по часамъ времена прохожденія плывущаго тѣла черезъ линіи двухъ створовъ. Скорость теченія равняется частному отъ раздѣленія разстоянія между створами на разность замѣченныхъ временъ въ секундахъ.



Черт. 396.

Если наблюдатель не имѣетъ часовъ съ секундною стрѣлкой, то онъ легко можетъ самъ приготовить секундный маятникъ изъ камня, подвѣшеннаго на веревкѣ къ суку дерева (черт. 396). Длина секунднаго маятника, какъ извѣстно, равна приблизительно 39 дюймамъ или 99 сантиметрамъ. Можно воспользоваться и счетомъ ударовъ пульса, число которыхъ у здороваго человѣка въ спокойномъ состояніи около 70 въ одну минуту.

———⤚⤙———

XIX.

Геометрическое нивелированіе.

167. Общія понятія. Нивелированіемъ въ Топографіи называется совокупность дѣйствій, посредствомъ которыхъ опредѣляются высоты точекъ земной поверхности. Въ § 5 (стр. 16) объяснено, что такое абсолютныя и относительныя высоты. Относительная высота двухъ точекъ равна, очевидно, разности ихъ абсолютныхъ высотъ.

При помощи нивелированія опредѣляются, вообще, только относительныя высоты, но, зная абсолютную высоту хотя одной точки, легко уже получить абсолютныя высоты всѣхъ прочихъ точекъ, связанныхъ съ нею нивелировкою. Началомъ счета абсолютныхъ высотъ берутъ точку, лежащую на самой поверхности океана или открытаго моря; въ Россіи такою точкой служитъ *нуль Кронштадтскаго футштока*, представляющій средній уровень воды въ Финскомъ заливѣ, выведенный изъ многолѣтнихъ наблюденій.

Опредѣленіе высотъ точекъ земной поверхности служитъ основаніемъ многихъ техническихъ работъ. При проведеніи дорогъ, судоходныхъ каналовъ, оросительныхъ и осушительныхъ канавъ, прокладкѣ водопроводовъ, устройствѣ канализаціи и т. п. необходимо прежде всего опредѣлить относительное превышеніе точекъ вдоль направленій, избранныхъ для всѣхъ этихъ сооруженій. При постройкѣ всевозможныхъ зданій и возведеніи укрѣпленій требуется знать высоты точекъ на протяженіи болѣе или менѣе обширныхъ площадей земной поверхности.

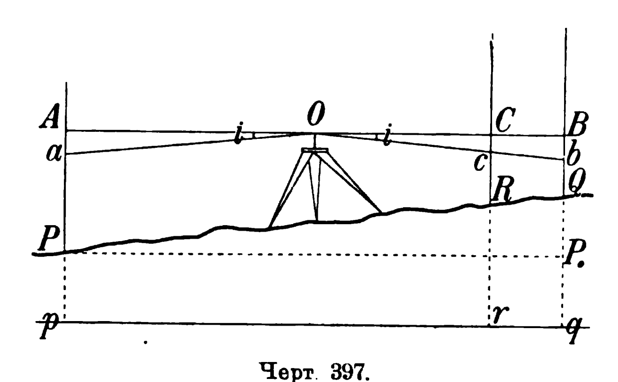
Смотря по пріемамъ, примѣняемымъ для опредѣленія высотъ, различаютъ слѣдующіе три рода нивелированія.

1. *Геометрическое*, при которомъ разность высотъ близкихъ точекъ выводится непосредственно изъ отсчетовъ по рейкамъ,

т. е. брускамъ, раздѣленнымъ на какія-нибудь единицы длины и устанавливаемымъ вертикально на этихъ точкахъ.

2. *Тригонометрическое*, въ которомъ разность высотъ болѣе удаленныхъ точекъ получается вычисленіемъ изъ угла наклоненія визирной линіи и горизонтальнаго разстоянія между этими точками. Уголъ наклоненія опредѣляется разными угломѣрными инструментами (эклиметръ, кипрегель, теодолитъ и т. п.), а разстояніе—либо непосредственно измѣряется цѣпью, лентой или шнуромъ, либо отсчитывается при помощи дальномѣра.

3. *Физическое*, производимое барометромъ или термометромъ. Изъ физики извѣстно, что по мѣрѣ поднятія надъ уровнемъ океановъ давленіе атмосферы дѣлается меньше, отъ чего по-



Черт. 397.

нижается высота ртутнаго столба въ барометрѣ и уменьшается температура кипѣнія воды; зная законы, связывающіе эти явленія, можно изъ показаній барометра или термометра вычислить высоту точки наблюденія.

Въ предлежащей главѣ разсмотрѣны только разные пріемы геометрическаго нивелированія. Общее понятіе о тригонометрическомъ нивелированіи дано въ § 147. Нивелированіе физическое и болѣе подробныя свѣдѣнія о нивелированіи тригонометрическомъ изложены въ моей Практической Геодезіи (главы (XI и XIII).

Пусть PQ (черт. 397) представляетъ разрѣзъ земной поверхности вертикальною плоскостью, заключающею двѣ точки P и Q, а pq—сѣченіе тою же плоскостью уровня океана. При незначительности разстоянія между точками P и Q линію pq можно считать прямою (см. § 3). Перпендикуляры $Pp = H$ и $Qq = H_1$

къ прямой pq, т. е. отрѣзки отвѣсныхъ линій точекъ P и Q отъ этихъ точекъ до уровенной поверхности, представляютъ ихъ абсолютныя высоты.

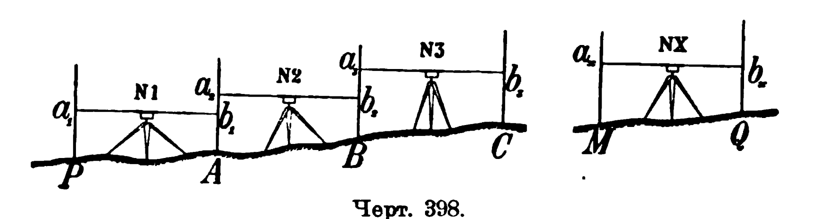
Пріемы геометрическаго нивелированія даютъ возможность получить горизонтальную прямую AB, которая, очевидно, параллельна pq. Если въ P и Q поставлены рейки въ вертикальномъ положеніи, и дѣленія начинаются отъ нижнихъ концовъ этихъ реекъ, то отсчеты у A и B даютъ величины отрѣзковъ PA и QB, разность которыхъ равна разности высотъ точекъ P и Q. Дѣйствительно, по равенству противолежащихъ сторонъ прямоугольника $ABqp$ имѣемъ:

$$AP + H = BQ + H_1$$

откуда

$$H_1 - H = AP - BQ \tag{131}$$

Пріемы, служащіе для опредѣленія разности высотъ двухъ близкихъ точекъ земной поверхности при помощи полученія

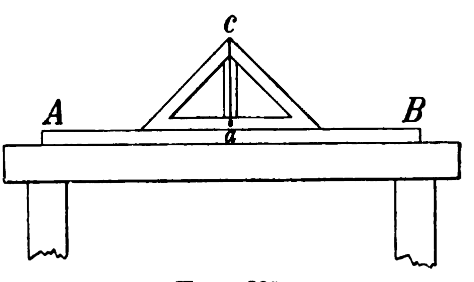


Черт. 398.

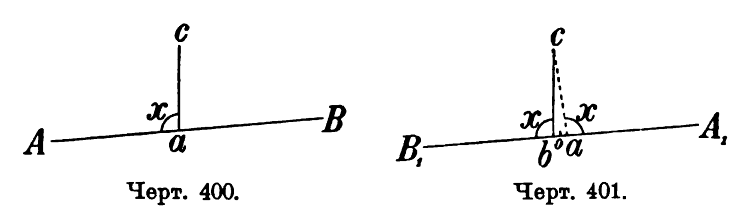
тѣмъ или инымъ путемъ горизонтальной прямой AB, называются *простымъ нивелированіемъ*. Рядъ послѣдовательныхъ простыхъ нивелированій черезъ промежуточныя точки для опредѣленія разности высотъ удаленныхъ точекъ называется *сложнымъ нивелированіемъ*. Если, напримѣръ, требуется опредѣлить разность высотъ двухъ отдаленныхъ точекъ P и Q (черт. 398), то выбираютъ рядъ промежуточныхъ точекъ A, B, C... M и простыми нивелировками опредѣляютъ разности высотъ точекъ P и A, A и B, B и C...; алгебраическая сумма полученныхъ результатовъ дастъ разность высотъ конечныхъ точекъ P и Q.

168. Ватерпасъ. Простѣйшій приборъ для нивелированія, называемый *ватерпасомъ*, изобрѣтенъ еще въ древности неизвѣстнымъ строителемъ храма Діаны въ Эфесѣ. Онъ представляетъ деревянный гладко выструганный снизу брусъ AB (черт. 399)

до 2-хъ саженей длины со стойкой и отвѣсомъ (§ 68); вдоль стойки выбрана глубокая борозда—«риска», а у основанія стойки нанесена мѣтка *a* съ такимъ расчетомъ, что когда противъ нея виситъ кончикъ грузика отвѣса, то нижняя плоскость бруса AB горизонтальна; другими словами, прямая ca, соединяющая точку прикрѣпленія отвѣса c съ мѣткой a, должна быть перпендикулярна къ нижней плоскости бруса AB. Для повѣрки этого условія ватерпасъ кладутъ на торцы двухъ короткихъ кольевъ, забитыхъ такъ, чтобы грузикъ успокоившагося отвѣса сталъ противъ мѣтки a. Допустимъ, что условіе не выполнено, т. е. ca не перпендикулярна къ AB (черт. 400); такъ какъ нить отвѣса имѣетъ, очевидно, вертикальное направленіе, то прямая AB не горизонтальна и пусть $\angle x = caA > 90^\circ$. Послѣ первой установки ватерпасъ перекладываютъ на 180° такъ, чтобы конецъ A легъ на правый, а конецъ B на лѣвый колъ (черт. 401). Нижняя грань бруса AB приметъ, конечно, прежнее положеніе, но грузикъ отвѣса будетъ теперь указывать не на



Черт. 399.



Черт. 400. Черт. 401.

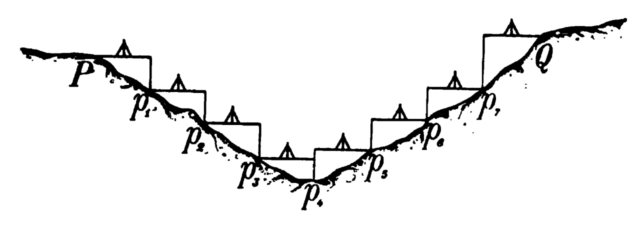
мѣтку a, а остановится противъ нѣкоторой другой точки b, причемъ $\angle cba = \angle cab$. Треугольникъ cab равнобедренный, и потому основаніе перпендикуляра, опущеннаго изъ c на AB, т. е. истинное мѣсто мѣтки, должно находиться въ точкѣ o, дѣлящей ab пополамъ.

Итакъ, для повѣрки ватерпаса его устанавливаютъ въ положеніе, при которомъ грузикъ отвѣса бьетъ въ мѣтку; затѣмъ перекладываютъ брусъ на 180° и смотрятъ на успокоившійся грузикъ: если онъ опять бьетъ въ самую мѣтку, то ватерпасъ

вѣренъ, т. е. мѣтка нанесена правильно; если же грузикъ остановился на другомъ мѣстѣ, то дѣлаютъ новую мѣтку по серединѣ между новымъ мѣстомъ и прежнею мѣткою.

Изъ предыдущаго видно, что вывѣренный ватерпасъ даетъ простѣйшее средство для полученія горизонтальной прямой *AB* (черт. 397). Если разстояніе между двумя точками, разность высотъ которыхъ желаютъ опредѣлить, меньше длины бруса, то въ нижнюю точку забиваютъ колъ до тѣхъ поръ, пока отвѣсъ ватерпаса, положеннаго на этотъ колъ и на верхнюю точку, не будетъ бить въ мѣтку. Разность высотъ точекъ равна части кола отъ его вершины до поверхности почвы. Это будетъ простое нивелированіе.

Если разстояніе между данными точками P и Q (черт. 402) больше длины бруса, то производятъ сложное нивелированіе.



Черт. 402.

Сперва провѣшиваютъ прямую PQ и разбиваютъ ее на части, горизонтальныя проекціи которыхъ равны длинѣ бруса ватерпаса. Затѣмъ въ полученныя точки p_1, p_2... забиваютъ колья на такую глубину, чтобы на каждомъ участкѣ ватерпасъ укладывался горизонтально; такъ, въ точкѣ p_1 колъ забиваютъ до тѣхъ поръ, пока грузикъ отвѣса ватерпаса, положеннаго на начальную точку P и на колъ въ p_1, не окажется противъ мѣтки, въ p_2—пока ватерпасъ, положенный на точку p_1 и на колъ въ p_2, не ляжетъ горизонтально и т. д. Изъ чертежа видно, что разность высотъ конечныхъ точекъ P и Q равна алгебраической суммѣ высотъ кольевъ, т. е. суммѣ разстояній отъ ихъ вершинъ до поверхности почвы; высоты кольевъ измѣряются мѣрною тесьмой или небольшою рейкой. Такъ какъ горизонтальныя разстоянія между кольями равны длинѣ бруса (2 сажени), то попутно съ нивелированіемъ получается и горизонтальное разстояніе между конечными точками P и Q.

Вмѣсто мѣшкотной забивки кольевъ во всѣхъ промежуточ-

ныхъ точкахъ p_1, p_2... можно одинъ конецъ бруса ватерпаса держать руками въ положеніи, при которомъ отвѣсъ бьетъ въ мѣтку, и спускать веревку, раздѣленную на дюймы или другія мѣры, съ грузикомъ на концѣ.

Опытъ показалъ, что нивелированіе внизъ, подъ гору, идетъ скорѣе и даже точнѣе, чѣмъ нивелированіе вверхъ, на гору. Это объясняется тѣмъ, что на спускѣ каждая слѣдующая точка получается сразу, тогда какъ на подъемѣ ее надо искать послѣдовательными попытками.

Описанный простой ватерпасъ имѣетъ два существенныхъ недостатка: 1) отвѣсъ, какъ приборъ довольно грубый, не позволяетъ приводить брусъ точно въ горизонтальное положеніе, особенно при вѣтрѣ, и 2) забивка кольевъ на требуемую глубину сопряжена со значительною потерею времени, а работа безъ кольевъ еще менѣе точна отъ сотрясенія рукъ наблюдателей. Начальникъ Инженернаго Училища Баронъ *Эльснеръ* († 1832) усовершенствовалъ простой ватерпасъ, замѣнивъ въ немъ отвѣсъ уровнемъ, а колья рейками съ дѣленіями и подвижными обоймицами; эти обоймицы легко устанавливать на требуемой высотѣ и закрѣплять зажимными винтами. Послѣ установки реекъ на двухъ послѣдовательныхъ точкахъ и укладки бруса на обоймицы, одну изъ нихъ поднимаютъ или опускаютъ до тѣхъ поръ, пока пузырекъ уровня не остановится на серединѣ трубки. Разность высотъ точекъ стоянія реекъ равна разности отсчетовъ по нимъ противъ особыхъ указателей на обоймицахъ.

Повѣрка ватерпаса барона Эльснера производится, какъ повѣрка уровня, прикрѣпленнаго къ алидадной линейкѣ (§ 70); именно, послѣ установки обоймицъ на высотахъ, при которыхъ пузырекъ уровня занялъ середину трубки, брусъ перекладываютъ на 180° и смотрятъ на пузырекъ: если онъ остановится на серединѣ трубки, то ватерпасъ вѣренъ, если же пузырекъ отойдетъ къ какому-нибудь концу трубки, то этотъ конецъ опускаютъ при помощи исправительныхъ винтовъ уровня настолько, чтобы пузырекъ отошелъ назадъ на половину полнаго своего уклоненія отъ середины*).

*) Можно работать и невѣрнымъ ватерпасомъ, но тогда должно чередовать установки бруса, укладывая его однимъ концомъ попеременно то впередъ, то назадъ. Высоты нечетныхъ точекъ установки будутъ невѣрны, но ошибка отъ одной установки не можетъ быть значительна; разность же высотъ крайнихъ точекъ получится вѣрною, такъ какъ при каждой четной установкѣ бруса исключается погрѣшность, явившаяся при нечетной.

Точность опредѣленія высотъ простымъ ватерпасомъ зависитъ отъ размѣровъ бруса и нити отвѣса: чѣмъ они длиннѣе, тѣмъ результаты нивелированія точнѣе. Однако длинный брусъ тяжелъ для переноски, а отвѣсъ съ очень длинною нитью долго не успокаивается, особенно при вѣтрѣ; поэтому брусъ ватерпаса не дѣлаютъ длиннѣе 2-хъ саженей, а отвѣсъ берутъ фута въ два. При такихъ размѣрахъ ошибка разности высотъ выходитъ около $\pm$ 0·002 горизонтальнаго разстоянія между конечными точками. Усовершенствованный ватерпасъ съ уровнемъ вмѣсто отвѣса даетъ болѣе точные результаты; однако здѣсь нельзя примѣнять очень чувствительныхъ уровней: цѣна ихъ дѣленій берется обыкновенно въ 1′—2′. Ошибка разности высотъ выходитъ въ $\pm$ 0·001 разстоянія. Такимъ образомъ, на разстояніи въ 1 версту ошибка при нивелированіи простымъ ватерпасомъ можетъ достигнуть $\pm$ 1 саж., а при нивелированіи ватерпасомъ барона Эльснера $\pm$ $^1/_2$ саж.

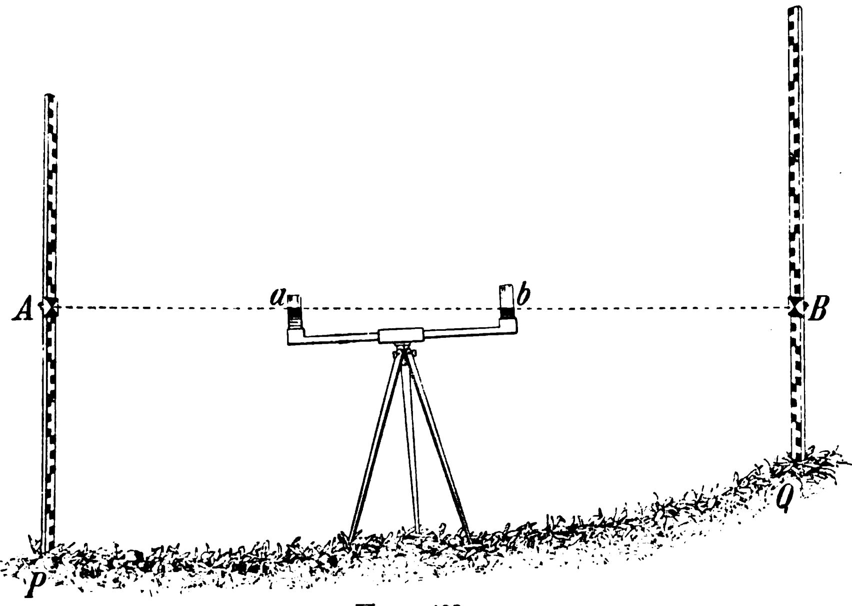
Недостатки ватерпаса заключаются въ малой точности и медленности нивелированія. Тѣмъ не менѣе этотъ приборъ часто примѣняется на небольшихъ разстояніяхъ и при весьма крутыхъ подъемахъ и спускахъ, напримѣръ, для поперечнаго нивелированія овраговъ; въ этихъ случаяхъ, вслѣдствіе незначительности горизонтальныхъ разстояній, ошибки въ высотахъ невелики.

Выгоды ватерпаса заключаются въ томъ, что при опредѣленной длинѣ бруса (2 сажени) попутно съ высотами получаются и горизонтальныя разстоянія, и притомъ получается весьма большое число промежуточныхъ точекъ, что облегчаетъ построеніе подробныхъ профилей. Кромѣ того, ватерпасомъ можно нивелировать по такимъ крутымъ скатамъ, гдѣ примѣненіе другихъ приборовъ для опредѣленія высотъ почти невозможно.

169. Водяной уровень. Уровни жидкости въ двухъ сообщающихся сосудахъ даютъ простѣйшее средство получить горизонтальную прямую *AB* (черт. 397): на этомъ началѣ основаны водяной уровень и рейки Штрауса.

Водяной уровень (черт. 403) состоитъ изъ жестяной трубки 2—3-хъ футовъ длины и около 1 дюйма въ діаметрѣ, загнутой по концамъ, со вставленными въ эти концы открытыми стеклянными цилиндрами. Середина трубки придѣлана къ легкой треногѣ, позволяющей придавать ей вращательное движеніе около вертикальной оси.

При нивелированіи въ трубку наливаютъ подкрашенную воду: уровни воды a и b въ обоихъ цилиндрахъ при спокойномъ состояніи прибора располагаются въ одной горизонтальной плоскости, вдоль которой наблюдатель смотритъ на рейки, устанавливаемыя вертикально въ нивелируемыхъ точкахъ. Такъ какъ простымъ глазомъ нельзя различать мелкихъ дѣленій, то рейки для этого прибора представляютъ раздѣленные бруски, по которымъ помощники передвигаютъ дощечки (марки) A и B



Черт. 403.

съ рѣзко видимыми точками — общими вершинами треугольниковъ, покрытыхъ бѣлою и черною красками.

Желая опредѣлить разность высотъ двухъ точекъ P и Q, разстояніе между которыми не болѣе 50 саженей, ставятъ на эти точки рейки, а приблизительно по серединѣ между ними — водяной уровень. При рейкахъ стоятъ два помощника, а при инструментѣ самъ наблюдатель. Приведя трубку въ положеніе, при которомъ оба цилиндра станутъ въ вертикальную плоскость рейки, наблюдатель слегка встряхиваетъ приборъ, чтобы выгнать случающіеся въ водѣ пузырьки воздуха, отступаетъ отъ ближайшаго цилиндра шага на два, чтобы уровни воды каза-

лись рѣзкими чертами, и послѣ успокоенія жидкости приказываетъ помощнику поднять или опустить марку, пока центръ ея не окажется въ направленіи луча зрѣнія ab, проходящаго по уровнямъ жидкости въ обоихъ цилиндрахъ. Затѣмъ наблюдатель подходитъ къ прибору съ противоположной стороны и повторяетъ тѣ же дѣйствія, визируя на другую рейку. Разность отсчетовъ положеній марокъ на рейкахъ (задняя минусъ передняя) даетъ разность высотъ точекъ P и Q. Это представляетъ простое нивелированіе.

Если разстояніе между конечными точками болѣе 50 саженей, то производятъ сложное нивелированіе черезъ рядъ промежуточныхъ точекъ, отстоящихъ другъ отъ друга не далѣе 50 саженей; послѣ окончанія работы на каждомъ участкѣ задняя рейка переносится впередъ по линіи нивелированія и дѣлается переднею, а инструментъ ставится всегда приблизительно по серединѣ между рейками. Разность высотъ конечныхъ точекъ равна алгебраической суммѣ разностей высотъ, полученныхъ на каждомъ участкѣ.

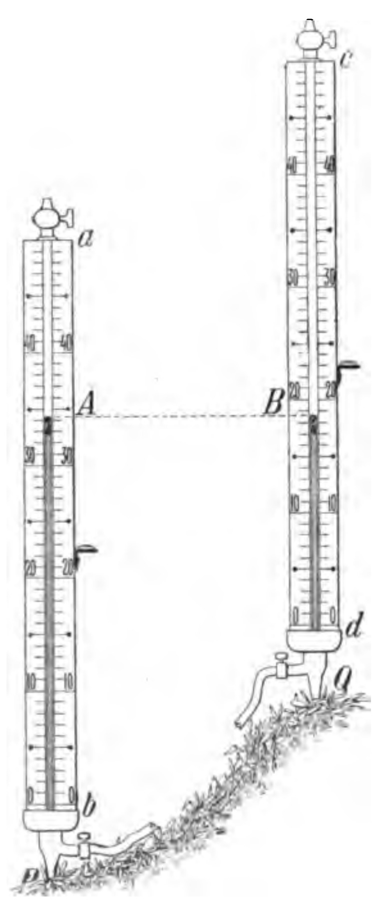
Не смотря на простоту устройства, водяной уровень примѣняется нынѣ весьма рѣдко; недостатки его заключаются въ слѣдующемъ: 1) визированіе невооруженнымъ глазомъ по уровнямъ жидкости неточно (надо одновременно видѣть оба уровня и далекую марку), такъ что ошибки въ установкѣ марокъ бываютъ довольно значительны, 2) отсчеты положенія марокъ на рейкахъ дѣлаются не самимъ наблюдателемъ, а помощниками, не всегда внимательными, иногда недобросовѣстными, а, главное, не заинтересованными точностью результатовъ, 3) въ сухую и жаркую погоду жидкость быстро испаряется, такъ что необходимо носить съ собою сосудъ съ запасомъ воды, и 4) въ результатѣ получается только разность высотъ, для опредѣленія же горизонтальныхъ разстояній между рейками надо отдѣльно измѣрять ихъ цѣпью или мѣрною тесьмой. Тѣмъ не менѣе нивелированіе водянымъ уровнемъ все же точнѣе и скорѣе, чѣмъ ватерпасомъ. Ошибка составляетъ около $\pm$ 0·0005 пройденнаго разстоянія, т. е. на 1 версту она не превосходитъ 2-хъ футовъ.

170. Рейки Штрауса. Въ 1890 г. русскій инженеръ *Штраусъ* изобрѣлъ нивелирный приборъ (черт. 404), представляющій двѣ стеклянныя трубки, соединенныя резиновою кишкой и наполняемыя водой; когда трубки установлены вертикально на двухъ

точкахъ, то разность отсчетовъ высотъ уровней воды по шкаламъ при трубкахъ равна разности высотъ точекъ ихъ установки.

Стеклянныя трубки реекъ Штрауса имѣютъ 0·8 сажени длины и около 0.4 дюйма въ діаметрѣ. Верхніе концы трубокъ вдѣланы въ мѣдныя оправы съ кранами, а нижніе — въ наконечники съ боковыми трубочками, на которыя при нивелированіи навинчиваются оправленные въ мѣдь концы кишки въ 10 саженей длины. Наконечники трубокъ служатъ для установки реекъ на деревянные колышки или желѣзные башмачки, забиваемые въ землю, чтобы при переноскѣ прибора впередъ (въ случаѣ сложнаго нивелированія) задняя рейка стала какъ разъ на то мѣсто, гдѣ раньше стояла передняя.

Трубки вдѣланы въ жолобы деревянныхъ брусковъ, раздѣленныхъ черезъ 0·001 сажени. Для однообразія и точности отсчетовъ уровней воды, въ трубкахъ помѣщаются поплавки въ видѣ выкрашенныхъ цилиндриковъ изъ рогового каучука, наполненныхъ дробинками. Отсчеты положенія черточекъ поплавковъ по шкаламъ реекъ можно производить невооруженнымъ глазомъ съ точностью до десятыхъ долей дѣленій, т. е. до 0·0001 саж.



Черт. 404.

Передъ нивелированіемъ трубки и соединяющая ихъ кишка наполняются водой при помощи воронки, черезъ открытое отверстіе оправы одной изъ трубокъ. Лучше брать кипяченую и остуженую воду — получается меньше пузырьковъ воздуха, удаленіе которыхъ сопряжено съ потерею времени. Количество воды надо расчитать такъ, чтобы на горизонтальной мѣстности трубки оказались наполненными до половины ихъ высоты.

Нивелированіе производится двумя наблюдателями при трехъ рабочихъ, которые переносятъ приборъ, открываютъ краны послѣ установки реекъ, закрываютъ ихъ для перехода съ точки на точку и держатъ рейки въ вертикальномъ положеніи при отсчитываніи. При каждой рейкѣ долженъ быть одинъ рабочій; третій переноситъ сосудъ съ запасомъ воды и слѣдитъ за правильнымъ положеніемъ кишки, чтобы она нигдѣ не имѣла рѣзкихъ сгибовъ, препятствующихъ свободному движенію жидкости. Передъ отсчетами реекъ полезно сдавить кишку въ какомъ-нибудь мѣстѣ: вода должна тотчасъ и притомъ одинаково подняться въ обѣихъ трубкахъ.

Если требуется опредѣлить разность высотъ точекъ, разстояніе между которыми не превосходитъ длины кишки (10 саж.), то производятъ простое нивелированіе. Рабочіе устанавливаютъ рейки на эти точки въ вертикальномъ положеніи и открываютъ краны; наблюдатели же, подождавъ, пока вода успокоится, производятъ отсчеты уровней по поплавкамъ и записываютъ ихъ въ журналъ. Разность отсчетовъ даетъ непосредственно разность высотъ точекъ стоянія реекъ.

Если разстояніе между конечными точками болѣе длины кишки, какъ это случается при нивелированіи дорогъ, рѣкъ и т. п., то производятъ сложное нивелированіе. Выбираютъ промежуточныя точки, разстояніе между которыми менѣе длины кишки, забиваютъ колышки и производятъ рядъ простыхъ нивелированій послѣдовательно между каждыми двумя колышками. Разность высотъ конечныхъ точекъ равна алгебраической суммѣ разностей соотвѣтствующихъ отсчетовъ. При нивелированіи длинныхъ линій надо время отъ времени подливать воду, которая всегда немного просачивается у концовъ кишки; за этимъ слѣдятъ сами рабочіе, напоминая, что рейки «пить хотятъ». Отсчеты слѣдуетъ производить по обѣимъ рейкамъ *одновременно*, что имѣетъ особенно важное значеніе при неисправности прибора, когда вода просачивается и медленно вытекаетъ. Для избѣжанія ошибокъ полезно на каждомъ участкѣ дѣлать по два отсчета: при просачиваніи воды вторые отсчеты должны быть меньше первыхъ на одинаковыя величины, что и служитъ ихъ повѣркой.

Скорость нивелированія при 10 саженной кишкѣ доходитъ до 1 версты въ часъ, такъ что въ одинъ день, въ теченіе 10 рабочихъ часовъ можно пронивелировать около 10 верстъ. При

болѣе длинной кишкѣ, т. е. при меньшемъ числѣ точекъ стоянія на версту, скорость работы еще больше.

Результаты нивелированія рейками Штрауса показали, что ошибка въ разности высотъ составляетъ около $\pm$ 0·01 сажени на версту *).

Причины погрѣшностей, помимо ошибокъ въ отсчетахъ, слѣдующія:

1. Наклонъ реекъ. Во время отсчетовъ рейки удерживаются въ вертикальномъ положеніи только на глазъ. Очень можетъ быть, что если къ рейкамъ Штрауса придѣлать простые круглые уровни (§§ 69 и 173) какъ показано на черт. 404, то результаты получались бы болѣе точные.

2. Возможность неравенства температуръ воды на всемъ протяженіи трубокъ и кишки; слѣдствіемъ такого неравенства должны быть различныя плотности, и потому уровни воды въ обѣихъ трубкахъ не будутъ находиться въ одной горизонтальной плоскости.

3. Неодинаковое давленіе воздуха на двухъ послѣдовательныхъ точкахъ стоянія реекъ. Хотя разстояніе между рейками не превосходитъ 10 саженей (вообще длины кишки), однако при большомъ барометрическомъ градіентѣ различіе давленій можетъ произвести нѣкоторую разность высотъ уровней воды въ сообщающихся сосудахъ.

Передъ нивелированіемъ необходимо изслѣдовать рейки, именно: повѣрить дѣленія на шкалахъ и узнать, поставлены ли нули дѣленій на обѣихъ рейкахъ въ одинаковомъ разстояніи отъ опорныхъ точекъ наконечниковъ.

Къ преимуществамъ реекъ Штрауса должно отнести:

1. Простоту обращенія; отъ наблюдателей требуются только такія знанія и способности, какія необходимы для умѣнія правильно отсчитать термометръ.

2. Приборъ не разстраивается при работѣ и не требуетъ частыхъ и сложныхъ повѣрокъ.

3. Нѣтъ надобности въ свободной линіи визированія. Нивелировать можно въ городахъ, среди скопленія докучливыхъ зѣвакъ, въ густыхъ лѣсахъ и заросляхъ, въ рудникахъ, тон-

*) См. мою статью «Нивелирныя рейки Штрауса» въ Извѣстіяхъ Императорскаго Русскаго Географическаго Общества, томъ XXXVI, 1900, стр. 324—331.

неляхъ и т. п. и даже ночью, потому что отсчеты можно производить при помощи фонарей.

4. Такъ какъ установка реекъ требуетъ всего нѣсколькихъ секундъ, то въ гористыхъ мѣстахъ, гдѣ приходится брать очень короткія разстоянія между рейками, работа съ приборомъ Штрауса идетъ скорѣе, чѣмъ съ другими нивелирами.

5. На результаты нивелированія рейками Штрауса вовсе не вліяетъ преломленіе свѣтовыхъ лучей въ атмосферѣ, которое составляетъ главный и почти неустранимый источникъ погрѣшностей въ нивелирахъ со зрительными трубами.

171. Нивелиръ съ діоптрами. Грубыя нивелировки часто производятъ нивелиромъ съ діоптрами; это мѣдная линейка съ уровнемъ, придѣланная къ легкой треногѣ. На концахъ линейки прикрѣплены діоптры: глазной въ видѣ небольшого круглаго отверстія и предметный въ видѣ широкаго прорѣза съ волоскомъ, натянутымъ горизонтально.

Работа нивелиромъ съ діоптрами производится подобно нивелированію водянымъ уровнемъ (§ 169); при инструментѣ должны быть двѣ рейки съ подвижными марками. Визирная плоскость діоптровъ приводится въ горизонтальное положеніе подъемными винтами прибора такъ, чтобы пузырекъ уровня, прикрѣпленнаго къ линейкѣ, сталъ по серединѣ трубки.

Повѣрка нивелира съ діоптрами заключается въ изслѣдованіи, горизонтальна ли визирная плоскость, т. е. плоскость, проходящая черезъ центръ отверстія глазного діоптра и волосокъ предметнаго, при установкѣ пузырька уровня на серединѣ трубки. Для этого на небольшой покатости выбираютъ двѣ точки P и Q (черт. 405) въ разстояніи приблизительно 50 саженей, ставятъ на нихъ рейки и производятъ наблюденія два раза при расположеніи прибора сперва въ M вблизи одной рейки, а потомъ въ N вблизи другой, причемъ разстоянія отъ инструмента до ближайшей рейки должны быть малы, не болѣе 2—3 шаговъ. Пусть отсчеты по задней и передней рейкамъ оказались:

при первой установкѣ a и b
» второй » c и d

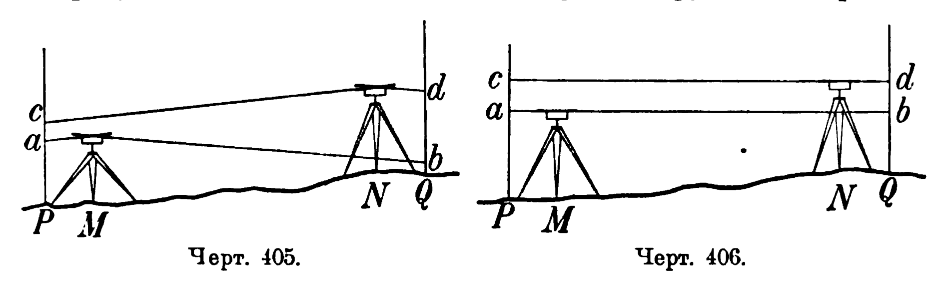
Если лучи зрѣнія ab и cd (черт. 406) горизонтальны, то разности $a-b$ и $c-d$, какъ разности высотъ точекъ стоянія реекъ, должны быть равны; поэтому и наоборотъ: если эти раз-

ности равны, то поставленное выше условіе выполнено; если же онѣ не равны, то нивелиръ невѣренъ, и слѣдуетъ измѣнить положеніе уровня при помощи исправительныхъ винтиковъ. Именно, должно установить линейку нивелира подъемными винтами такъ, чтобы на второй точкѣ стоянія отсчетъ на дальнюю рейку равнялся

$$c + \frac{(a - b) - (c - d)}{2}$$

и затѣмъ при этомъ положеніи линейки привести пузырекъ уровня на середину трубки помощью вертикальныхъ исправительныхъ винтиковъ уровня.

Дѣйствительно, допустимъ, что линія визированія нивелира при установкѣ пузырька уровня на серединѣ трубки не гори-



Черт. 405. Черт. 406.

зонтальна, а направлена внизъ (черт. 405). При всегда маломъ наклонѣ этой линіи отсчетъ по ближайшей рейкѣ можно считать вѣрнымъ, отсчетъ же по отдаленной рейкѣ будетъ ошибоченъ на нѣкоторую неизвѣстную величину x, которая должна быть одинакова при обѣихъ установкахъ нивелира между тѣми же неподвижно стоящими рейками. Поэтому, согласно основной формулѣ (131) нивелированія, разность высотъ точекъ (h) при первомъ положеніи инструмента выходитъ:

$$h = a - (b + x)$$

а при второмъ:

$$h = (c + x) - d$$

откуда послѣ вычитанія получаемъ:

$$x = \frac{(a - b) - (c - d)}{2}$$

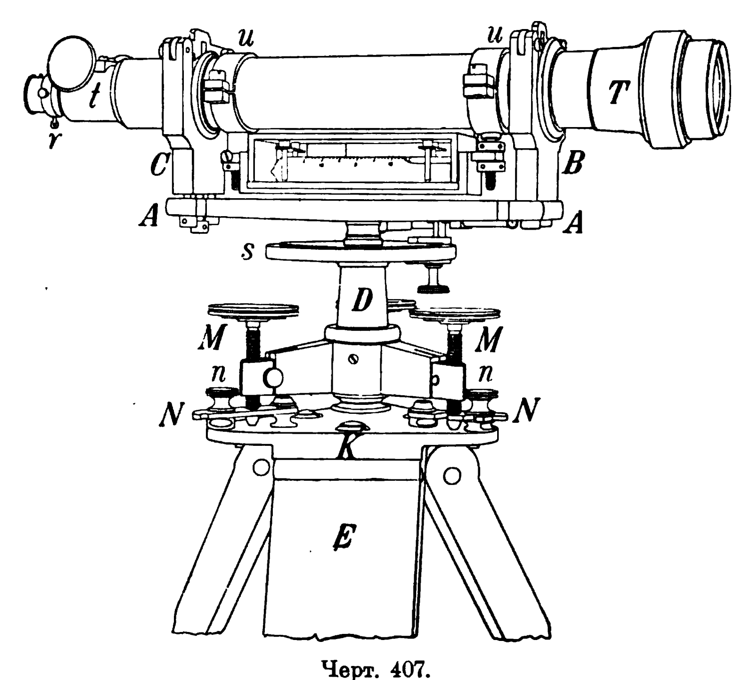
Эту-то величину x и надо прибавить къ отсчету c, чтобы получить горизонтальное направленіе при визированіи со второй точки N на отдаленную рейку.

Разсмотрѣнный нивелирный приборъ имѣетъ всѣ невыгоды инструментовъ съ діоптрами и потому, какъ было уже упомянуто, можетъ служить только для грубыхъ нивелировокъ. Ошибка въ опредѣленіи имъ разности высотъ составляетъ около $^1/_{3500}$ разстоянія (угловая ошибка визированія невооруженнымъ глазомъ достигаетъ $\pm 1'$), т. е на 1 версту можно сдѣлать погрѣшность около $\pm$ 1 фута.

172. Нивелиры со зрительными трубами. Вышеописанные нивелирные приборы даютъ разности высотъ съ довольно значительными погрѣшностями; для полученія болѣе точныхъ результатовъ, особенно при нивелировкахъ на большомъ протяженіи, пользуются исключительно нивелирами со зрительными трубами. Каждый такой нивелиръ состоитъ изъ трехъ главныхъ частей: зрительной трубы, уровня и штатива съ треногою. Труба нивелира отличается отъ трубъ другихъ топографическихъ инструментовъ тѣмъ, что къ тѣлу ся припаяно два равныхъ и тщательно выточенныхъ кольца, называемыхъ *цапфами;* поверхности этихъ цапфъ представляютъ части поверхности одного кругового цилиндра. Труба своими цапфами, имѣющими небольшія закраины, лежитъ въ вырѣзкахъ (такъ называемыхъ *лагерахъ*) вертикальныхъ стоекъ, придѣланныхъ къ горизонтальной подставкѣ, къ которой привинчена вертикальная коническая ось вращенія нивелира; эта ось вложена въ соотвѣтствующее коническое отверстіе штатива съ тремя подъемными винтами; штативъ ставится на обыкновенную треногу. Уровень либо неподвижно прикрѣпляютъ къ тѣлу трубы или къ подставкѣ нивелира, либо онъ составляетъ отдѣльную часть, накладываемую на цапфы трубы. При нивелирахъ со зрительными трубами примѣняютъ рейки только съ мелкими дѣленіями и безъ марокъ, потому что въ зрительныя трубы дѣленія реекъ могутъ отсчитываться непосредственно самимъ наблюдателемъ.

Хотя въ настоящее время нивелиры дѣлаютъ весьма разнообразнаго устройства, но это разнообразіе сказывается лишь въ подробностяхъ, не имѣющихъ существеннаго значенія. Поэтому ограничимся описаніемъ лишь одного изъ совершеннѣйшихъ приборовъ—нивелира образца Военно-Топографическаго Управленія Главнаго Штаба, изображеннаго на чертежѣ 407. Вполнѣ знакомому съ этимъ нивелиромъ не трудно понять устройство всякаго другого.

Труба *Tt* съ увеличеніемъ около 40 представляетъ обыкновенную астрономическую зрительную трубу, въ окулярѣ которой натянуты двѣ близкія вертикальныя нити и три шире разставленныя горизонтальныя. Вертикальныя нити служатъ для точной установки трубы по азимуту; цѣль же помѣщенія не одной, а трехъ горизонтальныхъ нитей заключается въ уве-



Черт. 407.

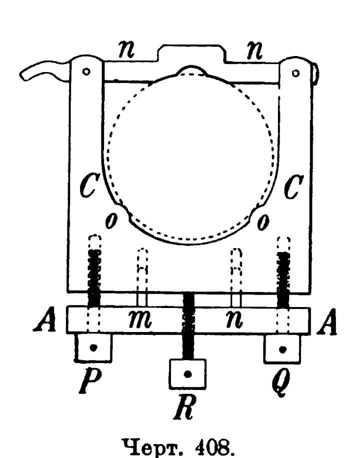
личеніи точности отсчетовъ, устраненіи промаховъ и въ попутномъ опредѣленіи разстояній (дальномѣрныя нити).

Своими цапфами труба лежитъ въ лагерахъ, вырѣзанныхъ въ стойкахъ *B* и *C*; лагеры имѣютъ по два горбика *o* и *o* (черт. 408) съ тщательно отшлифованными выпуклыми поверхностями, такъ что труба лежитъ на нихъ прочно, безъ всякаго шатанія. Чтобы при полевой работѣ, во время переноски нивелира, цапфы не ударялись о лагеры и труба не могла вывалиться, лагерные вырѣзы закрываются накладками *nn*, вращающимися на горизонтальныхъ осяхъ и запирающимися небольшими шпеньками.

Лагерныя стойки *B* и *C* (черт. 407) привинчены къ горизонтальной подставкѣ *AA*, причемъ одна стойка (*B*) привинчена

неизмѣнно, а другую (C) можно поднимать или опускать при помощи исправительныхъ винтовъ P, Q и R (черт. 408). Если ее нужно поднять, то сперва отвинчиваютъ крайніе винты P и Q, а потомъ ввинчиваютъ средній R; если надо опустить, то, наоборотъ, сперва вывинчиваютъ средній винтъ R, а затѣмъ ввинчиваютъ крайніе P и Q. Стерженьки m и n обезпечиваютъ правильность движенія.

Къ средней части тѣла зрительной трубы, между цапфами, придѣланы двѣ обоймицы u и u (черт. 407), на нижнихъ навинтованныхъ частяхъ которыхъ держится коробка со стеклянными стѣнками; внутри этой коробки помѣщенъ чувствительный уровень. Положеніе коробки съ уровнемъ можно измѣнять: гайки, видныя съ правой стороны коробки, позволяютъ опускать или поднимать одинъ конецъ уровня, а горизонтальные винтики съ лѣвой — двигать другой конецъ уровня вправо или влѣво относительно трубы. Вращеніемъ этихъ гаекъ и винтиковъ легко установить уровень въ такое положеніе, что, когда пузырекъ его находится на серединѣ трубки, то оптическая ось зрительной трубы нивелира горизонтальна (§ 174 п. 2).



Черт. 408.

Для удобства приведенія пузырька на середину трубки и отсчитыванія уровня во время нивелированія, когда глазъ наблюдателя находится у окуляра трубы, къ подставкѣ AA придѣлана оправа съ плоскимъ зеркаломъ, составляющимъ съ направленіемъ трубки уровня уголъ въ 45°.

Снизу къ серединѣ подставки наглухо и перпендикулярно къ ней прикрѣплена вертикальная коническая ось; эта ось вставлена въ коническое же отверстіе втулки D штатива съ тремя ножками, черезъ которыя пропущены подъемные винты M. Подъемными винтами инструментъ ставится на треугольную мѣдную головку K простой деревянной треноги E. Въ головкѣ треноги для подъемныхъ винтовъ сдѣланы соотвѣтствующія мѣста (коническое углубленіе, прорѣзъ и гладкая круглая площадка), такъ что нивелиръ можетъ стоять прочно и устойчиво,

не смотря на измѣненіе размѣровъ частей отъ перемѣнъ температуры. Для каждаго подъемнаго винта имѣется особый крючекъ N, закрѣпляемый послѣ установки нивелира винтикомъ n. Такимъ образомъ, весь инструментъ вмѣстѣ съ треногой составляетъ какъ бы одно цѣлое и можетъ быть безопасно переносимъ съ одной точки стоянія на другую.

Изъ предыдущаго описанія понятно, что зрительную трубу нивелира можно вращать около ея геометрической оси, т. е. прямой, соединяющей центры цапфъ, и перекладывать въ лагерахъ на 180°; вращая же подставку и всю верхнюю часть инструмента около вертикальной оси штатива, трубу легко навести на рейку, поставленную въ любомъ направленіи. Для точной установки зрительной трубы по азимуту къ горизонтальному кругу s штатива прикрѣплены клещи съ зажимнымъ и наводящимъ винтами.

Выше было упомянуто, что нивелиры другихъ системъ различаются только подробностями, съ которыми легко ознакомиться при разсматриваніи инструмента; главнымъ же образомъ нивелиры различаются по расположенію уровня. Въ описанномъ нивелирѣ уровень прикрѣпленъ къ самой трубѣ, составляя съ нею какъ бы одно цѣлое; въ другихъ нивелирахъ уровень представляетъ совершенно отдѣльную часть и своими ножками ставится на цапфы зрительной трубы *(накладной уровень)*; наконецъ, въ третьихъ уровень привинченъ къ подставкѣ. Для точныхъ нивелировокъ обѣ послѣднія системы менѣе выгодны, чѣмъ первая. Дѣйствительно, цѣль уровня при нивелирѣ заключается въ приведеніи въ горизонтальное положеніе оптической оси зрительной трубы; правильное положеніе уровня относительно зрительной трубы достигается соотвѣтствующею повѣркой (§ 174 п. 2). Когда уровень наглухо привинченъ къ трубѣ, то разъ приданное ему положеніе сохраняется неизмѣннымъ довольно продолжительное время; прочія двѣ системы расположенія уровня не обезпечиваютъ этой неизмѣнности. Когда труба нивелира кладется въ лагеры или уровень ставится на цапфы, то пыль, неизбѣжная при полевой работѣ и особенно на дорогахъ, по которымъ большею частью производятъ нивелированіе, можетъ пристать къ цапфамъ и замѣтнымъ образомъ измѣнить положеніе зрительной трубы, не уклоняя уровня. Легко сообразить, что при 6-ти дюймовомъ разстояніи между цапфами пылинка въ $^1/_{500}$ дюйма въ діаметрѣ измѣняетъ наклоненіе трубы

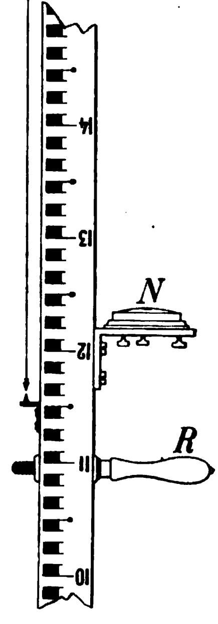
къ горизонтальной плоскости на цѣлую минуту, величину, недопустимую при точныхъ работахъ. Пузырекъ уровня можетъ стоять точно по серединѣ трубки, а оптическая ось зрительной трубы будетъ далеко не горизонтальна, и наблюдатель не замѣтитъ этого обстоятельства. Конечно, заботливый и опытный наблюдатель, прежде чѣмъ класть трубу въ лагеры, всегда обтираетъ цапфы замшей или чистымъ носовымъ платкомъ, но все же нельзя ручаться за безусловное отсутствіе на нихъ пыли. Если уровень составляетъ съ трубой одно цѣлое, то нечистота цапфъ вовсе не дѣйствуетъ на результаты нивелированія, потому что всякая пылинка измѣняетъ положеніе какъ трубы, такъ и уровня, и, слѣдовательно, уровень показываетъ всегда истинный уголъ наклоненія оптической оси зрительной трубы.

173. Нивелирныя рейки. При нивелирахъ со зрительными трубами пользуются рейками безъ марокъ и съ мелкими дѣленіями, нанесенными по всей длинѣ рейки съ одной или съ обѣихъ сторонъ; мелкія дѣленія хорошо различаются въ трубу съ тѣхъ небольшихъ разстояній, на которыхъ рейки отстоятъ отъ инструмента.

Нивелирныя рейки представляютъ правильно и тщательно выструганные призматическіе бруски изъ сосноваго дерева, длиной отъ 1 до $1^1/_2$ сажени, съ поперечнымъ сѣченіемъ въ 2—3 дюйма. Коэффиціентъ линейнаго расширенія сосноваго дерева равенъ приблизительно 0·0000035, такъ что при уклоненіи температуры отъ той, при которой была раздѣлена рейка длиною въ $1^1/_2$ сажени, на 10° C.—измѣненіе длины составляетъ менѣе $^1/_{200}$ дюйма, величину совершенно незамѣтную; она меньше точности отсчетовъ. Гораздо опаснѣе искривленіе дерева отъ перемѣнъ влажности; чтобы предохранить рейки отъ дѣйствія сырости, ихъ вывариваютъ въ маслѣ и покрываютъ бѣлою масляною краской.

Рейки, принятыя для точныхъ нивелировокъ (черт. 409), имѣютъ 3 метра длины и въ сѣченіи представляютъ прямоугольникъ со сторонами 6 и 4 сантиметра. Эти рейки называютъ *двусторонними*, потому что на одной изъ широкихъ граней нанесены сантиметры (черною краской, съ буквой *M*), а на другой двухсотыя доли сажени (красною краской, съ буквой *R*). Подписи начинаются по обѣимъ сторонамъ снизу вверхъ черезъ каждыя десять дѣленій, такъ что на черной сторонѣ

числа подписей представляютъ десиметры, а на красной—двадцатыя доли сажени. Цифры изображены въ обратномъ видѣ, чтобы въ зрительную трубу нивелира онѣ представлялись въ прямомъ.

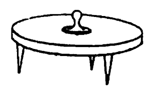


Черт. 409.

Нижніе концы реекъ оправлены въ мѣдные наконечники съ полушаровыми углубленіями, которыми рейки при нивелированіи ставятся на головки желѣзныхъ *башмаковъ* (черт. 410), представляющихъ круглыя плашки съ тремя острыми шипами; этими шипами башмакъ прочно забивается въ землю.

На узкихъ боковыхъ граняхъ реекъ придѣланы двѣ ручки *R* (черт. 409) для держанія при наблюденіяхъ, круглые уровни *N* для приведенія реекъ въ вертикальное положеніе и двѣ небольшія пластинки: верхняя съ дырочкой, а нижняя съ небольшимъ конусомъ; центръ дырочки и вершина конуса одинаково удалены отъ грани рейки. Цѣль этихъ двухъ пластинокъ объяснена въ § 175, п. 2.

Круглый уровень привинченъ къ особой полочкѣ. Реечникъ, удерживая рейку за ручки, долженъ слѣдить, чтобы пузырекъ уровня былъ возможно ближе къ серединѣ стеклянной крышки коробки, гдѣ награвированъ небольшой кружокъ. Уровень не долженъ быть очень чувствительнымъ, такъ какъ это только затрудняло бы удерживаніе рейки въ вертикальномъ положеніи. Легко доказать, что при уклоненіи трехметровой рейки отъ вертикальнаго направленія на $^1/_2{}^\circ$, въ самомъ невыгодномъ случаѣ, т. е. когда отсчитывается верхнее дѣленіе, ошибка отсчета составитъ всего 0·1 мм., что уже не имѣетъ практическаго значенія, потому что отсчеты производятся лишь съ точностью до 1 мм.; притомъ же миллиметры оцѣниваются только на глазъ.


Черт. 410.

Нивелирныя рейки надо предохранять отъ ударовъ при переноскѣ. Въ дурную погоду ихъ переносятъ до мѣста работы и домой въ особыхъ чехлахъ; при перевозкахъ же обѣ рейки помѣщаютъ вмѣстѣ съ ихъ принадлежностями и отвинченными ручками въ длинный деревянный ящикъ съ обитыми сукномъ гнѣздами.

174. Повѣрки нивелира. Подобно всѣмъ другимъ топографическимъ инструментамъ, каждый нивелиръ до работъ съ нимъ въ полѣ долженъ быть повѣренъ, т. е. наблюдатель обязанъ убѣдиться въ правильности установки его частей.

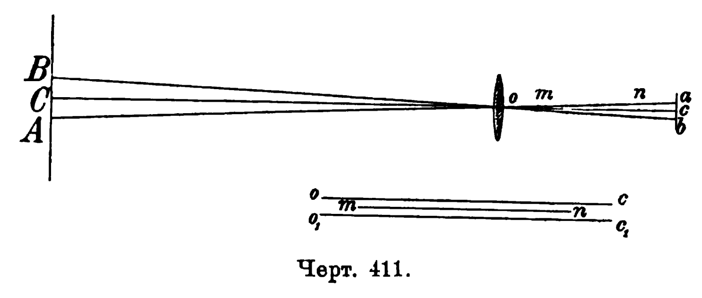
1. *Оптическая ось трубы должна совпадать съ геометрическою.* Подъ оптическою осью зрительной трубы нивелира разумѣютъ прямую, соединяющую оптическій центръ объектива съ серединой средней горизонтальной нити въ окулярѣ; подъ осью же геометрическою—прямую, соединяющую центры цапфъ зрительной трубы. Необходимость этого условія видна изъ того, что уровень нивелира позволяетъ приводить въ горизонтальное положеніе только одну изъ образующихъ (а потому и ось) цилиндра, представляемаго окружностями цапфъ, т. е. именно геометрическую ось трубы нивелира; для визированія же на рейку служитъ оптическая ось этой трубы. Слѣдовательно, чтобы линія визированія приводилась уровнемъ въ горизонтальное положеніе, необходимо совмѣщеніе обѣихъ осей.

Для повѣрки передъ нивелиромъ располагаютъ въ разстояніи 30—40 саженей рейку, устанавливаютъ окуляръ «по глазу», а трубу «по фокусу» и замѣчаютъ дѣленіе, противъ котораго находится средняя горизонтальная нить; затѣмъ вращаютъ зрительную трубу около ея геометрической оси, т. е., не вынимая изъ лагеровъ, поворачиваютъ ее на 180° и вновь замѣчаютъ дѣленіе рейки противъ той же нити. Если отсчеты рейки при обоихъ положеніяхъ трубы одинаковы, то оптическая ось совпадаетъ съ геометрическою; если не одинаковы, то не совпадаетъ, и надо передвинуть сѣтку нитей вверхъ или внизъ вертикальными исправительными винтиками такъ, чтобы отсчетъ по средней горизонтальной нити равнялся среднему ариѳметическому изъ двухъ полученныхъ отсчетовъ.

Дѣйствительно, пусть o (черт. 411) представляетъ оптическій центръ объектива, а a — среднюю горизонтальную нить окулярной сѣтки. Прямая oa, изображающая оптическую ось трубы, встрѣчаетъ рейку въ какой-нибудь точкѣ A; назовемъ черезъ A и отсчетъ по рейкѣ противъ этой нити. Пусть m и n центры цапфъ, такъ что mn — геометрическая ось трубы. При вращеніи зрительной трубы около этой оси прямая Aoa будетъ описывать около mn коническую поверхность и послѣ поворота на 180° приметъ направленіе Bob, такъ что отсчетъ по рейкѣ будетъ не A, а B, который по чертежу больше A.

Геометрическую ось нельзя перемѣщать въ трубѣ, слѣдовательно, чтобы совмѣстить съ нею оптическую ось, необходимо передвинуть среднюю горизонтальную нить въ точку *c*, лежащую на продолженіи прямой *mn*, т. е. надо установить ее такъ, чтобы отсчетъ по рейкѣ былъ *C*; этотъ отсчетъ, по равенству прямоугольныхъ треугольниковъ *oac* и *obc*, *oAC* и *oBC* равенъ полусуммѣ отсчетовъ *A* и *B*.

Въ предыдущемъ разсужденіи предполагалось, что оптическій центръ объектива находится точно на продолженіи геометрической оси *mn*. Если бы этого не было, то, строго говоря, оптическую ось нельзя совмѣстить съ геометрическою; можно только обѣ оси сдѣлать параллельными, какъ показано на ниж-



Черт. 411.

ней части чертежа, гдѣ *mn*—геометрическая, а *oc*—оптическая оси трубы. Въ этомъ случаѣ, послѣ вращенія трубы на 180°, оптическая ось приметъ положеніе o_1c_1, параллельное *oc*, и отсчеты по рейкѣ не будутъ одинаковы. Въ хорошихъ нивелирахъ оптическій центръ объектива можетъ отстоять отъ геометрической оси *mn* лишь на столь малую величину, что разстояніе oo_1 всегда меньше точности отсчетовъ по рейкѣ.

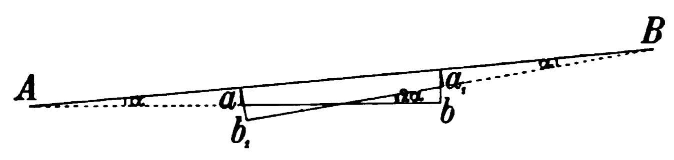
Для передвиженія сѣтки нитей надо сперва ослабить одинъ изъ вертикальныхъ исправительныхъ винтиковъ *r* (черт. 407), а затѣмъ ввинчивать другой, ему противоположный. Обыкновенно сразу не удается поставить сѣтку въ надлежащее положеніе, и испытаніе повторяютъ нѣсколько разъ, пока при двухъ положеніяхъ трубы отсчеты по рейкѣ не будутъ весьма близки къ равенству.

2. *Уровень долженъ быть установленъ правильно*, т. е. когда пузырекъ уровня находится на серединѣ трубки, геометрическая и совмѣщенная съ нею оптическая оси зрительной трубы должны быть горизонтальны. Нивелиръ долженъ дать возмож-

ность визировать по горизонтальному направленію, а такъ какъ подъемными винтами инструмента можно лишь привести пузырекъ уровня на середину трубки, то необходимо заранѣе убѣдиться, что при такомъ положеніи пузырька уровня оптическая ось зрительной трубы горизонтальна.

Въ зависимости отъ системы расположенія уровня эта повѣрка въ разныхъ нивелирахъ производится различно.

1-ый случай. Уровень прикрѣпленъ непосредственно къ трубѣ (черт. 407). Для изслѣдованія правильности положенія уровня приводятъ пузырекъ его на середину трубки вращеніемъ подъемныхъ винтовъ нивелира, затѣмъ вынимаютъ зрительную трубу вмѣстѣ съ уровнемъ изъ лагеровъ, поворачиваютъ по азимуту на 180°, вновь опускаютъ въ лагеры (причемъ въ тотъ лагеръ, гдѣ лежала окулярная цапфа, ляжетъ



Черт. 412.

теперь объективная и наоборотъ) и послѣ успокоенія уровня смотрятъ на пузырекъ: если онъ остановился на серединѣ трубки, то условіе выполнено, если же сталъ ближе къ одному изъ концовъ, то не выполнено, и необходимо, замѣтивъ отсчеты по концамъ пузырька, измѣнить положеніе коробки уровня, вращая гайки при ней, пока пузырекъ не вернется на половину величины замѣченнаго уклоненія.

Въ самомъ дѣлѣ, пусть ab (черт. 412) представляетъ касательную къ дугѣ внутренней поверхности уровня въ центрѣ пузырька, установленнаго по серединѣ трубки; по свойству прибора эта касательная горизонтальна. Допустимъ, что геометрическая ось трубы нивелира AB негоризонтальна и составляетъ съ продолженіемъ ab уголъ α, который и выражаетъ погрѣшность уровня. Послѣ перекладки трубы въ лагерахъ ея геометрическая ось приметъ то же положеніе AB, а упомянутая касательная приметъ новое положеніе a_1b_1, составляющее съ прежнимъ уголъ, равный 2α, и потому пузырекъ не остановится на прежнемъ мѣстѣ, а передвинется вправо и именно на дугу, угловая величина которой равна 2α. Чтобы привести

касательную *ab* въ положеніе, параллельное геометрической оси *AB* зрительной трубы, необходимо измѣнить наклонъ оправы уровня на уголъ α, т. е. на половину угла, отсчитаннаго по передвиженію пузырька.

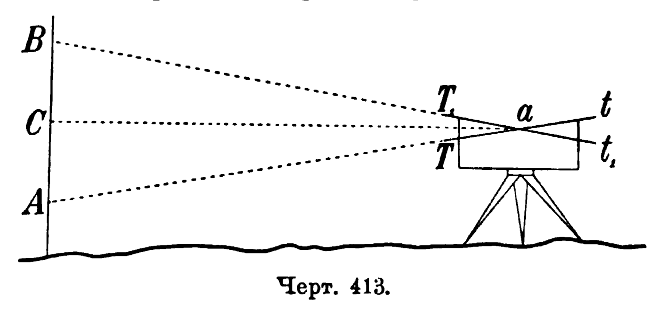
2-ой случай. Уровень накладной. Ставятъ уровень на цапфы зрительной трубы нивелира и приводятъ его пузырекъ на середину трубки вращеніемъ подъемныхъ винтовъ инструмента; затѣмъ, оставивъ зрительную трубу неподвижною, перекладываютъ уровень на 180°, т. е. ту ножку, которая стояла на окулярной цапфѣ, ставятъ на объективную, а стоявшую на объективной— на окулярную; если при этомъ новомъ положеніи пузырекъ уровня остановится на серединѣ трубки, то условіе выполнено, въ противномъ случаѣ одинъ изъ концовъ оправы уровня поднимаютъ или опускаютъ настолько, чтобы пузырекъ вернулся на половину замѣченнаго уклоненія. Объясненіе этой повѣрки тождественно объясненію повѣрки уровня, прикрѣпленнаго къ алидадной линейкѣ (см. § 70, черт. 150).

Въ обоихъ случаяхъ послѣ описанной повѣрки еще покачиваютъ уровень около геометрической оси зрительной трубы, т. е. слегка поворачиваютъ трубу въ лагерахъ (для 1-го случая) или наклоняютъ оправу уровня (для 2-го) и наблюдаютъ, измѣняется ли положеніе пузырька. Цѣль этого изслѣдованія— сдѣлать показанія уровня независимыми отъ точной его установки въ одной отвѣсной плоскости съ геометрическою осью зрительной трубы (см. § 70). Исправленіе дѣлается вращеніемъ горизонтальныхъ винтиковъ у оправы уровня. Повторимъ сказанное уже въ упомянутомъ § 70: если при покачиваніи уровня впередъ и назадъ пузырекъ уклоняется не въ разныя, а въ одну сторону отъ середины трубки, то это показываетъ, что начальная повѣрка уровня сдѣлана неудовлетворительно.

3-ій случай. Уровень прикрѣпленъ къ лагерной подставкѣ. Въ двухъ предыдущихъ случаяхъ удостовѣряются въ правильности расположенія уровня относительно геометрической оси зрительной трубы нивелира; въ разсматриваемомъ же третьемъ случаѣ можно привести уровень въ надлежащее положеніе лишь относительно оптической оси трубы, и потому повѣрку должно производить при помощи рейки. Именно, въ 30—40 саженяхъ отъ нивелира ставятъ рейку и, приведя пузырекъ уровня на середину трубки подъемными винтами инструмента, замѣчаютъ дѣленіе рейки, противъ котораго пришлась средняя горизон-

тальная нить окуляра трубы. Затѣмъ вынимаютъ трубу изъ лагеровъ, поворачиваютъ верхнюю часть инструмента около вертикальной оси на 180° и снова опускаютъ трубу; ясно, что окулярная цапфа ляжетъ теперь въ тотъ лагеръ, гдѣ раньше лежала объективная. Направивъ трубу опять на рейку, приводятъ пузырекъ уровня на середину трубки подъемными винтами инструмента и вновь отсчитываютъ дѣленіе рейки по средней горизонтальной нити. Если оба отсчета оказались одинаковыми, то условіе выполнено, если не одинаковыми, то не выполнено, и надо поднять или опустить подвижную лагерную стойку (съ исправительными винтами) настолько, чтобы отсчетъ рейки по средней горизонтальной нити равнялся полусуммѣ полученныхъ двухъ отсчетовъ.

Для объясненія вышеизложеннаго допустимъ, что при установкѣ пузырька уровня на серединѣ трубки оптическая ось зри-



Черт. 413.

тельной трубы tT была не горизонтальна, а наклонена объективнымъ концомъ внизъ, такъ что отсчетъ по рейкѣ оказался A (черт. 413). Послѣ перекладки трубы въ лагерахъ и поворота верхней части нивелира на 180° оптическая ось t_1T_1 окажется направленною объективнымъ концомъ вверхъ, и отсчетъ по рейкѣ будетъ B. Такъ какъ при обоихъ положеніяхъ пузырекъ уровня приводился на середину трубки, то углы наклоненія направленій Aa и Ba къ горизонтальной прямой Ca одинаковы, и по равенству прямоугольныхъ треугольниковъ AaC и BaC (общій катетъ Ca и равные углы при a) отрѣзки AC и BC равны; слѣдовательно, отсчетъ C, соотвѣтствующій горизонтальному направленію aC, равенъ полусуммѣ отсчетовъ A и B.

Примѣчаніе. Въ нѣкоторыхъ нивелирахъ зрительная труба не можетъ выниматься изъ лагеровъ, такъ что повѣрку правильности установки уровня нельзя произвести ни однимъ изъ

описанныхъ способовъ. Такіе нивелиры представляютъ приборъ, подобный нивелиру съ діоптрами, въ которомъ діоптры замѣнены неподвижною зрительною трубой. Поэтому, какъ объяснено въ § 171, названная повѣрка должна быть произведена двумя установками нивелира между неподвижными рейками (черт. 405).

3. *Оптическая ось трубы должна быть перпендикулярна къ вертикальной оси нивелира.* При нивелированіи зрительная труба инструмента направляется въ разныя стороны для визированія на рейки, поставленныя позади и впереди; при этомъ верхняя часть прибора поворачивается около вертикальной оси приблизительно на 180°. Если поставленное условіе не выполнено, то во время наблюденія одной рейки, напримѣръ, задней, при горизонтальности оптической оси зрительной трубы вертикальная ось вращенія не будетъ вертикальна; слѣдовательно, послѣ поворота верхней части инструмента для отсчета передней рейки, оптическая ось, описавъ коническую поверхность, не приметъ горизонтальнаго направленія, и послѣ приведенія въ такое положеніе подъемными винтами она будетъ выше или ниже своего перваго положенія, при отсчетѣ задней рейки. Такимъ образомъ, между рейками явится не одна горизонтальная прямая, какъ требуетъ теорія нивелированія (§ 167, черт. 397), а двѣ, и разность отсчетовъ не выразитъ разности высотъ точекъ стоянія реекъ.

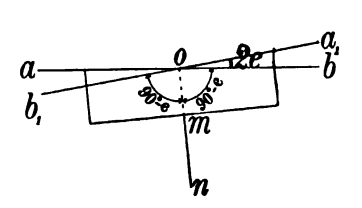
Для повѣрки поставленнаго условія въ нивелирахъ съ уровнемъ, скрѣпленнымъ съ трубой, или съ накладнымъ, пузырекъ уровня приводятъ на середину трубки подъемными винтами инструмента, затѣмъ поворачиваютъ верхнюю часть нивелира, т. е. подставку съ лагерными стойками и зрительною трубой, около вертикальной оси на 180° и смотрятъ на пузырекъ: если онъ остановился на серединѣ трубки, то условіе выполнено, въ противномъ же случаѣ измѣняютъ высоту одной изъ лагерныхъ стоекъ при помощи исправительныхъ винтовъ (черт. 408), пока пузырекъ уровня не передвинется назадъ на половину своего уклоненія отъ середины трубки.

Въ самомъ дѣлѣ, допустимъ, что оптическая ось зрительной трубы не перпендикулярна къ вертикальной оси вращенія нивелира. Такъ какъ предыдущія двѣ повѣрки, предполагается, уже сдѣланы, то отъ приведенія пузырька уровня на середину трубки оптическая ось приметъ горизонтальное направленіе ab (черт. 414), вертикальная же ось пусть имѣетъ направленіе mn,

не перпендикулярное къ ab, такъ что уголъ bon равенъ $90^\circ—e$, гдѣ e погрѣшность установки. При вращеніи верхней части инструмента около прямой mn оптическая ось ab опишетъ около нея коническую поверхность и послѣ поворота на 180° приметъ положеніе a_1b_1, составляющее съ mn прежній уголъ $90^\circ-e$; уголъ же между новымъ и прежнимъ положеніями оптической оси зрительной трубы будетъ, очевидно,

$$\angle a_1ob = 180^\circ - (90^\circ - e) - (90^\circ - e) = 2e$$

Существованіе этого угла обнаружится новымъ положеніемъ пузырька уровня. Чтобы придать оси ab направленіе, перпендикулярное къ mn, надо измѣнить положеніе трубы съ уровнемъ на половину угла a_1ob, для чего опускаютъ или поднимаютъ одну изъ лагерныхъ стоекъ. Понятно, что это исправленіе, какъ и всѣ прочія, достигается не сразу, а послѣдовательными попытками.



Черт. 414.

Въ нивелирѣ съ уровнемъ, прикрѣпленнымъ къ подставкѣ, эта третья повѣрка должна предшествовать второй; именно, сперва при помощи исправительныхъ винтиковъ при уровнѣ достигаютъ того, чтобы послѣ поворота верхней части инструмента на 180° пузырекъ остановился по серединѣ трубки, а затѣмъ дѣйствуютъ исправительными винтами при раздвижной лагерной стойкѣ такъ, чтобы послѣ поворота верхней части инструмента на 180° и перекладки зрительной трубы въ лагерахъ отсчетъ по рейкѣ не измѣнялся.

4. *Чувствительность уровня.* Чувствительность уровня нивелира должна соотвѣтствовать увеличенію зрительной трубы. Чѣмъ увеличеніе трубы больше, тѣмъ цѣна дѣленія уровня должна быть меньше, и наоборотъ. Если уровень недостаточно чувствителенъ, то труба не можетъ быть приведена въ горизонтальное положеніе такъ точно, какъ позволяетъ ея увеличеніе; наоборотъ, при излишней чувствительности уровня точное приведеніе оптической оси зрительной трубы нивелира безполезно, потому что отсчеты по рейкѣ при небольшомъ измѣненіи наклоненія трубы остаются одинаковыми.

Угловая ошибка визированія невооруженнымъ глазомъ принимается обыкновенно равною $\pm 1'$; поэтому угловая ошибка

визированія зрительною трубой съ увеличеніемъ G равна $\pm\frac{60''}{G}$. Такъ какъ при точныхъ нивелировкахъ отсчетъ рейки производится независимо по тремъ горизонтальнымъ нитямъ окуляра, то угловая ошибка средняго изъ трехъ отсчетовъ по всѣмъ тремъ нитямъ еще меньше въ $\sqrt{3}$ раза, т. е. равна $\pm\frac{60''}{\sqrt{3}\,G}$.

Съ другой стороны, отсчетъ положенія пузырька уровня дѣлается съ ошибкой $\pm 0{\cdot}1\,\tau$, гдѣ τ — цѣна одного дѣленія уровня. Ниже объяснено, что отсчетами уровня *исправляютъ отсчеты рейки*, поэтому необходимо, чтобы ошибка отсчета по уровню была меньше ошибки отсчета рейки; такимъ образомъ получается неравенство:

$$0{\cdot}1\,\tau < \frac{60''}{\sqrt{3}\,G}$$

откуда

$$\tau < \frac{346''}{G}$$

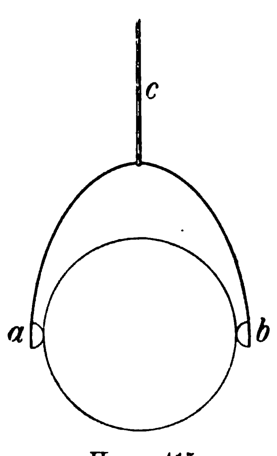
Этимъ неравенствомъ надо руководствоваться при выборѣ уровня для трубы нивелира. Цѣна дѣленія τ не должна быть значительно меньше величины $\frac{346''}{G}$. Такъ, если увеличеніе трубы равно 15, то при трехъ горизонтальныхъ нитяхъ въ окулярѣ цѣна одного дѣленія уровня должна быть меньше 23″, примѣрно 15″—20″; если увеличеніе трубы равно 40, то при томъ же числѣ нитей цѣна одного дѣленія уровня должна быть меньше $8^{1}/_{2}$″, примѣрно 5″—6″, и т. п.

Въ §§ 54 и 71 объяснено, какъ опредѣляются увеличеніе трубы и цѣна дѣленія уровня, но изложенные тамъ способы требуютъ много времени. На практикѣ для опредѣленія пригодности уровня для даннаго нивелира поступаютъ проще.

Устанавливаютъ пузырекъ уровня на середину трубки и, взглянувъ на рейку, стоящую въ 30—40 саженяхъ отъ нивелира, записываютъ отсчеты по всѣмъ тремъ горизонтальнымъ нитямъ или даже по одной средней; затѣмъ наклоняютъ инструментъ подъемнымъ винтомъ и, глядя только на уровень, приводятъ его пузырекъ опять на середину трубки. Если теперь получится другой отсчетъ по рейкѣ, то уровень недостаточно чувствителенъ и долженъ быть замѣненъ другимъ, съ меньшею цѣной одного дѣленія; если получится тотъ же отсчетъ, то уровень чувствителенъ, но слѣдуетъ еще убѣдиться, не имѣетъ ли онъ излишней чувствительности. Для этого снова накло-

няютъ инструментъ и устанавливаютъ его подъемнымъ винтомъ въ прежнее положеніе по трубѣ, чтобы средняя нить пришлась противъ того же дѣленія рейки, и смотрятъ затѣмъ на уровень: если пузырекъ остановился по серединѣ трубки или на половину дѣленія въ сторону, то уровень соотвѣтствуетъ данной зрительной трубѣ; если пузырекъ остановился дальше отъ середины трубки, то уровень слишкомъ чувствителенъ, и его слѣдуетъ замѣнить другимъ, съ большею цѣною дѣленія.

5. *Изслѣдованіе цапфъ.* Изъ рукъ искуснаго механика цапфы зрительной трубы нивелира выходятъ правильными, т. е. онѣ представляютъ въ разрѣзѣ почти круги равныхъ діаметровъ. Однако въ нивелирахъ, назначенныхъ для точныхъ работъ, ихъ все же не мѣшаетъ подвергнуть изслѣдованію. Простѣйшимъ образомъ изслѣдованіе производится небольшою изогнутою мѣдною пластинкой съ шишечками a и b на концахъ (черт. 415). Эту пластинку сгибаютъ такъ, чтобы, будучи подвѣшена на ниткѣ c за середину, она свободно, съ едва замѣтнымъ треніемъ проходила по цапфѣ внизъ и вверхъ. Труба нивелира кладется на особую подставку, и опусканіе и подниманіе пластинки производится нѣсколько разъ при разныхъ положеніяхъ трубы, т. е. ее послѣдовательно вращаютъ около оси, чтобы изслѣдовать разные діаметры каждой цапфы: опытная рука чувствуетъ, проходитъ ли пластинка одинаково свободно внизъ и вверхъ по разнымъ діаметрамъ. Если сѣченіе цапфы не правильный кругъ, то разные діаметры не равны, и пластинка при разныхъ положеніяхъ цапфы проходитъ не одинаково свободно. Пропуская затѣмъ пластинку по другой цапфѣ, легко убѣдиться въ равенствѣ или неравенствѣ обѣихъ цапфъ.

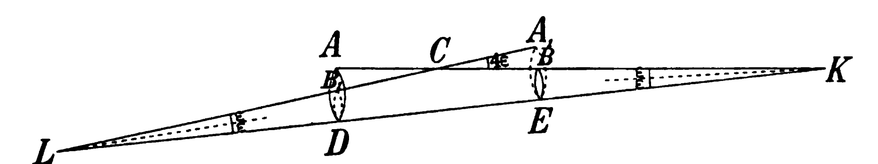


Черт. 415.

Можно изслѣдовать цапфы иначе, при помощи чувствительнаго накладного уровня. Нивелиръ ставятъ на прочное каменное основаніе (особый столбъ или подоконникъ), кладутъ на цапфы трубы уровень и, приведя его пузырекъ на середину трубки вращеніемъ подъемныхъ винтовъ инструмента, медленно поворачиваютъ трубу около оси. Если пузырекъ уровня остается

неподвижнымъ, то поперечныя сѣченія цапфъ — правильные круги, потому что малѣйшая неправильность въ сѣченіи той или другой цапфы непремѣнно обнаружится перемѣщеніемъ пузырька уровня. Для послѣдующаго изслѣдованія равенства обѣихъ цапфъ пузырекъ того же накладного уровня снова приводятъ на середину трубки, затѣмъ снимаютъ уровень, перекладываютъ зрительную трубу въ лагерахъ и ставятъ на нее уровень въ прежнемъ направленіи. Если пузырекъ остановится на серединѣ трубки, то обѣ цапфы равны, въ противномъ же случаѣ онѣ не равны, и геометрическое мѣсто прямыхъ, соединяющихъ соотвѣтствующія точки обѣихъ цапфъ представляетъ не цилиндръ, а конусъ, образующая котораго наклонена къ его оси подъ угломъ, равнымъ четверти угла, измѣряемаго передвиженіемъ пузырька уровня.

Пусть цапфы AD и BE (черт. 416) не равны, такъ что двѣ противолежащія касательныя къ нимъ не параллельны и пере-



Черт. 416.

сѣкаются въ точкѣ K, подъ угломъ 2ε, равнымъ двойному углу между образующею и геометрическою осью трубы (прямою, соединяющею центры цапфъ). Такъ какъ при первой установкѣ вывѣреннаго уровня пузырекъ его стоялъ на серединѣ трубки, то образующая AB была горизонтальна; послѣ перекладки трубы эта образующая приметъ наклонное направленіе A_1B_1, причемъ уголъ A_1CB послужитъ мѣрою передвиженія пузырька уровня. Изъ равнобедреннаго треугольника CLK имѣемъ:

$$\angle A_1CB = \angle CLK + \angle CKL = 4\varepsilon$$

откуда

$$\varepsilon = \frac{\angle A_1CB}{4}$$

Неправильности и неравенство цапфъ могутъ быть устранены только механикомъ, посредствомъ точенія ихъ на станкѣ. Небольшія неправильности и маленькое неравенство неизбѣжны,

но ихъ вліяніе, равно какъ и другія погрѣшности инструмента, совершенно исключаются системою наблюденій, принятою на точныхъ нивелировкахъ.

Послѣ всѣхъ описанныхъ повѣрокъ надо еще изслѣдовать оптическія качества зрительной трубы нивелира, о чемъ шла рѣчь въ § 62.

175. Повѣрки реекъ. Точность результатовъ нивелированія зависитъ не только отъ исправности нивелира, но и отъ вѣрности реекъ. Каждую рейку подвергаютъ слѣдующимъ повѣркамъ:

1. *Дѣленія рейки должны быть вѣрны,* т. е. они должны быть равны между собой и представлять извѣстную единицу длины. Равенство дѣленій повѣряютъ либо обыкновеннымъ циркулемъ, либо при помощи бумажки, на которую нанесено одно или нѣсколько дѣленій; эту бумажку прикладываютъ последовательно къ разнымъ мѣстамъ рейки и слѣдятъ за совпаденіемъ черточекъ. Вѣрность системы дѣленій изслѣдуютъ тщательными сравненіями рейки съ какою-нибудь нормальною мѣрой при помощи штангенциркуля.

Если дѣленія не равны, то рейка не годна для точныхъ работъ, если же они равны между собою, но не равны извѣстной единицѣ длины, то такая рейка можетъ годиться, какъ и вѣрная; въ этомъ случаѣ необходимо лишь сравненіями съ нормальною мѣрой опредѣлить истинную длину дѣленій и вводить поправку въ окончательный результатъ вычисленій, подобно тому, какъ вводится поправка за невѣрность цѣпи (см. § 79).

2. *Уровень долженъ быть установленъ правильно,* т. е. когда пузырекъ его занимаетъ середину крышки, рейка должна стоять вертикально. Это условіе повѣряется отвѣсомъ, привязываемымъ къ верхней боковой пластинкѣ (черт. 409). Длину веревки отвѣса расчитываютъ такъ, чтобы кончикъ грузика немного не доходилъ до вершины конической стойки нижней пластинки. Повѣрка производится въ закрытомъ помѣщеніи или вблизи строенія, за вѣтромъ, чтобы грузикъ отвѣса висѣлъ неподвижно; при этомъ рейку удерживаютъ въ положеніи, при которомъ грузикъ отвѣса бьетъ въ вершину конуса нижней пластинки, либо за ручки, либо, что еще лучше, за верхній конецъ. Вслѣдствіе равенства обѣихъ пластинокъ, рейка будетъ тогда параллельна веревкѣ отвѣса, т. е. будетъ стоять вертикально; если теперь пузырекъ уровня занимаетъ середину крышки ко-

робки, то уровень установленъ правильно, въ противномъ случаѣ положеніе коробки должно измѣнить исправительными винтами, пока пузырекъ не остановится на серединѣ коробки.

Первую изъ описанныхъ повѣрокъ достаточно производить только передъ выѣздомъ на работы и по возвращеніи съ нихъ: согласіе результатовъ сравненій покажетъ, что длина рейки не измѣнялась во все время нивелированія; это всегда и оказывается, если наблюдатель бережетъ свои инструменты. Вторую же повѣрку необходимо повторять время отъ времени, потому что даже при бережной переноскѣ реекъ положеніе уровня можетъ измѣняться. Вообще принято производить эту повѣрку ежедневно передъ выходомъ на работу; если въ теченіе нѣсколькихъ дней оказалось, что уровень не измѣняетъ своего положенія, то въ послѣдующее время достаточно производить эту повѣрку разъ въ недѣлю.

176. Теорія точнаго нивелированія. Въ § 167 объяснено, что разность абсолютныхъ высотъ двухъ точекъ P и Q (черт. 397) равна разности отсчетовъ реекъ, поставленныхъ въ этихъ точкахъ. Назовемъ отсчеты *) по рейкамъ черезъ A и B; тогда формула (131) даетъ прямо:

$$H_1 - H = A - B \qquad (\alpha)$$

Это равенство выведено въ предположеніи, что линія AOB представляетъ одну горизонтальную прямую, а точки P и Q такъ близки, что часть уровенной поверхности подъ ними можно считать плоскостью. Разсмотримъ теперь вопросъ о геометрическомъ нивелированіи въ самомъ общемъ случаѣ.

Какъ бы тщательно ни былъ вывѣренъ нивелиръ, никогда нельзя поручиться, что инструментальныя погрѣшности вполнѣ устранены; можно только требовать, чтобы всѣ части нивелира сохраняли свое относительное положеніе неизмѣнно въ теченіе извѣстнаго промежутка времени и чтобы его погрѣшности были незначительны.

Допустимъ, что оптическая ось трубы нивелира не совпадаетъ съ ея геометрическою осью и что уровень не вполнѣ вы-

*) Въ нивелирахъ съ тремя горизонтальными нитями въ окулярной сѣткѣ производятъ не одинъ, а три отсчета, изъ которыхъ берутъ ариѳметическую средину. Въ послѣдующемъ подъ „отсчетомъ" по рейкѣ разумѣется именно среднее изъ трехъ отсчетовъ по всѣмъ тремъ нитямъ.

вѣренъ; въ такомъ случаѣ, если пузырекъ уровня стоитъ даже точно по серединѣ трубки (при равенствѣ отсчетовъ концовъ пузырька), оптическая ось зрительной трубы составляетъ съ горизонтальною плоскостью небольшой, но постоянный уголъ i. Если предположить, что окулярный конецъ трубы выше объективнаго, то отсчетъ при наблюденіи задней рейки будетъ a, а при наблюденіи передней b (черт. 397). Изъ прямоугольныхъ треугольниковъ AOa и BOb видно, что

$$A = a + AO \,.\, tg\, i$$

$$B = b + BO \,.\, tg\, i$$

Подставляя это въ (α), получимъ:

$$H_1 - H = a - b + (AO - BO) \,.\, tg\, i \qquad (132)$$

Послѣдній поправочный членъ обращается въ нуль, во-первыхъ, при $tg\, i = 0$, т. е. когда инструментъ не имѣетъ погрѣшностей, что на практикѣ неосуществимо, и во-вторыхъ, когда $AO = BO$, т. е. когда нивелиръ поставленъ точно по серединѣ между рейками. Если бы, напримѣръ, передняя рейка стояла не въ Q, а въ R, то $AO - CO$ не равнялось бы нулю.

Отсюда видна первая выгода *нивелированія изъ середины*, т. е. расположенія инструмента въ равныхъ разстояніяхъ отъ передней и задней реекъ. Если оптическая ось зрительной трубы не совпадаетъ съ геометрическою ея осью, если уровень прикрѣпленъ не совсѣмъ правильно и если существуетъ неравенство цапфъ, то всѣ эти погрѣшности производятъ негоризонтальность оптической оси при установкѣ пузырька уровня на средину трубки, но вліяніе этого наклоннаго расположенія оптической оси совершенно исключается въ результатѣ, если только нивелиръ стоитъ точно по серединѣ между рейками. Покажемъ теперь еще другія выгоды такого расположенія инструмента.

До сихъ поръ предполагалось, что уровенную поверхность подъ точками P и Q можно считать плоскостью, а лучи зрѣнія aO и bO—прямыми линіями. На самомъ дѣлѣ уровенная поверхность имѣетъ видъ почти шаровой, а пути лучей, вслѣдствіе преломленія ихъ въ слояхъ атмосферы разныхъ плотностей, представляютъ кривыя, которыя по незначительности разстояній до реекъ можно считать дугами круговъ.

Разсмотримъ дѣйствительную картину простого нивелированія. Пусть P и Q (черт. 417) точки, на которыхъ вертикально

поставлены рейки, а O середина трубы нивелира. Отвѣсныя линіи въ P, O и Q сходятся близъ центра Земли и, слѣдовательно, не параллельны, но если инструментъ поставленъ по серединѣ между рейками, то горизонтальная прямая AB въ O дѣлится точкою O пополамъ, и фигуры $AOKp$ и $BOKq$ равны, такъ что

$$AP + Pp = BQ + Qq$$

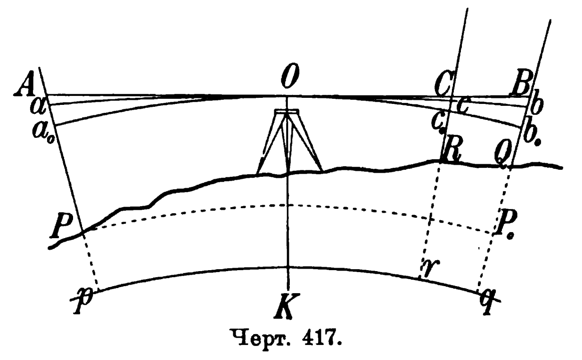
но AP и BQ суть отсчеты задней и передней реекъ (A и B), а Pp и Qq — абсолютныя высоты точекъ P и Q, т. е. величины H и H_1; поэтому, какъ и для плоскости, имѣемъ:

$$A + H = B_1 + H_1$$

и

$$H_1 - H = A - B \qquad (\alpha)$$

Величины A и B были бы отсчетами реекъ только въ безвоздушномъ пространствѣ и при отсутствіи инструментальныхъ погрѣшностей; вслѣдствіе преломленія лучей въ земной атмосферѣ, при наблюденіи задней рейки было бы отсчитано дѣленіе a, а не A, при наблюденіи передней—b, а не B; вслѣдствіе же существованія инструментальныхъ погрѣшностей, лучи зрѣнія наклонены, такъ что дѣйствительные отсчеты реекъ суть a_0 и b_0. Изъ чертежа видно, что



Черт. 417.

$$A = a_0 + a_0a + aA$$
$$B = b_0 + b_0b + bB \qquad (\beta)$$

Означая отрѣзки aA и bB, выражающіе дѣйствіе преломленія лучей въ атмосферѣ при наблюденіяхъ задней и передней реекъ, черезъ r_1 и r_2, и считая, по малости изгиба, кривыя a_0O и b_0O за прямыя, получимъ:

$$a_0a = AO\ .\ tg\ i$$
$$b_0b = BO\ .\ tg\ i$$

гдѣ i по прежнему алгебраическая сумма всѣхъ инструментальныхъ погрѣшностей. Подставивъ полученныя выраженія въ (β) и (α), находимъ:

$$H_1 - H = a_0 - b_0 + (AO - BO)\, tg i + r_1 - r_2$$

Опытъ показываетъ, что на малыхъ разстояніяхъ величины преломленія r_1 и r_2 пропорціональны удаленіямъ реекъ, и потому при почти равныхъ разстояніяхъ *) реекъ отъ инструмента онѣ равны; если назвать еще разность разстояній $AO - BO$ черезъ d, то получимъ окончательно:

$$H_1 - H = a_0 - b_0 + d \,.\, tg\, i \qquad \textbf{(133)}$$

Если точки P и Q очень близки, то производятъ *простое нивелированіе*, т. е. на обѣихъ точкахъ ставятъ рейки, а по серединѣ между ними нивелиръ; если же конечныя точки удалены на значительное разстояніе, то опредѣленіе разности ихъ высотъ изъ одной точки стоянія невозможно: во-первыхъ, съ удаленіемъ рейки отъ нивелира изображеніе ея въ окулярѣ становится меньше, и нельзя точно отсчитывать десятыя доли мелкихъ дѣленій рейки (т. е. отсчитывать миллиметры на дѣленіяхъ въ 1 сантиметръ и двухтысячныя доли сажени на дѣленіяхъ въ $^1/_{200}$ сажени), во-вторыхъ, на большихъ разстояніяхъ преломленіе свѣтовыхъ лучей въ атмосферѣ происходитъ неправильно, и считать дѣйствія преломленія на отсчеты задней и передней реекъ равными нельзя даже при равенствѣ разстояній. Опытъ показалъ, что удовлетворительные результаты можно получать при разстояніяхъ реекъ отъ инструмента не далѣе 40 саженей; поэтому при расположеніи нивелира по серединѣ между рейками ихъ удаленіе *не должно превосходить 80 саженей*. Если разстояніе между конечными точками нивелированія больше этого предѣла, то производятъ *сложное нивелированіе*, т. е. данное разстояніе разбиваютъ на части по 80 саженей въ каждой и нивелируютъ послѣдовательно одинъ про-

*) Достигнуть полнаго равенства разстояній инструмента отъ обѣихъ реекъ трудно, это было бы сопряжено съ большою потерею времени; но сдѣлать ихъ почти равными, какъ объяснено ниже (§ 179), очень легко, и потому членъ $(AO - BO)\, tg\, i$ всегда очень малъ; изъ черт. 417 видно, что если уголъ bob_0 малъ, то отрѣзки cc_0 и bb_0 почти равны. Что касается разности $r_1 - r_2$, то она при почти равныхъ разстояніяхъ AO и BO всегда можетъ считаться равною нулю, т. е. $Cc = Bb$.

межутокъ за другимъ, какъ показано на черт. 398. Рейки ставятъ сперва на начальной точкѣ P и на первой промежуточной A, а инструментъ по серединѣ между ними въ точкѣ № 1; затѣмъ, оставивъ переднюю рейку на мѣстѣ въ A (она сдѣлается теперь заднею), переносятъ заднюю рейку и нивелиръ впередъ. Задняя рейка, будучи поставлена въ B, дѣлается переднею, а инструментъ располагаютъ по серединѣ между A и B въ точкѣ № 2. Подобнымъ же образомъ ведутъ нивелированіе дальше. Необходимое условіе для связи работы заключается въ томъ, чтобы каждая рейка, дѣлаясь изъ передней заднею, оставалась на мѣстѣ.

Разность высотъ конечныхъ точекъ при сложномъ нивелированіи равна алгебраической суммѣ разностей высотъ каждой пары точекъ; пусть абсолютныя высоты послѣдовательныхъ точекъ стоянія реекъ суть H, H_1, $H_2 \ldots H_n$, отсчеты по заднимъ и переднимъ рейкамъ—a_1, a_2, $a_3 \ldots b_1$, b_2, $b_3 \ldots$, а разности разстояній до задней и передней реекъ — d_1, d_2, $d_3 \ldots$; тогда по формулѣ (133) имѣемъ:

$$H_1 - H = a_1 - b_1 + tg\, i \,.\, d_1$$

$$H_2 - H_1 = a_2 - b_2 + tg\, i \,.\, d_2$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$H_n - H_{n-1} = a_n - b_n + tg\, i \,.\, d_n$$

Сложивъ всѣ эти равенства и означая суммы всѣхъ $a - b$ и d черезъ $\Sigma\,(a - b)$ и Σd, получимъ:

$$H_n - H = \Sigma\ (a - b) + tg\, i \,.\, \Sigma d \qquad (134)$$

По этой простой формулѣ вычисляются всѣ точныя нивелировки. Если инструментъ хорошо вывѣренъ и во время работы ставится близко къ серединѣ между рейками, то поправочный членъ $tg\, i.\ \Sigma d$ всегда очень малъ, потому что оба его множителя порознь — малыя величины.

Въ заключеніе перечислимъ вновь всѣ выгоды нивелированія изъ середины.

1. Нѣтъ никакой возможности вполнѣ устранить всѣ погрѣшности нивелира; вслѣдствіе неполнаго совпаденія оптической оси зрительной трубы съ ея геометрическою осью, не совершенной вывѣрки уровня и неравенства цапфъ, направленіе оптической оси при установкѣ пузырька уровня по серединѣ

трубки негоризонтально. При нивелированіи точно изъ середины вліяніе этой негоризонтальности вполнѣ исключается; при небольшихъ отступленіяхъ отъ середины вліяніе ея на результатъ нивелированія очень мало и легко принимается въ расчетъ при вычисленіи. Вообще можно сказать, что при нивелированіи изъ середины *исключаются неизбѣжныя погрѣшности нивелира.*

2. Отсчеты реекъ искажаются дѣйствіемъ кривизны земной поверхности. Если инструментъ стоитъ по серединѣ между рейками, то вліяніе кривизны Земли на отсчеты задней и передней реекъ одинаково и въ разности отсчетовъ пропадаетъ. Слѣдовательно, нивелированіе изъ середины *исключаетъ вліяніе кривизны земной поверхности.*

3. Лучи зрѣнія отъ реекъ до зрительной трубы проходятъ чрезъ слои атмосферы разной плотности и потому искривляются; это искривленіе почти пропорціонально разстоянію и при равныхъ разстояніяхъ обѣихъ реекъ отъ инструмента измѣняетъ оба отсчета на равныя величины, такъ что пропадаетъ въ разности отсчетовъ. Итакъ, нивелированіе изъ середины *исключаетъ вліяніе преломленія лучей въ атмосферѣ.*

4. При равенствѣ разстояній отъ нивелира до реекъ нѣтъ надобности передвигать сѣточное колѣно трубы при переходѣ отъ наблюденій задней рейки къ наблюденіямъ передней. Такимъ образомъ, нивелированіе изъ середины *обезпечиваетъ постоянство относительнаго положенія оптической и геометрической осей трубы.*

5. Такъ какъ разстояніе рейки отъ нивелира не должно превосходить 40 саженей, то только при нивелированіи изъ середины каждое звено простого нивелированія можетъ подвигать сложное нивелированіе на 80 саженей; при неравныхъ разстояніяхъ реекъ отъ нивелира скорость работы всегда меньше. Слѣдовательно, при нивелированіи изъ середины *работа достигаетъ наибольшей быстроты.*

177. Опредѣленіе tg i. Вычисленіе поправочнаго члена формулъ (133) и (134) требуетъ знанія величинъ d и $tg\ i$. Первую можно получить изъ непосредственныхъ измѣреній разстояній отъ нивелира до реекъ, но это было бы сопряжено съ потерей времени; притомъ же, вслѣдствіе малости множителя $tg\ i$, величину d достаточно знать лишь приближенно. Поэтому разстоянія до реекъ получаютъ изъ отсчетовъ по нитямъ дальномѣр-

нымъ способомъ. Если назвать отсчеты по верхней и нижней горизонтальнымъ нитямъ черезъ *в* и *н*, то разность $н - в = R$ даетъ величину, пропорціональную разстоянію нивелира отъ рейки (см. § 89), такъ что, означивъ коэффиціентъ трубы, какъ дальномѣра, черезъ C, имѣемъ (черт. 417):

$$AO = C \,.\, R_1$$

$$BO = C \,.\, R_2$$

откуда

$$d = AO - BO = C\,(R_1 - R_2) = C \,.\, \Delta \qquad (\alpha)$$

гдѣ Δ — разность разностей отсчетовъ по крайнимъ горизонтальнымъ нитямъ при наблюденіи задней и передней реекъ.

Что касается второго множителя поправочнаго члена формулъ (133) и (134), т. е. величины $tg\, i$, то его вычисляютъ изъ наблюденій обѣихъ реекъ при двухъ установкахъ нивелира на одномъ промежуткѣ между двумя неподвижно стоящими рейками, причемъ при первой установкѣ нивелиръ располагаютъ ближе къ задней, а при второй—ближе къ передней рейкѣ. Для обѣихъ установокъ формула (133) даетъ:

$$H_1 - H = (a_1 - b_1) + d_1 \,.\, tg\, i$$

$$H_1 - H = (a_2 - b_2) + d_2 \,.\, tg\, i$$

откуда послѣ вычитанія

$$tg\, i = \frac{(a_1 - b_1) - (a_2 - b_2)}{d_2 - d_1}$$

Подставляя вмѣсто d_1 и d_2 соотвѣтствующія величины по формулѣ (α), получимъ:

$$tg\, i = \frac{(a_1 - b_1) - (a_2 - b_2)}{C\,(\Delta_2 - \Delta_1)} \qquad (\beta)$$

Такимъ образомъ, поправочный членъ формулы (133) выходитъ:

$$d \,.\, tg\, i = \Delta \frac{(a_1 - b_1) - (a_2 - b_2)}{\Delta_2 - \Delta_1} \qquad (\gamma)$$

такъ что для вычисленія его не надо знать вовсе дальномѣрный коэффиціентъ зрительной трубы нивелира.

Для удобства вычисленія принято второй множитель второй части равенства (γ) означать черезъ $tg\, i$, хотя на самомъ дѣлѣ, какъ видно изъ выраженія (β), онъ въ C разъ больше. Съ этими обозначеніями формула (134) точнаго нивелированія пред-

ставляется въ такомъ видѣ:

$$H_n - H = \Sigma\ (a - b) + tg\ i\ .\ \Sigma\Delta \qquad (135)$$

гдѣ

$$tg\ i = \frac{(a_1 - b_1) - (a_2 - b_2)}{\Delta_2 - \Delta_1} \qquad (136)$$

Точки, избираемыя для опредѣленія перваго множителя поправочнаго члена формулы (135), называются *штативами для опредѣленія* $tg\ i$. Опытъ показалъ, что въ исправныхъ нивелирахъ величина $tg\ i$ держится постоянною въ теченіе сутокъ и даже больше. Принято опредѣлять $tg\ i$ въ началѣ работъ по три раза въ день, именно, утромъ, около полудня и вечеромъ; когда же наблюдатель убѣдится, что эта величина мѣняется мало, то по два раза въ день: утромъ до начала работы и вечеромъ при ея окончаніи.

Самое опредѣленіе $tg\ i$ заключается въ томъ, что послѣ окончанія наблюденій на какой-нибудь точкѣ (гдѣ инструментъ стоялъ почти по серединѣ между рейками, удаленными приблизительно на 80 саженей) нивелиръ переносятъ сперва сажени на 2 ближе къ задней рейкѣ, а потомъ на столько же ближе къ передней *) и производятъ на этихъ двухъ точкахъ тѣ же наблюденія, что и на средней точкѣ стоянія инструмента.

Числовой примѣръ. Штативы для опредѣленія $tg\ i$.

Нити.	Отсчеты реекъ на 1-ой точкѣ.			Отсчеты реекъ на 2 ой точкѣ.		
	Задняя (a)	$a - b$	Передняя (b)	Задняя (a)	$a - b$	Передняя (b)
$R_1 \triangle R_2$	3·41	- 0·39	3·80	3·77	+ 0·37	3·40
Верхняя . .	10·19	+ 5·18	5·01	10·81	+ 4·85	5·96
Средняя . .	11·91	+ 4·99	6·92	12·70	+ 5·02	7·68
Нижняя . .	13·60	+ 4·79	8·81	14·58	+ 5·22	9·36
Въ среднемъ	11·900	+ 4·987	6·913	12·697	+ 5·030	7·667

*) Изъ формулы (136) видно, что $tg\ i$ опредѣляется тѣмъ точнѣе, чѣмъ больше разность $\Delta_2 - \Delta_1$, такъ что, повидимому, слѣдовало бы переносить инструментъ къ рейкамъ не на 2 сажени, а больше, и даже устанавливать его у самыхъ реекъ, какъ рекомендовано въ § 171, гдѣ въ сущности объяснено опредѣленіе той же ошибки. Разница здѣсь, однако, въ томъ, что діоптры позволяютъ визировать на всякое разстояніе безъ передвиженія частей инструмента, зрительная же труба требуетъ установки сѣточнаго колѣна «по разстоянію»; всякое передвиженіе сѣточнаго колѣна связано съ перемѣной $tg\ i$, и потому такого передвиженія дѣлать не слѣдуетъ. При неподвижности сѣточнаго колѣна можно ясно наблюдать лишь въ предѣлахъ 38—42 саженей.

Здѣсь $a_1 - b_1 = + 4{\cdot}987 \qquad \Delta_1 = - 0{\cdot}39$

$a_2 - b_2 = + 5{\cdot}030 \qquad \Delta_2 = + 0{\cdot}37$

Слѣдовательно, по формулѣ (136) получаемъ:

$$tg\,i = \frac{-0{\cdot}043}{0{\cdot}76} = -\frac{1}{18}$$

Не надо думать, что полученная величина соотвѣтствуетъ углу наклоненія оптической оси, большему 3°. Здѣсь знаменатель выраженъ въ отсчетахъ дальномѣра, коэффиціентъ котораго въ данномъ нивелирѣ равенъ приблизительно 160, такъ что истинное наклоненіе оси немного болѣе 1′.

Въ разсмотрѣнномъ числовомъ примѣрѣ приведены наблюденія только по чернымъ сторонамъ реекъ; на самомъ дѣлѣ ихъ производятъ всегда какъ по чернымъ, такъ и по краснымъ сторонамъ и берутъ для $tg\,i$ среднее изъ двухъ полученныхъ результатовъ.

178. Отсчеты уровня. Если труба нивелира приведена въ такое положеніе, что уровень стоитъ точно по серединѣ трубки, то результаты наблюденій по рейкамъ могутъ искажаться только несовершенствами инструмента, которыя, какъ было объяснено выше, въ § 176, исключаются при нивелированіи изъ середины. Приводить пузырекъ уровня точно на середину трубки очень трудно. Обыкновенно, онъ останавливается не совсѣмъ по серединѣ трубки; желая поставить его точнѣе, вращаютъ одинъ изъ подъемныхъ винтовъ нивелира, но отъ этого пузырекъ передвигается больше, чѣмъ нужно; вращаютъ подъемный винтъ въ обратную сторону — пузырекъ отходитъ назадъ, но опять не останавливается точно по серединѣ трубки. Словомъ, добиваться равенства отсчетовъ по концамъ пузырька при каждомъ наведеніи зрительной трубы на рейку было бы напрасною потерей времени. Легче ввести въ отсчетъ поправку за небольшое оставшееся наклоненіе уровня, чѣмъ сдѣлать его нулемъ.

Если назвать уголъ наклоненія, измѣряемый уровнемъ, черезъ α, а разстояніе рейки отъ инструмента черезъ D, то поправка Δa отсчета по рейкѣ будетъ:

$$\Delta a = D \,.\, tg\,\alpha = \frac{D \,.\, \alpha''}{206\,265} \qquad (a)$$

Разстояніе D непосредственно не измѣряется, но оно извѣстно изъ отсчетовъ по крайнимъ горизонтальнымъ нитямъ въ окулярѣ. Если по прежнему назвать разность отсчетовъ по этимъ нитямъ черезъ R, а дальномѣрный коэффиціентъ трубы черезъ C, то

$$D = C \cdot R$$

Уголъ наклоненія α выражается формулой (75):

$$\alpha'' = s \cdot \frac{\tau}{2}$$

гдѣ s — алгебраическая сумма отсчетовъ концовъ пузырька, а τ — цѣна одного дѣленія уровня. Вставляя полученныя выраженія въ (a), имѣемъ:

$$\Delta a = C \frac{\tau}{2} \cdot \frac{R \cdot s}{206\,265}$$

Полагая здѣсь
$$\frac{C\tau}{2 \cdot 206\,265} = K \tag{137}$$

гдѣ K, очевидно, постоянная величина для данныхъ трубы и уровня, получимъ окончательно:

$$\Delta a = K \cdot R \cdot s \tag{138}$$

Такимъ образомъ, поправка отсчета рейки за показаніе уровня прямо-пропорціональна разности отсчетовъ (R) по двумъ крайнимъ горизонтальнымъ нитямъ и алгебраической суммѣ (s) отсчетовъ концовъ пузырька. Знакъ поправки тотъ же, что и знакъ s. Обыкновенно записываютъ отсчетъ окулярнаго конца пузырька уровня со знакомъ $+$, а отсчетъ объективнаго со знакомъ $-$; въ такомъ случаѣ при положительной суммѣ s отсчетъ по рейкѣ выходитъ меньше, чѣмъ при расположеніи пузырька точно по срединѣ трубки, и вычисленную по формулѣ (138) поправку за показаніе уровня надо прибавить къ отсчету рейки и наоборотъ.

Чтобы не утомлять себя вычисленіями поправки по формулѣ (138), составляютъ небольшую табличку съ двумя входами R и s. Пусть, напримѣръ, дальномѣрный коэффиціентъ трубы нивелира $C = 120$, а цѣна одного дѣленія уровня $\tau = 6{\cdot}5''$. По формулѣ (137) имѣемъ:

$$K = 0{\cdot}0019$$

Подставляя въ формулу (138) вмѣсто R и s послѣдовательно

1, 2, 3..., получимъ слѣдующую табличку поправокъ, выраженныхъ въ единицахъ третьяго десятичнаго знака:

s \ R	1	2	3	4	5
1	2	4	6	8	10
2	4	8	11	15	19
3	6	11	17	23	29
4	8	15	23	30	38
5	10	19	29	38	48

По этой табличкѣ легко брать поправки Δa для любыхъ R и s, получаемыхъ изъ наблюденій; искомая поправка стоитъ на пересѣченіи соотвѣтствующихъ вертикальнаго столбца и горизонтальной строки. Напримѣръ, для $R = 5$ и $s = 2$ поправка $\Delta a = 0{\cdot}019$. Если величины R и s выражены дробными числами, то поправка Δa можетъ быть опредѣлена по общимъ правиламъ интерполированія въ таблицахъ съ двумя входами или, что гораздо проще, на глазъ; послѣднее достигается небольшимъ навыкомъ. Напримѣръ, для $R = 4{\cdot}8$ и $s = 1{\cdot}7$ поправка $\Delta a = 0{\cdot}016$.

Выше предполагалось, что постоянныя величины C и τ извѣстны; о способахъ ихъ опредѣленія сказано въ §§ 89 и 71. Однако, для вычисленія поправки Δa по формулѣ (138) надо знать только коэффиціентъ K, который можно получить еще проще слѣдующимъ образомъ. Въ разстояніи 30—40 саженей отъ нивелира ставятъ рейку и дѣлаютъ отсчеты по всѣмъ տремъ нитямъ при двухъ различныхъ положеніяхъ пузырька уровня. По этимъ отсчетамъ въ формулѣ (138) будутъ извѣстны величины Δa, R и s, такъ что легко вычислить и коэффиціентъ K.

Числовой примѣръ.

		1-ое положеніе.	2-ое положеніе.
Уровень		+ 12·0 — 5·7	+ 6·2 — 11·5
Нити	Верхняя	15·40	15·49
	Средняя	17·30	17·38
	Нижняя	19·21	19·29
Уровень		+ 12·1 — 5·5	+ 6·1 — 11·6

Среднее изъ суммъ отсчетовъ уровня s	+ 6·45	— 5·40
Среднее изъ отсчетовъ по тремъ нитямъ a	17·303	17·387
Разность отсчетовъ по крайнимъ нитямъ R	3·81	3·80

Здѣсь при разстояніи $R = 3{\cdot}805$, выраженномъ въ единицахъ дальномѣра, отъ передвиженія пузырька уровня на 11·85 дѣленія, среднее изъ отсчетовъ по рейкѣ измѣнилось на 0·084 десиметра; слѣдовательно, при разстояніи 1, отъ передвиженія пузырька уровня на 1 дѣленіе, отсчетъ по рейкѣ измѣняется на

$$\frac{0{\cdot}084}{11{\cdot}85 \,.\, 3{\cdot}805} = 0{\cdot}0019$$

Это число и выражаетъ величину коэффиціента K формулы (138). Для увеличенія точности вывода такое опредѣленіе повторяютъ нѣсколько разъ при различныхъ положеніяхъ пузырька уровня и берутъ среднее изъ всѣхъ полученныхъ результатовъ. Коэффиціентъ K опредѣляютъ отдѣльно для черныхъ и для красныхъ сторонъ рейки.

Примѣчаніе. Изъ формулы (138) и вышеприведеннаго числового примѣра видно, что для полученія поправки отсчета за показаніе уровня не надо знать ни цѣна дѣленія уровня, ни дальномѣрнаго коэффиціента трубы нивелира, но если послѣдній извѣстенъ, то по формулѣ (137) легко вычислить цѣну одного дѣленія уровня; именно, она даетъ:

$$\tau = 2.206\,265\,\frac{K}{C}$$

Въ предыдущемъ примѣрѣ $K = 0{\cdot}0019$; величина же C, опредѣленная такъ, какъ объяснено на стр. 322, равна 120, слѣдовательно, $\tau = 6{\cdot}5''$.

179. Производство нивелированія. При сложномъ нивелированіи порядокъ полевой работы на всѣхъ штативахъ совершенно одинаковъ; только на первомъ и послѣднемъ, гдѣ наблюдаютъ марки, заложенныя въ мѣстныхъ предметахъ, работа производится иначе (см. § 181). Разсмотримъ здѣсь ходъ работы на одномъ штативѣ.

Нивелиръ и рейки, предполагается, собраны и вывѣрены. Двѣ рейки на каждомъ штативѣ принято называть *заднею* и *переднею* въ направленіи линіи нивелированія; рейка, называемая переднею на одномъ штативѣ и остающаяся на мѣстѣ, при переходѣ на слѣдующую точку дѣлается на слѣдующемъ штативѣ заднею, а бывшая раньше заднею и перенесенная впередъ дѣлается переднею.

Окончивъ работу на какомъ-нибудь штативѣ, наблюдатель

произноситъ команду «снимай», по которой задній реечникъ беретъ рейку на плечо, вынимаетъ башмакъ и идетъ впередъ. Одновременно съ этимъ рабочій при инструментѣ складываетъ ножки штатива и, положивъ его на плечо, тоже идетъ впередъ, рядомъ съ наблюдателемъ. Миновавъ переднюю рейку (которая сдѣлается сейчасъ заднею) и пройдя отъ нея дальше приблизительно 40 саженей (считая разстояніе шагами или по числу рельсовъ), наблюдатель ставитъ штативъ, располагая двѣ ножки въ направленіи нивелируемой линіи, а третью по направленію, къ ней перпендикулярному. Затѣмъ онъ устанавливаетъ вертикальную ось нивелира, для чего трубу направляетъ сперва параллельно двумъ подъемнымъ винтамъ, которыми пузырекъ уровня приводится на середину трубки; потомъ онъ поворачиваетъ трубу нивелира на 90° по направленію на третій подъемный винтъ и вращеніемъ этого винта приводитъ пузырекъ уровня опять на середину трубки. Такими дѣйствіями вертикальная ось инструмента приводится въ отвѣсное положеніе, а труба нивелира будетъ почти горизонтальна при визированіи въ любомъ направленіи. Далѣе, наблюдатель наводитъ трубу на заднюю рейку и замѣчаетъ число дѣленій, помѣщающихся между крайними горизонтальными нитями, чтобы опредѣлить разстояніе до задней рейки, необходимое для установки на такомъ же разстояніи передней.

Пока наблюдатель производитъ описанныя дѣйствія, реечникъ со снятою рейкой и вынутымъ башмакомъ успѣлъ пройти впередъ: онъ тоже считаетъ шаги (или рельсы) и потому останавливается приблизительно въ 40 саженяхъ за штативомъ, но надлежащее мѣсто должно быть одобрено наблюдателемъ, и потому реечникъ ставитъ рейку сперва безъ башмака, на сапогъ (чтобы не засорить землей полушарового углубленія въ нижней оправѣ рейки), и дожидается приказаній наблюдателя; послѣдній направляетъ трубу на рейку и по числу дѣленій, помѣстившихся между крайними горизонтальными нитями, судитъ о разстояніи. Если это разстояніе равно разстоянію до задней рейки или отличается отъ него не болѣе, какъ на одно дѣленіе (т. е. не болѣе 1 сажени), то наблюдатель произноситъ «хорошо», а реечникъ кладетъ башмакъ, плотно вдавливаетъ его въ землю ногами *) и ставитъ рейку, удерживая ее за ручки

*) Если есть лишній рабочій, то его назначаютъ для вбиванія реечныхъ башмаковъ; на лугахъ полезно снимать дернъ лопатою и класть башмакъ въ образованное углубленіе.

въ вертикальномъ положеніи; если же разстоянія до обѣихъ реекъ оказались не равными на величину, большую сажени, то наблюдатель приказываетъ реечнику приблизиться или удалиться на извѣстное число шаговъ (перемѣна разности отсчетовъ по крайнимъ горизонтальнымъ нитямъ на одно дѣленіе соотвѣтствуетъ измѣненію разстоянія до рейки приблизительно на 3 шага). Когда приблизительное равенство разстояній достигнуто, наблюдатель произноситъ «хорошо», а реечникъ кладетъ башмакъ и ставитъ рейку, какъ сказано выше. Оцѣнка равенства разстояній при установкѣ рейки производится по черным сторонамъ реекъ, хотя въ сущности это безразлично.

Послѣ установки инструмента и передней рейки приступаютъ къ наблюденіямъ. Для каждаго штатива въ полевомъ журналѣ отводится отдѣльная страница, вверху которой пишутъ № штатива (по порядку) и №№ реекъ (поставленные на самыхъ рейкахъ) задняя слѣва, передняя справа. Верхняя половина страницы назначается для записей по чернымъ сторонамъ реекъ, а нижняя—для записей по краснымъ сторонамъ.

Наблюдатель направляетъ трубу нивелира на заднюю рейку, на черную ея сторону, располагаетъ ея изображеніе между вертикальными нитями въ окулярѣ, исправляетъ, если нужно, установку по фокусу, повѣряетъ отсутствіе параллакса, окончательно подводитъ пузырекъ уровня на середину трубки, дожидается его полнаго успокоенія и производитъ отсчеты въ слѣдующемъ порядкѣ:

1. Оба конца пузырька уровня, сперва лѣвый (окулярный) конецъ со знакомъ +, затѣмъ правый (объективный) со знакомъ —, тщательно оцѣнивая десятыя доли дѣленій.

2. Три горизонтальныя нити въ окулярѣ по рейкѣ: верхняя, средняя и нижняя, внимательно оцѣнивая десятыя доли дѣленій на глазъ. Эти десятыя доли по чернымъ сторонамъ представляютъ миллиметры.

3. Оба конца пузырька уровня.

Отсчеты уровня до и послѣ наблюденія нитей должны быть близки къ равенству. Если они различаются больше, чѣмъ на одно дѣленіе, то уровень еще не успокоился, и необходимо повторить всѣ отсчеты сначала въ прежнемъ порядкѣ.

Всѣ упомянутые отсчеты дѣлаются безъ перерыва одинъ за другимъ и тотчасъ записываются въ журналъ въ лѣвомъ верх-

немъ углѣ страницы (см. таблицы § 183), на строкахъ: 3-ей (отсчеты уровня), 4—6-ой (три нити) и 7-ой (уровень).

Покончивъ съ черною стороной задней рейки, наблюдатель поворачиваетъ верхнюю часть нивелира около вертикальной оси, направляетъ трубу на переднюю рейку (на черную ея сторону), исправляетъ положеніе пузырька вращеніемъ ближайшаго къ окуляру подъемнаго винта и, когда уровень успокоится, отсчитываетъ въ прежнемъ порядкѣ уровень, рейку и опять уровень. Эти отсчеты записываются въ правомъ верхнемъ углѣ страницы на тѣхъ же строкахъ, гдѣ были помѣщены записи отсчетовъ задней рейки.

Далѣе, наблюдатель командуетъ реечникамъ: «красныя»; они поворачиваютъ рейки красными дѣленіями къ инструменту, а наблюдатель производитъ новые отсчеты въ той же послѣдовательности, какъ и отсчеты по чернымъ сторонамъ, но сперва отсчитываетъ переднюю рейку, а потомъ заднюю. Отсчеты передней записываются въ правомъ нижнемъ, а задней — въ лѣвомъ нижнемъ углахъ той же страницы полевого журнала.

Послѣ окончанія отсчетовъ и записей наблюдатель, не трогая инструмента, тутъ же производитъ ихъ повѣрку, какъ объяснено ниже въ § 183. Если обнаружится нетерпимое разногласіе, то всѣ наблюденія повторяются въ прежнемъ порядкѣ и записываются на слѣдующей страницѣ журнала, озаглавленной тѣмъ же № штатива съ припискою «bis»; если же наблюденія оказались согласными въ предѣлахъ точности отсчетовъ, то работа на данномъ штативѣ окончена, наблюдатель командуетъ «снимай» и переходитъ съ инструментомъ на слѣдующую точку стоянія.

Приведемъ теперь *теоретическія основанія* описаннаго порядка наблюденій.

1. Разстоянія отъ штатива до реекъ берутся въ 40 саженей, такъ что разстояніе между двумя послѣдовательными точками стоянія реекъ выходитъ 80 саженей. Опытъ показалъ, что на бо̀льшихъ разстояніяхъ свѣтовые лучи подвергаются замѣтнымъ въ трубу и неправильнымъ искривленіямъ (неспокойныя изображенія); кромѣ того, на разстояніи, большемъ 40 саженей, нельзя точно оцѣнивать десятыя доли мелкихъ дѣленій реекъ. Съ уменьшеніемъ разстояній точность нивелированія увеличивается, но зато работа подвигается медленнѣе.

2. Неравенство разстояній до реекъ допускается въ предѣлахъ $\pm$ 1 сажени. Въ § 176 была выяснена выгода нивелиро-

ванія изъ середины; однако добиваться полнаго равенства разстояній отъ инструмента до обѣихъ реекъ — дѣло мѣшкотное. Небольшая разница въ разстояніяхъ производитъ ничтожную ошибку, которою притомъ же и не пренебрегаютъ: она вводится въ вычисленіе въ видѣ поправочнаго члена формулы (135). Поправочные члены не должны накопляться съ однимъ знакомъ; если наблюдатель замѣтилъ на какомъ-нибудь штативѣ, что передняя рейка стояла ближе задней, то на слѣдующемъ штативѣ должно нарочно и на столько же поставить переднюю рейку дальше задней.

3. Самостоятельными наблюденіями по чернымъ и краснымъ сторонамъ реекъ получаются на каждомъ штативѣ какъ бы двѣ независимыя нивелировки съ повѣркой по записямъ (§ 183). Казалось бы, такого же результата можно было бы достигнуть повтореніемъ всѣхъ отсчетовъ по одностороннимъ рейкамъ, однако это далеко не такъ: повтореніе отсчетовъ весьма часто сопровождается повтореніемъ тѣхъ же ошибокъ и даже промаховъ, которые останутся незамѣченными; по другимъ же сторонамъ, раздѣленнымъ по иной системѣ, если и будутъ сдѣланы ошибки и промахи въ отсчетахъ, то, во всякомъ случаѣ, другіе. Мелкія погрѣшности будутъ частью исключаться по законамъ случайныхъ ошибокъ, а промахи немедленно обнаружатся и заставятъ повторить всѣ наблюденія на штативѣ. Такимъ образомъ, отсчеты двухъ сторонъ реекъ, раздѣленныхъ по разнымъ системамъ единицъ длины, открываютъ промахи и увеличиваютъ точность работы.

4. Установка двухъ подъемныхъ винтовъ штатива по линіи нивелированія исключаетъ вліяніе неперпендикулярности оптической оси трубы къ вертикальной оси инструмента. Дѣло въ томъ, что послѣ поворота трубы на 180° для перехода отъ наблюденій задней рейки къ наблюденіямъ передней (по чернымъ сторонамъ), пузырекъ уровня не останавливается на серединѣ трубки, а уклоняется въ ту или другую сторону; это уклоненіе объясняется невозможностью выполнить въ совершенствѣ требованіе третьей повѣрки (§ 174 п. 3). Наблюдатель передъ отсчетомъ передней рейки вновь устанавливаетъ уровень вращеніемъ ближайшаго подъемнаго винта; положимъ, онъ этимъ приподнялъ трубу нивелира: ясно, что лучи зрѣнія на заднюю и переднюю рейки не составятъ одной горизонтальной прямой, а лучъ на переднюю рейку будетъ выше луча на заднюю. Это

хотя и весьма малое, но неизвѣстное превышеніе войдетъ цѣликомъ въ результатъ нивелированія. Однако отсчеты повторяются вновь (по краснымъ сторонамъ), и послѣ поворота трубы на 180° для перехода отъ наблюденій передней рейки къ наблюденіямъ задней, пузырекъ уровня вновь приводится на середину трубки вращеніемъ ближайшаго къ окуляру подъемнаго винта; отъ этого труба еще разъ поднимается, и результатъ нивелированія по краснымъ сторонамъ реекъ будетъ ошибоченъ на ту же величину, какъ и результатъ нивелированія по чернымъ сторонамъ, но съ обратнымъ знакомъ. Такимъ образомъ, лучъ зрѣнія на переднюю рейку при наблюденіяхъ обѣихъ ея сторонъ будетъ лежать между двумя лучами, расположенными ниже и выше лучей зрѣнія при наблюденіяхъ задней рейки по черной и красной сторонамъ. Въ среднемъ изъ разностей отсчетовъ по обѣимъ сторонамъ реекъ неперпендикулярность осей исключается. Поэтому-то слѣдуетъ устанавливать треногу такъ, чтобы два подъемныхъ винта располагались по линіи нивелированія, а третій — перпендикулярно къ ней. Окончательное приведеніе пузырька уровня на середину трубки дѣлается тогда при визированіи на переднюю и заднюю рейки *разными* винтами. Если бы два подъемныхъ винта стояли по линіи, перпендикулярной къ направленію линіи нивелированія, то для окончательной установки уровня пришлось бы дѣйствовать лишь однимъ третьимъ подъемнымъ винтомъ; лучи зрѣнія на заднюю и переднюю рейки лежали бы одинъ выше другого, и неизвѣстная разность ихъ высотъ цѣликомъ вошла бы въ результатъ нивелированія. Вслѣдствіе однообразія всей работы, штативъ ставился бы всегда одинаково, и ничтожная сама по себѣ ошибка приняла бы характеръ постоянной.

5. Принятый порядокъ наблюденій (задняя черная, передняя черная, передняя красная и задняя красная) имѣетъ двоякую цѣль: 1) исключеніе перемѣнъ земного преломленія и 2) исключеніе перемѣнъ въ наклоненіи оптической оси инструмента.

Если бы коэффиціентъ преломленія былъ постояннымъ, то, каково бы ни было вліяніе преломленія, оно при равныхъ разстояніяхъ отъ инструмента до обѣихъ реекъ, т. е. при нивелированіи изъ середины, исключалось бы вполнѣ. Дѣйствительно, пусть отсчеты по задней и передней рейкамъ суть a и b, а дѣйствіе преломленія выражается линейною величиною r; тогда

исправленные отсчеты A и B были бы

$$\text{по задней рейкѣ} \ldots\ A = a + r \qquad (\alpha)$$
$$\text{по передней рейкѣ} \ldots\ B = b + r$$

откуда:

$$A - B = a - b$$

т. е. въ разности отсчетовъ дѣйствіе преломленія лучей (считая его постояннымъ) исключается.

Къ сожалѣнію преломленіе не остается постояннымъ: ежедневно, отъ восхода Солнца до времени наибольшей температуры оно постепенно уменьшается, а затѣмъ до заката Солнца непрерывно увеличивается. Поэтому въ выраженія (α) надо подставлять разныя величины r, такъ что

$$A = a + r_1 \qquad (\beta)$$
$$B = b + r_2$$

откуда:

$$A - B = (a - b) + (r_1 - r_2)$$

Конечно, разность $(r_1 - r_2)$ всегда очень мала, потому что промежутокъ времени между отсчетами по задней и передней рейкамъ рѣдко достигаетъ даже одной минуты; однако если, напримѣръ, нивелированіе производится отъ восхода Солнца до полудня, то знакъ разности $r_1 - r_2$ остается постояннымъ, и въ суммѣ, для многихъ штативовъ, можетъ составиться величина, превосходящая совокупность случайныхъ ошибокъ отсчетовъ.

Послѣ наблюденій по чернымъ сторонамъ на каждомъ штативѣ производятся наблюденія по краснымъ. Для нихъ получаются выраженія, подобныя (β), т. е.

$$A_1 = a_1 + r_4 \qquad (\gamma)$$
$$B_1 = b_1 + r_3$$

откуда:

$$A_1 - B_1 = (a_1 - b_1) + (r_4 - r_3)$$

Здѣсь значки у r поставлены въ порядкѣ временъ наблюденій.

Въ среднемъ изъ наблюденій по чернымъ и краснымъ сторонамъ реекъ получается:

$$\frac{(A - B) + (A_1 - B_1)}{2} = \frac{(a - b) + (a_1 - b_1)}{2} + \frac{(r_1 - r_2) + (r_4 - r_3)}{2}$$

Если преломленіе непрерывно уменьшается (въ теченіе утреннихъ наблюденій), то $r_1 > r_2$ и $r_3 > r_4$; кромѣ того, если

промежутки времени между наблюденіями задней и передней реекъ (и наоборотъ) одинаковы, то можно принять, что разности $r_1 - r_2$ и $r_3 - r_4$ равны, и потому весь поправочный членъ равенъ нулю, а среднее изъ разностей дѣйствительныхъ отсчетовъ по чернымъ и краснымъ сторонамъ реекъ свободно не только отъ вліянія самого преломленія, но и его перемѣнъ.

Конечно, полное исключеніе происходитъ въ томъ случаѣ, если преломленіе измѣняется пропорціонально времени, и промежутки между наблюденіями по задней и передней рейкамъ совершенно одинаковы. Послѣднее почти достигается всѣми опытными наблюдателями; равенство же перемѣнъ преломленія въ теченіе указанныхъ промежутковъ весьма правдоподобно. Во всякомъ случаѣ остающіяся ошибки будутъ имѣть характеръ случайныхъ.

Легко сообразить, что если бы наблюденія на каждомъ штативѣ производились въ порядкѣ: задняя черная, передняя черная, задняя красная, передняя красная, или въ какомъ бы то ни было другомъ, то перемѣны преломленія не исключались, а дѣйствовали бы на результатъ, какъ постоянная ошибка.

Подобнымъ же образомъ объясняется исключеніе перемѣнъ, происходящихъ въ инструментѣ. Если положеніе оптической оси трубы относительно уровня измѣняется пропорціонально времени, то въ теченіе 3 – 4 минутъ работы на одномъ штативѣ дѣйствіе этой перемѣны на результатъ нивелированія при обратномъ порядкѣ наблюденій черныхъ и красныхъ сторонъ реекъ почти одинаково, но съ разными знаками, такъ что въ среднемъ эти перемѣны исключаются.

180. Перерывъ работы. Такъ какъ разстоянія между марками (§ 181) достигаютъ 20 и болѣе верстъ, а въ теченіе одного дня можно пронивелировать не болѣе 6 — 8 верстъ, то каждый вечеръ является необходимость прекратить работу на ночь. Часто прерываютъ нивелированіе и днемъ, напримѣръ, при наступленіи ненастной погоды или для принятія пищи.

Въ теченіе короткаго перерыва на 2 — 3 часа можно считать, что башмаки подъ рейками не измѣнятъ своего положенія; въ этомъ случаѣ нивелиръ оставляется на своемъ штативѣ, а рейки снимаются съ башмаковъ и бережно кладутся гдѣ-нибудь на сухомъ мѣстѣ. Послѣ перерыва рейки ставятъ на башмаки и «штативъ повторяется», т. е. наблюдатель дѣлаетъ

всѣ отсчеты въ прежнемъ порядкѣ, записывая ихъ на слѣдующей страницѣ журнала подъ тѣмъ же № штатива съ отмѣткой «bis». Эти записи въ предѣлахъ точности наблюденій почти всегда согласны съ прежними, и въ окончательное вычисленіе вводятъ среднее изъ наблюденій на этомъ штативѣ до и послѣ перерыва работы.

При перерывахъ нивелированія на ночь или на нѣсколько дней нельзя расчитывать на неподвижность башмаковъ, оставленныхъ открыто въ полѣ. Поэтому наблюдатель заранѣе приказываетъ класть башмаки подъ двѣ послѣднія рейки не просто на поверхность земли, а вбивать ихъ въ дно ямокъ, вырытыхъ предварительно на глубину около 1 фута. По окончаніи наблюденій на послѣднемъ штативѣ ямки съ находящимися въ нихъ башмаками засыпаютъ землей и прикрываютъ вынутымъ изъ нихъ же дерномъ, чтобы скрыть мѣста башмаковъ отъ посторонних. Кромѣ того, передъ уборкой нивелира средняя горизонтальная нить трубы проектируется на какой-либо близко находящійся прочный мѣстный предметъ (на телеграфный столбъ) въ видѣ черты карандашомъ или ножомъ *). Это дѣлается слѣдующимъ образомъ: наблюдатель направляетъ трубу на упомянутый предметъ, приводитъ пузырекъ уровня подъемными винтами инструмента точно на середину трубки, приказываетъ наиболѣе смышленому изъ рабочихъ держать карандашъ или лезвіе ножа на предметѣ противъ объектива трубы и указываетъ ему поднять или опустить руку, пока изображеніе острія карандаша или лезвія ножа не совпадетъ со среднею горизонтальною нитью въ окулярѣ трубы. На полученномъ мѣстѣ и дѣлается мѣтка.

На слѣдующее утро или вообще при возобновленіи прерванной работы ямки раскапываютъ осторожно руками, а не лопатой (чтобы отнюдь не сдвинуть башмаковъ), рейки ставятъ на башмаки, а штативъ приблизительно на прежнее мѣсто и производятъ наблюденія, записывая ихъ на слѣдующей страницѣ журнала подъ тѣмъ же № штатива съ отмѣткой «bis». Вмѣстѣ съ тѣмъ среднюю горизонтальную нить опять проектируютъ на тотъ же мѣстный предметъ и вертикальное разстояніе новой мѣтки отъ старой записываютъ въ журналъ.

*) Вмѣсто мѣтокъ въ стѣну или столбъ вбиваютъ гвоздикъ, на который вѣшаютъ небольшую реечку, длиною въ 1 метръ; записавъ отсчеты по этой реечкѣ, ее снимаютъ, а при возобновленіи работы вновь вѣшаютъ на гвоздикъ и дѣлаютъ отсчеты.

Если новыя разности отсчетовъ, въ предѣлахъ ихъ точности, согласны съ разностями, полученными до перерыва работы, то, очевидно, башмаки оставались неподвижными, и за окончательный результатъ нивелированія на этомъ штативѣ берутъ среднее изъ результатовъ до и послѣ перерыва работы; если же новыя разности значительно отличаются отъ прежнихъ, то надо предположить, что одинъ изъ башмаковъ (или оба) измѣнилъ свое положеніе; который именно, выясняется изъ сравненія разностей отсчетовъ по каждой рейкѣ до и послѣ перерыва съ вертикальнымъ разстояніемъ между мѣтками на неподвижномъ предметѣ.

Неодинаковость отсчетовъ на одну и ту же рейку происходитъ отъ того, что при новой установкѣ штатива ось трубы нивелира оказалась ниже или выше своего прежняго положенія; поэтому та рейка осталась неподвижною (точнѣе ея башмакъ), по которой разность отсчетовъ до и послѣ перерыва равна вертикальному разстоянію между мѣтками на столбѣ. Если неподвижнымъ остался задній башмакъ, то наблюденія на этомъ штативѣ до перерыва отбрасываютъ и въ вычисленіе вводятъ лишь наблюденія, сдѣланныя послѣ перерыва (съ помѣткой «bis»); если же неподвижнымъ остался передній башмакъ, то, наоборотъ, въ вычисленіе вводятъ лишь наблюденія, сдѣланныя до перерыва.

Если разности отсчетовъ по обѣимъ рейкамъ оказались не согласными съ разстояніемъ между мѣтками на неподвижномъ предметѣ, то, очевидно, оба башмака измѣнили положеніе. Въ этомъ крайне рѣдкомъ случаѣ нивелировка какъ бы заканчивается и начинается вновь отъ мѣтокъ на неподвижномъ предметѣ, и разность ихъ высотъ, точно измѣренная стальною лентою, должна быть принята въ расчетъ при вычисленіи.

Для предотвращенія умышленнаго откапыванія и даже похищенія башмаковъ *) нѣкоторые наблюдатели, прерывая работу на ночь вблизи населенныхъ мѣстъ и вообще тамъ, гдѣ зарываніе башмаковъ можетъ быть замѣчено жителями, не понимающими важности нивелировокъ и вреда отъ малѣйшаго измѣненія въ положеніи башмаковъ, приказываютъ вырывать еще другія ямки, задѣлываемыя потомъ менѣе тщательно. Любопытные обыватели, разрывъ такія ямки и не найдя въ нихъ

*) Вслѣдствіе сравнительной рѣдкости желѣза въ глухихъ углахъ Россіи, не только реечные башмаки, но и куски подковъ считаются цѣнными находками.

ничего привлекательнаго, приходятъ въ недоумѣніе и удаляются, не повредивъ положенія башмаковъ, зарытыхъ чуть не рядомъ.

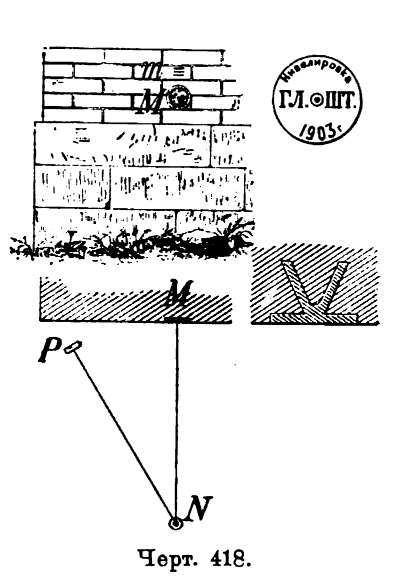
181. Заложеніе марокъ. Чтобы сохранять на мѣстности результаты нивелировокъ и доставлять опорныя точки по высотѣ для всевозможныхъ практическихъ цѣлей, по линіямъ точныхъ нивелировокъ черезъ каждыя 20—25 верстъ закладываютъ прочные знаки, называемые *нивелирными марками*. У насъ въ Россіи эти марки отливаютъ изъ чугуна вѣсомъ около 2 фунтовъ; марка представляетъ дискъ (черт. 418) 5 дюймовъ въ діаметрѣ съ полымъ приливомъ въ видѣ пирамиды, основаніе которой обращено въ сторону, противоположную диску. По серединѣ наружной стороны диска сдѣлана небольшая выпуклость, центръ которой представляетъ ту точку, для которой впослѣдствіи вычисляется абсолютная высота. Кругомъ этой выпуклости отлиты слова «Нивелировка Главнаго Штаба» и годъ производства работъ. Каждый наблюдатель заранѣе снабжается нивелирными марками въ достаточномъ числѣ на все время полевой работы.

Установка марки должна быть произведена за нѣсколько часовъ, а еще лучше за сутки до ея наблюденія, чтобы цементъ или алебастръ, которымъ марка укрѣпляется на мѣстѣ, успѣлъ совершенно высохнуть и окрѣпнуть, а марка — получить окончательное и неподвижное положеніе. Марки закладываютъ въ каменныя стѣны или основанія прочныхъ зданій, напримѣръ, въ береговые устои желѣзнодорожныхъ мостовъ, въ стѣны водокачекъ, станціонныхъ домовъ и т. п. Для закладки выбиваютъ соотвѣтствующее углубленіе киркой, наполняютъ его жидкимъ растворомъ цемента и вдавливаютъ туда марку такъ, чтобы дискъ принялъ вертикальное положеніе и возможно меньше выступалъ изъ плоскости стѣны.

Въ § 179 объяснено, въ какомъ порядкѣ производятся наблюденія на всѣхъ вообще штативахъ между двумя рейками; теперь надо сказать о наблюденіяхъ на первомъ штативѣ, когда начинаютъ нивелированіе отъ марки, и на послѣднемъ штативѣ, когда кончаютъ работу у марки.

Первая (или послѣдняя по счету) рейка ставится на башмакъ вблизи марки, въ точку P (черт. 418), а инструментъ передъ нею въ N съ такимъ расчетомъ, чтобы ось вращенія нивелира пришлась въ вертикальной плоскости, перпендикулярной къ

диску марки, а разстоянія до марки и до рейки были одинаковы и по возможности невелики (5—6 саж.). Послѣ установки инструмента наблюдатель наводитъ зрительную трубу нивелира на рейку и дѣлаетъ отсчеты по черной ея сторонѣ обычнымъ порядкомъ; затѣмъ направляетъ трубу на стѣну по вертикальной линіи, проходящей черезъ середину марки. Оптическая ось трубы встрѣтитъ стѣну гдѣ-нибудь выше или ниже марки M. Въ трубу легко усмотрѣть мѣста, куда проектируются всѣ три горизонтальныя нити окулярной сѣтки. Тогда наблюдатель приводитъ пузырекъ уровня точно на середину трубки и указываетъ помощнику, гдѣ надо сдѣлать на стѣнѣ черточки ножомъ или остроочиненнымъ карандашомъ (m). Затѣмъ труба направляется снова на рейку, и наблюдатель беретъ отсчеты по красной ея сторонѣ. Послѣ этого наблюдатель подходитъ къ стѣнѣ и тщательно измѣряетъ точно раздѣленною двустороннею стальною мѣрною лентой разстоянія по отвѣсному направленію отъ центра марки M до всѣхъ трехъ черточекъ m на стѣнѣ отдѣльно по обѣимъ сторонамъ ленты, имѣющимъ различныя системы дѣленій (миллиметры и двухтысячныя доли сажени). Полученные результаты измѣреній (въ порядкѣ: нижняя, средняя и верхняя черточки) записываются въ полевой журналъ въ тѣ мѣста, куда записываютъ отсчеты рейки, причемъ, если черточки оказались ниже центра марки, то записи сопровождаются знаками минусъ. Легко понять, что эти записи даютъ то, что получилось бы при отсчитываніи обѣихъ сторонъ рейки, если бы она была поставлена нулемъ своихъ шкалъ какъ разъ на центръ марки *).



Черт. 418.

По окончаніи описанныхъ наблюденій въ полевомъ жур-

*) Въ центрѣ марокъ дѣлаютъ иногда дырочку, въ которую при наблюденіяхъ вставляютъ гвоздикъ, а на него вѣшаютъ вспомогательную реечку; отсчеты по этой реечкѣ замѣняютъ мѣтки на стѣнѣ.

налѣ дѣлаютъ приблизительный чертежъ мѣстъ расположенія марки, штатива нивелира и первой (послѣдней) рейки, а также зарисовываютъ изображеніе марки въ стѣнѣ зданія; кромѣ того измѣряютъ и записываютъ высоту заложенной марки надъ линіей фундамента зданія и надъ поверхностью почвы.

О заложеніи каждой нивелирной марки наблюдатель сообщаетъ мѣстнымъ властямъ, чтобы онѣ охраняли ее отъ всякихъ поврежденій. Въ случаѣ необходимости перестроить зданіе съ заложенною маркой эти власти обязаны извѣстить Главный Штабъ, который командируетъ наблюдателя для заложенія новой марки въ другомъ зданіи и для производства небольшой нивелировки, которая связала бы старую марку съ новою.

182. Практическія указанія. Передняя рейка ставится на томъ же разстояніи отъ инструмента, на какомъ инструментъ поставленъ отъ задней. Равенство разстояній опредѣляется числомъ дѣленій изображеній реекъ между крайними горизонтальными нитями въ окулярѣ трубы. При нивелированіи по желѣзнымъ дорогамъ такое равенство достигается еще проще счетомъ числа рельсовъ. На русскихъ желѣзныхъ дорогахъ рельсы дѣлаются отъ 17 до 35 футовъ длины, и потому достаточно опредѣлить длину рельса, чтобы потомъ знать, черезъ сколько рельсовъ надо ставить штативъ нивелира, а затѣмъ и рейку въ разстояніяхъ около 40 саженей. Паденія и подъемы пути на желѣзныхъ дорогахъ такъ малы, что рейку на указанномъ разстояніи всегда можно отсчитывать.

При нивелированіи по крутымъ спускамъ или по косогорамъ, напримѣръ, при подходѣ къ маркѣ, заложенной въ устоѣ моста, разстоянія невольно приходится брать значительно меньше, иначе нельзя отсчитывать рейки: горизонтальный лучъ зрѣнія пройдетъ либо ниже основанія рейки, либо выше ея вершины. Въ этихъ случаяхъ невыгодно ставить нивелиръ на прямой, соединяющей обѣ рейки. Дѣйствительно, длина рейки немногимъ больше 10 футовъ, а высота инструмента для удобства наблюденій бываетъ обыкновенно около 4-хъ футовъ; слѣдовательно, на крутомъ равномѣрномъ скатѣ, если нивелиръ удалось установить въ разстояніи, напримѣръ, 5 саженей отъ задней рейки, то, поставивъ въ такомъ же разстояніи переднюю рейку, нельзя использовать всю ея длину: до вершины останется еще около 2-хъ футовъ. При длинномъ скатѣ придется

стоять на нѣсколькихъ лишнихъ штативахъ. Легко понять, что, поставивъ переднюю рейку ниже, такъ, чтобы вершина ея была лишь немногимъ выше основанія задней (что необходимо въ виду отсчетовъ по тремъ нитямъ и неправильности преломленія лучей вблизи почвы у основанія рейки), для равенства разстояній отъ обѣихъ реекъ, нивелиръ придется вывести изъ линіи, соединяющей обѣ рейки, и поставить въ сторонѣ, на той же изогипсѣ.

Итакъ, на крутыхъ скатахъ для наибольшей скорости работы приходится нивелировать зигзагами. Въ этихъ случаяхъ обѣ рейки будутъ въ сущности по одну сторону отъ инструмента и надо быть весьма внимательнымъ, чтобы не перепутать ихъ; если передняя будетъ принята за заднюю, то всѣ вычисленія на одномъ штативѣ окажутся въ полномъ порядкѣ, но знакъ разности отсчетовъ будетъ обратный, и результатъ нивелированія ошибочный.

Во время переноски нивелира съ одной точки стоянія на другую труба отъ тяжести уровня измѣняетъ иногда свое положеніе въ лагерахъ, и потому при каждой установкѣ инструмента необходимо повѣрить горизонтальность нитей въ окулярѣ. Для этого вращаютъ трубу по азимуту и смотрятъ, мѣняются ли отсчеты нитей или нѣтъ. Если мѣняются, то нити не горизонтальны, и слѣдуетъ повернуть трубу въ лагерахъ около ея геометрической оси и повторить испытаніе. Такъ какъ эта установка дѣлается на глазъ, т. е. не особенно точно, то къ отсчетамъ приступаютъ только тогда, когда изображеніе рейки находится между вертикальными нитями сѣтки, по возможности по серединѣ между ними; въ этомъ случаѣ легче замѣтить еще, держитъ ли реечникъ свою рейку вертикально, т. е. слѣдитъ ли онъ за круглымъ уровнемъ. Нельзя требовать, чтобы реечники непрерывно держали рейки въ вертикальномъ положеніи: ихъ вниманіе скоро притупится, а обязанности сдѣлаются изнурительными. Слѣдуетъ пріучить реечниковъ слѣдить за уровнемъ только во время производства отсчетовъ; въ остальное время они могутъ стоять свободно, только удерживая рейки за ручки, не обращая вниманія на уровень.

При работѣ въ ясную погоду необходимо защищать нивелиръ отъ прямыхъ солнечныхъ лучей зонтикомъ: глаза наблюдателя не страдаютъ отъ сильныхъ отраженій въ металлическихъ частяхъ инструмента, а, главное, уровень нивелира не

подвергается неравномѣрному нагрѣванію, что влечетъ ошибочность въ опредѣленіи наклоненія оптической оси трубы. Чтобы предохранить уровень отъ рѣзкихъ перемѣнъ температуры (даже при защитѣ инструмента зонтикомъ), иногда помѣщаютъ его въ стеклянную коробку, наполненную водой. На объективъ трубы полезно надѣвать открытую трубочку, *модераторъ* (garde soleil).

Вслѣдствіе большой чувствительности нивелирнаго уровня, надо стоять неподвижно во все время отсчитыванія каждой рейки; не только перестановка ногъ, но и передача тяжести тѣла съ одной ноги на другую весьма часто отражаются на почвѣ, а черезъ нее и на инструментѣ. Вообще не слѣдуетъ стоять очень близко къ ножкамъ штатива.

При отсчитываніи уровня одни наблюдатели принимаютъ за конецъ пузырька начало жидкости, другіе—конецъ самого пузырька. Вслѣдствіе явленія прилипанія это не одно и то же. Лучше отсчитывать концы пузырька, т. е. мѣста, въ которыхъ вертикальныя плоскости, перпендикулярныя къ трубкѣ уровня, и касательныя къ конечнымъ выпуклостямъ пузырька, видимаго сквозь жидкость, пересѣкаютъ трубку уровня. Во всякомъ случаѣ при отсчитываніи каждаго конца пузырька надо располагать глазъ однообразно, для избѣжанія параллакса.

Когда труба нивелира направляется на рейку, и вообще при поворотахъ верхней части инструмента около его вертикальной оси, должно браться рукой за лагерную подставку, а отнюдь не за окуляръ трубы, какъ это дѣлаютъ иные. Такъ какъ между объективнымъ и сѣточнымъ колѣнами зрительной трубы всегда существуетъ нѣкоторый, хотя и весьма малый зазоръ, то каждое прикосновеніе къ окуляру можетъ измѣнить относительное положеніе оптической и геометрической осей трубы.

183. Вычисленіе нивелировки. Обработка наблюденій при нивелированіи называется вычисленіемъ нивелировки. Эти вычисленія подраздѣляются на *предварительныя*, производимыя въ полѣ, не снимая штатива, и имѣющія цѣлью повѣрить наблюденія, чтобы тутъ же убѣдиться въ ихъ правильности или открыть промахи въ отсчетахъ и повторить ихъ, и *окончательныя*, исполняемыя послѣ возвращенія съ работъ.

Предварительныя вычисленія, равно какъ и отсчеты уровня и реекъ, пишутся карандашомъ, а окончательныя чернилами. Для отличія ихъ, въ нижеслѣдующихъ таблицахъ (стр. 678),

представляющихъ три послѣдовательныя страницы полевого журнала; числа, написанныя въ полѣ карандашомъ, напечатаны крупнымъ шрифтомъ, а позднѣйшія вычисленія перомъ — мелкимъ.

Выше было уже сказано, что каждая страница полевого журнала служитъ для записыванія и вычисленія одного штатива; кромѣ обыкновенной мелкой горизонтальной разлиновки синимъ цвѣтомъ, она имѣетъ толстыя красныя линіи: одну горизонтальную по серединѣ и четыре вертикальныя, дѣлящія страницу на пять равныхъ столбцовъ. Верхняя половина страницы назначается для записыванія и вычисленія наблюденій по чернымъ сторонамъ реекъ, а нижняя—для записыванія и вычисленія наблюденій по краснымъ сторонамъ тѣхъ же реекъ. Изъ пяти вертикальныхъ столбцовъ лѣвые два назначаются для записыванія и вычисленія наблюденій задней рейки, а правые два—передней. Средній столбецъ служитъ для выписки разностей высотъ по отдѣльнымъ нитямъ и ихъ среднихъ, представляющихъ собственно результаты нивелированія. На верху каждой страницы пишутъ: по серединѣ № штатива (въ послѣдовательномъ порядкѣ), а по бокамъ №№ реекъ. Повторяемые вновь штативы (вслѣдствіе неудовлетворительнаго согласія результатовъ или послѣ перерыва работы) отмѣчаются, какъ было уже упомянуто, тѣми же №№ съ припиской «bis». Штативы, служащіе для опредѣленія $tg\,i$, не входятъ въ общую нумерацію и записываются (для удобства вычисленій) на двухъ противолежащихъ страницахъ. Наблюдатель долженъ обращать особенное вниманіе на то, чтобы не перепутать записей обѣихъ реекъ, потому что такая ошибка не можетъ быть открыта послѣдующими вычисленіями.

Предварительное вычисленіе въ полѣ заключается въ слѣдующемъ: составивъ разности отсчетовъ по обѣимъ рейкамъ на соотвѣтствующихъ нитяхъ какъ для черныхъ, такъ и для красныхъ сторонъ, и написавъ ихъ въ среднемъ столбцѣ (со знаками + или —, какъ разность: задняя минусъ передняя), наблюдатель слѣдитъ, чтобы эти разности были или равны, или обнаружили небольшой, но равномѣрный ходъ, т. е. если разность по среднимъ нитямъ оказалась больше разности по верхнимъ, то разность по нижнимъ должна быть на столько же больше разности по среднимъ, или наоборотъ. Равенство разностей покажетъ, что рейки поставлены въ равныхъ разстояніяхъ отъ нивелира, а небольшой ходъ—что эти разстоянія не совсѣмъ

равны. Вслѣдствіе неизбѣжныхъ погрѣшностей наблюденій, полное равенство разностей или совершенно равномѣрный ходъ получается лишь случайно; достаточно, чтобы уклоненія не превосходили ± 2 миллиметровъ. Такъ, для штатива № 202 (стр. 678) имѣемъ разности по чернымъ: — 0·05, — 0·06, — 0·09 и по краснымъ: — 0·06, — 0·07, — 0·07.

Согласіе разностей по нитямъ или ихъ хода въ указанныхъ предѣлахъ служитъ первою повѣркою наблюденій; вторая повѣрка представляетъ сравненіе отсчетовъ по краснымъ сторонамъ реекъ съ отсчетами по чернымъ. Для этого въ первомъ и послѣднемъ столбцахъ противъ записей средней нити пишутъ среднія изъ отсчетовъ по всѣмъ тремъ нитямъ. Среднія по краснымъ, увеличенныя на $^1/_{15}$ своей величины *), должны равняться соотвѣтствующимъ среднимъ по чернымъ. Вслѣдствіе неизбѣжныхъ ошибокъ наблюденій и пренебреженія показаніями уровня (которыя вводятся только при окончательномъ вычисленіи), здѣсь тоже нельзя ожидать полнаго согласія; достаточно, если разногласія не превосходятъ ± 2 миллиметровъ. Для того же штатива № 202 имѣемъ среднія изъ отсчетовъ по задней рейкѣ: 12·693 и 11·890 + 0·793 = 12·683 (разногласіе 1 мил.); по передней рейкѣ: 12·760 и 11·957 + 0·797 = 12·754 (разногласіе 0·6 мил.).

Если указанныя двѣ повѣрки дали удовлетворительное согласіе, то наблюдатель переходитъ на слѣдующій штативъ; если же разногласіе оказалось больше ± 2 миллиметровъ, то прежде, чѣмъ повторять наблюденія, повѣряютъ вычисленія. Неопытные наблюдатели особенно часто дѣлаютъ ошибки въ выводѣ среднихъ изъ записей трехъ нитей. Повѣркою служитъ то, что эти среднія должны быть близки къ отсчетамъ по средней нити, потому что промежутки между горизонтальными нитями почти одинаковы.

Если повтореніе вычисленій не открыло въ нихъ ошибокъ, то надо заподозрить наблюденія, почему они должны быть по-

*) Повѣрка отсчетовъ красныхъ сторонъ по чернымъ при помощи прибавленія къ краснымъ $^1/_{15}$ ихъ величины примѣнима, конечно, лишь для реекъ, раздѣленныхъ на сантиметры и двухсотыя доли сажени; 1 сажень равна приблизительно 2·13358 метрамъ и потому $^1/_{20}$ сажени = = 1·0668 или почти 1 + $^1/_{15}$ десиметра; при другой системѣ дѣленій реекъ для повѣрки должны служить другія дроби. Замѣтимъ, что повѣрять можно не только среднія изъ отсчетовъ по тремъ нитямъ, но и отдѣльные отсчеты по каждой нити по чернымъ и краснымъ сторонамъ реекъ.

вторены въ прежнемъ порядкѣ и записаны на слѣдующей страницѣ журнала подъ тѣмъ же № штатива съ добавкою «bis».

Во всякомъ случаѣ нельзя переходить на слѣдующій штативъ, пока наблюденія на предыдущемъ не выдержали двухъ разсмотрѣнныхъ выше повѣрокъ. Первая повѣрка (согласіе разностей отсчетовъ по тремъ нитямъ на заднюю и переднюю рейки) открываетъ промахи въ отсчетахъ, и потому вторая (согласіе среднихъ по чернымъ и краснымъ сторонамъ реекъ) можетъ показаться излишнею, но это не такъ: вторая повѣрка служитъ для убѣжденія въ *неподвижности реекъ*. Пусть передній реечникъ послѣ отсчета по черной сторонѣ спохватился, что онъ плохо забилъ башмакъ; не желая затягивать работу повтореніемъ отсчетовъ, но чувствуя, что дѣло неладно, онъ по командѣ «красныя» вколачиваетъ башмакъ сильнѣе; бываетъ еще, что передняя рейка наблюдается по черной сторонѣ тогда, когда она стоитъ на сапогѣ, а по красной—когда она зазѣвавшимся реечникомъ поставлена уже на башмакъ. Легко понять, что въ обоихъ случаяхъ первая повѣрка не откроетъ этихъ предосудительныхъ шалостей реечниковъ; зато несогласіе среднихъ по черной и красной сторонамъ непремѣнно ихъ выдастъ.

Окончательное вычисленіе начинается введеніемъ въ готовыя уже среднія изъ отсчетовъ по тремъ нитямъ поправокъ за показанія уровня. Прежде всего выписываютъ разности отсчетовъ по крайнимъ горизонтальнымъ нитямъ, которыя даютъ разстоянія отъ нивелира до реекъ (въ частяхъ дальномѣра, R см. § 178), и выводятъ наклоненія уровня, какъ среднія изъ алгебраическихъ суммъ отсчетовъ по концамъ пузырька (величины s). Съ этими R и s по табличкѣ на стр. 657 находятъ поправки отсчетовъ, причемъ знакъ поправки тотъ же, что и знакъ алгебраической суммы s. Напримѣръ, для задней рейки (по черной сторонѣ) штатива № 202 (см. стр. 678) имѣемъ: $R = 4{\cdot}22$ и $s = -0{\cdot}2$; поправка выходитъ -2. Эту поправку пишутъ надъ соотвѣтствующимъ среднимъ изъ отсчетовъ по тремъ нитямъ, т. е. надъ числомъ 12·693. Исправленные отсчеты вписываютъ во второй и четвертый столбцы (для черныхъ сторонъ штатива № 202 : 12·691 и 12·757).

Далѣе составляютъ среднія изъ разностей отсчетовъ по тремъ нитямъ (въ среднемъ столбцѣ числа —0·067 и —0·067) и подъ ними пишутъ разности поправокъ за показанія уровня (для черныхъ: $(-2)-(-3)=+1$). Исправленныя среднія раз-

ности (— 0·066 и — 0·063) пишутъ ниже въ томъ же среднемъ столбцѣ, на одной горизонтальной строкѣ съ исправленными за показаніе уровня средними отсчетами реекъ. Полученное число должно равняться разности этихъ исправленныхъ среднихъ въ предѣлахъ до ± 0·001 (вслѣдствіе округленія третьихъ десятичныхъ знаковъ); это служитъ надежною повѣркой вычисленій:

$$12{\cdot}691 - 12{\cdot}757 = -0{\cdot}066 \quad \text{и} \quad 11{\cdot}892 - 11{\cdot}955 = -0{\cdot}063$$

Чтобы судить о согласіи результатовъ по чернымъ и краснымъ сторонамъ, представляющихъ въ сущности двѣ независимыя нивелировки, къ полевымъ повѣрочнымъ числамъ красныхъ сторонъ (для штатива № 202 : 12·683 и 12·754) придаютъ поправки за показанія уровня (+ 2 и — 2) и полученныя числа вычитаютъ изъ соотвѣтствующихъ исправленныхъ среднихъ по чернымъ сторонамъ (12·691 и 12·757); разности (+ 6 и + 5) пишутъ внизу обоихъ столбцовъ.

Когда вычисленія окончены для всѣхъ штативовъ по чернымъ и краснымъ сторонамъ реекъ, приступаютъ къ суммированію всѣхъ полученныхъ разностей по формулѣ:

$$H = \Sigma h = \Sigma\,(a - b)$$

причемъ суммированіе производится послѣдовательно отъ одного штатива къ другому, и подъ результатами каждаго штатива подписываютъ сумму результатовъ всѣхъ предыдущихъ. Такъ, на страницѣ штатива № 202 (черныя) подъ его результатами 12·691, — 0·066 и 12·757 подписаны числа 2991·035, + 550·430 и 2440·605, представляющія результаты суммированія чиселъ, полученныхъ на всѣхъ 201 штативѣ; на страницѣ штатива № 203 подъ его результатами 13·090, — 0·422 и 13·512 подписаны числа 3003·726, + 550·364 и 2453·362, выражающія результаты суммированія выше написанныхъ чиселъ (суммы всѣхъ 202 штативовъ), и т. д. При каждомъ составленіи суммъ необходимо въ умѣ дѣлать повѣрку: разность крайнихъ чиселъ должна равняться среднему. Суммированіе производится отдѣльно по чернымъ и краснымъ сторонамъ реекъ. Каждое несогласіе должно быть выяснено и исправлено.

При суммированіи ошибочные штативы отбрасываютъ и берутъ вѣрные съ припискою «bis». Повторенные же штативы (послѣдній до перерыва и первый съ тѣмъ же № послѣ перерыва) принимаются при суммированіи такъ, какъ будто вмѣсто

двухъ штативовъ былъ одинъ, результаты котораго равны среднему изъ обоихъ. Однако такъ поступаютъ лишь въ тѣхъ случаяхъ, когда разногласія между результатами не выходятъ изъ предѣла точности наблюденій (± 2 миллиметра); въ противныхъ случаяхъ по наблюденіямъ мѣтокъ на постоянныхъ предметахъ (см. § 180) судятъ, какой башмакъ измѣнилъ положеніе: если задній, то принимаютъ наблюденія этого штатива до перерыва, если же передній, то наблюденія послѣ перерыва (съ отмѣткой «bis»).

Для вычисленія поправочнаго члена $tg\,i\,.\,\Sigma\Delta$ формулы (135) на каждой страницѣ журнала, отдѣльно для черныхъ и красныхъ сторонъ реекъ, составляютъ разности $\Delta = R_{(задн.)} - R_{(передн.)}$ и суммируютъ ихъ послѣдовательно черезъ всѣ штативы. Суммы $\Sigma\Delta$ умножаютъ на среднее изъ $tg\,i$, полученное изъ всѣхъ опредѣленій его въ теченіе наблюденій отъ марки до марки, если только въ $tg\,i$ не замѣчено рѣзкихъ перемѣнъ; если такія перемѣны были, то поправочный членъ вычисляется и вводится отдѣльно для результатовъ работы каждаго дня.

Окончательный результатъ нивелировки отъ марки до марки равенъ среднему изъ результатовъ по чернымъ и краснымъ сторонамъ, причемъ первый, выраженный въ метрахъ, переводится въ сажени при помощи логариѳма [9·670891] переводнаго множителя, а второй, выраженный въ двадцатыхъ доляхъ сажени, обращается въ сажени простымъ дѣленіемъ на 20.

Такъ, на слѣдующей страницѣ имѣемъ:

По чернымъ:

$$H = +\,560{\cdot}695 + \frac{1}{66}(-\,0{\cdot}46) = +\,560{\cdot}688 \text{ десиметра.}$$

По краснымъ:

$$H = +\,525{\cdot}770 + \frac{1}{66}(-\,0{\cdot}08) = +\,525{\cdot}769 \text{ двадц. саж.}$$

Здѣсь $\frac{1}{66}$ есть среднее изъ всѣхъ опредѣленій $tg\,i$. Далѣе:

$$+\,560{\cdot}688 \text{ десиметра} = +\,26{\cdot}2792 \text{ сажени}$$

$$+\,525{\cdot}769 \text{ двадц. саж.} = +\,26{\cdot}2884 \quad »$$

$$\text{Въ среднемъ } H = +\,26{\cdot}284 \text{ сажени.}$$

Въ нижеслѣдующихъ таблицахъ приведены наблюденія и вычисленія трехъ послѣдовательныхъ штативовъ нивелировки по Козлово-Воронежской желѣзной дорогѣ, причемъ штативъ

	Задн. № 8.	№ 202.	Передн. № 9.	
(5) — 0·2	(1) 4·22	(23) — 0·04	(3) 4·26	(7) — 0·3
		— 0·42		
	(1) 7·9—8·1		(6) 7·9—8·1	
(9) — 2	(2) 10·58	(21) — 0·05	(7) 10·63	(11) — 3
(27) 12·693	(3) 12·70	(22) — 0·06	(8) 12·76	(31) 12·760
	(4) 14·80	(23) — 0·09	(9) 14·89	
	(5) 7·9—8·1	(17) — 0·067	(10) 7·8—8·2	
		(18) + 1		
	(13) 12·691	(19) — 0·066	(15) 12·757	
	2991·035	+ 550·430	2440·605	
(6) + 0·3	(2) 3·96	(24) — 0·01	(4) 3·97	(8) — 0·2
		— 0·05		
	(16) 8·1—7·8		(11) 7·8—8·2	
(10) + 2	(17) 9·91	(24) — 0·06	(12) 9·97	(12) — 2
(28) 11·890	(18) 11·89	(25) — 0·07	(13) 11·96	(32) 11·957
(29) ·793	(19) 13·87	(26) — 0·07	(14) 13·94	(33) ·797
(30) 12·683	(20) 8·1—7·8	(20) — 0·067	(15) 8·0—8·0	(34) 12·754
		(21) + 4		
	(14) 11·892	(22) — 0·063	(16) 11·955	
	2803·285	+ 516·135	2287·149	
	+ 6		+ 5	

	Задн. 9.	№ 203.	Пер. 8.	
0·0	4·36	0·00	4·36	+ 0·2
		—0·46		
	7·9—7·9		8·0—7·8	
0	10·91	—0·42	11·33	+ 2
13·090	13·09	—0·42	13·51	13·510
	15·27	—0·42	15·69	
	7·9—8·0	—0·420	8·0—7·8	
		—2		
	13·090	—0·422	13·512	
	3003·726	+550·364	2453·362	
— 0·4	4·08	0·00	4·08	+ 0·1
		— 0·06		
	7·7—8·1		7·8—7·9	
3	10·23	—0·38	10·61	+ 1
12·277	12·29	—0·37	12·66	12·653
·818	14·31	—0·38	14·69	·844
13·095	7·7—8·1	— 0·377	7·8—7·9	13·497
		— 2		
	12·274	— 0·379	12·654	
	2815·177	+ 516·072	2299·104	
	— 2		+ 14	

	Задн. 8.	№ 204.	Марка Графская.	[illegible]
0·0	0·28	0·00	0·28	[illegible]
		— 0·46		
	7·9—7·9		7·9—7·9	
0	10·80	+10·75	+0·046	
10·940	10·94	+10·75	+0·190	+[illegible]
	11·08	+10·76	+0·322	
	7·9—7·9	+ 10·753	7·9—7·9	
		0		
	10·940	+ 10·753	+ 0·186	
	3016·816	+549·942	2466·874	
— 0·2	0·25	— 0·02	0·27	— [illegible]
		— 0·06		
	7·8—8·0		7·8—8·0	
0	10·13	+10·09	+0·045	
10·257	10·26	+10·07	+0·185	+[illegible]
·684	10·38	+10·07	+0·312	
10·941	7·8—8·0	+ 10·077	7·8—8·0	[illegible]
		0		
	10·257	+ 10·077	+ 0·181	
	2827·451	+515·693	2311·758	
	— 1		— 7	

№ 204—послѣдній передъ маркою Графская, вотъ почему числа послѣдняго столбца выражены въ 0·001 доляхъ; они получены измѣреніями стальною мѣрною лентою. Противъ записей штатива № 202 въ скобкахъ поставлены числа, указывающія порядокъ записей и послѣдующихъ вычисленій. Выше было уже сказано, что *крупнымъ шрифтомъ* здѣсь напечатаны записи отсчетовъ и вычисленія въ полѣ карандашомъ, а *мелкимъ* — послѣдующія вычисленія дома перомъ.

184. Сопоставленіе результатовъ. Точныя нивелировки производятъ съ двоякою цѣлью: 1) *научною,* для изслѣдованія вида уровенной поверхности Земли, изученія вѣковыхъ колебаній уровней морей и океановъ, открытія перемѣнъ въ положеніи земной коры и пр. *), и 2) *практическою*—доставить опорныя точки по высотѣ для государственныхъ съемокъ, опредѣленія паденія рѣкъ, связи техническихъ нивелировокъ, предпринимаемыхъ для орошенія степей, осушенія болотъ и т. п.

Вопросъ о научномъ значеніи точныхъ нивелировокъ возбужденъ впервые въ 1864 году на первой конференціи Средне-европейскаго градуснаго измѣренія, преобразованнаго впослѣдствіи въ Международный Геодезическій Союзъ. Въ настоящее время точныя нивелировки производятся по желѣзнымъ и шоссейнымъ дорогамъ, по берегамъ рѣкъ и по другимъ въ томъ или иномъ отношеніи важнымъ направленіямъ. Въ одной Европѣ пронивелировано теперь уже около 150 000 верстъ.

Точныя нивелировки въ Россіи начались съ 1871 года, но

*) Насколько связаны между собой результаты точныхъ астрономическихъ и геодезическихъ работъ, видно изъ слѣдующаго любопытнаго примѣра. Въ 1883 г. итальянскій астрономъ *Фергола* обратилъ вниманіе ученаго міра на замѣтку знаменитаго *Бесселя* о возможности перемѣнъ географическихъ широтъ. Наблюденія 1891—92 гг. на европейскихъ обсерваторіяхъ и въ Гонолулу на Сандвичевыхъ островахъ обнаружили, что когда въ точкахъ, лежащихъ на одномъ меридіанѣ, широты увеличиваются, то въ точкахъ противолежащаго меридіана (съ разностью долготы въ 180°) онѣ уменьшаются, такъ что причина перемѣны широтъ заключается въ измѣненіи положенія оси вращенія Земли относительно самаго тѣла обитаемой нами планеты. Эти перемѣны очень малы, но все же достигаютъ 0·5″. Перемѣны широтъ, очевидно, должны вызывать измѣненія въ уровнѣ океана. Директоръ Лейденской обсерваторіи *Бакхюйзенъ*, обработавъ показанія мареографа въ Гельдерѣ съ 1854 по 1892 г., открылъ въ измѣненіяхъ уровня періодъ въ 430 сутокъ, вполнѣ согласный съ періодомъ, замѣченнымъ въ перемѣнѣ географической широты.

до 1877 г. онѣ имѣли отчасти опытный характеръ и производились различными инструментами и разными способами; только съ 1881 года, послѣ временнаго перерыва вслѣдствіе войны 1877—78 гг., нивелировки начали производить новыми, выработанными опытомъ предшествовавшихъ лѣтъ нивелирами и по тщательно составленной инструкціи. Исполненная по нынѣ сѣть русскихъ нивелировокъ покрываетъ всю центральную и западную часть Европейской Россіи, примыкаетъ къ Балтійскому, Черному и Азовскому морямъ и простирается на востокъ до Оренбурга. Нѣсколько отдѣльныхъ нивелировокъ произведено и въ Сибири. Началомъ счета высотъ нашихъ нивелировокъ служитъ нуль Кронштадтскаго футштока, т. е. черта, вырѣзанная на высотѣ средняго уровня воды на мѣдной доскѣ, вдѣланной въ гранитный устой моста передъ зданіемъ Николаевскаго Инженернаго Училища Морского Вѣдомства. Связь нуля Кронштадтскаго футштока съ нивелирною маркой Ораніенбаумскаго воксала произведена уже нѣсколько разъ, но самымъ точнымъ образомъ исполнена лишь въ 1892 году *).

Результаты русскихъ нивелировокъ, составляющихъ нынѣ въ общей сложности болѣе 15 000 верстъ, печатаются въ Запискахъ Военно-Топографическаго Управленія Главнаго Штаба; тамъ же помѣщаются обширныя статьи по этому предмету **). Первая сводка полученныхъ результатовъ сдѣлана нашимъ безвременно погибшимъ геодезистомъ *Рыльке* (1843—1899), напечатавшимъ

---

*) *Витрамъ.* Нивелировка между Кронштадтомъ и С.-Петербургомъ. Записки по Гидрографіи. Выпускъ XV, 1894.

**) *Цингеръ.* Опытъ нивелирныхъ работъ съ нивелиръ-теодолитомъ. Часть XXXVI, 1878.

Тилло. Результаты нивелирныхъ работъ, произведенныхъ отъ 1871 по 1877 г. и возобновленныхъ съ 1881 г. Часть XXXVIII, 1883.

Гедеоновъ. О нивелировкахъ по жел. дорогамъ. Часть XXXIX, 1884.

Рыльке. Геометрическія нивелировки. Части XLIV, 1889, LI, 1894 и LIII, 1896.

Рыльке. Земная рефракція и вліяніе ея на связь русской нивелирной сѣти съ сѣтью средне-европейскою. Часть LV, 1898.

Витрамъ. Нивелировка между Пулковомъ и Колпиномъ въ 1895 г. Часть LV, 1898.

Осиповъ. Французскій нивелиръ и нивелировка съ нимъ отъ Пулкова къ Гатчинѣ и обратно. Часть LVIII, 1901.

Матеріалы для пополненія Каталога высотъ Русской нивелирной сѣти. Часть LIX, 1902.

въ 1894 г. «Каталогъ высотъ русской нивелирной сѣти». Въ этотъ каталогъ вошло 1090 точекъ, расположенныхъ по желѣзнымъ дорогамъ и связанныхъ нивелировками, произведенными большею частью по два раза туда и назадъ. Абсолютныя высоты точекъ даны въ Каталогѣ съ точностью до 0·001 сажени. По смыканію нивелировокъ, образующихъ замкнутые полигоны, выяснилось, что наши нивелировки не уступаютъ лучшимъ нивелировкамъ заграницей, и вѣроятная ихъ ошибка не превосходитъ $\pm$ 0·08 дюйма на одну версту. Между прочимъ, изъ нашихъ нивелировокъ обнаружилось, что уровни морей Балтійскаго и Чернаго почти одинаковы и могутъ считаться частями одной общей для всей Земли поверхности океановъ. Можно сказать даже больше: въ настоящее время море нивелируетъ точнѣе самыхъ искусныхъ наблюдателей.

Тщательная обработка новѣйшихъ нивелировокъ показала, что разногласія, обнаруживаемыя при смыканіи полигоновъ и при нивелированіи тѣхъ же линій въ противоположныхъ направленіяхъ, превосходятъ разногласія, которыхъ можно ожидать только по ошибкамъ отсчетовъ реекъ и неизбѣжнымъ погрѣшностямъ инструментовъ. Не входя въ подробный разборъ всѣхъ причинъ такихъ разногласій, укажемъ на три главнѣйшія: незнаніе точныхъ законовъ преломленія лучей въ земной атмосферѣ, осѣданіе реечныхъ башмаковъ и неправильности въ уровенныхъ поверхностяхъ земного сфероида.

1. Обыкновенно принимаютъ, что искаженіе отсчетовъ по рейкамъ, вслѣдствіе преломленія лучей въ атмосферѣ, пронорціонально квадрату разстоянія и потому оно должно исключаться при нивелированіи изъ середины, когда разстоянія передней и задней реекъ отъ инструмента одинаковы. Въ § 179 было объяснено, что системою наблюденій стараются исключить даже перемѣны преломленія. На самомъ дѣлѣ величина преломленія зависитъ не только отъ разстоянія до рейки и отъ времени наблюденія, но еще отъ метеорологическихъ условій (температуры, давленія и влажности атмосферы) и отъ рода почвы, надъ которою проходятъ свѣтовые лучи (пашня, лугъ, каменная дорога и пр.); эти условія рѣдко одинаковы на всемъ протяженіи отъ одной рейки до другой. Кромѣ того, слои атмосферы одинаковой плотности располагаются по уровеннымъ поверхностямъ только надъ равнинными пространствами; на скатахъ слои равной плотности изгибаются сообразно неровностямъ

мѣстности, и потому даже и на пологомъ скатѣ преломленіе лучей, идущихъ къ трубѣ нивелира отъ двухъ равноудаленныхъ реекъ, не вполнѣ одинаково.

Вообще вліяніе преломленія лучей на отсчеты задней и передней реекъ различно и не поддается точному опредѣленію. Для уменьшенія этого вліянія можно лишь посовѣтовать работать при постоянной погодѣ, прекращая нивелированіе при наступленіи грозы, бури и т. п., и вести линію нивелированія по однообразной мѣстности, напримѣръ, сплошь по дорогѣ, сплошь по лугу и т. п.

2. Какъ бы сильно ни вдавливались башмаки подъ рейки, но во время переноса инструмента съ одной точки стоянія на другую башмакъ передней рейки, остающейся на мѣстѣ, отъ тяжести самой рейки или отъ невольнаго давленія реечника на ручки, особенно на мягкомъ грунтѣ, можетъ немного углубиться. Легко сообразить, что это осѣданіе башмака въ промежуткѣ между наблюденіями на двухъ послѣдовательныхъ штативахъ не обнаружится разногласіемъ отсчетовъ по рейкамъ; какъ бы мало ни было это осѣданіе, но, дѣйствуя не какъ случайная, а какъ постоянная ошибка, т. е. входя съ однимъ знакомъ, при большомъ числѣ штативовъ оно можетъ составить замѣтную величину. Отъ осѣданія башмака отсчетъ по каждой задней рейкѣ всегда увеличивается, и потому поправка за осѣданіе башмаковъ должна быть введена въ формулу (135) со знакомъ —. Если нивелированіе произведено между двумя марками два раза *въ томъ же направленіи,* то оба результата будутъ согласны между собою, но среднее изъ нихъ будетъ ошибочно на сумму поправокъ за осѣданіе башмаковъ на всѣхъ реечныхъ точкахъ. Наоборотъ, если обѣ нивелировки произведены *въ противоположныхъ направленіяхъ,* то поправки за осѣданіе башмаковъ въ среднемъ изъ обоихъ результатовъ исключатся, и хотя отдѣльные результаты будутъ согласоваться хуже, чѣмъ результаты двухъ нивелировокъ въ одномъ направленіи, но среднее будетъ ближе къ истинѣ. Въ самомъ дѣлѣ, назовемъ поправки за осѣданіе башмаковъ при нивелированіи между двумя отдаленными точками черезъ ε и ε_1. Результаты двухъ нивелировокъ туда и назадъ могутъ быть представлены формулами:

$$H_1 - H = P - \varepsilon$$

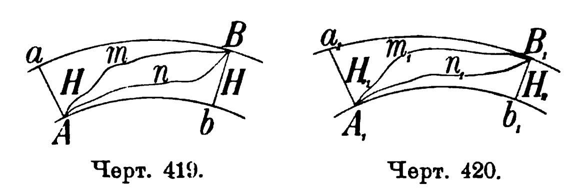
$$H - H_1 = Q - \varepsilon_1$$

гдѣ P и Q имѣютъ, конечно, разные знаки. Полагая, что $\varepsilon = \varepsilon_1$, въ среднемъ получимъ величину

$$H_1 - H = \frac{P - Q}{2}$$

въ которой поправки за осѣданіе башмаковъ совершенно исключатся.

3. Если бы Земля имѣла видъ шара, то разстоянія уровенныхъ поверхностей двухъ конечныхъ точекъ нивелированія A и B (черт. 419) по отвѣснымъ направленіямъ были бы вездѣ одинаковы, и результаты нивелировокъ по разнымъ путямъ различались бы только вслѣдствіе ошибокъ наблюденій. Положимъ, напримѣръ, что первый путь избранъ черезъ точку a, а второй черезъ b. На первомъ пути наблюдатель сперва поднимается въ гору отъ A до a и далѣе идетъ по уровенной поверхности aB точки B. Отъ A до a нивелировка дастъ отрѣзокъ Aa, а разности отсчетовъ на всемъ пространствѣ отъ a



Черт. 419. Черт. 420.

до B будутъ нули, такъ что конечный результатъ нивелированія дастъ величину $Aa = H$. На второмъ пути наблюдатель двигается сперва по уровенной поверхности точки A, и отъ A до b всѣ разности отсчетовъ реекъ будутъ нулями; при подъемѣ же отъ b до B получится величина bB, въ точности равная $Aa = H$. Такой же выводъ получился бы и по всѣмъ другимъ путямъ нивелированія (напримѣръ, по AmB и AnB), и вообще результатъ не зависѣлъ бы отъ выбраннаго пути нивелированія.

Нѣсколько иначе обстоитъ дѣло на сфероидической поверхности Земли. Разрѣзы уровенныхъ поверхностей двухъ точекъ A_1 и B_1 (черт. 420), не лежащихъ на одной параллели, представляются дугами эллипсовъ, разстоянія которыхъ по отвѣснымъ линіямъ неодинаковы. Такъ какъ сила тяжести увеличивается отъ экватора къ полюсамъ, то длина A_1a_1 въ южной точкѣ A_1 больше длины B_1b_1 въ сѣверной точкѣ B_1 (предполагается, что обѣ точки расположены въ сѣверномъ полушаріи).

Прилагая прежнія разсужденія къ двумъ безошибочнымъ нивелировкамъ по путямъ *) $A_1 a_1 B_1$ и $A_1 b_1 B_1$, легко понять, что эти двѣ нивелировки дадутъ разные результаты $A_1 a_1 = H_1$ и $B_1 b_1 = H_2$. Разность $H_1 - H_2$ зависитъ отъ горизонтальнаго разстоянія между точками A_1 и B_1 и разности ихъ высотъ, т. е. отъ величины площади $A_1 a_1 B_1 b_1$, а также отъ азимута сѣченія $A_1 B_1$. Если нивелировки произведены не по воображаемымъ путямъ $A_1 a_1 B_1$ и $A_1 b_1 B_1$, а по какимъ-нибудь кривымъ $A_1 m_1 B_1$ и $A_1 n_1 B_1$, то ошибка смыканія нивелировки хотя и будетъ меньше, но все же будетъ существовать. Вообще теоретическая, такъ сказать, законная *ошибка смыканія* ρ выражается слѣдующею приближенною формулой:

$$\rho = 0{\cdot}037 \sin(\varphi + \varphi_1) P$$

гдѣ φ и φ_1 — широты самой южной и самой сѣверной точекъ полигона, а P — площадь проекціи фигуры, составляемой двумя путями нивелированія, на плоскость средняго меридіана нивелированнаго пространства. Въ этой формулѣ площадь P должна быть выражена въ квадратныхъ верстахъ, а ρ получается въ дюймахъ. При нивелированіи въ одномъ направленіи другое направленіе надо воображать вдоль уровенной поверхности. Для русскихъ точныхъ нивелировокъ отъ Гатчины до Одессы, широты которыхъ суть 59°34' и 46°29', теоретическая поправка за

*) Въ сущности нивелированіе вдоль эллиптическихъ дугъ $A_1 b_1$ и $a_1 B_1$ не даетъ безусловно нуля: дѣйствительно, вліяніе непрерывно измѣняющейся кривизны этихъ дугъ на отсчеты задней и передней реекъ даже при нивелированіи изъ середины не одинаково (какъ для круговыхъ дугъ, въ предположеніи, что Земля шарообразна). Однако этою неточностью всегда можно пренебрегать: при нивелированіи по меридіану ошибка для одного штатива составляетъ величину:

$$\frac{s^3}{16 a^2} e^2 \sin 2\varphi$$

гдѣ s — разстояніе между рейками, т. е. удвоенное разстояніе рейки отъ нивелира, a — большая полуось земного сфероида, e — его эксцентриситетъ и φ — широта точки наблюденія. Если вообразить огромную нивелировку по меридіану отъ экватора до полюса, то и тогда вліяніе эллиптическаго вида меридіана составитъ въ суммѣ всего

$$\frac{s^2}{16 a} e^2$$

Пусть $s = 80$ саж.; если подставить $a = 5979$ верстъ и $e^2 = 0{\cdot}0068$, то вліяніе эллиптическаго вида меридіана оказывается менѣе 0·0001 дюйма.

несмыканіе составляетъ почти 0·1 сажени (0·098 саж.; см. Каталогъ высотъ русской нивелирной сѣти, стр. 41).

На самомъ дѣлѣ разныя уровенныя поверхности даже и не сфероидическія, а вообще поверхности крайне неправильныя; это доказывается существованіемъ значительныхъ отклоненій отвѣсныхъ линій не только въ горныхъ странахъ, гдѣ неправильности распредѣленія массъ бросаются въ глаза, но иногда и на равнинахъ. Вліяніе притяженія горъ на результаты точныхъ нивелировокъ можно опредѣлить лишь приближенно, принимая каждую гору и цѣлый хребетъ за правильное геометрическое тѣло извѣстныхъ размѣровъ и плотности; подобныя вычисленія показали, что Альпы, напримѣръ, могутъ вызвать ошибки смыканія, превосходящія ошибки наблюденій и достигающія 0·5 сажени. Отсюда видно, что и наоборотъ, разногласія нивелировокъ, сдѣланныхъ разными путями, могутъ обнаружить существованіе мѣстныхъ отклоненій отвѣсныхъ линій и служить для ближайшаго изученія уровенной поверхности Земли. Такимъ образомъ, точныя нивелировки могутъ служить цѣлямъ не только Топографіи, но и Геодезіи.

185. Техническія нивелировки. Нивелирныя работы, производимыя для проложенія новыхъ дорогъ, прорытія каналовъ и пр., могутъ исполняться менѣе тщательно, чѣмъ описанныя выше точныя нивелировки. Небольшія ошибки, нетерпимыя при рѣшеніи научныхъ вопросовъ, не имѣютъ значенія для практическихъ цѣлей. Кромѣ того, точныя нивелировки производятся по длиннымъ линіямъ и должны давать основныя опорныя точки (марки) на протяженіи цѣлыхъ областей для всѣхъ будущихъ небольшихъ нивелировокъ, производимыхъ для техническихъ цѣлей; эти такъ называемыя *техническія нивелировки* имѣютъ, обыкновенно, небольшое протяженіе, на которомъ и значительныя, сравнительно, ошибки не могутъ накопиться до большихъ величинъ.

Техническія нивелировки производятся нивелирами и рейками самаго разнообразнаго устройства. Сущность работъ остается та же, что и при точныхъ нивелировкахъ, упрощеніе же и ускореніе достигаются нижеслѣдующимъ:

1. Уровень не отсчитываютъ, а передъ каждымъ наблюденіемъ рейки приводятъ пузырекъ уровня на середину трубки подъемнымъ винтомъ нивелира; другими словами, пренебре-

гаютъ небольшою неточностью въ установкахъ уровня и зрительной трубы. Если уровень достаточно чувствителенъ, то это пренебреженіе не имѣетъ практическаго значенія, а между тѣмъ оно ускоряетъ не только наблюденія, но и послѣдующія вычисленія.

2. Отсчитываютъ рейки не по тремъ, а только по одной средней нити; многіе нивелиры не имѣютъ даже трехъ горизонтальныхъ нитей, а лишь одну. Отсчеты по тремъ нитямъ при точныхъ нивелировкахъ служатъ, во-первыхъ, для повѣрки наблюденій, а во-вторыхъ, для грубаго опредѣленія разстоянія до рейки; въ техническихъ нивелировкахъ существуютъ другіе способы повѣрокъ (см. ниже), разстоянія же до реекъ, необходимыя для составленія и вычерчиванія профиля мѣстности вдоль нивелируемой линіи, получаются обыкновенно непосредственными измѣреніями цѣпью или стальною лентою.

3. Вмѣсто двустороннихъ реекъ пользуются односторонними и притомъ безъ уровней. Ошибка отъ невертикальности реекъ весьма незначительна.

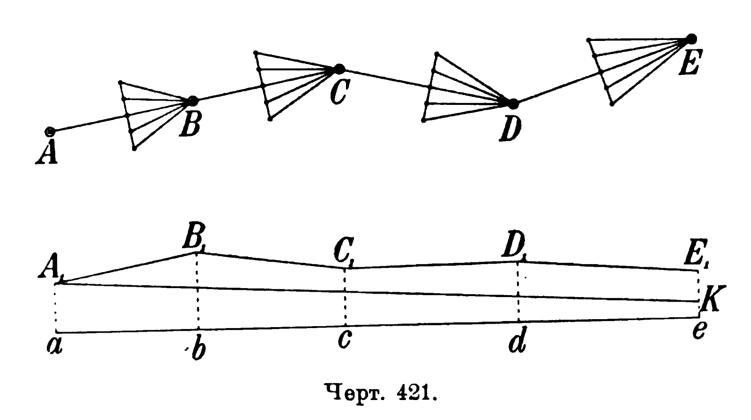
4. Вмѣсто башмаковъ подъ рейки забиваютъ небольшіе деревянные колья *(пикеты)* съ нумерами. Эти колья остаются на мѣстѣ, что необходимо для производимыхъ послѣ нивелированія земляныхъ работъ.

Порядокъ работы при техническомъ нивелированіи зависитъ отъ того, нивелируютъ ли узкую полосу земли для составленія проекта дороги, канала и т. п. или нивелируютъ цѣлое пространство для вычерчиванія затѣмъ плана въ изогипсахъ и рѣшенія на немъ разныхъ практическихъ вопросовъ.

Въ первомъ случаѣ, т. е. при *нивелированіи линіи*, работа ведется по заранѣе провѣшенной прямой или ломаной линіи и пикеты располагаются вдоль нея по одиночкѣ или группами на перпендикулярахъ къ линіи. Пусть $ABCDE$ (черт. 421) представляетъ ось проектируемой дороги; кружки съ точками означаютъ *станціи*, т. е. мѣста, гдѣ ставится нивелиръ, а точки — *пикеты* — мѣста реекъ. Разстоянія между станціями и число поперечныхъ пикетовъ зависятъ отъ характера мѣстности: на ровныхъ участкахъ разстоянія между станціями доводятъ до 50 и даже до 100 саженей и довольствуются пикетами только по оси будущей дороги; при рѣзкихъ же перегибахъ, на крутыхъ спускахъ и подъемахъ, чтобы профиль, вычерчиваемый потомъ по точкамъ, представлялъ пройденную полосу возможно

ближе къ истинѣ, разстоянія между станціями сокращаютъ, а число пикетовъ увеличиваютъ.

Наблюденія производятъ послѣдовательно на всѣхъ станціяхъ, причемъ въ каждой берутъ отсчеты на всѣ заднія рейки и на одну переднюю (по оси дороги), какъ показано на чертежѣ. Впрочемъ, если есть время и достаточное число рабочихъ, полезно брать отсчеты и на всѣ переднія; тогда разности отсчетовъ на тѣ же рейки съ двухъ ближайшихъ станцій даютъ надежную повѣрку наблюденій. Если означить отсчеты или, какъ называютъ ихъ иногда, *взгляды* на двѣ рейки между



Черт. 421.

тѣми же станціями, когда обѣ были передними, черезъ a и b, а когда обѣ были задними, черезъ c и d, то, очевидно, должно существовать равенство:

$$a - b = c - d$$

или

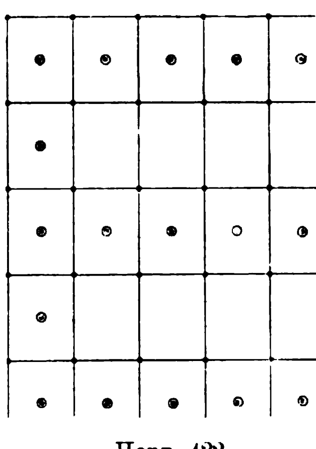
$$a + d = b + c$$

т. е. *суммы взглядовъ накрестъ должны быть одинаковы.* Эта повѣрка должна удовлетворяться въ предѣлахъ точности отсчетовъ.

Разстоянія по линіи нивелированія и по перпендикулярамъ измѣряются цѣпью или стальною мѣрною лентой. Углы на поворотахъ оси измѣряются особо угломѣрнымъ инструментомъ до или послѣ нивелированія; однако существуютъ нивелиры съ раздѣленными горизонтальными кругами, отсчитываемыми по верньерамъ, такъ что углы на поворотахъ можно измѣрять и попутно, при самомъ нивелированіи.

Во второмъ случаѣ, т. е. при *нивелированіи пространствъ*, пикеты разбиваютъ въ видѣ правильной сѣти по всему участку, чтобы они оказались на вершинахъ прямоугольниковъ или квадратовъ (черт. 422). Эти точки опредѣляются предварительнымъ провѣшиваніемъ двухъ системъ параллельныхъ и взаимно-перпендикулярныхъ прямыхъ помощью эккера или какого-нибудь угломѣрнаго инструмента. На ровной мѣстности разстоянія между пикетами берутъ больше, чѣмъ на пересѣченной.

Нивелиръ ставятъ послѣдовательно въ центрахъ полученныхъ фигуръ, но не во всѣхъ, а только тамъ, гдѣ это необходимо, какъ показано на чертежѣ кружками съ точками. Повѣркой наблюденій, какъ и въ предыдущемъ случаѣ, служатъ суммы взглядовъ накрестъ по рейкамъ, отсчитаннымъ съ двухъ послѣдовательныхъ станцій.



Черт. 422.

При смыканіи нивелирныхъ ходовъ можетъ оказаться *невязка*, т. е. алгебраическая сумма разностей высотъ по замкнутой линіи не будетъ равна нулю. Значительная невязка можетъ произойти только отъ промаховъ; ихъ слѣдуетъ открыть и исправить. Незначительная же невязка, объясняемая неизбѣжными погрѣшностями наблюденій, разбивается на равныя части по всѣмъ станціямъ хода.

При *нивелированіи рѣки* для опредѣленія ея паденія въ дно вблизи берега забиваютъ прочныя сваи, на вершины которыхъ ставятъ рейки; нивелиръ располагаютъ на берегу приблизительно по серединѣ между каждыми двумя послѣдовательными сваями. Такъ какъ работа продолжается дни и недѣли, въ теченіе которыхъ уровень воды можетъ мѣняться, то нивелированіемъ опредѣляютъ сперва лишь разности высотъ вершинъ забитыхъ свай; затѣмъ въ заранѣе условленный день и часъ на всѣхъ сваяхъ производятъ отсчеты высоты воды. Полученныя данныя достаточны для вычисленія разностей высотъ уровня воды у всѣхъ свай и для построенія профиля. На многихъ рѣкахъ устроены водомѣрные посты, гдѣ у прочно забитыхъ свай поставлены рейки съ дѣленіями *(футштоки)*, по

которымъ періодически отсчитывается высота уровня состоящими при постахъ служащими или любителями.

Для составленія *продольныхъ и поперечныхъ профилей дна* небольшой рѣки производятъ измѣренія глубинъ съ лодокъ, слѣдуя вдоль протянутыхъ поперекъ рѣки канатовъ съ мѣтками черезъ опредѣленное число саженей. Измѣренія глубинъ дѣлаютъ раздѣленнымъ шестомъ. При работахъ на широкихъ судоходныхъ рѣкахъ или на озерахъ пользуются, обыкновенно, зимнимъ временемъ, когда вода покрыта льдомъ; на немъ разбиваютъ систему пикетовъ, какъ на сушѣ, въ каждомъ пикетѣ прорубаютъ отверстіе во льду (луночку) и опускаютъ въ него шестъ или лотъ (веревку съ грузомъ). Лѣтомъ промѣры на озерахъ и моряхъ вблизи береговъ дѣлаютъ съ судовъ, опредѣляя точки по створамъ или рѣшеніемъ задачи Потенота (см. § 138 стр. 507).

186. Профили и планы. Результаты техническихъ *нивелировокъ линій* представляютъ въ видѣ чертежа, изображающаго профиль или вертикальный разрѣзъ мѣстности. Если нивелирована полоса подъ дорогу или каналъ, то составляютъ одинъ *продольный* и рядъ *поперечныхъ* профилей. Для этого на графленой бумагѣ по произвольной прямой откладываютъ горизонтальныя разстоянія между пикетами; затѣмъ во всѣхъ полученныхъ точкахъ по перпендикулярамъ откладываютъ высоты, выведенныя изъ журналовъ нивелировки, и вершины перпендикуляровъ соединяютъ непрерывною ломаною линіей, которая и представитъ профиль (черт. 421). Для сокращенія размѣровъ чертежа на перпендикулярахъ откладываютъ, обыкновенно, не абсолютныя (иногда и неизвѣстныя) высоты, а относительныя, принимая низшую точку нивелированной линіи за начало счета высотъ.

При откладываніи высотъ берутъ масштабъ крупнѣе, чѣмъ для горизонтальныхъ разстояній, въ 10 или даже въ 100 разъ; иначе профиль равнинной полосы выходитъ недостаточно выразительнымъ.

Поперечные профили вычерчиваютъ либо на отдѣльныхъ листахъ графленой бумаги, либо вмѣстѣ съ продольнымъ профилемъ, подъ соотвѣтствующими точками.

По готовому профилю легко производить разные практическіе расчеты. Пусть, напримѣръ, на мѣстности, изображенной

продольнымъ профилемъ чертежа 421-го, между точками A_1 и E_1 требуется проектировать дорогу съ уклономъ въ 0·01. Для этого на перпендикулярѣ eE_1 откладываютъ отрѣзокъ eK, вычисленный по формулѣ

$$Ke = A_1 a - 0{\cdot}01\ ae$$

и соединяютъ точку K съ A_1 прямою, которая, очевидно, будетъ имѣть уклонъ въ 0·01.

Обыкновенно проектируютъ дорогу съ такимъ расчетомъ, чтобы она срѣзала и заполняла существующія неровности мѣстности, и притомъ чтобы объемы насыпей и выемокъ были приблизительно одинаковы; о вычисленіи объемовъ см. § 187.

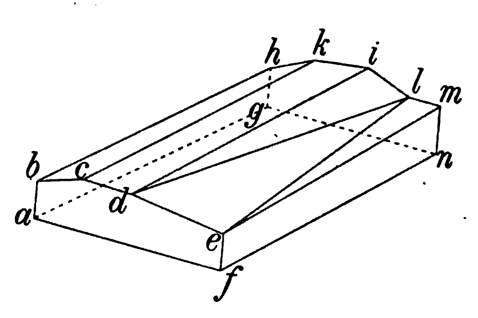
Результаты техническихъ *нивелировокъ пространствъ* представляютъ въ видѣ плана съ вычерченными на немъ изогипсами. Такая работа разсмотрѣна уже въ § 158; разница здѣсь только въ томъ, что на мензульной съемкѣ число точекъ съ высотами всегда ограничено, и потому тамъ нѣтъ возможности, да нѣтъ и надобности проводить изогипсы очень точно. По частымъ пикетамъ, расположеннымъ съ извѣстною правильностью, можно проводить изогипсы съ гораздо большею точностью и полнотой.

Если требуется составить подробный гипсометрическій планъ отдѣльной горки или котловины, то отъ центральной точки разбиваютъ систему лучеобразно расходящихся во всѣ стороны нивелирныхъ линій и опредѣляютъ на нихъ высоты всѣхъ точекъ перегиба. При небольшихъ размѣрахъ участка высоты всѣхъ этихъ точекъ могутъ быть опредѣлены изъ одной станціи. Послѣ нанесенія всѣхъ нивелирныхъ линій на бумагу и приписки полученныхъ высотъ у соотвѣтствующихъ точекъ, весьма легко по пропорціи находить на каждой линіи точки съ высотами, выражаемыми круглыми числами саженей, футовъ и т. п., и провести непрерывныя изогипсы.

По плану съ точно нанесенными изогипсами не трудно опредѣлять паденіе разныхъ скатовъ, составлять проекты дорогъ, каналовъ и пр.

187. Вычисленіе объемовъ. Имѣя готовые продольные и поперечные профили, а также планы съ точно нанесенными изогипсами, можно вычислять объемы земли, которую необходимо вырыть или присыпать для сооруженія дороги, планировки мѣстности и т. п.

Пусть имѣется одинъ продольный и рядъ поперечныхъ профилей извѣстной полосы, и на нихъ построены уже соотвѣтствующіе профили дороги. Вырѣзаемая или присыпаемая часть между двумя послѣдовательными поперечными профилями представляетъ такъ называемый *призмоидъ* (черт. 423), т. е. тѣло, ограниченное двумя параллельными многоугольными основаніями $abcdef$ и $ghkilmn$ и нѣсколькими боковыми гранями въ видѣ прямоугольниковъ, трапецій и треугольниковъ, образованныхъ сторонами многоугольныхъ основаній и прямыми, соединяющими ихъ вершины.



Черт. 423.

Каждый призмоидъ можно разбить на нѣсколько призмъ и полныхъ и усѣченныхъ пирамидъ, имѣющихъ одну общую высоту — разстояніе между поперечными профилями.

Объемы этихъ тѣлъ, какъ извѣстно, выражаются формулами:

$$\text{Объемъ призмы } V = B \,.\, h$$

$$\text{Объемъ полной пирамиды } V = B \,.\, \frac{h}{3}$$

$$\text{Объемъ усѣченной пирамиды } V = (B + b + \sqrt{Bb})\,\frac{h}{3} \qquad (\alpha)$$

въ которыхъ B и b—площади основанія, а h—высота. Послѣднюю формулу легко преобразовать въ такую, куда входила бы не площадь, средне-пропорціональная основаніямъ, а сѣченіе пирамиды, параллельное основаніямъ и лежащее на половинѣ ея высоты.

Всѣ сѣченія, параллельныя основаніямъ усѣченной пирамиды представляютъ подобные многоугольники, такъ что ихъ сходственныя стороны пропорціональны корнямъ квадратнымъ изъ площадей сѣченій; разсматривая только сѣченія нижнее, верхнее и лежащее по серединѣ между ними, легко замѣтить, что каждая боковая грань усѣченной пирамиды представляетъ трапецію, въ которой среднее сѣченіе даетъ прямую, соединяющую середины непараллельныхъ сторонъ, поэтому для площади m

средняго сѣченія получится выраженіе

$$\sqrt{m} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{B} + \sqrt{b}\right)$$

дающее послѣ возвышенія въ квадратъ:

$$m = \frac{1}{2}\left(\frac{B+b}{2} + \sqrt{Bb}\right) \qquad (\beta)$$

т. е. площадь средняго сѣченія всякой усѣченной пирамиды равна полусуммѣ средняго ариѳметическаго и средняго геометрическаго изъ площадей нижняго и верхняго основаній.

Изъ сопоставленія выраженій (α) и (β) не трудно получить слѣдующее:

$$V = (B + 4m + b)\,\frac{h}{6} \qquad (139)$$

Эта формула можетъ служить для вычисленія не только объема усѣченной пирамиды, но и для вычисленія объемовъ призмы и полной пирамиды. Для полученія объема призмы въ ней надо положить $b = m = B$, а для полученія объема полной пирамиды: $b = 0$ и $m = {}^1/_4\,B$.

Такъ какъ формула (139) выражаетъ въ общемъ видѣ объемы всѣхъ трехъ разсматриваемыхъ тѣлъ, то, очевидно, она примѣнима и для вычисленія ихъ суммы, т. е. для вычисленія объема призмоида. Если означить площади трехъ послѣдовательныхъ и равноотстоящихъ сѣченій призмоида черезъ P_1, P_2 и P_3, а разстоянія между сѣкущими плоскостями черезъ s, то по формулѣ (139) объемъ его V будетъ:

$$V = (P_1 + 4P_2 + P_3)\,\frac{s}{3} \qquad (140)$$

Вполнѣ точный объемъ получится по этой формулѣ, конечно, лишь въ предположеніи, что продольныя сѣченія призмоида суть прямыя линіи; на практикѣ это можетъ быть допущено для вычисленія земляныхъ работъ, особенно если разстоянія между сѣченіями не велики, и сѣченія вычерчены для мѣстъ перегибовъ продольнаго профиля.

Полный объемъ V всѣхъ земляныхъ работъ на пространствѣ профильной линіи, на которой имѣются поперечные профили съ площадями сѣченія P_1, P_2, P_3 . . . , расположенными

на равныхъ разстояніяхъ s, получится суммированіемъ выраженій

$$V_1 + V_2 = (P_1 + 4P_2 + P_3)\,\frac{s}{3}$$

$$V_3 + V_4 = (P_3 + 4P_4 + P_5)\,\frac{s}{3}$$

. . . .

такъ что:

$$V = (P_1 + 4P_2 + 2P_3 + 4P_4 + 2P_5 + \cdots + P_n)\,\frac{s}{3} \qquad (141)$$

Для вычисленія объема земли, которую надо вырыть на волнистой мѣстности, чтобы образовать горизонтальную площадь, необходимо имѣть результаты нивелированія пространства, какъ это изображено на черт. 422. Принявъ высоту будущей горизонтальной площади за нуль, легко простымъ вычитаніемъ ея высоты изъ высотъ всѣхъ пикетовъ получить высоты пикетовъ надъ горизонтальною площадью. Весь объемъ земли, которую надо срыть (или присыпать), можно мысленно разбить на отдѣльныя тѣла, ограниченныя горизонтальною прямоугольною площадкой, четырьмя вертикальными плоскостями и кривою поверхностью самой почвы. Если пикеты расположены достаточно часто, т. е. если между ними на мѣстности нѣтъ рѣзкихъ перегибовъ, то кривую поверхность почвы на пространствѣ каждаго отдѣльнаго прямоугольника можно приближенно считать косою плоскостью (поверхностью гиперболическаго параболоида).

Отнесемъ объемъ одного изъ указанныхъ тѣлъ къ прямоугольнымъ координатнымъ осямъ, изъ которыхъ оси x и y лежатъ въ горизонтальной плоскости прямоугольнаго основанія и параллельны его сторонамъ, а ось z — вертикальна. Назовемъ координаты вершинъ прямоугольнаго основанія соотвѣтственно черезъ a_1 и b_1, a_1 и b_2, a_2 и b_2, a_2 и b_1 и означимъ для краткости:

$$a_2 - a_1 = a$$

$$b_2 - b_1 = b \qquad (a)$$

$$P = ab$$

Разсматриваемое тѣло ограничено горизонтальною плоскостью $z = 0$, четырьмя вертикальными плоскостями $x = a_1$, $x = a_2$, $y = b_1$ и $y = b_2$ и косою плоскостью, которая въ принятой

системѣ координатъ выражается уравненіемъ:

$$z = c \, . \, xy \qquad (b)$$

гдѣ c пока неизвѣстная, но постоянная величина.

Объемъ V всего тѣла можетъ быть представленъ двойнымъ интеграломъ:

$$V = \int_{a_1}^{a_2}\int_{b_1}^{b_2} z \, . \, dxdy = c\int_{a_1}^{a_2} xdx \int_{b_1}^{b_2} ydy = c\int_{a_1}^{a_2} xdx \, \frac{b_2^2 - b_1^2}{2}$$

или

$$V = c \cdot \frac{a_2^2 - a_1^2}{2} \cdot \frac{b_2^2 - b_1^2}{2}$$

и

$$V = \frac{c}{4}(a_2 - a_1)(b_2 - b_1)(a_1 b_1 + a_1 b_2 + a_2 b_1 + a_2 b_2) \qquad (c)$$

Означивъ высоты z по четыремъ вертикальнымъ ребрамъ тѣла черезъ h_1, h_2, h_3 и h_4, имѣемъ на основаніи уравненія (b):

$$h_1 = ca_1b_1 \qquad h_2 = ca_1b_2 \qquad h_3 = ca_2b_2 \qquad h_4 = ca_2b_1$$

Подставляя это въ (c) и пользуясь обозначеніями (a), получимъ:

$$V = \frac{P}{4}(h_1 + h_2 + h_3 + h_4) \qquad (142)$$

т. е. объемъ разсматриваемаго тѣла равенъ четверти площади горизонтальнаго основанія, умноженной на сумму его вертикальныхъ реберъ.

Суммируя всѣ объемы съ одинаковыми основаніями, легко замѣтить, что первый множитель формулы (142) можно взять за скобки, а во второмъ величины h будутъ повторяться по столько разъ, во сколько смежныхъ прямоугольниковъ входитъ каждая изъ нихъ. Такимъ образомъ, для вычисленія полнаго объема земляныхъ работъ должно умножить четверть площади одного прямоугольника на сумму всѣхъ высотъ, взятыхъ по столько разъ, во сколько смежныхъ прямоугольниковъ входитъ каждая изъ нихъ. Площадь прямоугольнаго основанія берется непосредственно съ плана, а высоты—изъ журналовъ нивелированія.

188. Точность нивелированія. Точность опредѣленія разности высотъ нивелирами со зрительными трубами зависитъ отъ ошибки визированія, ошибокъ установки и отсчетовъ уровня,

отъ оставшихся неизвѣстными погрѣшностей инструмента и реекъ и отъ внѣшнихъ условій (случайныхъ перемѣнъ въ преломленіи свѣтовыхъ лучей при прохожденіи ихъ отъ реекъ до трубы нивелира). Инструментальныя погрѣшности почти исключаются при нивелированіи «изъ средины» (см. § 176); въ этомъ случаѣ вредятъ только остальныя изъ перечисленныхъ ошибокъ, которыя принято считать пропорціональными разстояніямъ между рейками. Многочисленныя изслѣдованія показали, что средняя ошибка Δh въ опредѣленіи разности высотъ при нивелированіи изъ середины выходитъ:

При малыхъ нивелирахъ . . . . $\Delta h = \pm \frac{1}{20\,000} s$

При большихъ, назначенныхъ для точныхъ нивелировокъ . . . . $\Delta h = \pm \frac{1}{200\,000} s$

гдѣ s — разстояніе между рейками, т. е. удвоенное разстояніе рейки отъ штатива.

Съ этими данными легко вычислить среднюю ошибку нивелированія для любого разстоянія. Если назвать разстояніе между конечными точками или марками черезъ S, разстоянія между двумя послѣдовательными точками стоянія реекъ черезъ $s_1, s_2 \ldots$, а знаменатель дроби, выражающей относительную погрѣшность, черезъ m, то ошибки нивелированія на каждомъ штативѣ будутъ:

$$\Delta h_1 = \pm \frac{1}{m} s_1$$

$$\Delta h_2 = \pm \frac{1}{m} s_2$$

$$\cdots\cdots$$

$$\Delta h_n = \pm \frac{1}{m} s_n$$

Полная ошибка ΔH разности высотъ конечныхъ точекъ будетъ:

$$\Delta H = \pm \sqrt{\Delta h_1^2 + \Delta h_2^2 + \cdots + \Delta h_n^2}$$

Если допустить, что разстоянія между рейками одинаковы, т. е. $s_1 = s_2 = \cdots = s_n = \frac{S}{n}$, то на основаніи формулы (71) получимъ:

$$\Delta H = \pm \frac{1}{m} s \sqrt{n} \qquad (143)$$

$$\Delta H = \pm \frac{1}{m} \sqrt{S \,.\, s} \qquad (144)$$

Эти формулы показываютъ, что ошибка результата нивелированія при равныхъ разстояніяхъ между рейками растетъ пропорціонально корню квадратному изъ числа установокъ инструмента (числа штативовъ), а также пропорціонально корнямъ квадратнымъ изъ длины нивелируемой линіи и изъ разстоянія между рейками.

При данномъ разстояніи между рейками ошибка результата прямо-пропорціональна корню квадратному изъ длины нивелируемой линіи, а при данной длинѣ нивелируемой линіи ошибка результата прямо-пропорціональна корню квадратному изъ разстоянія между рейками. Такимъ образомъ, для уменьшенія ошибки результата выгоднѣе нивелировать короткими переходами. Въ § 179 было объяснено, что величина s въ русскихъ точныхъ нивелировкахъ принята въ 80 саженей; въ нѣкоторыхъ иностранныхъ нивелировкахъ она уменьшена до 100 метровъ (около 47 саж.). Дальнѣйшее сокращеніе разстоянія между рейками увеличивало бы время, необходимое для прохожденія съ нивелиромъ извѣстнаго разстоянія, что отразилось бы и на стоимости работы.

Если въ формулѣ (144) положить $S = 1$ верстѣ и выразить s въ саженяхъ, а ΔH въ дюймахъ, то при $m = 200\,000$ имѣемъ приблизительно:

$$\Delta H = \pm \frac{1}{100} \sqrt{s}$$

Полагая $s = 80$ саженямъ, получимъ $\Delta H =$ почти $\pm\, ^9/_{100}$, т. е. менѣе 0·1 дюйма. Итакъ, теоретически наши нивелировки даютъ ошибку въ $\pm$ 0·1 дюйма на одну версту; эта же величина выведена и изъ опыта, т. е. изъ сопоставленія ошибокъ смыканія полигоновъ на нашихъ точныхъ нивелировкахъ. Почти такія же погрѣшности оказываются въ точныхъ нивелировкахъ за границей.

Хотя ошибки современныхъ точныхъ нивелировокъ и незначительны, но все же замѣтно стремленіе еще уменьшить ихъ. Берлинскій профессоръ *Зейбтъ* полагаетъ, что главный источникъ погрѣшностей заключается въ оцѣнкѣ на глазъ десятыхъ долей дѣленій рейки; дѣйствительно, многочисленные опыты показали, что установить горизонтальную нить на середину дѣленія рейки можно точнѣе. чѣмъ оцѣнить десятыя доли дѣленія на глазъ. Конечно, при установкѣ горизонтальной нити на середину дѣленія оптическая ось трубы нивелира, обыкно-

венно, наклонена къ горизонту, но это наклоненіе легко принять въ расчетъ, если отсчитывать положеніе пузырька уровня во время наведенія трубы. Въ способѣ Зейбта примѣняютъ рейки съ весьма мелкими дѣленіями (4 миллиметра) и на середину дѣленія наводятъ только среднюю горизонтальную нить; отсчеты по крайнимъ нитямъ служатъ лишь для опредѣленія разстоянія отъ инструмента до реекъ. Этотъ способъ, кромѣ Германіи, примѣнялся и въ Россіи, именно инженеромъ *Максимовымъ* близъ Казани и профессоромъ *Петреліусомъ* въ Финляндіи. Вѣроятныя ошибки ихъ нивелировокъ не превосходятъ ± 1 миллиметра на километръ, т. е. ± 0·04 дюйма на 1 версту.

Въ заключеніе замѣтимъ, что при существующихъ нивелирахъ самыя надежныя средства для уменьшенія ошибокъ результатовъ нивелированія заключаются въ сокращеніи разстояній между рейками и въ производствѣ наблюденій только во время спокойныхъ изображеній (отъ 5 до 9 ч. утра и отъ 3 до 8 ч. вечера); когда же изображенія безпокойны (среди дня въ обыкновенную ясную погоду), лучше вовсе прерывать наблюденія и посвящать время отдыху и принятію пищи.

XX.

Вычисленіе площадей.

189. Способы вычисленія. Чтобы опредѣлить площадь нѣкоторой части земной поверхности, можно, конечно, производить непосредственныя измѣренія на мѣстности, но гораздо проще пользоваться готовыми планами и картами. Вѣрное изображеніе на бумагѣ подобно соотвѣтствующему участку на мѣстности, а изъ Геометріи извѣстно, что площади подобныхъ фигуръ относятся, какъ квадраты сходственныхъ сторонъ. Вообще истинная площадь участка равна площади, занятой имъ на бумагѣ, умноженной на квадратъ знаменателя численнаго масштаба; если данъ линейный масштабъ, то истинная площадь участка равна площади на бумагѣ, умноженной на квадратъ числа линейныхъ единицъ въ 1 дюймѣ или другой мѣрѣ. Такимъ образомъ, при масштабѣ $\frac{1}{m}$ или M саженей въ 1 дюймѣ истинная площадь на мѣстности, занимающая на планѣ p квадратныхъ дюймовъ, равна m^2p квадратныхъ дюймовъ или M^2p квадратныхъ саженей.

Изъ предыдущаго видно, что для опредѣленія площади земельнаго участка, изображеннаго на планѣ или картѣ извѣстнаго масштаба, необходимо лишь узнать, сколько квадратныхъ дюймовъ или другихъ квадратныхъ мѣръ заключается въ этомъ участкѣ на бумагѣ. Послѣднее производится двумя разными способами: *геометрически*—разбивкой участка на фигуры, площади которыхъ вычисляются по извѣстнымъ формуламъ Геометріи, и *механически*—при помощи особыхъ приборовъ, носящихъ общее названіе *планиметровъ*. Ниже приведены главнѣйшія формулы, примѣняемыя для вычисленія площадей прямолинейныхъ и криволинейныхъ фигуръ, и описаны разные виды наиболѣе распространенныхъ планиметровъ.

Такъ какъ бумага, на которой вычерчены планы и карты, подвергается измѣненію (деформаціи) отъ долговременнаго храненія въ очень сухихъ или сырыхъ помѣщеніяхъ, то это измѣненіе должно быть принято въ расчетъ при вычисленіи площадей. Мѣрой такого измѣненія служатъ линейный масштабъ на самомъ чертежѣ и картографическая сѣтка меридіановъ и параллелей, начерченная на томъ же листѣ при составленіи плана или карты. Если допустить, что бумага сократилась или вытянулась равномѣрно по всѣмъ направленіямъ, то всегда можно вычислить площадь съ удовлетворительною для практическихъ цѣлей точностью.

190. Геометрическіе способы. Участокъ, представляющій прямолинейный многоугольникъ, не трудно разбить прямыми на систему квадратовъ, прямоугольниковъ, треугольниковъ и трапецій и, вычисливъ площадь каждой фигуры, опредѣлить суммированіемъ площадь многоугольника. Площади P этихъ фигуръ получаются по слѣдующимъ формуламъ:

Площадь квадрата со стороной a и *площадь прямоугольника* со смежными сторонами a и b:

$$P = a^2 \quad \text{и} \quad P = ab \qquad (145)$$

Площадь прямоугольнаго треугольника съ гипотенузою a, катетами b и c и противолежащими углами B и C:

$$P = \frac{bc}{2} = \frac{b}{2}\sqrt{(a+b)(a-b)} = \frac{a^2}{4}\sin 2B = \frac{b^2}{2}\cot g\, B = \frac{b^2}{2}tg C \qquad (146)$$

Площадь косоугольнаго треугольника со сторонами a, b и c, противолежащими углами A, B и C, полупериметромъ p и высотою h:

$$P = \frac{b^2 \sin A \,.\, \sin C}{2 \sin (A + C)} = \frac{b^2 \sin A \sin (A + B)}{2 \sin^2 B} =$$

$$= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{bc \sin A}{2} = \frac{bh}{2} \qquad (147)$$

Площадь трапеціи съ параллельными сторонами a и b, непараллельными c и d, полупериметромъ p и высотою h:

$$P = \frac{a+b}{a-b}\sqrt{(p-a)(p-b)(p-b-c)(p-b-d)} = \frac{a+b}{2}h \qquad (148)$$

Площадь четыреугольника со сторонами a, b, c и d, углами A, B, C и D, діагоналями d_1 и d_2 и угломъ α между ними:

$$P = \frac{1}{2}\,(ab\sin B + cd\sin D) = \frac{1}{2}\,(bc\sin C + ad\sin A) =$$
$$= \frac{1}{2}\,d_1 d_2 \sin\alpha \qquad (149)$$

Каждый прямолинейный многоугольникъ можно разбить на простѣйшія фигуры разными путями: если опустить перпендикуляры изъ вершинъ на какую-нибудь сторону, многоугольникъ раздѣлится на нѣсколько трапецій и два прямоугольныхъ треугольника, если провести изъ любой вершины діагонали къ прочимъ—на нѣсколько косоугольныхъ треугольниковъ и т. п. Въ виду неизбѣжныхъ погрѣшностей и даже промаховъ при измѣреніи линій и угловъ на бумагѣ, а равно и при послѣдующихъ вычисленіяхъ, площадь каждаго многоугольника принято опредѣлять не менѣе, какъ двумя разными способами, напримѣръ, разбивкой его на трапеціи и прямоугольные треугольники или на двѣ разныя системы косоугольныхъ треугольниковъ. Если суммы составляющихъ фигуръ различаются не болѣе, какъ на $^1/_{200}$ величины всей площади, то за окончательный результатъ берутъ ариѳметическое среднее изъ двухъ независимыхъ опредѣленій; если же расхожденіе оказывается больше указаннаго предѣла, то необходимо повторить работу, разбивъ многоугольникъ на новую систему простѣйшихъ фигуръ, пока не получатся два согласныхъ результата.

Площадь многоугольника со сторонами a, b, c . . . и внутренними углами A, B, C . . . (причемъ уголъ A составленъ сторонами a и b, уголъ B сторонами b и c и т. д.) вычисляется по слѣдующей формулѣ:

$$P = \frac{1}{2}\left\{ab\sin A - ac\sin(A+B) + ad\sin(A+B+C) - \cdots\right.$$
$$+ bc\sin B - bd\sin(B+C) + be\sin(B+C+D) - \cdots \qquad (150)$$
$$\left.+ cd\sin C - ce\sin(C+D) + cf\sin(C+D+E) - \cdots + \cdots\right\}$$

Легко подмѣтить законъ составленія членовъ этой формулы: въ нее входятъ всѣ сочетанія сторонъ (кромѣ послѣдней) по двѣ, и знаки членовъ въ каждой строкѣ чередуются, начинаясь всегда со знака +.

Если многоугольникъ, представляющій границу даннаго земельнаго участка, построенъ при помощи прямоугольныхъ координатъ (§ 111), то вычислить его площадь можно непосредственно по готовымъ координатамъ. Этотъ способъ представляетъ ту существенную выгоду, что не требуетъ никакихъ предварительныхъ измѣреній, и ошибки построенія на бумагѣ не вліяютъ на точность результата.

Пусть прямоугольныя координаты вершинъ многоугольника $ABCDEF$ (черт. 289) суть x_1 и y_1, x_2 и $y_2 \ldots$, а площадь его P. Опустивъ изъ всѣхъ вершинъ многоугольника перпендикуляры на ось Y, имѣемъ:

$$S = ABba + BCcb + CDdc - EDde - AEea$$

Воспользовавшись вторымъ выраженіемъ (148) для площади трапеціи, получимъ:

$$P = \frac{1}{2}\Big\{(x_1 + x_2)(y_2 - y_1) + (x_2 + x_3)(y_3 - y_2) + \\ + (x_3 + x_4)(y_4 - y_3) - (x_4 + x_5)(y_4 - y_5) - (x_5 + x_1)(y_5 - y_1)\Big\}$$

Раскрывъ скобки, сдѣлавъ сокращенія и подмѣтивъ законъ составленія послѣдовательныхъ членовъ, получимъ двѣ слѣдующія формулы, могущія служить взаимною повѣркой вычисленій:

$$P = \frac{1}{2}\sum x_n (y_{n+1} - y_{n-1})$$
$$P = \frac{1}{2}\sum y_n (x_{n-1} - x_{n+1}) \qquad (151)$$

т. е. площадь многоугольника равна: 1) полусуммѣ произведеній каждой абсциссы на разность ординатъ послѣдующей и предыдущей вершинъ или 2) полусуммѣ произведеній каждой ординаты на разность абсциссъ предыдущей и послѣдующей вершинъ.

Числовой примѣръ. Даны прямоугольныя координаты вершинъ многоугольника (§ 112) въ саженяхъ:

	A	B	C	D	E	F
$x =$	0	+ 134·74	+ 109·85	+ 69·88	+ 53·49	+ 18·85
$y =$	0	— 36·16	+ 66·45	+ 41·40	+ 88·89	+ 113·40

По формуламъ (151) получаемъ:

$$P=\frac{1}{2}\left\{8953{\cdot}4+8520{\cdot}0+1568{\cdot}1+3851{\cdot}3-1675{\cdot}6\right\}=10608{\cdot}6 \text{ кв. с.}$$

$$P=\frac{1}{2}\left\{3972{\cdot}2+4309{\cdot}9+2333{\cdot}3+4536{\cdot}1+6065{\cdot}7\right\}=10608{\cdot}6 \text{ кв. с.}$$

Согласіе результатовъ показываетъ, что вычисленіе безошибочно.

Легко вывести также формулу, выражающую площадь многоугольника по даннымъ полярнымъ координатамъ его вершинъ. Площадь каждаго треугольника, образованнаго радіусами-векторами ρ_k и ρ_{k+1} двухъ послѣдовательныхъ вершинъ и соединяющею ихъ стороною, на основаніи четвертой формулы (147) равна:

$$\frac{1}{2}\rho_k\,\rho_{k+1}\,\sin(\theta_{k+1}-\theta_k)$$

гдѣ θ — углы положенія соотвѣтствующихъ вершинъ. Составивъ суммы такихъ выраженій для площади P всего многоугольника, получимъ:

$$P=\frac{1}{2}\left\{\rho_1\,\rho_2\sin(\theta_2-\theta_1)+\rho_2\,\rho_3\sin(\theta_3-\theta_2)+\cdots+\rho_n\,\rho_1\sin(\theta_1-\theta_n)\right\}$$

или сокращенно

$$P=\frac{1}{2}\sum\rho_k\,\rho_{k+1}\sin(\theta_{k+1}-\theta_k) \qquad (152)$$

Площади криволинейныхъ фигуръ выражаются простыми формулами лишь въ исключительныхъ случаяхъ; такъ, для площадей круга съ радіусомъ r и эллипса съ полуосями a и b существуютъ общеизвѣстныя формулы:

$$P=\pi r^2$$
$$P=\pi ab$$

гдѣ π—отношеніе окружности къ діаметру.

191. Агрометръ. Для опредѣленія площадей прямолинейныхъ треугольниковъ пользуются иногда небольшимъ приборомъ, изобрѣтеннымъ нашимъ соотечественникомъ *Бибиковымъ* въ 1841 г. и названнымъ имъ *агрометромъ*. Это просто деревянная или мѣдная линейка съ параллельными краями, въ два дюйма шириной, раздѣленная по одному краю на мелкія части.

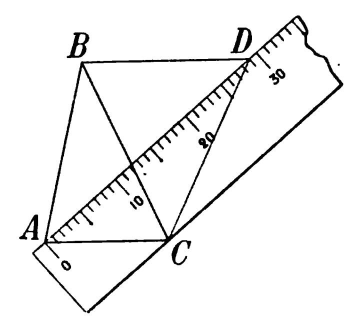
Чтобы опредѣлить площадь какого-нибудь треугольника ABC (черт. 424), проводятъ чрезъ одну изъ его вершинъ (B) прямую BD, параллельную противолежащему основанію (AC), и прикладываютъ агрометръ такъ, чтобы нуль шкалы оказался у одного конца основанія (A), а противоположный край линейки проходилъ черезъ другой (C). Отсчетъ дѣленія противъ проведенной прямой BD выражаетъ площадь треугольника непосредственно въ квадратныхъ дюймахъ.

Извѣстно, что два треугольника, имѣющіе общее основаніе и равныя высоты, равновелики; поэтому если вообразить прямую CD, то площадь даннаго треугольника ABC равновелика площади треугольника ADC; послѣдній же, какъ видно изъ чертежа, равенъ произведенію AD на половину высоты, которая, представляя ширину линейки, равна 2 дюймамъ.

Поэтому:

$$\Delta ABC = \Delta ADC = \frac{1}{2} AD . 2 = AD \text{ кв. дюймовъ.}$$

Если данный треугольникъ такъ великъ, что линейка агрометра недостаточна, то основаніе треугольника раздѣляютъ на двѣ или на три равныя части и, измѣривъ площадь одной части, умножаютъ полученную площадь на 2 или на 3. Наоборотъ, если каждая изъ сторонъ треугольника менѣе двухъ дюймовъ и, слѣдовательно, нельзя приложить линейку указаннымъ выше образомъ, то одну изъ сторонъ треугольника увеличиваютъ вдвое или втрое и полученную площадь раздѣляютъ на 2 или на 3.

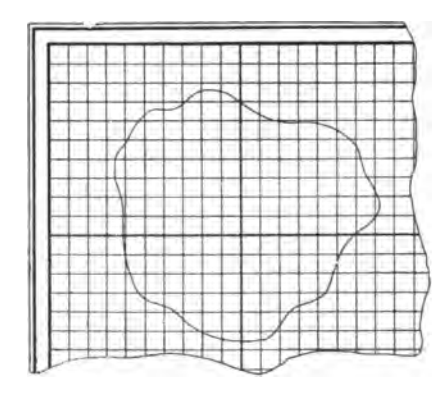


Черт. 424.

Агрометръ можетъ служить для опредѣленія площади не только треугольника, но и любого многоугольника: слѣдуетъ лишь предварительно превратить данный многоугольникъ въ равновеликій ему треугольникъ пріемами, извѣстными изъ Геометріи.

Весьма часто скошенный край линейки агрометра раздѣляютъ черезъ 0·24 дюйма (и десятыя доли этой всличины). Легко сообразить, что отсчеты по такому агрометру при масштабѣ 100 саж. въ 1 дюймѣ даютъ непосредственно десятины (по 2400 кв. саж.).

192. Палетка. Простѣйшимъ приборомъ для опредѣленія площадей криволинейныхъ фигуръ служитъ прозрачная стеклянная, роговая или желатиновая пластинка, на которой нарѣзаны двѣ системы параллельныхъ, равноотстоящихъ и взаимно-перпендикулярныхъ прямыхъ. Этотъ приборъ называется *палеткой* (отъ французскаго слова pallet—родъ невода: въ старину палетки дѣлали изъ волосяной сѣтки, натянутой въ рамѣ); палетки приготовляются или для произвольнаго, или для нѣкотораго опредѣленнаго масштаба. Въ первомъ случаѣ стороны квадратиковъ дѣлаютъ у насъ въ 0·1 дюйма (черт. 425) и каждая десятая черта проводится толще другихъ, для облегченія счета цѣлыхъ дюймовъ; во второмъ — на палеткѣ разбиваютъ прямоугольники со сторонами 0·6 и 0·4 или 0·8 и 0·3 дюйма (съ соотвѣтственными мелкими подраздѣленіями), такъ что при масштабѣ плана 100 саженей въ 1 дюймѣ каждый прямоугольникъ представляетъ одну десятину.



Черт. 425.

Палетку кладутъ на планъ черточками внизъ (для устраненія ошибокъ отъ параллакса) и считаютъ число квадратиковъ или прямоугольниковъ, заключающихся въ контурѣ. Чтобы не сбиться въ счетѣ, т. е. не пропустить какого-нибудь квадратика (прямоугольника) или не взять его лишній разъ, сосчитанныя площадки отмѣчаютъ карандашомъ или кистью съ жидкою тушью; такія отмѣтки легко потомъ смыть. Обыкновенно сперва сосчитываютъ полныя площадки, а потомъ прибавляютъ сумму неполныхъ, оцѣниваемыхъ на глазъ.

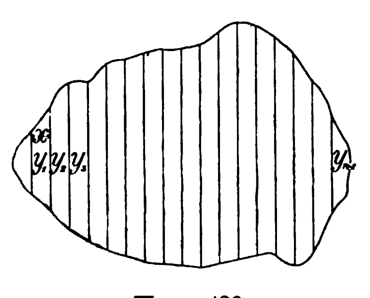
Палеткой нерѣдко пользуются и для опредѣленія площадей прямолинейныхъ фигуръ, напримѣръ, треугольниковъ и трапецій. Если наложить ее такъ, чтобы какая-нибудь черта совпала съ основаніемъ треугольника или трапеціи, то основаніе и высота получаются непосредственно, причемъ части дѣленій оцѣниваютъ на глазъ. Этотъ пріемъ избавляетъ отъ необходимости прочерчивать на планѣ вспомогательныя прямыя. Палеткой легко получать и прямоугольныя координаты вершинъ многоугольника.

Для полученія вѣрныхъ результатовъ необходимо сравнить дѣленія палетки съ линейнымъ масштабомъ, начерченнымъ на планѣ. Однако точность опредѣленія площадей палеткой невелика. Главная ошибка происходитъ отъ оцѣнки частей на глазъ; опытъ показалъ, что пространства, покрытыя краскою, кажутся то больше, то меньше дѣйствительной величины, и криволинейныя границы оцѣниваются, какъ ломаныя линіи, составленныя касательными къ выдающимся частямъ контура.

Для самой грубой оцѣнки площади землемѣры считаютъ, сколько разъ помѣщается на ней ладонь со сложенными пальцами; при масштабѣ 100 саженей въ дюймѣ такая «палетка» закрываетъ около 100 десятинъ.

Упомянемъ еще, что палетка можетъ служить для перерисовки плановъ «по квадратикамъ». Этимъ избавляютъ цѣнные рукописные планы отъ графленія на нихъ линій; кромѣ того квадратики палетки, приготовленной механикомъ на дѣлительной машинѣ, всегда точнѣе ручного графленія.

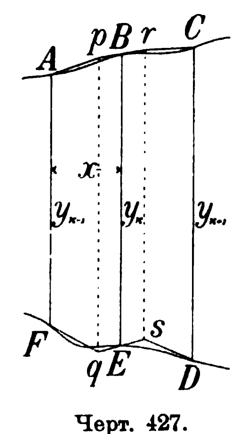
193. Формула Симпсона. Для геометрическаго опредѣленія площадей криволинейныхъ фигуръ пользуются формулой англійскаго математика *Симпсона* (1710—1761). Смыслъ ея заключается въ томъ, что если разбить любую криволинейную фигуру (черт. 426) системой равноотстоящихъ параллельныхъ прямыхъ (ординатъ) на элементы, имѣющіе видъ узкихъ полосъ, то площадь фигуры равна двумъ третямъ разстоянія между ординатами, умноженнымъ на полусумму крайнихъ ординатъ, сложенную съ суммой всѣхъ четныхъ и съ удвоенною суммою всѣхъ нечетныхъ ординатъ.



Черт. 426.

Для вывода этой формулы разсмотримъ сперва два смежныхъ элемента $ABEF$ и $BCDE$ (черт. 427), ограниченныхъ криволинейными контурами ABC и DEF и ординатами y_{k-1} и y_{k+1}. Назовемъ разстоянія между ординатами черезъ x, раздѣлимъ промежутокъ между ординатами y_{k-1} и y_{k+1}, т. е. величину $2x$, на три равныя части и черезъ полученныя точки проведемъ пря-

мыя pq и rs, параллельныя прочимъ ординатамъ. Далѣе, проведемъ касательныя pr и qs къ кривымъ ABC и FED въ точкахъ B и E до встрѣчи съ прямыми pq и rs и полученныя точки p, r, q и s соединимъ прямыми съ соотвѣтствующими вершинами A, C, F и D. Если разстоянія между послѣдовательными ординатами невелики, то криволинейную площадь $ABCDEF$ можно считать равною суммѣ площадей трехъ трапецій: $ApqF$, $prsq$ и $rCDs$. Изъ чертежа видно, что



Черт. 427.

$$ApqF = \frac{2}{3} x \cdot \frac{y_{k-1} + pq}{2}$$

$$prsq = \frac{2}{3} x \cdot \frac{pq + rs}{2}$$

$$rCDs = \frac{2}{3} x \cdot \frac{rs + y_{k+1}}{2}$$

откуда:

$$ABCDEF = \frac{2}{3} x \left\{ \frac{y_{k-1}}{2} + (pq + rs) + \frac{y_{k+1}}{2} \right\}$$

Изъ построенія ясно, что

$$pq + rs = 2y_k$$

слѣдовательно:

$$ABCDEF = \frac{2}{3} x \left\{ \frac{y_{k-1}}{2} + 2y_k + \frac{y_{k+1}}{2} \right\}$$

Вообразивъ подобныя построенія въ каждой парѣ элементовъ всей площади черт. 426 и называя послѣдовательные элементы черезъ p_1, p_2 . . . ., имѣемъ:

$$p_1 + p_2 = \frac{2}{3} x \left\{ \frac{y_0}{2} + 2y_1 + \frac{y_2}{2} \right\}$$

$$p_3 + p_4 = \frac{2}{3} x \left\{ \frac{y_2}{2} + 2y_3 + \frac{y_4}{2} \right\}$$

. . . .

$$p_{n-1} + p_n = \frac{2}{3} x \left\{ \frac{y_{n-2}}{2} + 2y_{n-1} + \frac{y_n}{2} \right\}$$

Площадь P равна суммѣ всѣхъ ея элементовъ и потому:

$$P = \frac{2}{3} x \left\{ \frac{y_0 + y_n}{2} + (y_2 + y_4 + \cdots + y_{n-2}) + \right.$$

$$\left. + 2(y_1 + y_3 + \cdots + y_{n-1}) \right\} \qquad \mathbf{(153)}$$

Точность вычисленія площади по этой формулѣ зависитъ отъ величины промежутка между ординатами: чѣмъ онъ меньше, тѣмъ и ошибка меньше. Для простоты работы пользуются, обыкновенно, палеткой; величина x принимается равною промежутку между нанесенными на палеткѣ прямыми, а ординаты y отсчитываются по контуру непосредственно, причемъ части дѣленій оцѣниваются на глазъ.

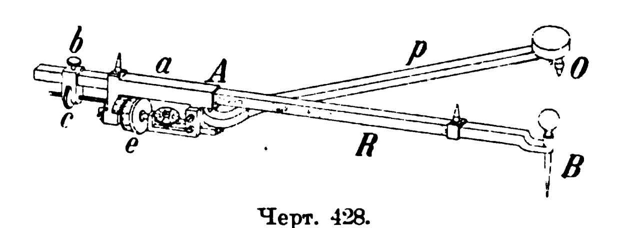
Формула Симпсона особенно часто примѣняется для вычисленія площадей внѣшнихъ отрѣзковъ контура при астролябическомъ обходѣ. Въ § 106 упомянуто, что для зарисовки этихъ кривыхъ измѣряютъ ординаты черезъ равные промежутки (напримѣръ, отрѣзки по прямой BC чертежа 285); всѣ члены формулы (153) будутъ извѣстны изъ непосредственныхъ измѣреній и записаны въ геодезическомъ журналѣ. Замѣтимъ, что для крайнихъ точекъ B и C ординаты равны нулю, что еще болѣе упрощаетъ примѣненіе формулы Симпсона.

194. Полярный планиметръ. Вопросъ о механическомъ опредѣленіи площадей криволинейныхъ фигуръ издавна привлекалъ вниманіе ученыхъ и техниковъ. Въ каждомъ кабинетѣ топографическихъ и межевыхъ приборовъ можно видѣть сложные планиметры, сдѣланные въ большинствѣ случаевъ только въ одномъ экземплярѣ. Не смотря на остроуміе началъ, положенныхъ въ ихъ основаніе, они не получали распространенія вслѣдствіе громоздкости и высокой цѣны. Наконецъ въ 1854 году шафгаузенскому профессору *Амслеру* удалось изобрѣсти приборъ, блестящимъ образомъ разрѣшившій всѣ затрудненія. Благодаря простотѣ устройства и точности результатовъ, приборъ Амслера, называемый *полярнымъ планиметромъ*, получилъ широкое распространеніе.

На черт. 428 изображенъ усовершенствованный самимъ изобрѣтателемъ полярный планиметръ для перемѣннаго масштаба. Онъ состоитъ изъ двухъ металлическихъ брусковъ p и R, соединенныхъ вертикальною осью A и снабженныхъ на концахъ иглою O (полюсъ планиметра) и ведущимъ остріемъ B. На брускѣ R насажены двѣ обоймицы a и b, связанныя продольнымъ винтомъ съ гайкою c и удерживаемыя на мѣстѣ небольшими зажимными винтиками. При отпущенныхъ зажимныхъ винтикахъ обѣ обоймицы можно передвигать вдоль бруска R по всему его протяженію; для точной установки обоймицы a по

указателю противъ извѣстнаго дѣленія бруска закрѣпляютъ зажимной винтикъ обоймицы *b* и вращаютъ гайку *c* продольнаго винта. Послѣ установки, для приданія обоймицѣ *a* совершенной неподвижности, закрѣпляютъ еще и зажимной винтикъ этой обоймицы.

Въ обоймицѣ *a* расположены ось вращенія бруска *p* и самая существенная часть прибора — колесико *e*, ось котораго параллельна оси бруска *R* и снабжена безконечнымъ винтомъ, захватывающимъ шестерню небольшого плоскаго циферблата. Колесико *e* имѣетъ тщательно отшлифованный закругленный ободокъ и барабанъ, раздѣленный на 100 равныхъ частей. Къ обоймицѣ



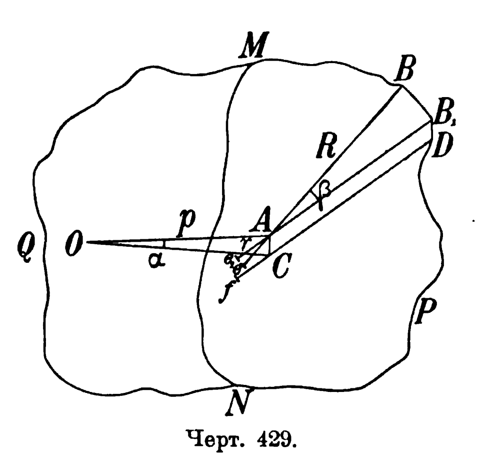
Черт. 428.

противъ барабана прикрѣплена небольшая дуга съ верньеромъ для отсчитыванія тысячныхъ долей оборота колесика; полные же его обороты отсчитываются на циферблатѣ.

Чтобы опредѣлить площадь фигуры, начерченной на бумагѣ, планиметръ располагаютъ на той же бумагѣ тремя точками опоры: 1) иглой *O*, слегка вкалываемою въ бумагу и удерживаемою неподвижно небольшимъ грузикомъ, 2) ободкомъ колесика *e* и 3) ведущимъ остріемъ *B*, которое ставятъ на произвольную точку контура фигуры. Затѣмъ, произведя отсчеты по циферблату и барабану, обводятъ остріемъ *B* контуръ въ произвольномъ направленіи (обыкновенно, въ направленіи вращенія стрѣлокъ часовъ), пока оно не возвратится въ первоначальную точку установки; наконецъ вновь отсчитываютъ циферблатъ и барабанъ. Разность отсчетовъ по окончаніи обвода и до его начала даетъ, какъ показываютъ ниже выведенныя формулы (155) и (156), все, что нужно для вычисленія площади фигуры. Въ зависимости отъ величины опредѣляемой площади можно измѣнять постоянныя планиметра (см. § 195), устанавливая обоймицу противъ разныхъ дѣленій бруска *R*. Результатъ вычисленія зависитъ еще отъ расположенія иглы *O* (полюсъ планиметра) внѣ или внутри контура.

Пусть $MPNQ$ (черт. 429) площадь, по контуру которой сдѣланъ обводъ, а OAB и OCD два близкихъ положенія брусковъ, вращающихся около неподвижнаго полюса O. Если вообразить всевозможныя другія положенія планиметра во время обвода контура, то вся площадь представится разбитою на множество такихъ же небольшихъ частей, ограниченныхъ ломаными OAB и OCD и элементомъ контура BD; когда найдена площадь одной части, то легко опредѣлить и сумму всѣхъ частей.

Если провести прямую AB_1, параллельную CD, то переходъ планиметра изъ положенія OAB въ положеніе OCD можно разбить на два движенія: вращеніе бруска R около точки A на уголъ β и передвиженіе его изъ положенія AB_1 въ параллельное ему положеніе CD, сопровождаемое вращеніемъ бруска p около полюса O на уголъ α. Элементъ контура BD раздѣлится при этомъ на дугу круга BB_1 съ радіусомъ AB и прямую B_1D, параллельную AC. Послѣднія допущенія сдѣлаются безошибочными, если площадь $OABDC$ безконечно мала.



Черт. 429.

Площадь $OABDC$ представляетъ сумму площадей трехъ фигуръ: двухъ круговыхъ секторовъ OAC и ABB_1 и параллелограмма AB_1DC. Если назвать длину бруска OA (отъ полюса O до оси вращенія A) черезъ p, длину бруска AB (отъ оси вращенія A до ведущаго острія B) черезъ R, а высоту параллелограмма AB_1DC черезъ h, то, какъ извѣстно изъ Геометріи:

$$\text{Площадь сектора } OAC = \smile AC \cdot \frac{p}{2} = \alpha \cdot \frac{p^2}{2}$$

$$\text{Площадь сектора } ABB_1 = \smile BB_1 \cdot \frac{R}{2} = \beta \cdot \frac{R^2}{2}$$

$$\text{Площадь параллелограмма } AB_1DC = R \cdot h.$$

Вся площадь $OABDC$, которую означимъ черезъ s, представится суммою:

$$s = \alpha \frac{p^2}{2} + \beta \frac{R^2}{2} + Rh \qquad (a)$$

Разсмотримъ теперь, на сколько повернется колесико e (черт. 428) при переходѣ планиметра изъ положенія OAB въ положеніе OCD. Изъ способа укрѣпленія колесика видно, что оно катится при движеніи бруска параллельно самому себѣ и только скользитъ при движеніи бруска R вдоль его оси; при всякомъ иномъ перемѣщеніи колесико частью катится, частью скользитъ.

Во время передвиженія бруска R изъ положенія AB_1 въ параллельное ему положеніе CD, ободокъ колесика передвинется только на разстояніе между прямыми AB_1 и CD, т. е. на величину, равную высотѣ h параллелограмма AB_1DC, и притомъ, какъ видно изъ расположенія подписей на барабанѣ, колесико повернется въ сторону возрастающихъ подписей. При поворотѣ же бруска изъ положенія AB въ положеніе AB_1 колесико будетъ только катиться по дугѣ ee_1, и такъ какъ оно будетъ поворачиваться въ сторону убывающихъ подписей, то полное перемѣщеніе окружности колесика при обводѣ элемента контура BD выразится разностью высоты параллелограмма h и дуги круга ee_1.

Пусть a представляетъ длину окружности ободка колесика, а n и n_1—отсчеты по барабану въ положеніяхъ планиметра OAB и OCD; тогда, очевидно:

$$h - ee_1 = a\,(n_1 - n)$$

Назовемъ еще постоянную длину Ae, т. е. разстояніе оси вращенія A отъ плоскости ободка колесика e, черезъ r; длина дуги ee_1 выразится произведеніемъ величины r на уголъ β, такъ что

$$ee_1 = \beta\,.\,r$$

Подставляя это въ предыдущее выраженіе, получимъ:

$$h = \beta\,.\,r + a\,(n_1 - n)$$

а замѣняя этимъ величину h въ формулѣ (a), придемъ къ окончательному выраженію для безконечно малой площади $OABDC$:

$$s = \alpha\,\frac{p^2}{2} + \beta\,\frac{R^2}{2} + \beta r R + aR\,(n_1 - n) \qquad (b)$$

Выше было упомянуто, что площадь контура $MPNQ$, обведеннаго остріемъ планиметра, представляется суммою площадей вида $OABDC$, и потому, если означить дальнѣйшіе отсчеты по барабану черезъ n_2, n_3..., послѣдовательныя величины угловъ α и β черезъ α_1, α_2... β_1, β_2..., а окончательный отсчетъ, когда

планиметръ вернется въ первоначальное положеніе OAB, черезъ N, то вся площадь P выразится суммой членовъ, подобныхъ (b), т. е.

$$P = \alpha\frac{p^2}{2} + \beta\frac{R^2}{2} + \beta rR + aR(n_1 - n) +$$

$$+ \alpha_1\frac{p^2}{2} + \beta_1\frac{R^2}{2} + \beta_1 rR + aR(n_2 - n_1) +$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+ \alpha_k\frac{p^2}{2} + \beta_k\frac{R^2}{2} + \beta_k rR + aR(N - n_k)$$

или, складывая почленно:

$$P = \frac{p^2}{2}\sum\alpha + \frac{R^2}{2}\sum\beta + rR\sum\beta + aR(N - n) \qquad (c)$$

Если полюсъ O расположенъ внутри контура, то послѣ полнаго обвода площади брусокъ OA опишетъ окружность вокругъ неподвижной точки O, а брусокъ AB — окружность около подвижной точки A; поэтому:

$$\Sigma\alpha = 2\pi \quad \text{и} \quad \Sigma\beta = 2\pi$$

гдѣ π — отношеніе окружности къ діаметру. Предыдущая формула (c) обратится въ слѣдующую:

$$P = \pi(p^2 + R^2 + 2rR) + aR(N - n)$$

Для каждаго даннаго планиметра и опредѣленнаго положенія обоймицы a (черт. 428) величины p, R, r и a представляютъ постоянныя, такъ что, означая

$$p^2 + R^2 + 2rR = \rho^2$$

$$aR = C \qquad \mathbf{(154)}$$

$$\pi\rho^2 = C_1$$

получаемъ для площади P, при расположеніи полюса планиметра *внутри контура*, слѣдующую формулу:

$$P = C_1 + C(N - n) \qquad \mathbf{(155)}$$

гдѣ C и C_1—постоянныя числа, а N и n—отсчеты по циферблату и барабану по окончаніи обвода и до его начала.

Если полюсъ планиметра расположенъ не внутри, а внѣ контура, то выводъ формулы для площади остается тотъ же, но въ выраженіи (c) суммы угловъ α и β будутъ уже не 2π, а нули,

потому что по окончаніи обвода бруски прибора возвращаются въ первоначальныя положенія не путемъ поворота на цѣлую окружность, а путемъ уклоненій вправо и влѣво; при этомъ, каковы бы ни были эти уклоненія, суммы всѣхъ положительныхъ угловъ α и β, очевидно, должны равняться суммамъ всѣхъ отрицательныхъ. Итакъ, полагая въ выраженіи (*c*) $\Sigma \alpha = 0$ и $\Sigma \beta = 0$ и оставляя прежнія обозначенія, получимъ для площади P при расположеніи полюса планиметра *внѣ контура* слѣдующую болѣе простую формулу:

$$P = C\,(N - n) \qquad \textbf{(156)}$$

Передъ измѣреніемъ площади необходимо повѣрить планиметръ. Колесико должно вращаться свободно, и край барабана долженъ быть хотя и близокъ къ дугѣ верньера, но не касаться ея, чтобы между ними отнюдь не происходило тренія (между ними долженъ проходить листикъ тонкой почтовой бумаги); оси колесика e и бруска p не должны шататься въ гнѣздахъ и вращаться совершенно свободно. Если замѣчается треніе или шатаніе въ упомянутыхъ частяхъ, то ихъ разбираютъ, вычищаютъ и послѣ легкой смазки костянымъ масломъ вновь собираютъ. Главное условіе для точности получаемыхъ результатовъ заключается въ томъ, чтобы ось колесика находилась въ вертикальной плоскости, проходящей черезъ точку касанія ободка къ бумагѣ и ось ведущаго острія. Повѣрить это условіе можно, визируя черезъ двѣ мушки, показанныя на черт. 428, и сравнивая полученное направленіе съ прямою, проходящею черезъ слѣды ободка и острія на бумагѣ, а также сличая результаты, полученные испытываемымъ планиметромъ и другимъ вѣрнымъ. Механики, конечно, расчитываютъ части инструмента такъ, чтобы упомянутое условіе было выполнено, но отъ самой работы ведущее остріе можетъ погнуться, и тогда это условіе уже не будетъ соблюдено.

Въ послѣднее время баварскій механикъ *Коради* въ Кемптенѣ началъ дѣлать *компенсаціонные планиметры*, отличающіеся отъ простого планиметра Амслера тѣмъ, что бруски p и R не связаны вмѣстѣ осью A (черт. 428), а представляютъ двѣ отдѣльныя части, соединяемыя при помощи шарового шарнира, придѣланнаго къ бруску p и опускаемаго въ соотвѣтствующее ему углубленіе въ обоймицѣ a; уголъ между брусками можетъ мѣняться въ широкихъ предѣлахъ отъ 0° до 170°. Для

равновѣсія прибора обоймица *a* поддерживается добавочною точкой опоры въ видѣ небольшого стекляннаго колесика. Благодаря такому усовершенствованію, полярный брусокъ *p* можно ставить какъ вправо, такъ и влѣво отъ бруска съ остріемъ. Если измѣрить площадь два раза при двухъ такихъ положеніяхъ брусковъ, то ошибки отъ несовпаденія оси колесика съ вертикальною плоскостью, проходящею черезъ точку касанія колесика и ведущее остріе, оказываются одинаковыми, но входятъ въ оба результата съ разными знаками, такъ что среднiй выводъ свободенъ отъ названной ошибки.

Недостатокъ какъ простого полярнаго, такъ и компенсаціоннаго планиметровъ заключается въ томъ, что точность результата зависитъ отъ рода поверхности, по которой движется колесико. Если бумага слишкомъ гладкая, то треніе можетъ оказаться недостаточнымъ для обезпеченія правильности вращенія, и колесико можетъ скользить тамъ, гдѣ оно должно вращаться; наоборотъ, шероховатая бумага можетъ заставить колесико поворачиваться тамъ, гдѣ оно должно скользить; кромѣ того, углубленія и возвышенія шероховатой бумаги производятъ нѣкоторый «намѣръ» даже при вполнѣ правильномъ вращеніи колесика. Существуютъ планиметры, въ которыхъ колесико движется не по бумагѣ плана, а по особому неподвижному, тщательно отполированному металлическому диску, такъ что правильность вращенія колесика совершенно не зависитъ отъ свойствъ поверхности бумаги. Теорія этихъ усовершенствованныхъ полярныхъ планиметровъ и пользованіе ими ничѣмъ не отличаются отъ описаннаго простого прибора Амслера.

195. Постоянныя планиметра. Постоянныя величины C и C_1, входящія въ выраженія площадей (155) и (156), могутъ быть вычислены по извѣстнымъ размѣрамъ отдѣльныхъ частей планиметра по формуламъ (154) или же, что гораздо проще и *точнѣе,* опредѣлены изъ опыта при помощи обвода фигуры, площадь которой извѣстна.

1. Входящія въ формулы (154) величины p, R и r суть разстоянія иглы, ведущаго острія и ободка колесика отъ оси вращенія брусковъ планиметра; всѣ эти величины можно непосредственно измѣрить циркулемъ по масштабу. Для полученія окружности a колесика достаточно измѣрить циркулемъ діаметръ d ободка колесика и умножить его на $\pi = 3{\cdot}1416$.

Числовой примѣръ. Изъ непосредственныхъ измѣреній получено: $p = 6{\cdot}30$, $R = 7{\cdot}13$, $r = 0{\cdot}75$ и $d = 0{\cdot}85$ дюйма. Съ этими данными по формуламъ (154) имѣемъ въ квадратныхъ дюймахъ:

$$\rho^2 = 39{\cdot}69 + 50{\cdot}84 + 10{\cdot}70 = 101{\cdot}23$$

$$C = 19{\cdot}04$$

$$C_1 = 318{\cdot}00$$

2. Чертятъ окружность или квадратъ извѣстныхъ размѣровъ и обводятъ ихъ остріемъ планиметра сперва при положеніи полюса внѣ контура, а затѣмъ внутри его, дѣлая отсчеты по циферблату и барабану. Многіе планиметры имѣютъ особую линеечку, представляющую мѣдную пластинку съ нѣсколькими углубленіями, отстоящими другъ отъ друга на 1 дюймъ, съ иглой для втыканія въ бумагу и указателемъ. Если положить такую линеечку на бумагу, надавить на иглу, поставить ведущее остріе планиметра въ одно изъ углубленій и замѣтить положеніе линеечки по указателю, то окружность описывается чисто механически; радіусъ ея равенъ разстоянію соотвѣтствующаго углубленія отъ иглы. Этотъ пріемъ удобенъ тѣмъ, что не надо слѣдить за ведущимъ остріемъ и можно обвести окружность безъ всякаго почти труда не одинъ, а много разъ, отчего результатъ выходитъ точнѣе.

Пусть отсчеты передъ началомъ и по окончаніи обвода извѣстной площади P, когда полюсъ былъ внѣ контура, оказались n и N, а когда полюсъ былъ внутри контура $-n_1$ и N_1; изъ формулъ (156) и (155) по данной площади P получаемъ для постоянныхъ C и C_1 слѣдующія выраженія:

$$C = \frac{P}{N - n}$$

$$C_1 = P - C\,(N_1 - n_1)$$

Числовой примѣръ. При обводѣ круга съ радіусомъ въ 4 дюйма и при положеніи полюса внѣ контура получены отсчеты $n = 2{\cdot}615$ и $N = 5{\cdot}256$ оборота (цѣлые обороты колесика отсчитаны по циферблату, десятыя и сотыя оборота по барабану, а тысячныя доли по верньеру). Здѣсь

$$P = \pi \,.\, 4^2 = 50{\cdot}27 \text{ кр. дюйма}$$

$$N - n = 2{\cdot}641$$

и потому: $$C = \frac{50{\cdot}27}{2{\cdot}641} = 19{\cdot}03 \text{ кв. дюйма.}$$

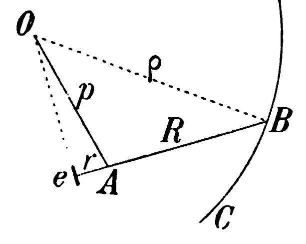
Послѣ обвода того же круга при положеніи полюса внутри контура получены отсчеты $n_1 = 3{\cdot}145$ и $N_1 = 9{\cdot}084$, причемъ замѣчено, что колесико катилось въ направленіи уменьшающихся отсчетовъ, и 0 циферблата два раза прошелъ черезъ указатель. Здѣсь

$$N_1 - n_1 = -14{\cdot}061$$

и потому:

$$C_1 = 50{\cdot}27 + 19{\cdot}03 \cdot 14{\cdot}061 = 317{\cdot}85 \text{ кв. дюйма.}$$

Примѣчаніе. Постоянная C_1 имѣетъ геометрическое значеніе, именно, она равна площади круга, обводимаго при такомъ положеніи брусковъ планиметра, при которомъ не происходитъ вращенія колесика, т. е. при которомъ плоскость ободка колесика неизмѣнно проходитъ черезъ неподвижный полюсъ. Радіусъ такого круга получаютъ изъ опыта, раздвигая бруски настолько, чтобы движеніе ведущаго острія не сопровождалось перемѣной въ отсчетахъ, когда колесико движется точно въ направленіи своей оси. Изъ чертежа 430 видно, что въ треугольникѣ OAB на основаніи извѣстной теоремы Геометріи:



Черт. 430.

$$OB^2 = p^2 + R^2 + 2rR$$

что, согласно первой изъ формулъ (154), равно ρ^2, и, слѣдовательно, площадь круга, описаннаго радіусомъ $OB = \rho$, выразитъ постоянную C_1. Для разсмотрѣннаго въ предыдущемъ числовомъ примѣрѣ планиметра положеніе брусковъ, при которомъ не происходитъ вращенія колесика, оказалось при разстояніи $OB = 10{\cdot}06$ дюйма; поэтому:

$$C_1 = \pi\,(10{\cdot}06)^2 = 317{\cdot}94 \text{ кв. дюйма.}$$

Хотя постоянныя планиметра легко могутъ быть опредѣлены изъ опыта, однако на многихъ планиметрахъ брусокъ R (черт. 428) имѣетъ черточки съ подписями, выражающими именно постоянную C при разныхъ длинахъ R. Однѣ изъ этихъ подпи-

сей представляютъ числа для выраженія измѣряемой площади въ какихъ-нибудь квадратныхъ мѣрахъ на бумагѣ, напримѣръ, въ квадратныхъ дюймахъ или миллиметрахъ, другія же — для выраженія площади непосредственно въ извѣстныхъ мѣрахъ на мѣстности, сообразно масштабу изображенія.

На планиметрахъ, изготовляемыхъ иностранными мастерами для продажи въ Россію, дѣлаются слѣдующія подписи, по порядку въ направленіи къ ведущему острію:

1) 0·4 D. 1 : 21000. Если поставить указатель обоймицы на черту съ этою подписью, то площадь, обводимая остріемъ, выражается въ русскихъ десятинахъ при масштабѣ 1 : 21000, т. е. 250 саженей въ 1 дюймѣ. Именно, каждый оборотъ колесика представляетъ 400 десятинъ, а 0·001 оборота (точность отсчета барабана по верньеру)—0·4 десятины. При этой установкѣ длина $R = 6{\cdot}52$ дюйма, а постоянная $C = 15.36$ кв. дюйма.

2) 0·0001 $\square'$. Площадь выражается въ англійскихъ квадратныхъ футахъ; именно, одинъ оборотъ колесика представляетъ 0·1, а 0·001 оборота = 0·0001 кв. фута на бумагѣ. При этой установкѣ $R = 6{\cdot}11$ дюйма, а $C = 14{\cdot}40$ кв. дюйма.

3) $\frac{1}{20} D \, . \, 1'' = 100\, S$. Площадь выражается въ русскихъ десятинахъ при масштабѣ 1 : 8400, т. е. 100 саженей въ 1 дюймѣ. Одинъ оборотъ колесика представляетъ 50 десятинъ, а 0·001 оборота = 0·05 или $\frac{1}{20}$ десятины. $R = 5{\cdot}09$ дюйма, а $C = 12$ кв. дюймамъ.

4) 1 $\square''$. Площадь выражается въ квадратныхъ дюймахъ или линіяхъ, именно, 1 оборотъ колесика представляетъ 10 кв. дюймовъ, а 0·001 оборота = 1 кв. линіи. $R = 4{\cdot}24$ дюйма, а $C = 10$ кв. дюймамъ.

5) 0·2 D. 1 : 21000. Площадь выражается въ русскихъ десятинахъ при масштабѣ 1 : 21000 или 250 саженей въ 1 дюймѣ. Одинъ оборотъ колесика представляетъ 200 десятинъ, а 0.001 оборота = 0·2 десятины. $R = 3{\cdot}26$ дюйма, а $C = 7{\cdot}68$ кв. дюйма.

Кромѣ этихъ подписей, на планиметрахъ вырѣзаютъ иногда и значеніе постоянной C_1 въ какихъ-нибудь квадратныхъ мѣрахъ.

На нѣкоторыхъ планиметрахъ весь брусокъ R (черт. 428) раздѣленъ мелкими черточками, напримѣръ, на миллиметры, а на обоймицѣ a вмѣсто простого указателя имѣется верньеръ, такъ что ее можно устанавливать весьма точно на любой от-

счетъ по бруску. Для такого планиметра достаточно опредѣлить постоянныя при двухъ какихъ-нибудь положеніяхъ обоймицы; постоянную при всякомъ другомъ положеніи обоймицы или, наоборотъ, положеніе обоймицы для любой впередъ заданной постоянной легко опредѣлить по пропорціи, пользуясь тѣмъ обстоятельствомъ, что постоянная C прямо-пропорціональна длинѣ бруска R.

При пользованіи перечисленными подписями необходимо имѣть въ виду, что когда обоймица установлена на черточки 2-ую или 4-ую, то площади получаются въ квадратныхъ единицахъ на бумагѣ (квадратныхъ футахъ, дюймахъ или линіяхъ); когда же обоймица установлена на черточки 1-ую, 3-ью или 5-ую, то вѣрныя площади въ квадратныхъ единицахъ на мѣстности получаются лишь въ томъ случаѣ, если планъ сдѣланъ въ точномъ масштабѣ, т. е. если единицей построенія масштаба служилъ нормальный дюймъ. Между тѣмъ при составленіи плана иногда нѣтъ нормальнаго дюйма, а, главное, самая бумага отъ долговременнаго храненія подвергается деформаціи; понятно, что площади, опредѣленныя планиметромъ на такихъ планахъ, не равны дѣйствительнымъ площадямъ на мѣстности. Кромѣ того, мѣтки на брускѣ могутъ быть нанесены не вѣрно, а размѣры разныхъ частей планиметра могутъ измѣняться отъ стиранія ободка колесика и притупленія и искривленія иглы и ведущаго острія. По всѣмъ этимъ причинамъ для полученія точныхъ результатовъ лучше не довѣрять подписямъ на брускѣ, а опредѣлять постоянныя планиметра самому при извѣстной установкѣ обоймицы обводомъ круга или другой правильной фигуры, построенной по нормальному дюйму или дюйму масштаба, помѣщеннаго на самомъ планѣ. Необходимо замѣтить, что чѣмъ меньше площадь обводимой фигуры, тѣмъ длина бруска R должна быть меньше.

196. Практическія правила. Какъ ни просто обращеніе съ планиметрами, но все же полезно держаться слѣдующихъ указаній опыта.

1. Планъ или карта должны быть положены на ровный, гладкій и горизонтальный столъ.

2. Полюсъ планиметра надо расположить такъ, чтобы ведущее остріе могло захватить весь контуръ. При измѣреніи большой площади казалось бы выгоднѣе расположить полюсъ внутри

контура, однако въ виду того, что постоянная C, въ которую входитъ меньшее число коэффиціентовъ, опредѣляется точнѣе постоянной C_1, лучше ставить полюсъ внѣ контура. Если площадь такъ велика, что длина брусковъ не позволяетъ обвести ее заразъ, то слѣдуетъ раздѣлить площадь на нѣсколько частей прямыми линіями; пользуясь этими линіями и внутренними границами, обводятъ каждую часть отдѣльно и берутъ сумму результатовъ измѣреній всѣхъ частей.

3. Передъ окончательною установкой полюса необходимо сдѣлать примѣрный обводъ контура и убѣдиться, что колесико во все время обвода движется безпрепятственно и не сходитъ съ бумаги, а бруски планиметра нигдѣ не становятся подъ очень острымъ или тупымъ угломъ другъ къ другу (не менѣе 10° и не болѣе 170°), когда три точки опоры прибора (игла, ободокъ колесика и ведущее остріе), располагаясь почти на одной прямой, не даютъ прибору устойчивости. Самое лучшее ставить планиметръ такъ, чтобы сначала уголъ между брусками былъ почти прямой.

4. Ведущее остріе надо вести осторожно, не быстро и не слишкомъ медленно, съ одинаковою скоростью и съ большимъ вниманіемъ, наблюдая, чтобы оно выбирало всѣ извилины контура. Если случилось уклониться въ какую-нибудь сторону, то слѣдуетъ затѣмъ нарочно сдѣлать уклоненіе въ противоположную сторону; отъ этого ошибка отъ намѣра исключится соотвѣтствующимъ недомѣромъ или наоборотъ.

5. Не слѣдуетъ довольствоваться обводомъ въ одномъ направленіи, а повторить его еще разъ, двигая ведущее остріе въ направленіи противоположномъ. Для увеличенія точности результата, получаемаго какъ среднее изъ отдѣльныхъ измѣреній, полезно произвести такое двойное опредѣленіе площади нѣсколько разъ, мѣняя каждый разъ положеніе полюса. Если предполагается опредѣлить площадь только при двухъ различныхъ положеніяхъ полюса, то должно выбрать мѣста его такъ, чтобы при началѣ обвода съ той же точки контура брусокъ съ ведущимъ остріемъ имѣлъ оба раза положенія взаимно-перпендикулярныя; въ такомъ случаѣ при вторичномъ обводѣ колесико будетъ вращаться тамъ, гдѣ при первоначальномъ оно скользило, и наоборотъ; отъ этого ослабится вредное вліяніе шероховатости бумаги. При каждомъ новомъ обводѣ не мѣшаетъ еще измѣнять положеніе колесика на полоборота; отъ этого исклю-

чаются неправильности колесика, эксцентриситетъ барабана и случайныя ошибки его дѣленій и дѣленій верньера.

6. Необходимо кончать каждый обводъ въ той точкѣ, съ которой онъ былъ начатъ; чтобы не забыть этой начальной точки, ее отмѣчаютъ какимъ-нибудь знакомъ. Передъ началомъ и по окончаніи каждаго обвода дѣлаютъ отсчеты по циферблату и по верньеру барабана и записываютъ ихъ въ журналъ измѣреній. Вслѣдствіе неточности установки циферблата, весьма часто на барабанѣ начался уже новый оборотъ, когда соотвѣтствующая черточка циферблата не дошла еще до указателя; поэтому при отсчетахъ циферблата, близкихъ къ черточкѣ, надо посмотрѣть сперва на барабанъ: если отсчетъ на барабанѣ большой (больше 90), то по циферблату записываютъ дѣленіе, предшествующее указателю, если же отсчетъ на барабанѣ маленькій (меньше 10), то послѣдующее. При измѣреніи весьма значительныхъ площадей необходимо еще во время обвода слѣдить, сколько разъ нуль циферблата прошелъ мимо указателя; другими словами, надо считать десятки оборотовъ колесика, иначе легко сдѣлать пропускъ цѣлыхъ 10-ти оборотовъ.

7. Для опредѣленія постоянной C надо брать площадь, бо̀льшую измѣряемой.

8. При измѣреніи площадей на географическихъ картахъ съ проведенными на нихъ меридіанами и параллелями лучше вовсе не опредѣлять постоянныхъ планиметра, а до и послѣ обвода площади контура обвести одну или нѣсколько трапецій, составленныхъ дугами меридіановъ и параллелей, заключающихъ этотъ контуръ.

Пусть начальный и конечный отсчеты при обведеніи измѣряемой площади суть n и N, а при обведеніи трапецій n_1 и N_1. Если полюсъ находился внѣ контура, то, означивъ измѣряемую площадь и площадь трапецій соотвѣтственно черезъ P и P_1, получимъ по формулѣ (156):

$$P = C(N - n)$$

$$P_1 = C(N_1 - n_1)$$

откуда послѣ дѣленія:

$$P = P_1 \frac{N - n}{N_1 - n_1}$$

Въ это выраженіе не входитъ постоянная планиметра, и необходимо знать лишь поверхность трапецій, ограниченныхъ

соотвѣтствующими меридіанами и параллелями. Поверхности трапецій легко вычисляются при извѣстныхъ размѣрахъ земного сфероида по формуламъ, выведеннымъ въ слѣдующемъ § 197; въ концѣ книги помѣщены готовыя таблицы V и VI, избавляющія отъ необходимости производить эти вычисленія самому.

Указанный способъ опредѣленія площадей на географическихъ картахъ замѣчателенъ тѣмъ, что онъ не зависитъ отъ постоянныхъ планиметра, проекціи карты и деформаціи бумаги.

Числовой примѣръ. Для опредѣленія поверхности Курской губерніи сдѣланы четыре обвода ея границы по картѣ Россіи въ масштабѣ 40 верстъ въ 1 англ. дюймѣ, изданной Императорскимъ Русскимъ Географическимъ Обществомъ, и въ среднемъ получено $N - n = 1{\cdot}579$ оборота барабана. При обводѣ трапеціи, ограниченной параллелями 50° и 54° и меридіанами 4° и 8° (отъ Пулкова), тоже въ среднемъ изъ четырехъ обводовъ получено $N_1 - n_1 = 4{\cdot}153$. Планиметръ былъ установленъ на дѣленіе, означенное 0·4 D. Изъ таблицы VI находимъ, что сумма поверхностей четырехъ трапецій между параллелями 50° и 54° по 1 градусу равна 26 855 кв. верстамъ; увеличивъ это число въ 4 раза, получаемъ $P_1 = 107\,420$ кв. верстамъ. Такимъ образомъ, поверхность P Курской губерніи выходитъ:

$$P = 107\,420\,\frac{1{\cdot}579}{4{\cdot}153} = 40\,842 \text{ кв. в.}$$

Это число только на $\frac{1}{2000}$ больше площади (40 821 кв. верстъ), принятой для поверхности Курской губерніи въ статистическихъ изданіяхъ.

Поучительнымъ примѣромъ большихъ и точныхъ работъ съ планиметромъ Амслера можетъ служить исчисленіе поверхности Европы, произведенное военными топографами по предложенію Статистическаго Конгресса въ Гаагѣ (1869 г.) подъ руководствомъ нашего географа *Стрѣльбицкаго* (1828—1899) и описанное имъ въ сочиненіи Superficie de l'Europe, S. Pétersbourg, 1882. Вычисленія исполнены по лучшимъ топографическимъ картамъ тремя независимыми путями: по государствамъ, по зонамъ широтъ и по бассейнамъ рѣкъ. Въ названной книгѣ приведены поверхности всѣхъ европейскихъ государствъ по провинціямъ или губерніямъ, поверхности острововъ, озеръ и пр. Поверхность всей Европы (съ прилежащими островами) оказалась равною 10010486 кв. километр. или 8 796 407 кв. верстамъ.

197. Сфероидическія трапеціи. Земной сфероидъ представляетъ тѣло, происшедшее отъ вращенія эллипса около малой его оси; поверхность пояса, заключеннаго между двумя безконечно близкими параллелями сфероида, можетъ быть приравнена боковой поверхности конуса, которая, какъ извѣстно изъ Геометріи, равна окружности средняго сѣченія, умноженной на образующую.

Если отнести сфероидъ къ плоскости экватора и оси вращенія и означить радіусъ параллели подъ широтой φ черезъ x, а элементъ дуги меридіана черезъ ds, то окружность средняго сѣченія равна $2\pi x$, а образующая — ds; поэтому для поверхности пояса dP получается выраженіе:

$$dP = 2\pi x \,.\, ds$$

Для точки съ широтою φ:

$$x = \frac{a \cos\varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2\varphi}} \qquad ds = \frac{a\,(1 - e^2)\,d\varphi}{(1 - e^2 \sin^2\varphi)^{3/2}}$$

гдѣ a — большая полуось, а e — эксцентриситетъ земного сфероида; слѣдовательно:

$$dP = 2\pi a^2\,(1 - e^2)\,\frac{\cos\varphi}{(1 - e^2 \sin^2\varphi)^2}\,d\varphi$$

откуда часть поверхности сфероида отъ экватора до параллели съ широтою φ выразится интеграломъ:

$$P_0^{\varphi} = 2\pi a^2\,(1 - e^2)\int_0^{\varphi}\frac{\cos\varphi\,.\,d\varphi}{(1 - e^2 \sin^2\varphi)^2}$$

или

$$P_0^{\varphi} = \pi a^2\,(1 - e^2)\left\{\frac{\sin\varphi}{1 - e^2 \sin^2\varphi} + \frac{1}{2e}\,lg\,\frac{1 + e\sin\varphi}{1 - e\sin\varphi}\right\} \qquad (157)$$

Такъ какъ величина e незначительна, то для числовыхъ выкладокъ выгоднѣе пользоваться рядами. На основаніи извѣстныхъ формулъ:

$$\frac{1}{1 - x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots$$

$$lg\,(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots$$

имѣемъ:

$$\frac{1}{1 - e^2 \sin^2\varphi} = 1 + e^2 \sin^2\varphi + e^4 \sin^4\varphi + \cdots$$

$$lg\,(1 + e\sin\varphi) = e\sin\varphi - \frac{1}{2}e^2\sin^2\varphi + \frac{1}{3}e^3\sin^3\varphi - \cdots$$

$$lg\,(1 - e\sin\varphi) = -e\sin\varphi - \frac{1}{2}e^2\sin^2\varphi - \frac{1}{3}e^3\sin^3\varphi - \cdots$$

Подставивъ эти ряды въ формулу (157), получимъ:

$$P_0^{\varphi} = 2\pi a^2\,(1 - e^2)\sin\varphi\left\{1 + \frac{2}{3}e^2\sin^2\varphi + \frac{3}{5}e^4\sin^4\varphi + \right.$$

$$\left. + \frac{4}{7}e^6\sin^6\varphi + \cdots\right\} \qquad \textbf{(158)}$$

Въ этотъ рядъ входятъ степени $\sin\varphi$; ихъ можно замѣнить синусами кратныхъ дугъ по общей формулѣ (для нечетнаго n):

$$\sin^n\varphi = \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{2^{n-1}}\left\{\sin n\varphi - n\sin(n-2)\varphi + \frac{n(n-1)}{1\,.\,2}\sin(n-4)\varphi - \cdots\right.$$

$$\left. + (-1)^{\frac{n-1}{2}}\cdot\frac{n(n-1)\ldots\frac{1}{2}(n+3)}{1\,.\,2\ldots\frac{1}{2}(n-1)}\sin\varphi\right\}$$

Полагая послѣдовательно $n = 3, 5, 7\ldots$:

$$\sin^3\varphi = -\frac{1}{4}\sin 3\varphi + \frac{3}{4}\sin\varphi$$

$$\sin^5\varphi = \frac{1}{16}\sin 5\varphi - \frac{5}{16}\sin 3\varphi + \frac{5}{8}\sin\varphi$$

$$\sin^7\varphi = -\frac{1}{64}\sin 7\varphi + \frac{7}{64}\sin 5\varphi - \frac{21}{64}\sin 3\varphi + \frac{35}{64}\sin\varphi$$

. . . .

Подставивъ эти выраженія въ формулу (158) и сдѣлавъ приведенія подобныхъ членовъ, получимъ:

$$P_0^{\varphi} = 2\pi a^2\left\{\left(1 - \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{8}e^4 - \frac{1}{16}e^6 - \frac{5}{128}e^8 - \cdots\right)\sin\varphi - \right.$$

$$-\left(\frac{1}{6}e^2 + \frac{1}{48}e^4 - \frac{1}{192}e^8 - \cdots\right)\sin 3\varphi +$$

$$+\left(\frac{3}{80}e^4 + \frac{1}{40}e^6 + \frac{1}{64}e^8 + \cdots\right)\sin 5\varphi - \qquad \textbf{(159)}$$

$$\left. -\left(\frac{1}{112}e^6 + \frac{19}{1792}e^8 + \cdots\right)\sin 7\varphi + \left(\frac{5}{2304}e^8 + \cdots\right)\sin 9\varphi - \cdots\right\}$$

Для сфероида Кларка (1880 г.) $a = 2\,989\,457{\cdot}4$ сажени и $e^2 = 0{\cdot}006\,803\,481$; съ этими величинами легко составить слѣдующіе *числовые ряды* для вычисленія поверхности сфероидической трапеціи, ограниченной двумя меридіанами съ разностью долготъ въ 10′, экваторомъ и дугою параллели подъ широтою φ:

$$P_0^{\varphi}\text{ (въ кв. саж.)} = [10{\cdot}413\,4285]\,\sin\varphi - [7{\cdot}46986]\,\sin 3\varphi +$$
$$+ [4{\cdot}6564]\,\sin 5\varphi - \cdots$$

$$P_0^{\varphi}\text{ (въ кв. верст.)} = [5{\cdot}015\,4884\,493]\,\sin\varphi - [2{\cdot}071\,9199\,6]\,\sin 3\varphi +$$
$$+ [9{\cdot}25844]\,\sin 5\varphi - [6{\cdot}4695]\,\sin 7\varphi + [3{\cdot}716]\,\sin 9\varphi - \cdots$$

Здѣсь числа въ скобкахъ [ ] представляютъ логариѳмы соотвѣтствующихъ коэффиціентовъ.

Если составить рядъ (159) для другой широты φ_1, взять ихъ разность и воспользоваться формулами:

$$\sin\varphi_1 - \sin\varphi = 2\sin\frac{\varphi_1-\varphi}{2}\cos\frac{\varphi_1+\varphi}{2}$$

$$\sin 3\varphi_1 - \sin 3\varphi = 2\sin 3\,\frac{\varphi_1-\varphi}{2}\cos 3\,\frac{\varphi_1+\varphi}{2}$$

. . . .

то получится рядъ для вычисленія поверхности пояса между параллелями съ широтами φ и φ_1:

$$\begin{aligned} P_{\varphi}^{\varphi_1} = 4\pi a^2 \Bigg\{ & \left(1 - \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{8}e^4 - \frac{1}{16}e^6 - \cdots\right)\sin\frac{\varphi_1-\varphi}{2}\cos\frac{\varphi_1+\varphi}{2} - \\ & - \left(\frac{1}{6}e^2 + \frac{1}{48}e^4 - \cdots\right)\sin 3\,\frac{\varphi_1-\varphi}{2}\cos 3\,\frac{\varphi_1+\varphi}{2} + \\ & + \left(\frac{3}{80}e^4 + \frac{1}{40}e^6 + \cdots\right)\sin 5\,\frac{\varphi_1-\varphi}{2}\cos 5\,\frac{\varphi_1+\varphi}{2} - \\ & - \left(\frac{1}{112}e^6 + \cdots\right)\sin 7\,\frac{\varphi_1-\varphi}{2}\cos 7\,\frac{\varphi_1+\varphi}{2} + \cdots \Bigg\} \end{aligned} \tag{160}$$

Для поверхности сфероидической трапеціи, ограниченной параллелями съ широтами φ и φ_1 и меридіанами съ долготами ω и ω_1, получится рядъ:

$$P_{\varphi\ \omega}^{\varphi_1\omega_1} = 2a^2 \frac{(\omega_1 - \omega)''}{206\,264{\cdot}806} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{8}e^4 - \cdots\right) sin\,\frac{\varphi_1 - \varphi}{2}\,cos\,\frac{\varphi_1 + \varphi}{2} - \right.$$

$$- \left(\frac{1}{6}e^2 + \frac{1}{48}e^4 - \cdots\right) sin\,3\,\frac{\varphi_1 - \varphi}{2}\,cos\,3\,\frac{\varphi_1 + \varphi}{2} + \qquad \textbf{(161)}$$

$$\left. + \left(\frac{3}{80}e^4 + \cdots\right) sin\,5\,\frac{\varphi_1 - \varphi}{2}\,cos\,5\,\frac{\varphi_1 + \varphi}{2} - \cdots \right\}$$

На сфероидѣ Кларка (1880 г.) трапеція, обнимающая 10′ по широтѣ и 10′ по долготѣ, выражается слѣдующимъ числовымъ рядомъ:

$$P_{\varphi,\ \omega}^{\varphi+10',\ \omega+10'} \text{ (въ кв. верстахъ)} = [2{\cdot}479\,2144\,133]\,cos\,\varphi_n -$$

$$- [0{\cdot}012\,7660]\,cos\,3\varphi_n + [7{\cdot}42\,113]\,cos\,5\varphi_n - [4{\cdot}7783]\,cos\,7\varphi_n + \cdots$$

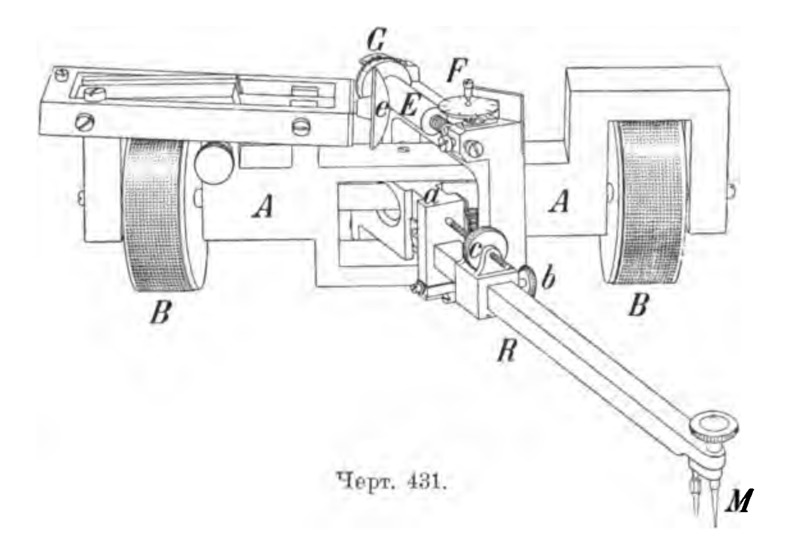
$$\text{гдѣ } \varphi_n = \varphi + 5' \text{ т. е. } \varphi_n = \frac{\varphi + \varphi_1}{2}$$

При помощи этого ряда вычислены таблицы V и VI въ концѣ книги для опредѣленія площадей планиметрами по картамъ съ начерченными на нихъ меридіанами и параллелями (§ 196, п. 8).

198. Линейный планиметръ. Полярные планиметры, имѣющіе неподвижную точку на бумагѣ (полюсъ), не могутъ служить непосредственно для измѣренія площадей длинныхъ и узкихъ фигуръ, напримѣръ, профиля дороги, площадей, ограниченныхъ кривыми, вычерчиваемыми при помощи самопишущихъ приборовъ, и т. п. Эти площади пришлось бы разбивать на много отдѣльныхъ частей и складывать потомъ результаты, что, помимо потери времени, ведетъ къ уменьшенію точности работы. Для длинныхъ и узкихъ фигуръ удобнѣе такъ называемые *линейные планиметры*, которые можно двигать въ извѣстномъ направленіи безпредѣльно.

На черт. 431 изображенъ одинъ изъ совершеннѣйшихъ линейныхъ планиметровъ *Коради*. Онъ состоитъ изъ рамы *AA*, въ которой вращается ось съ наглухо придѣланными къ ней двумя тяжелыми колесами *B* и *B* равныхъ діаметровъ, такъ что при передвиженіи прибора по бумагѣ онъ сохраняетъ неизмѣнное направленіе. Параллельно оси колесъ *BB* въ верхней части рамы расположена другая ось съ зубчатымъ коле-

сикомъ и тщательно выточеннымъ шаровымъ сегментомъ *e*, прикасающимся къ совершенно гладкому полированному цилиндру *E*, цѣлые обороты котораго отсчитываются на циферблатѣ *F*, а части оборота по верньеру на барабанѣ *G*. Наружныя поверхности колесъ *BB* нарѣзаны мелкими зубцами, такъ что колеса могутъ только катиться, но отнюдь не скользить по бумагѣ; вмѣстѣ съ тѣмъ зубцы лѣваго колеса *B* захватываютъ зубцы оси сегмента *e*, и потому во время движенія прибора по бумагѣ вращаются какъ колеса *BB*, такъ и ось сегмента *e*, и линейное перемѣщеніе какой-нибудь точки окружности этой



Черт. 431.

оси равно линейному передвиженію всего прибора въ направленіи, перпендикулярномъ къ осямъ.

Въ серединѣ рамы *AA* расположена вертикальная ось, около которой можетъ поворачиваться въ извѣстныхъ предѣлахъ обоймица *a*; въ верхней части этой обоймицы помѣщенъ упомянутый выше гладкій цилиндръ *E*, а внизу вставленъ длинный брусокъ *R* съ ведущимъ остріемъ *M* на концѣ. Брусокъ раздѣленъ по всей своей длинѣ и при помощи небольшой обоймицы съ верньеромъ, зажимнымъ винтомъ *b* и гайкой *c* можетъ быть поставленъ и закрѣпленъ въ любомъ положеніи.

Ведущее остріе *M* составляетъ третью точку опоры инструмента во время измѣренія площадей, но двѣ другія (колеса *BB*)

расположены такъ, что центръ тяжести всей системы находится почти надъ этими точками, и давленіе на ведущее остріе весьма мало. Оси цилиндра E и бруска R всегда параллельны, причемъ цилиндръ особою пружиною въ обоймицѣ a постоянно нажимается на шаровой сегментъ e и, смотря по положенію обоймицы, касается сегмента въ разныхъ точкахъ. Когда ось бруска R перпендикулярна къ оси колесъ BB, тогда цилиндръ E касается вершины сегмента и остается неподвижнымъ, не смотря на движеніе планиметра и вращеніе сегмента. Если брусокъ R повернутъ вправо, то цилиндръ E касается сегмента въ точкѣ, расположенной ближе къ барабану G, и при движеніи инструмента впередъ вращается въ сторону возрастающихъ подписей; наоборотъ, если брусокъ R повернутъ влѣво, то цилиндръ E касается сегмента въ точкѣ болѣе удаленной отъ барабана G и при томъ же направленіи движенія планиметра вращается въ сторону уменьшающихся подписей. При этомъ, чѣмъ больше повернуты брусокъ и цилиндръ, тѣмъ точка касанія цилиндра къ сегменту болѣе удалена отъ вершины сегмента и тѣмъ, стало быть, скорѣе вращается цилиндръ при той же скорости поступательнаго движенія планиметра.

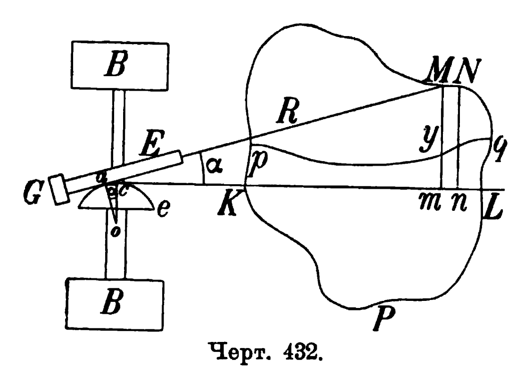
Для измѣренія площади приборъ ставятъ на чертежъ съ такимъ расчетомъ, чтобы ось колесъ BB приняла направленіе, перпендикулярное къ длинѣ обводимой фигуры, и чтобы отклоненія бруска съ ведущимъ остріемъ въ ту и другую стороны были достаточны для обвода по всѣмъ извилинамъ контура. Затѣмъ, установивъ остріе M въ любую замѣченную точку контура, двигаютъ его въ направленіи вращенія стрѣлокъ часовъ, пока остріе не вернется въ первоначальную точку установки. До начала обвода и послѣ его окончанія берутъ отсчеты по циферблату F и по верньеру барабана G цилиндра E. Разность отсчетовъ, умноженная на нѣкоторое постоянное число, даетъ площадь обведенной фигуры.

Пусть $MLPK$ (черт. 432) площадь, по контуру которой сдѣланъ обводъ ведущимъ остріемъ планиметра, а M и N двѣ безконечно близкія точки контура. Вообразимъ прямую KL, представляющую сѣченіе бумаги вертикальною плоскостью, перпендикулярною къ оси колесъ BB, и заключающую вертикальную ось обоймицы; эта прямая представляетъ проекцію оси бруска съ ведущимъ остріемъ въ томъ его положеніи, при которомъ цилиндръ E касается вершины шарового сегмента e.

Проведя ординаты Mm и Nn перпендикулярно къ KL, получимъ безконечно малую площадь $MNnm = s$, ограниченную двумя названными ординатами, прямою mn и элементомъ контура MN; эту площадь можно принять за площадь прямоугольника, такъ что, если означить ординату Mm черезъ y, а отрѣзокъ mn черезъ Δx, то

$$s = \Delta x \, . \, y \qquad (\alpha)$$

Одновременно съ переходомъ ведущаго острія изъ точки M въ безконечно близкую ей точку N планиметръ сдѣлаетъ поступательное движеніе на величину Δx, и, слѣдовательно, колеса BB и ось шарового сегмента e повернутся по своимъ окружностямъ тоже на величину Δx; точка же касанія сегмента e къ цилиндру E передвинется на величину, бòльшую или меньшую Δx въ отношеніи радіуса вращенія точки касанія ($ac = h$) къ радіусу оси сегмента (r), такъ что путь точки касанія выразится произведеніемъ:



Черт. 432.

$$\Delta x \cdot \frac{h}{r}$$

Если назвать радіусъ шарового сегмента e черезъ ρ, а уголъ, образуемый радіусами къ точкѣ касанія и къ вершинѣ сегмента, черезъ α, то, какъ видно изъ чертежа:

$$h = \rho \, . \, \sin \alpha$$

и потому путь упомянутой точки касанія сегмента при передвиженіи ведущаго острія изъ M въ N выразится величиною:

$$\Delta x \frac{\rho \, . \, \sin \alpha}{r}$$

Вслѣдствіе непрерывнаго соприкосновенія цилиндра E съ шаровымъ сегментомъ e, на такую же точно линейную величину повернется и этотъ цилиндръ. Если назвать отсчеты по бара-

бану G при положеніи ведущаго острія въ M и въ N соотвѣтственно черезъ n и n_1, а длину окружности цилиндра E черезъ a, то получимъ равенство:

$$\Delta x \frac{\rho \,.\, sin\, \alpha}{r} = (n_1 - n)\, a$$

откуда:

$$\Delta x = \frac{r\,(n_1 - n)\, a}{\rho \,.\, sin\, \alpha} \tag{β}$$

Стороны угла, образуемаго осью бруска R съ прямою KL, перпендикулярны къ радіусамъ шарового сегмента, проведеннымъ къ точкѣ касанія и къ вершинѣ сегмента, такъ что этотъ уголъ равенъ α; если означить длину бруска отъ вертикальной оси обоймицы до оси ведущаго острія черезъ R, то, какъ видно изъ чертежа:

$$y = R\, sin\, \alpha \tag{γ}$$

Подставивъ выраженія (β) и (γ) въ (α), получимъ:

$$s = \frac{r\,(n_1 - n)\, aR}{\rho}$$

Означивъ еще

$$\frac{a \,.\, r \,.\, R}{\rho} = C \tag{162}$$

гдѣ C постоянное число, зависящее отъ размѣровъ планиметра и длины бруска R, получимъ, наконецъ:

$$s = C\,(n_1 - n)$$

Подобное же выраженіе получится для площади каждаго другого прямоугольника, образованнаго двумя безконечно близкими ординатами, прямою KL и элементомъ контура, и притомъ независимо отъ того, лежитъ ли этотъ прямоугольникъ по ту или по другую сторону отъ прямой KL. Дѣйствительно, если вся измѣряемая площадь (pMq) лежитъ по одну сторону отъ прямой KL, то при движеніи ведущаго острія отъ p черезъ M до q цилиндръ E будетъ вращаться въ сторону возрастающихъ подписей на барабанѣ G, и сумма прямоугольниковъ $MNnm$ выразитъ площадь $KpMqL$, а при движеніи ведущаго острія отъ q до p цилиндръ E будетъ вращаться въ сторону уменьшающихся подписей, и площадь $KpqL$ войдетъ въ результатъ съ отрицательнымъ знакомъ; такимъ образомъ, произведеніе постоянной на разность отсчетовъ выразитъ именно площадь pMq.

Если измѣряемая площадь разсѣкается прямою KL, то во время движенія острія по вѣтви контура LPK сегментъ e будетъ вращаться въ направленіи, обратномъ вращенію во время прохожденія остріемъ вѣтви KML, но зато цилиндръ E, касаясь сегмента по другую сторону его вершины, будетъ вращаться въ прежнемъ направленіи, въ направленіи возрастающихъ подписей на барабанѣ, и будетъ суммировать прямоугольники, заключенные между вѣтвью KLP и прямою KL.

Итакъ, если обозначить послѣдовательные отсчеты черезъ n, n_1, n_2......N, то вся площадь P выразится всегда суммой:

$$P = C(n_1 - n) + C(n_2 - n_1) + \cdots + C(N - n_k)$$

или

$$P = C(N - n) \qquad (163)$$

Это выраженіе тождественно формулѣ (156) для площади, измѣренной полярнымъ планиметромъ при расположеніи полюса внѣ контура.

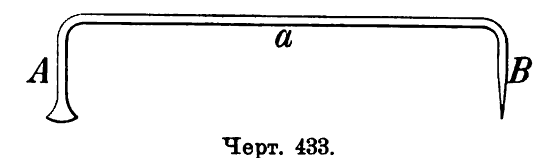
Постоянная величина C можетъ быть либо вычислена по формулѣ (162) по измѣренію отдѣльныхъ частей планиметра, либо, что скорѣе и точнѣе, опредѣлена изъ опыта, обводомъ какой-нибудь простой геометрической фигуры извѣстной площади, напримѣръ, круга или квадрата. Именно, зная площадь P такой фигуры и отсчеты n и N при началѣ и концѣ обвода, получимъ:

$$C = \frac{P}{N - n}$$

Необходимо замѣтить, что постоянную C можно измѣнять, вдвигая или выдвигая брусокъ R (черт. 431); для широкихъ площадей можно вставлять дополнительное колѣно. Обыкновенно брусокъ и его дополнительное колѣно имѣютъ мелкія дѣленія, такъ что, опредѣливъ постоянную при двухъ разныхъ установкахъ бруска, можно легко вычислить по пропорціи ту установку, при которой постоянная C будетъ круглымъ числомъ или числомъ, выражающимъ площадь въ квадратныхъ саженяхъ или другихъ мѣрахъ при извѣстномъ масштабѣ чертежа.

199. Планиметръ-топорикъ. Въ 1886 году датскій ротмистръ *Притцъ* изобрѣлъ планиметръ необыкновенно простого устройства: это только кусокъ проволоки (черт. 433), согнутый въ видѣ растянутой буквы П, причемъ одинъ конецъ B заостренъ

(онъ представляетъ ведущее остріе планиметра), а другой A расплющенъ въ видѣ топорика (отчего и названіе планиметръ-топорикъ) съ дугообразнымъ лезвіемъ, лежащимъ въ плоскости, проходящей черезъ ось острія B. Неизмѣнная длина касательной отъ конца острія до дуги топорика называется постоянною планиметра; ее дѣлаютъ обыкновенно равною 10 дюймамъ (или 25 сантиметрамъ). Если держать планиметръ отвѣсно на бумагѣ и обводить остріемъ B какой-нибудь контуръ, то топорикъ A описываетъ такъ называемую *погонную линію*. Послѣ возвращенія острія въ начальную точку топорикъ приметъ на бу-



Черт. 433.

магѣ другое положеніе; уголъ, образуемый начальнымъ и конечнымъ положеніями планиметра, пропорціоналенъ площади контура, обведеннаго остріемъ B.

Всѣ попытки выразить въ конечномъ видѣ площадь контура въ функціи упомянутаго угла, за исключеніемъ частныхъ случаевъ (для круга, квадрата и т. п.), оказались неудачными, но величина этого угла можетъ быть найдена въ видѣ ряда, главный (наибольшій) членъ котораго пропорціоналенъ площади.

Пусть остріе B, двигаясь по прямой MN (черт. 434), прошло разстояніе $QS = r$, причемъ планиметръ изъ положенія QP перешелъ въ положеніе SR. Разсмотримъ два безконечно близкія положенія острія B и B_1, такъ что $BB_1 = dr$. Означимъ постоянную планиметра, т. е. длину BA (или B_1A_1), черезъ a, а углы, образуемые этими направленіями планиметра съ прямою MN, черезъ θ и $\theta + d\theta$. Если опустить изъ B_1 перпендикуляръ B_1C на BA, то:

$$d\theta = \frac{B_1C}{B_1A_1} = \frac{B_1C}{a}$$

но $B_1C = dr \,.\, \sin\theta$, слѣдовательно:

$$\frac{d\theta}{\sin\theta} = \frac{dr}{a} \qquad (\alpha)$$

Интегрируя это выраженіе между предѣлами θ_0 и θ_1, по-

лучимъ:

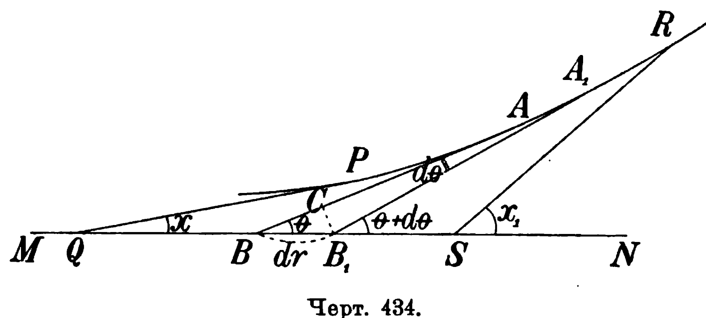
$$lg\,tg\,\frac{\theta_1}{2} - lg\,tg\,\frac{\theta_0}{2} = \frac{r}{a}$$

или

$$tg\,\frac{\theta_0}{2} = e^{-\frac{r}{a}} \cdot tg\,\frac{\theta_1}{2} \qquad (\beta)$$

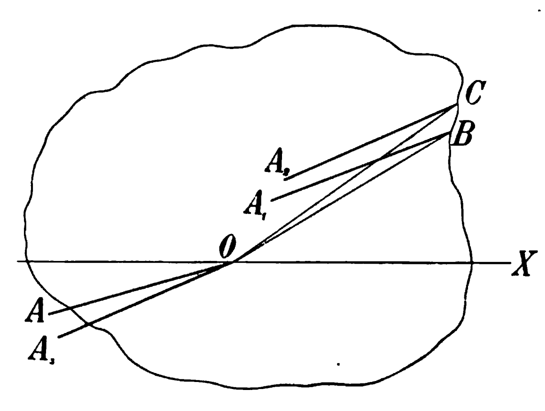
гдѣ e — основаніе натуральныхъ логариѳмовъ.

Раздѣлимъ площадь обводимаго контура на безконечно узкіе (элементарные) треугольники, имѣющіе общею вершиною про-



Черт. 434.

извольную точку O (черт. 435) внутри контура, а основаніями элементы контура. Допустимъ, что ведущее остріе обходитъ послѣдовательно всѣ эти треугольники, проходя вдоль каждой прямой OB, OC... два раза въ противоположныхъ направленіяхъ; такой теоретическій способъ обвода долженъ дать тотъ же результатъ, какъ и обводъ непосредственно по контуру, потому что при движеніи острія по прямой OB отъ B до O и затѣмъ тотчасъ же обратно отъ O до B лезвіе топорика вернется



Черт. 435.

на прежнее мѣсто. Разсмотримъ треугольникъ OBC; пусть углы, составляемые сторонами OB и OC съ произвольною прямою

OX, будутъ θ и $\theta + d\theta$. Означимъ углы, составляемые стержнемъ планиметра съ тою же прямою въ положеніяхъ AO, A_1O, A_2O и A_3O, соотвѣтственно черезъ φ, φ_1, $\varphi_1 + d\varphi_1$ и $\varphi + d\varphi$, а длины OB и OC черезъ r и $r + dr$; тогда на основаніи уравненія (β) имѣемъ:

Для положеній AO и A_1B при движеніи острія отъ O до B:

$$tg\,\frac{\theta - \varphi_1}{2} = e^{-\frac{r}{a}} \,.\, tg\,\frac{\theta - \varphi}{2} \qquad (\gamma)$$

Для положеній A_2C и A_3O при движеніи острія отъ C до O:

$$tg\,\frac{\theta + d\theta - \varphi_1 - d\varphi_1}{2} = e^{-\frac{r+dr}{a}} \,.\, tg\,\frac{\theta + d\theta - \varphi - d\varphi}{2}$$

Если ограничиться первыми степенями разложеній, то послѣднее уравненіе дастъ:

$$tg\,\frac{\theta - \varphi_1}{2} + \frac{d\theta - d\varphi_1}{2\cos^2\frac{\theta - \varphi_1}{2}} = e^{-\frac{r}{a}} \,.\, tg\,\frac{\theta - \varphi}{2} -$$

$$- e^{-\frac{r}{a}} \left\{ \frac{dr}{a}\, tg\,\frac{\theta - \varphi}{2} - \frac{d\theta - d\varphi}{2\cos^2\frac{\theta - \varphi}{2}} \right\}$$

Вычитая отсюда почленно уравненіе (γ), получимъ:

$$\frac{d\theta - d\varphi_1}{2\cos^2\frac{\theta - \varphi_1}{2}} = - e^{-\frac{r}{a}} \left\{ \frac{dr}{a}\, tg\,\frac{\theta - \varphi}{2} - \frac{d\theta - d\varphi}{2\cos^2\frac{\theta - \varphi}{2}} \right\}$$

а замѣняя множитель второй части его выраженіемъ изъ (γ), послѣ весьма простыхъ преобразованій получимъ:

$$\frac{d\theta - d\varphi_1}{\sin(\theta - \varphi_1)} + \frac{dr}{a} = \frac{d\theta - d\varphi}{\sin(\theta - \varphi)} \qquad (\delta)$$

Если означить уголъ между дугою BC (считая этотъ элементъ контура прямою линіею) и направленіемъ OB черезъ ψ, то уголъ, составляемый BC со стержнемъ планиметра A_1B, будетъ $\psi + \theta - \varphi_1$; означивъ еще самый элементъ BC черезъ ds, имѣемъ на основаніи уравненія (α):

$$\frac{d\varphi_1}{\sin(\psi + \theta - \varphi_1)} = \frac{ds}{a}$$

откуда

$$d\varphi_1 = \{\sin\psi \cos(\theta - \varphi_1) + \cos\psi \sin(\theta - \varphi_1)\} \frac{ds}{a}$$

но

$$ds \, . \sin\psi = r \, . \, d\theta$$

$$ds \, . \cos\psi = dr$$

слѣдовательно:

$$a \, . \, d\varphi_1 = r \, . \, d\theta \, . \cos(\theta - \varphi_1) + dr \, . \sin(\theta - \varphi_1)$$

Подставляя это въ выраженіе (δ), получимъ послѣ приведеній:

$$\frac{d\theta - d\varphi}{\sin(\theta - \varphi)} = d\theta \, \frac{1 - \frac{r}{a}\cos(\theta - \varphi_1)}{\sin(\theta - \varphi_1)}$$

Полагая во второй части $1 = \cos^2\frac{\theta - \varphi_1}{2} + \sin^2\frac{\theta - \varphi_1}{2}$ и замѣняя $\sin$ и $\cos$ цѣлыхъ угловъ извѣстными выраженіями въ половинныхъ углахъ, получимъ:

$$\frac{d\theta - d\varphi}{\sin(\theta - \varphi)} = \frac{d\theta}{2}\left\{\cot g\,\frac{\theta - \varphi_1}{2}\left(1 - \frac{r}{a}\right) + tg\,\frac{\theta - \varphi_1}{2}\left(1 + \frac{r}{a}\right)\right\}$$

или, пользуясь уравненіемъ (γ):

$$\frac{d\theta - d\varphi}{\sin(\theta - \varphi)} = \frac{d\theta}{2}\left\{\cot g\,\frac{\theta - \varphi}{2}\, e^{\frac{r}{a}}\left(1 - \frac{r}{a}\right) + tg\,\frac{\theta - \varphi}{2}\, e^{-\frac{r}{a}}\left(1 + \frac{r}{a}\right)\right\}$$

откуда:

$$d\theta - d\varphi = d\theta\left\{\cos^2\frac{\theta - \varphi}{2}\, e^{\frac{r}{a}}\left(1 - \frac{r}{a}\right) + \sin^2\frac{\theta - \varphi}{2}\, e^{-\frac{r}{a}}\left(1 + \frac{r}{a}\right)\right\}$$

Такъ какъ

$$\cos^2\frac{\theta - \varphi}{2} = \frac{1 + \cos(\theta - \varphi)}{2} \quad \text{и} \quad \sin^2\frac{\theta - \varphi}{2} = \frac{1 - \cos(\theta - \varphi)}{2}$$

то:

$$d\theta - d\varphi = \frac{d\theta}{2}\left\{e^{\frac{r}{a}}\left(1 - \frac{r}{a}\right) + e^{-\frac{r}{a}}\left(1 + \frac{r}{a}\right) + \right.$$

$$\left. + \cos(\theta - \varphi)\left[e^{\frac{r}{a}}\left(1 - \frac{r}{a}\right) - e^{-\frac{r}{a}}\left(1 + \frac{r}{a}\right)\right]\right\}$$

Для $e^{\frac{r}{a}}$ существуетъ рядъ:

$$e^{\frac{r}{a}} = 1 + \frac{r}{a} + \frac{1}{2}\left(\frac{r}{a}\right)^2 + \frac{1}{6}\left(\frac{r}{a}\right)^3 + \frac{1}{24}\left(\frac{r}{a}\right)^4 + \cdots$$

поэтому

$$e^{\frac{r}{a}}\left(1-\frac{r}{a}\right)=1-\frac{1}{2}\left(\frac{r}{a}\right)^2-\frac{1}{3}\left(\frac{r}{a}\right)^3-\frac{1}{8}\left(\frac{r}{a}\right)^4-\cdots$$

$$e^{-\frac{r}{a}}\left(1+\frac{r}{a}\right)=1-\frac{1}{2}\left(\frac{r}{a}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{r}{a}\right)^3-\frac{1}{8}\left(\frac{r}{a}\right)^4+\cdots$$

Подставляя эти ряды въ предыдущее выраженіе, получимъ:

$$d\theta-d\varphi=d\theta\left\{1-\frac{r^2}{2a^2}-\frac{r^4}{8a^4}-\frac{r^6}{144a^6}-\cdots-\right.$$
$$\left.-\cos(\theta-\varphi)\left(\frac{r^3}{3a^3}+\frac{r^5}{30a^5}+\cdots\right)\right\}$$

или

$$a^2d\varphi=\frac{r^2d\theta}{2}+\frac{r^4d\theta}{8a^2}+\frac{r^6d\theta}{144a^4}+\cdots+\left(\frac{r^3}{3a}+\frac{r^5}{30a^3}+\cdots\right)\cos(\theta-\varphi)\,d\theta.$$

Это уравненіе представляетъ перемѣну направленія стержня планиметра послѣ обвода одного элементарнаго треугольника: интегралъ его дастъ уголъ между начальнымъ и конечнымъ положеніями стержня послѣ обвода всѣхъ элементарныхъ треугольниковъ или просто послѣ обвода всего контура. Означивъ этотъ уголъ буквою Φ получимъ:

$$a^2\Phi=\int\frac{r^2d\theta}{2}+\frac{1}{8a^2}\int r^4\,d\theta+\frac{1}{144a^4}\int r^6\,d\theta+\cdots$$
$$+\int\left(\frac{r^3}{3a}+\frac{r^5}{30a^3}+\cdots\right)\cos(\theta-\varphi)\,d\theta \qquad (\varepsilon)$$

Извѣстно, что элементъ площади въ полярныхъ координатахъ равенъ $\frac{r^2\,d\theta}{2}$, слѣдовательно, первый членъ второй части уравненія при интегрированіи между предѣлами $\theta=0$ и $\theta=2\pi$ представляетъ именно площадь P обведеннаго контура; итакъ:

$$\int_0^{2\pi}\frac{r^2d\theta}{2}=P$$

Разсмотримъ значеніе остальныхъ членовъ вышестоящаго ряда. Опредѣленный интегралъ, входящій во второй членъ, пред-

ставляетъ моментъ инерціи площади контура относительно полярной оси, проходящей черезъ точку O; обозначая черезъ k соотвѣтствующій радіусъ инерціи, получаемъ:

$$\frac{1}{8a^2}\int_0^{2\pi} r^4\, d\theta = \frac{Pk^2}{2a^2}$$

гдѣ Pk^2—моментъ инерціи площади контура относительно полярной оси, проходящей черезъ точку O; когда эта точка есть центръ тяжести площади, то произведеніе Pk^2 имѣетъ наименьшую величину, и при достаточно большомъ a весь членъ будетъ очень малою дробью.

Третій членъ

$$\frac{1}{144a^4}\int r^6\, d\theta < \frac{2P}{144}\left(\frac{l}{a}\right)^4$$

гдѣ l—наибольшая изъ прямыхъ OB (черт. 435); если наибольшая ширина обводимой площади меньше длины планиметра, то этотъ членъ тоже очень малая дробь. Напримѣръ:

при $\frac{l}{a} = \frac{1}{2}$ третій членъ меньше $\frac{P}{1152}$, т. е. $< \frac{1}{10}\%$ всей площ.

при $\frac{l}{a} = \frac{1}{8}$ » » » $\frac{P}{294912}$, т. е. около $\frac{1}{3000}\%$ всей пл.

Прочіе члены съ высшими степенями r еще меньше.

Что касается членовъ, зависящихъ отъ угла φ, то наибольшій изъ нихъ есть, конечно, членъ:

$$\frac{1}{3a}\int r^3 \cos(\theta - \varphi)\, d\theta$$

Онъ можетъ быть вычисленъ лишь тогда, когда дано уравненіе кривой контура; такъ какъ это уравненіе неизвѣстно, то остается сдѣлать нѣкоторыя вѣроятныя предположенія. Если площадь контура меньше квадрата со стороной a, такъ что дуга φ въ частяхъ радіуса меньше 1, то разсматриваемый членъ можетъ быть представленъ въ видѣ суммы:

$$\frac{1}{3a}\int r^3 \cos\theta\left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right) d\theta + \frac{1}{3a}\int r^3 \sin\theta \,.\, \varphi \,.\, d\theta$$

или

$$\frac{1}{3a}\int r^3 \cos\theta\, d\theta - \frac{1}{6a}\int r^3\varphi^2 \cos\theta\, d\theta + \frac{1}{3a}\int r^3\, \varphi \sin\theta\, d\theta$$

Допустимъ, что начальное положеніе планиметра совпадаетъ съ прямою OX; тогда:

$$\frac{1}{3a}\int r^3 \cos\theta\, d\theta = \frac{1}{a}\int x\, dP = \frac{\xi\,.\,P}{a}$$

гдѣ ξ — абсцисса центра тяжести площади P; всѣ другіе члены, имѣя множителемъ малую дробь $\left(\frac{r}{a}\right)^3$ и будучи интегралами отъ колеблющихся величинъ, всегда очень малы. Итакъ, рядъ (ε) можно замѣнить слѣдующимъ:

$$a^2\phi = P + \frac{Pk^2}{2a^2} + \frac{P\xi}{a} + \frac{R}{a^3} \qquad (x)$$

гдѣ R—очень малая величина. Если точка O—центръ тяжести площади, то второй членъ имѣетъ наименьшее значеніе, а $\xi = 0$, и потому будетъ приблизительно:

$$P = a^2\,.\,\phi \qquad \textbf{(164)}$$

Если точка O не центръ тяжести, то для полученія приблизительно вѣрной площади достаточно обвести контуръ два раза въ двухъ противоположныхъ направленіяхъ; при обратномъ направленіи измѣнится знакъ у членовъ, содержащихъ нечетныя степени a, и потому для второго обвода получимъ:

$$a^2\phi_1 = P + \frac{Pk^2}{2a^2} - \frac{P\xi}{a} - \frac{R}{a^3} \qquad (y)$$

Если пренебречь членомъ съ k^2, то полусумма выраженій (x) и (y) дастъ:

$$P = \frac{a^2}{2}(\phi + \phi_1) \qquad \textbf{(165)}$$

Чтобы пользоваться формулами (164) и (165), необходимо знать длину планиметра a и уголъ ϕ между начальнымъ и конечнымъ положеніями стержня, для чего до начала и по окончаніи обвода надо надавить на топорикъ и получить его слѣды (зарубки) на бумагѣ. Произведеніе $a\phi$ представляетъ длину дуги съ радіусомъ a, проведенной между серединами этихъ слѣдовъ; такъ какъ эта дуга очень мала, то ее можно замѣнить хордою, т. е. линейнымъ разстояніемъ между слѣдами. Назовемъ эту хорду черезъ b; тогда формула (164) дастъ окончательно:

$$P = ab \qquad \textbf{(166)}$$

т. е. площадь контура равна произведенію длины стержня на

разстояніе между центрами зарубокъ, сдѣланныхъ топорикомъ, до начала и по окончаніи обвода.

Для опредѣленія постоянной a планиметръ слегка надавливаютъ на бумагу, отчего получаютъ уколъ на мѣстѣ ведущаго острія и зарубку на мѣстѣ топорика; величина a равна разстоянію отъ центра укола до середины зарубки. Какъ объяснено уже выше, чѣмъ планиметръ длиннѣе, тѣмъ получаемые результаты точнѣе.

Для измѣренія площади какого-нибудь контура ставятъ планиметръ такъ, чтобы ведущее остріе пришлось приблизительно въ центрѣ тяжести площади, и, нажавъ топорикъ, получаютъ его слѣдъ на бумагѣ; затѣмъ, удерживая планиметръ за ведущее остріе въ вертикальномъ положеніи, двигаютъ его по прямой къ произвольной точкѣ контура, далѣе обводятъ весь контуръ и по той же прямой возвращаются въ начальную точку; наконецъ, вторично нажимаютъ топорикъ, чтобы получить новый слѣдъ. Измѣривъ циркулемъ по масштабу разстояніе между серединами оставленныхъ слѣдовъ, умножаютъ его на постоянную длину планиметра; полученное произведеніе, согласно формулѣ (166), дастъ площадь контура.

Чтобы исключить несовпаденіе начальной точки съ центромъ тяжести площади, повторяютъ обводъ еще разъ, устанавливая остріе въ ту же начальную точку, но повернувъ планиметръ на 180° и обводя затѣмъ контуръ въ противоположномъ направленіи; ариѳметическое среднее изъ двухъ такимъ образомъ полученныхъ результатовъ дастъ площадь контура ближе къ истинѣ.

Если наибольшая ширина площади болѣе половины длины планиметра, то площадь разбиваютъ на части и, измѣривъ каждую часть отдѣльно по два раза (какъ объяснено выше), берутъ сумму полученныхъ результатовъ.

Итакъ, примѣненіе планиметра-топорика, не смотря на сложность его теоріи, чрезвычайно просто. Единственная его повѣрка заключается въ томъ, чтобы узнать, лежитъ ли остріе въ плоскости лезвія топорика; для этого ставятъ планиметръ на прочерченную на бумагѣ прямую и двигаютъ остріе вдоль этой линіи впередъ и назадъ: если топорикъ не сходитъ съ прочерченной прямой, то условіе выполнено.

200. Точность вычисленія площадей. Геометрическіе способы вычисленія площадей, разобранные въ § 190, основаны на измѣ-

реніяхъ отдѣльныхъ линій на бумагѣ и потому подвержены неизбѣжнымъ погрѣшностямъ. Разстоянія на бумагѣ берутся циркулемъ съ ошибками, не превосходящими $\pm \frac{1}{200}$ дюйма (см. § 7), и притомъ независимо отъ ихъ величины, поэтому ошибка вычисленной площади тѣмъ меньше, чѣмъ длиннѣе измѣряемыя линіи. Отсюда слѣдуетъ, что надо стараться разбивать данную фигуру на возможно меньшее число частей. Ошибка вычисленной площади можетъ быть опредѣлена по правиламъ, изложеннымъ въ § 67. Опытъ показываетъ, что ошибка въ опредѣленіи площади геометрическими способами составляетъ отъ $\pm$ 0·002 до $\pm$ 0·005 самой площади и для малыхъ площадей относительная ошибка всегда значительнѣе, чѣмъ для большихъ.

При опредѣленіи площадей по координатамъ ошибка оказывается меньше, чѣмъ при опредѣленіи ихъ другими геометрическими способами, потому что входящія въ формулы (151) величины вычисляются изъ непосредственныхъ измѣреній, а не берутся съ чертежа. Величину ошибки можно считать въ $\pm$ 0·001 измѣряемой площади.

Опредѣленіе площадей при помощи полярныхъ планиметровъ производится вообще съ большею точностью, особенно если не полагаться на подписи постоянныхъ, а опредѣлять ихъ самому изъ опыта и соблюдать при работѣ всѣ предосторожности, указанныя въ § 196. Относительная погрѣшность опредѣленія площади даже простымъ планиметромъ Амслера составляетъ не болѣе $\pm$ 0·001 площади, причемъ для большихъ площадей она тоже всегда меньше, чѣмъ для малыхъ.

Усовершенствованные полярные планиметры, планиметры съ колесикомъ, катящимся не по бумагѣ чертежа, а по особому гладкому диску, равно какъ и линейные планиметры даютъ площади съ еще большею точностью; относительная погрѣшность составляетъ лишь $\pm$ 0·0001 самой площади.

Замѣчательный по простотѣ устройства планиметръ-топорикъ, какъ показываетъ его теорія, не можетъ давать очень точныхъ результатовъ: формула (166) представляетъ лишь приближенное выраженіе площади. Опыты показали, что относительная ошибка въ опредѣленіи площади этимъ приборомъ можетъ достигать $\pm$ 0·01 площади; однако для многихъ случаевъ практики такая погрѣшность не имѣетъ значенія.

Приведенныя величины ошибокъ относятся, конечно, къ гра-

фически вѣрнымъ планамъ и картамъ. На точность вычисленія площади по готовой картѣ имѣетъ большое вліяніе всегда неизбѣжная и притомъ неравномѣрная въ разныхъ направленіяхъ деформація бумаги. Вліяніе этой деформаціи лучше всего исключается обводомъ контура и трапецій, ограниченныхъ дугами меридіановъ и параллелей, на тѣхъ же листахъ (см. § 196, п. 8); можно допустить, что въ предѣлахъ каждой трапеціи деформація бумаги одинаково искажаетъ какъ площадь трапеціи, такъ и площадь изображеннаго на ней контура.

Точное вычисленіе площадей земельныхъ участковъ имѣетъ особенное значеніе въ городахъ и вообще тамъ, гдѣ цѣнность земли очень высока; въ такихъ случаяхъ надо прибѣгать либо къ непосредственнымъ измѣреніямъ на мѣстности и по нимъ вычислять площадь геометрическими способами, либо составлять планъ въ очень крупномъ масштабѣ и пользоваться самыми совершенными планиметрами.

Geh'jede Stunde einen Schritt, aber geh'diesen Schritt jede Stunde, so wirst du bald an's Ziel gelangen.

Börne.

Ce que nous connaissons est peu de chose, mais ce que nous ignorons est immense.

Laplace.

Заключеніе.

Кто не занимался Топографіей, а только видѣлъ географическія карты или планы городовъ, тотъ еще не знаетъ, сколько труда и времени требуется для ихъ составленія.

Главная работа—*съемка*—сопровождается неизбѣжными погрѣшностями, которыя, накопляясь постепенно, могутъ исказить очертанія предметовъ на большихъ пространствахъ. Для точной съемки необходимо имѣть *опорныя точки*, доставляемыя тріангуляціей: выбираютъ возвышенные мѣстные предметы и горы съ такимъ расчетомъ, чтобы соединяющія ихъ линіи составляли смежные треугольники. При помощи наблюденій точными угломѣрными инструментами и послѣдующихъ вычисленій опредѣляютъ относительное положеніе вершинъ этихъ треугольниковъ, такъ называемыхъ *тригонометрическихъ точекъ*. Чтобы получить географическія координаты всѣхъ тригонометрическихъ точекъ, надо еще произвести на нѣкоторыхъ изъ нихъ наблюденія небесныхъ свѣтилъ; по этимъ наблюденіямъ получаютъ *астрономическія точки*. Самая съемка представляетъ лишь сырой матеріалъ для изготовленія карты. Составленіе карты требуетъ большого искусства и опытности, потому что, смотря по требованіямъ и масштабу, на ней изображаютъ только нѣкоторые изъ зарисованныхъ на съемкѣ предметовъ. Наконецъ, готовую рукописную карту гравируютъ на металлѣ или камнѣ, послѣ чего она печатается въ извѣстномъ количествѣ оттисковъ.

Каждый планъ представляетъ уменьшенное изображеніе мѣстности, и потому при съемкѣ необходимо обобщеніе. Чѣмъ масштабъ мельче, тѣмъ больше приходится обобщать. Надо умѣть различать важное и неважное. Нельзя указать разъ навсегда, что можно выпускать; обыкновенное правило—выпу-

скать то, что выходитъ изъ предѣловъ точности масштаба, не можетъ примѣняться вездѣ: оно хорошо на мѣстности, покрытой крупными и мелкими контурами, крупными и мелкими неровностями, но тамъ, гдѣ находятся только мелкіе контуры и мелкія неровности, это правило не примѣнимо. Тутъто и необходима большая опытность: пропуская кое-что, надо умѣть дать вѣрное представленіе о мѣстности.

Съемка не должна быть трудомъ ремесленника. Надо быть художникомъ, пламенно, до самозабвенія любящимъ свое искусство и всецѣло ему преданнымъ. Топографъ не можетъ равнодушно смотрѣть на мѣстность. Въ пути онъ всегда имѣетъ при себѣ бумагу и карандашъ. Какъ художникъ-пейзажистъ, увидя привлекательный ландшафтъ, набрасываетъ его въ свой альбомъ, такъ и топографъ, встрѣтивъ причудливое сочетаніе хребтовъ и лощинъ, спѣшитъ изобразить его въ планѣ. Чѣмъ сложнѣе рельефъ мѣста, тѣмъ больше удовольствія доставитъ вѣрное его изображеніе. Топографъ забываетъ свою усталость и всѣ житейскія невзгоды и предается съемкѣ съ юношескимъ увлеченіемъ: каждую вершину онъ осматриваетъ съ разныхъ сторонъ, схватываетъ всѣ характерныя особенности и искусно ихъ рисуетъ.

Выборъ съемочныхъ инструментовъ зависитъ отъ цѣли производимой работы, отъ ея точности, отъ мѣстности и отъ даннаго въ распоряженіе времени. Для каждаго частнаго случая надо выбирать тѣ инструменты и примѣнять тѣ способы, съ которыми можно выполнить съемку съ наименьшею затратой силъ и времени. Даже на самыхъ точныхъ инструментальныхъ съемкахъ часто измѣряютъ разстоянія шагами, а иногда и просто оцѣниваютъ ихъ на глазъ, т. е. примѣняютъ пріемы глазомѣрной съемки. Какъ при точныхъ вычисленіяхъ, производимыхъ, напримѣръ, семизначными логариѳмами, должно въ извѣстныхъ случаяхъ пользоваться логариѳмами съ меньшимъ числомъ десятичныхъ знаковъ, такъ и на съемкахъ менѣе сложные инструменты и способы, а зачастую и просто развитый и испытанный глазомѣръ могутъ оказать большую пользу, безъ всякаго ущерба для точности результатовъ.

Умѣніе пользоваться теоретическими свѣдѣніями пріобрѣтается долговременными упражненіями. Весьма важнымъ пособіемъ для сужденія о примѣнимости разныхъ инструментовъ и способовъ въ частныхъ случаяхъ служитъ оцѣнка точности

выводовъ. Всѣ измѣренія въ полѣ и всѣ построенія на бумагѣ сопряжены съ неизбѣжными погрѣшностями. До начала съемки надо обсудить, какая точность отъ нея требуется, и сообразно ей выбрать и инструменты. Теоретическая точность достигается однако только при умѣломъ обращеніи съ инструментами, послѣ ихъ всесторонняго изслѣдованія и тщательно произведенныхъ повѣрокъ. Въ неопытныхъ рукахъ самый лучшій инструментъ можетъ дать никуда не годные результаты, и наоборотъ, искусные наблюдатели получаютъ результаты высокой точности съ далеко несовершенными инструментами *).

Передъ выходомъ на съемку надо составить списокъ необходимыхъ въ данномъ случаѣ инструментовъ, потому что забытая вещь можетъ задержать работу. При возвращеніи домой слѣдуетъ повѣрить инструменты по списку, чтобы не оставить чего-нибудь въ полѣ. На ключики отъ ящиковъ полезно навязывать красныя ленточки для облегченія поисковъ ихъ въ травѣ.

Топографическая дѣятельность проходитъ безъ зрителей, безъ постояннаго побужденія начальства и безъ увлеченія примѣромъ товарищей, при частыхъ лишеніяхъ и даже голодовкахъ. Она не имѣетъ блеска военныхъ кампаній, хотя сопряжена со всѣми тягостями походной жизни. Тутъ поддерживаетъ любовь къ дѣлу. Зато независимый характеръ работы, одиночество въ лѣсахъ, ночевки въ крестьянскихъ избахъ или въ палаткахъ, имѣютъ въ себѣ много привлекательнаго и даже поэтическаго. Невольно развивается присущее каждому чувство чести, побуждающее исполнять работу добросовѣстно.

*) Топографическіе инструменты хранятся въ ящикахъ, причемъ какъ самый инструментъ, такъ и всѣ принадлежности удерживаются на мѣстѣ винтами, задвижками и деревяшками. Крышка или дверцы ящика запираются лишь тогда, когда все уложено правильно; поэтому надо помнить мѣста или отмѣтить ихъ цвѣтнымъ карандашомъ. Передъ замыканіемъ надо удостовѣриться, все ли на своихъ мѣстахъ и нѣтъ ли части, оставшейся свободной и могущей болтаться (напримѣръ, крышка отъ объектива трубы). Никогда не слѣдуетъ запирать крышку съ насиліемъ; если она не запирается, то, вѣроятно, что-нибудь неладно.

I. Таблица тангенсовъ.

Углы.	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′
0°	0·0000	0·0029	0·0058	0·0087	0·0116	0·0145	0·0175
1	·0175	·0204	·0233	·0262	·0291	·0320	·0349
2	·0349	·0378	·0407	·0437	·0466	·0495	·0524
3	·0524	·0553	·0582	·0612	·0641	·0670	·0699
4	·0699	·0729	·0758	·0787	·0816	·0846	·0875
5	0·0875	0·0904	0·0934	0·0963	0·0992	0·1022	0·1051
6	·1051	·1080	·1110	·1139	·1169	·1198	·1228
7	·1228	·1257	·1287	·1317	·1346	·1376	·1405
8	·1405	·1435	·1465	·1495	·1524	·1554	·1584
9	·1584	·1614	·1644	·1673	·1703	·1733	·1763
10	0·1763	0·1793	0·1823	0·1853	0·1883	0·1914	0·1944
11	·1944	·1974	·2004	·2035	·2065	·2095	·2126
12	·2126	·2156	·2186	·2217	·2247	·2278	·2309
13	·2309	·2339	·2370	·2401	·2432	·2462	·2493
14	·2493	·2524	·2555	·2586	·2617	·2648	·2679
15	0·2679	0·2711	0·2742	0·2773	0·2805	0·2836	0·2867
16	·2867	·2899	·2931	·2962	·2994	·3026	·3057
17	·3057	·3089	·3121	·3153	·3185	·3217	·3249
18	·3249	·3281	·3314	·3346	·3378	·3411	·3443
19	·3443	·3476	·3508	·3541	·3574	·3607	·3640
20	0·3640	0·3673	0·3706	0·3739	0·3772	0·3805	0·3839
21	·3839	·3872	·3906	·3939	·3973	·4006	·4040
22	·4040	·4074	·4108	·4142	·4176	·4210	·4245
23	·4245	·4279	·4314	·4348	·4383	·4417	·4452
24	·4452	·4487	·4522	·4557	·4592	·4628	·4663
25	0·4663	0·4699	0·4734	0·4770	0·4806	0·4841	0·4877
26	·4877	·4913	·4950	·4986	·5022	·5059	·5095
27	·5095	·5132	·5169	·5206	·5243	·5280	·5317
28	·5317	·5354	·5392	·5430	·5467	·5505	·5543
29	·5543	·5581	·5619	·5658	·5696	·5735	·5774
30	0·5774	0·5812	0·5851	0·5890	0·5930	0·5969	0·6009
31	·6009	·6048	·6088	·6128	·6168	·6208	·6249
32	·6249	·6289	·6330	·6371	·6412	·6453	·6494
33	·6494	·6536	·6577	·6619	·6661	·6703	·6745
34	·6745	·6787	·6830	·6873	·6916	·6959	·7002
35	0·7002	0·7046	0·7089	0·7133	0·7177	0·7221	0·7265
36	·7265	·7310	·7355	·7400	·7445	·7490	·7536
37	·7536	·7581	·7627	·7673	·7720	·7766	·7813
38	·7813	·7860	·7907	·7954	·8002	·8050	·8098
39	·8098	·8146	·8195	·8243	·8292	·8342	·8391
40	0·8391	0·8441	0·8491	0·8541	0·8591	0·8642	0·8693
41	·8693	·8744	·8796	·8847	·8899	·8952	·9004
42	·9004	·9057	·9110	·9163	·9217	·9271	·9325
43	·9325	·9380	·9435	·9490	·9545	·9601	·9657
44	·9657	·9713	·9770	·9827	·9884	·9942	1·0000

II. Таблица

Углы.	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′
0°	0·0000	0·0029	0·0058	0·0087	0·0116	0·0145	0·0175
1	·0175	·0204	·0233	·0262	·0291	·0320	·0349
2	·0349	·0378	·0407	·0436	·0465	·0494	·0524
3	·0524	·0553	·0582	·0611	·0640	·0669	·0698
4	·0698	·0727	·0756	·0785	·0814	·0843	·0872
5	0·0872	0·0901	0·0931	0·0960	0·0989	0·1018	0·1047
6	·1047	·1076	·1105	·1134	·1163	·1192	·1221
7	·1221	·1250	·1279	·1308	·1337	·1366	·1395
8	·1395	·1424	·1453	·1482	·1511	·1540	·1569
9	·1569	·1598	·1627	·1656	·1685	·1714	·1743
10	0·1743	0·1772	0·1801	0·1830	0 1859	0·1888	0·1917
11	·1917	·1946	·1975	·2004	·2033	·2062	·2091
12	·2091	·2119	·2148	·2177	·2206	·2235	·2264
13	·2264	·2293	·2322	·2351	·2380	·2409	·2437
14	·2437	·2466	·2495	·2524	·2553	·2582	·2611
15	0·2611	0·2639	0·2668	0·2697	0·2726	0·2755	0·2783
16	·2783	·2812	·2841	·2870	2899	·2927	·2956
17	·2956	·2985	·3014	·3042	·3071	·3100	·3129
18	·3129	·3157	·3186	·3215	·3244	·3272	·3301
19	·3301	·3330	·3358	·3387	·3416	·3444	·3473
20	0·3473	0.3502	0·3530	0·3559	0·3587	0·3616	0·3645
21	·3645	·3673	·3702	·3730	·3759	·3788	·3816
22	·3816	·3845	·3873	·3902	·3930	·3959	·3987
23	·3987	·4016	·4044	·4073	·4101	·4130	·4158
24	·4158	·4187	·4215	·4244	·4272	·4300	·4329
25	0·4329	0·4357	0·4386	0·4414	0·4442	0·4471	0·4499
26	·4499	·4527	·4556	·4584	·4612	·4641	·4669
27	·4669	·4697	·4725	·4754	·4782	·4810	·4838
28	·4838	·4867	·4895	·4923	·4951	·4979	·5008
29	·5008	·5036	·5064	·5092	·5120	·5148	·5176
30	0·5176	0·5204	0·5233	0·5261	0·5289	0·5317	0·5345
31	·5345	·5373	·5401	·5429	·5457	·5485	·5513
32	·5513	·5541	·5569	·5597	·5625	·5652	·5680
33	·5680	·5708	·5736	·5764	·5792	·5820	·5847
34	·5847	·5875	·5903	·5931	·5959	·5986	·6014
35	0·6014	0·6042	0·6070	0·6097	0·6125	0·6153	0·6180
36	·6180	·6208	·6236	·6263	·6291	·6319	·6346
37	·6346	·6374	·6401	·6429	·6456	·6484	·6511
38	·6511	·6539	·6566	·6594	·6621	·6649	·6676
39	·6676	·6704	·6731	·6758	·6786	·6813	·6840
40	0·6840	0·6868	0·6895	0·6922	0·6950	0·6977	0·7004
41	·7004	·7031	·7059	·7086	·7113	·7140	·7167
42	·7167	·7195	·7222	·7249	·7276	·7303	·7330
43	·7330	·7357	·7384	·7411	·7438	·7465	·7492
44	·7492	·7519	·7546	·7573	·7600	·7627	·7654

хордъ.

Углы.	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′
45°	0·7654	0·7681	0·7707	0·7734	0·7761	0·7788	0·7815
46	·7815	·7841	·7868	·7895	·7922	·7948	·7975
47	·7975	·8002	·8028	·8055	·8082	·8108	·8135
48	·8135	·8161	·8188	·8214	·8241	·8267	·8294
49	·8294	·8320	·8347	·8373	·8400	·8426	·8452
50	0·8452	0·8479	0·8505	0·8531	0·8558	0·8584	0·8610
51	·8610	·8636	·8663	·8689	·8715	·8741	·8767
52	·8767	·8794	·8820	·8846	·8872	·8898	·8924
53	·8924	·8950	·8976	·9002	·9028	·9054	·9080
54	·9080	·9106	·9132	·9157	·9183	·9209	·9235
55	0·9235	0·9261	0·9287	0·9312	0·9338	0·9364	0·9389
56	·9389	·9415	·9441	·9466	·9492	·9518	·9543
57	·9543	·9569	·9594	·9620	·9645	·9671	·9696
58	·9696	·9722	·9747	·9772	·9798	·9823	·9848
59	·9848	·9874	·9899	·9924	·9950	·9975	1·0000
60	1·0000	1·0025	1·0050	1·0075	1·0101	1·0126	1·0151
61	·0151	·0176	·0201	·0226	·0251	·0276	·0301
62	·0301	·0326	·0351	·0375	·0400	·0425	·0450
63	·0450	·0475	·0500	·0524	·0549	·0574	·0598
64	·0598	·0623	·0648	·0672	·0697	·0721	·0746
65	1·0746	1·0771	1·0795	1·0819	1·0844	1·0868	1·0893
66	·0893	·0917	·0942	·0966	·0990	·1014	·1039
67	·1039	·1063	·1087	·1111	·1136	·1160	·1184
68	·1184	·1208	·1232	·1256	·1280	·1304	·1328
69	·1328	·1352	·1376	·1400	·1424	·1448	·1472
70	1·1472	1·1495	1·1519	1·1543	1·1567	1·1590	1·1614
71	·1614	·1638	·1661	·1685	·1709	·1732	·1756
72	·1756	·1779	·1803	·1826	·1850	·1873	·1896
73	·1896	·1920	·1943	·1966	·1990	·2013	·2036
74	·2036	·2060	·2083	·2106	·2129	·2152	·2175
75	1·2175	1·2198	1·2221	1·2244	1·2267	1·2290	1·2313
76	·2313	·2336	·2359	·2382	·2405	·2428	·2450
77	·2450	·2473	·2496	·2518	·2541	·2564	·2586
78	·2586	·2609	·2632	·2654	·2677	·2699	·2722
79	·2722	·2744	·2766	·2789	·2811	·2833	·2856
80	1·2856	1·2878	1·2900	1·2922	1·2945	1·2967	1·2989
81	·2989	·3011	·3033	·3055	·3077	·3099	·3121
82	·3121	·3143	·3165	·3187	·3209	·3231	·3252
83	·3252	·3274	·3296	·3318	·3339	·3361	·3383
84	·3383	·3404	·3426	·3447	·3469	·3490	·3512
85	1·3512	1·3533	1·3555	1·3576	1·3597	1·3619	1·3640
86	·3640	·3661	·3682	·3704	·3725	·3746	·3767
87	·3767	·3788	·3809	·3830	·3851	·3872	·3893
88	·3893	·3914	·3935	·3956	·3977	·3997	·4018
89	·4018	·4039	·4060	·4080	·4101	·4122	·4142

III. Таблица высотъ.

Разстоянія въ саженяхъ.	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
α	$h_0 = D \,.\, tg\alpha$ въ саженяхъ.									
0° 1′	0·03	0·06	0·09	0·12	0·15	0·17	0·20	0·23	0·26	0·29
2	0·06	0·12	0·17	0·23	0·29	0·35	0·41	0·47	0·52	0·58
3	0·09	0·17	0·26	0·35	0·44	0·52	0·61	0·70	0·79	0·87
4	0·12	0·23	0·35	0·47	0·58	0·70	0·81	0·93	1·05	1·16
5	0·15	0·29	0·44	0·58	0·73	0·87	1·02	1·16	1·31	1·45
6	0·17	0·35	0·52	0·70	0·87	1·05	1·22	1·40	1·57	1·75
7	0·20	0·41	0·61	0·81	1·02	1·22	1·43	1·63	1·83	2·04
8	0·23	0·47	0·70	0·93	1·16	1·40	1·63	1·86	2·09	2·33
9	0·26	0·52	0·79	1·05	1·31	1·57	1·83	2·09	2·36	2·62
0°10′	0·29	0·58	0·87	1·16	1·45	1·75	2·04	2·33	2·62	2·91
20	0·58	1·16	1·75	2·33	2·91	3·49	4·07	4·65	5·24	5·82
30	0·87	1·75	2·62	3·49	4·36	5·24	6·11	6·98	7·85	8·73
40	1·16	2·33	3·49	4·65	5·82	6·98	8·15	9·31	10·47	11·64
50	1·46	2·91	4·36	5·82	7·27	8·73	10·18	11·64	13·09	14·55
1 0	1·75	3·49	5·24	6·98	8·73	10·47	12·22	13·96	15·71	17·46
10	2·04	4·07	6·11	8·15	10·18	12·22	14·26	16·29	18·33	20·36
20	2·33	4·66	6·98	9·31	11·64	13·97	16·29	18·62	20·95	23·28
30	2·62	5·24	7·86	10·47	13·09	15·71	18·33	20·95	23·57	26·19
40	2·91	5·82	8·73	11·64	14·55	17·46	20·37	23·28	26·19	29·10
50	3·20	6·40	9·60	12·80	16·00	19·21	22·41	25.61	28·81	32·01
2 0	3·49	6·98	10·48	13·97	17·46	20·95	24·44	27·94	31·43	34·92
10	3·78	7·57	11·35	15·13	18·92	22·70	26·48	30·27	34·05	37·83
20	4·08	8·15	12·22	16·30	20·37	24·45	28·52	32·60	36·67	40·75
30	4·37	8·73	13·10	17·46	21·83	26·20	30·56	34·93	39·29	43·66
40	4·66	9·32	13·97	18·63	23·29	27·95	32·60	37·26	41·92	46·58
50	4·95	9·90	14·85	19·80	24·75	29·69	34·64	39·59	44·54	49·49
3 0	5·24	10·48	15·72	20·96	26·20	31·44	36·69	41·93	47·17	52·41
10	5·53	11·07	16·60	22·13	27·66	33·20	38·73	44·26	49·79	55·33
20	5·82	11·65	17·47	23·30	29·12	34·95	40·77	46·59	52·42	58·24
30	6·12	12·23	18·35	24·47	30·58	36·70	42·81	48·93	55·05	61·16
40	6·41	12·82	19·22	25·63	32·04	38·45	44·86	51·27	57·67	64·08
50	6·70	13·40	20·10	26·80	33·50	40·20	46·90	53·60	60·30	67·00
4 0	6·99	13·99	20·98	27·97	34·96	41·96	48·95	55·94	62·93	69·93
10	7·29	14·57	21·86	29·14	36·43	43·71	51·00	58·28	65·57	72·85
20	7·58	15·16	22·73	30·31	37·89	45·47	53·04	60·62	68·20	75·78
30	7·87	15·74	23·61	31·48	39·35	47·22	55·09	62·96	70·83	78·70
40	8·16	16·33	24·49	32·65	40·81	48·98	57·14	65·30	73·47	81·63
50	8·46	16·91	25·37	33·82	42·28	50·73	59·19	67·65	76·10	84·56
5 0	8·75	17·50	26·25	35·00	43·74	52·49	61·24	69·99	78·74	87·49
10	9·04	18·08	27·13	36·17	45·21	54·25	63·29	72·34	81·38	90·42
20	9·34	18·67	28·01	37·34	46·68	56·01	65·35	74·68	84·02	93·35
30	9·63	19·26	28·89	38·52	48·14	57·77	67·40	77·03	86·66	96·29
40	9·92	19·85	29·77	39·69	49·61	59·54	69·46	79·38	89·30	99·23
50	10·22	20·43	30·65	40·87	51·08	61·30	71·51	81·73	91·95	102·16
6 0	10·51	21·02	31·53	42·04	52·55	63·06	73·57	84·08	94·59	105·10

Разстоянія въ саженяхъ.	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
α	$h_0 = D \, . \, tg\alpha$ въ саженяхъ.									
6° 0′	10·51	21·02	31·53	42·04	52·55	63·06	73·57	84·08	94·59	105·10
10	10·80	21·61	32·41	43·22	54·02	64·83	75·63	86·44	97·24	108·05
20	11·10	22·20	33·30	44·40	55·50	66·59	77·69	88·79	99·89	110·99
30	11·39	22·79	34·18	45·57	56·97	68·36	79·76	91·15	102·54	113·94
40	11·69	23·38	35·06	46·75	58·44	70·13	81·82	93·51	105·19	116·88
50	11·98	23·97	35·95	47·93	59·92	71·90	83·88	95·87	107·85	119·83
7 0	12·28	24·56	36·84	49·11	61·39	73·67	85·95	98·23	110·51	122·78
10	12·57	25·15	37·72	50·30	62·87	75·44	88·02	100·59	113·16	125·74
20	12·87	25·74	38·61	51·48	64·35	77·22	90·09	102·96	115·82	128·69
30	13·17	26·33	39·50	52·66	65·83	79·00	92·16	105·32	118·49	131·65
40	13·46	26·92	40·38	53·85	67·31	80·77	94·23	107·69	121·15	134·61
50	13·76	27·52	41·27	55·03	68·79	82·55	96·30	110·06	123·82	137·58
8 0	14·05	28·11	42·16	56·22	70·27	84·32	98·38	112·43	126·49	140·54
10	14·35	28·70	43·05	57·40	71·75	86·10	100·46	114·81	129·16	143·51
20	14·65	29·30	43·94	58·59	73·24	87·89	102·53	117·18	131·83	146·48
30	14·95	29·89	44·84	59·78	74·73	89·67	104·62	119·56	134·51	149·45
40	15·24	30·49	45·73	60·97	76·21	91·46	106·70	121·94	137·18	152·43
50	15·54	31·08	46·62	62·16	77·70	93·24	108·78	124·32	139·86	155·40
9 0	15·84	31·68	47·52	63·35	79·19	95·03	110·87	126·71	142·55	158·38
10	16·14	32·27	48·41	64·55	80·68	96·82	112·96	129·09	145·23	161·37
20	16·44	32·87	49·31	65·74	82·18	98·61	115·05	131·48	147·92	164·35
30	16·73	33·47	50·20	66·94	83·67	100·41	117·14	133·87	150·61	167·34
40	17·03	34·07	51·10	68·13	85·17	102·20	119·23	136·27	153·30	170·33
50	17·33	34·67	52·00	69·33	86·66	104·00	121·33	138·66	156·00	173·33
10 0	17·63	35·27	52·90	70·53	88·16	105·80	123·43	141·06	158·69	176·33

Примѣчаніе. Этою таблицею можно пользоваться и при каждой другой единицѣ длины для разстояній и высотъ.

IV. Поправка высоты

за сферическій видъ Земли и преломленіе въ атмосферѣ

(въ саженяхъ).

Разст.	Попр.	Разст.	Попр.	Разст.	Попр.	Разст.	Попр.	Разст.	Попр.	Разст.	Попр.
267	0·01	885	0·11	1223	0·21	1486	0·31	1709	0·41	1906	0·51
377	·02	925	·12	1252	·22	1510	·32	1730	·42	1925	·52
462	·03	962	·13	1280	·23	1533	·33	1750	·43	1943	·53
534	·04	999	·14	1307	·24	1556	·34	1770	·44	1961	·54
597	·05	1034	·15	1334	·25	1579	·35	1790	·45	1979	·55
654	·06	1068	·16	1361	·26	1601	·36	1810	·46	1997	·56
706	·07	1100	·17	1387	·27	1623	·37	1830	·47	2015	·57
755	·08	1132	·18	1412	·28	1645	·38	1849	·48	2033	·58
801	·09	1163	·19	1437	·29	1667	·39	1868	·49	2050	·59
844	·10	1194	·20	1462	·30	1688	·40	1887	·50	2067	·60

V. Поверхности трапецій

НА ЗЕМНОМЪ СФЕРОИДѢ (КЛАРКА. 1880 г.) ВЪ 10′ ПО ШИРОТѢ И ДОЛГОТѢ

(ВЪ КВАДРАТНЫХЪ ВЕРСТАХЪ).

0° 0′	300·422	·003	5° 0′	299·273	·077	10° 0′	295·905	·150
10	300·419	·005	10	299·196	·079	10	295·755	·153
20	300·414	·007	20	299·117	·082	20	295·602	·155
30	300·407	·010	30	299·035	·084	30	295·447	·157
40	300·397	·012	40	298·951	·086	40	295·290	·160
50	300·385	·015	50	298·865	·089	50	295·130	·163
1° 0′	300·370	·017	6° 0′	298·776	·091	11° 0′	294·967	·165
10	300·353	·020	10	298·685	·094	10	294·802	·167
20	300·333	·022	20	298·591	·096	20	294·635	·170
30	300·311	·025	30	298·495	·099	30	294·465	·172
40	300·286	·027	40	298·396	·101	40	294·293	·175
50	300·259	·030	50	298·295	·104	50	294·118	·177
2° 0′	300·229	·032	7° 0′	298·191	·106	12° 0′	293·941	·179
10	300·197	·035	10	298·085	·109	10	293·762	·182
20	300·162	·037	20	297·976	·111	20	293·580	·185
30	300·125	·039	30	297·865	·113	30	293·395	·186
40	300·086	·042	40	297·752	·116	40	293·209	·189
50	300·044	·045	50	297·636	·118	50	293·020	·192
3° 0′	299·999	·047	8° 0′	297·518	·121	13° 0′	292·828	·194
10	299·952	·049	10	297·397	·124	10	292·634	·197
20	299·903	·052	20	297·273	·126	20	292·437	·199
30	299·851	·055	30	297·147	·128	30	292·238	·201
40	299·796	·057	40	297·019	·130	40	292·037	·204
50	299·739	·059	50	296·889	·133	50	291·833	·206
4° 0′	299·680	·062	9° 0′	296·756	·136	14° 0′	291·627	·208
10	299·618	·064	10	296·620	·138	10	291·419	·211
20	299·554	·067	20	296·482	·141	20	291·208	·214
30	299·487	·069	30	296·341	·143	30	290·994	·216
40	299·418	·071	40	296·198	·145	40	290·778	·218
50	299·347	·074	50	296·053	·148	50	290·560	·220
5° 0′	299·273		10° 0′	295·905		15° 0′	290·340	

Поверхности трапецій

НА ЗЕМНОМЪ СФЕРОИДѢ (КЛАРКА, 1880 г.) ВЪ 10′ ПО ШИРОТѢ И ДОЛГОТѢ

(ВЪ КВАДРАТНЫХЪ ВЕРСТАХЪ).

15° 0′	290·340		20° 0′	282·608		25° 0′	272·757	
10	290·117	·223	10	282·314	·294	10	272·392	·365
20	289·891	·226	20	282·017	·297	20	272·026	·366
30	289·663	·228	30	281·717	·300	30	271·657	·369
40	289·433	·230	40	281·416	·301	40	271·286	·371
50	289·200	·233	50	281·112	·304	50	270·913	·373
16° 0′	288·965	·235	21° 0′	280·806	·306	26° 0′	270·537	·376
10	288·728	·237	10	280·497	·309	10	270·159	·378
20	288·488	·240	20	280·186	·311	20	269·779	·380
30	288·246	·242	30	279·873	·313	30	269·397	·382
40	288·001	·245	40	279·557	·316	40	269·012	·385
50	287·754	·247	50	279·239	·318	50	268·625	·387
17° 0′	287·505	·249	22° 0′	278·919	·320	27° 0′	268·236	·389
10	287·253	·252	10	278·596	·323	10	267·844	·392
20	286·999	·254	20	278·271	·325	20	267·450	·394
30	286·742	·257	30	277·944	·327	30	267·054	·396
40	286·483	·259	40	277·614	·330	40	266·656	·398
50	286·222	·261	50	277·282	·332	50	266·256	·400
18° 0′	285·958	·264	23° 0′	276·948	·334	28° 0′	265·853	·403
10	285·692	·266	10	276·611	·337	10	265·448	·405
20	285·423	·269	20	276·272	·339	20	265·040	·408
30	285·152	·271	30	275·931	·341	30	264·631	·409
40	284·879	·273	40	275·588	·343	40	264·219	·412
50	284·604	·275	50	275·242	·346	50	263·805	·414
19° 0′	284·326	·278	24° 0′	274·893	·349	29° 0′	263·389	·416
10	284·045	·281	10	274·543	·350	10	262·971	·418
20	283·762	·283	20	274·191	·352	20	262·550	·421
30	283·477	·285	30	273·836	·355	30	262·127	·423
40	283·190	·287	40	273·478	·358	40	261·702	·425
50	282·900	·290	50	273·118	·360	50	261·275	·427
20° 0′	282·608	·292	25° 0′	272·757	·361	30° 0′	260·846	·429

Поверхности трапецій

НА ЗЕМНОМЪ СФЕРОИДѢ (КЛАРКА, 1880 г.) ВЪ 10′ ПО ШИРОТѢ И ДОЛГОТѢ

(ВЪ КВАДРАТНЫХЪ ВЕРСТАХЪ).

30° 0′	260·846	·432	35° 0′	246·949	·496	40° 0′	231·158	·558
10	260·414	·434	10	246·453	·498	10	230·600	·560
20	259·980	·436	20	245·955	·501	20	230·040	·562
30	259·544	·438	30	245·454	·503	30	229·478	·563
40	259·106	·441	40	244·951	·505	40	228 915	·566
50	258·665	·443	50	244·446	·506	50	228·349	·568
31° 0′	258·222	·444	36° 0′	243·940	·509	41° 0′	227·781	·570
10	257·778	·447	10	243·431	·511	10	227·211	·571
20	257·331	·450	20	242·920	·514	20	226·640	·574
30	256·881	·451	30	242·406	·515	30	226·066	·575
40	256·430	·454	40	241·891	·517	40	225·491	·578
50	255·976	·455	50	241·374	·519	50	224·913	·579
32° 0′	255·521	·458	37° 0′	240·855	·522	42° 0′	224·334	·582
10	255·063	·460	10	240·333	·523	10	223·752	·583
20	254·603	·463	20	239·810	·526	20	223·169	·585
30	254·140	·464	30	239·284	·527	30	222·584	·587
40	253·676	·466	40	238·757	·530	40	221·997	·590
50	253·210	·469	50	238·227	·531	50	221·407	·591
33° 0′	252·741	·471	38° 0′	237·696	·534	43° 0′	220 816	·593
10	252·270	·473	10	237 162	·536	10	220·223	·594
20	251·797	·475	20	236·626	·538	20	219·629	·597
30	251·322	·478	30	236·088	·539	30	219·032	·599
40	250·844	·479	40	235·549	·542	40	218·433	·600
50	250·365	·482	50	235·007	·544	50	217·833	·603
34° 0′	249·883	·483	39° 0′	234·463	·546	44° 0′	217·230	·604
10	249·400	·486	10	233·917	·548	10	216·626	·606
20	248·914	·488	20	233·369	·550	20	216·020	·608
30	248·426	·490	30	232·819	·551	30	215·412	·610
40	247·936	·492	40	232·268	·554	40	214·802	·612
50	247·444	·495	50	231·714	·556	50	214·190	·614
35° 0′	246·949		40° 0′	231·158		45° 0′	213·576	

Поверхности трапецій

на земномъ сфероидѣ (Кларка, 1880 г.) въ 10′ по широтѣ и долготѣ

(въ квадратныхъ верстахъ).

45° 0′	213·576	·615	50° 0′	194·325	·669	55° 0′	173·541	·717
10	212·961	·618	10	193·656	·670	10	172·824	·719
20	212·343	·619	20	192·986	·673	20	172·105	·721
30	211·724	·621	30	192·313	·674	30	171·384	·722
40	211·103	·623	40	191·639	·675	40	170·662	·724
50	210·480	·625	50	190·964	·678	50	169·938	·725
46° 0′	209·855	·626	51° 0′	190·286	·679	56° 0′	169·213	·726
10	209·229	·628	10	189·607	·680	10	168·487	·728
20	208·601	·631	20	188·927	·683	20	167·759	·730
30	207·970	·632	30	188·244	·684	30	167·029	·731
40	207·338	·634	40	187·560	·685	40	166·298	·732
50	206·704	·635	50	186·875	·688	50	165·566	·734
47° 0′	206·069	·638	52° 0′	186·187	·689	57° 0′	164·832	·736
10	205·431	·639	10	185·498	·690	10	164·096	·737
20	204·792	·641	20	184·808	·692	20	163·359	·738
30	204·151	·643	30	184·116	·694	30	162·621	·740
40	203·508	·644	40	183·422	·696	40	161·881	·741
50	202·864	·647	50	182·726	·697	50	161·140	·743
48° 0′	202·217	·648	53° 0′	182·029	·698	58° 0′	160·397	·744
10	201·569	·649	10	181·331	·701	10	159·653	·745
20	200·920	·652	20	180·630	·702	20	158·908	·747
30	200·268	·653	30	179·928	·703	30	158·161	·748
40	199·615	·656	40	179·225	·705	40	157·413	·750
50	198·959	·657	50	178·520	·707	50	156·663	·751
49° 0′	198·302	·658	54° 0′	177·813	·708	59° 0′	155·912	·753
10	197·644	·660	10	177·105	·709	10	155·159	·754
20	196·984	·662	20	176·396	·712	20	154·405	·755
30	196·322	·664	30	175·684	·713	30	153·650	·757
40	195·658	·666	40	174·971	·714	40	152·893	·758
50	194·992	·667	50	174·257	·716	50	152·135	·759
50° 0′	194·325		55° 0′	173·541		60° 0′	151·376	

Поверхности трапецій

на земномъ сфероидѣ (Кларка, 1880 г.), въ 10′ по широтѣ и долготѣ

(въ квадратныхъ верстахъ).

60° 0′	151·376	·761	65° 0′	127·996	·798	70° 0′	103·582	·830
10	150·615	·762	10	127·198	·799	10	102·752	·830
20	149·853	·763	20	126·399	·801	20	101·922	·831
30	149·090	·765	30	125·598	·801	30	101·091	·832
40	148·325	·766	40	124·797	·803	40	100·259	·833
50	147·559	·767	50	123·994	·804	50	99·426	·834
61° 0′	146·792	·769	66° 0′	123·190	·805	71° 0′	98·592	·835
10	146·023	·770	10	122·385	·806	10	97·757	·836
20	145·253	·771	20	121·579	·807	20	96·921	·837
30	144·482	·773	30	120·772	·808	30	96·084	·837
40	143·709	·774	40	119·964	·809	40	95·247	·839
50	142·935	·775	50	119·155	·811	50	94·408	·839
62° 0′	142·160	·776	67° 0′	118·344	·811	72° 0′	93·569	·840
10	141·384	·778	10	117·533	·813	10	92·729	·841
20	140·606	·779	20	116·720	·813	20	91·888	·842
30	139·827	·780	30	115·907	·815	30	91·046	·842
40	139·047	·781	40	115·092	·816	40	90·204	·844
50	138·266	·783	50	114·276	·816	50	89·360	·844
63° 0′	137·483	·784	68° 0′	113·460	·818	73° 0′	88·516	·845
10	136·699	·785	10	112·642	·819	10	87·671	·846
20	135·914	·787	20	111·823	·819	20	86·825	·846
30	135·127	·787	30	111·004	·821	30	85·979	·848
40	134·340	·789	40	110·183	·822	40	85·131	·848
50	133·551	·790	50	109·361	·823	50	84·283	·849
64° 0′	132·761	·791	69° 0′	108·538	·823	74° 0′	83·434	·850
10	131·970	·793	10	107·715	·825	10	82·584	·850
20	131·177	·793	20	106·890	·826	20	81·734	·851
30	130·384	·795	30	106·064	·826	30	80·883	·852
40	129·589	·796	40	105·238	·828	40	80·031	·853
50	128·793	·797	50	104·410	·828	50	79·178	·853
65° 0′	127·996		70° 0′	103·582		75° 0′	78·325	

Поверхности трапецій

на земномъ сфероидѣ (Кларка, 1880 г.), въ 10′ по широтѣ и долготѣ

(въ квадратныхъ верстахъ).

75° 0′	78·325	·854	80° 0′	52·427	·872	85° 0′	26·099	·882
10	77·471	·855	10	51·555	·872	10	25·217	·883
20	76·616	·856	20	50·683	·873	20	24·334	·883
30	75·760	·856	30	49·810	·873	30	23·451	·883
40	74·904	·857	40	48·937	·874	40	22·568	·883
50	74·047	·857	50	48·063	·874	50	21·685	·884
76° 0′	73·190	·858	81° 0′	47·189	·874	86° 0′	20·801	·884
10	72·332	·859	10	46·315	·875	10	19·917	·884
20	71·473	·860	20	45·440	·875	20	19·033	·884
30	70·613	·860	30	44·565	·876	30	18·149	·884
40	69·753	·861	40	43·689	·876	40	17·265	·884
50	68·892	·861	50	42·813	·877	50	16·381	·885
77° 0′	68·031	·862	82° 0′	41·936	·877	87° 0′	15·496	·885
10	67·169	·863	10	41·059	·877	10	14·611	·885
20	66·306	·863	20	40·182	·878	20	13·726	·885
30	65·443	·864	30	39·304	·878	30	12·841	·885
40	64·579	·864	40	38·426	·879	40	11·956	·885
50	63·715	·865	50	37·547	·878	50	11·071	·885
78° 0′	62·850	·866	83° 0′	36·669	·879	88° 0′	10·186	·886
10	61·984	·866	10	35·790	·880	10	9·300	·885
20	61·118	·867	20	34·910	·880	20	8·415	·886
30	60·251	·867	30	34·030	·880	30	7·529	·885
40	59·384	·868	40	33·150	·880	40	6·644	·886
50	58·516	868	50	32·270	·881	50	5·758	·886
79° 0′	57·648	·869	84° 0′	31·389	·881	89° 0′	4·872	·885
10	56·779	·869	10	30·508	·881	10	3·987	·886
20	55·910	·870	20	29·627	·881	20	3·101	·886
30	55·040	·870	30	28·746	·882	30	2·215	·886
40	54·170	·871	40	27·864	·883	40	1·329	·886
50	53·299	·872	50	26·981	·882	50	0·443	
80° 0′	52·427		85° 0′	26·099		90° 0′		

V. Поверхности трапецій

на земномъ сфероидѣ (Кларка. 1880 г.) въ 10′ по широтѣ и долготѣ

(въ квадратныхъ верстахъ).

0° 0′	300·422	·003	5° 0′	299·273	·077	10° 0′	295·905	·150
10	300·419	·005	10	299·196	·079	10	295·755	·153
20	300·414	·007	20	299·117	·082	20	295·602	·155
30	300·407	·010	30	299·035	·084	30	295·447	·157
40	300·397	·012	40	298·951	·086	40	295·290	·160
50	300·385	·015	50	298·865	·089	50	295·130	·163
1° 0′	300·370	·017	6° 0′	298·776	·091	11° 0′	294·967	·165
10	300·353	·020	10	298·685	·094	10	294·802	·167
20	300·333	·022	20	298·591	·096	20	294·635	·170
30	300·311	·025	30	298·495	·099	30	294·465	·172
40	300·286	·027	40	298·396	·101	40	294·293	·175
50	300·259	·030	50	298·295	·104	50	294·118	·177
2° 0′	300·229	·032	7° 0′	298·191	·106	12° 0′	293·941	·179
10	300·197	·035	10	298·085	·109	10	293·762	·182
20	300·162	·037	20	297·976	·111	20	293·580	·185
30	300·125	·039	30	297·865	·113	30	293·395	·186
40	300·086	·042	40	297·752	·116	40	293·209	·189
50	300·044	·045	50	297·636	·118	50	293·020	·192
3° 0′	299·999	·047	8° 0′	297·518	·121	13° 0′	292·828	·194
10	299·952	·049	10	297·397	·124	10	292·634	·197
20	299·903	·052	20	297·273	·126	20	292·437	·199
30	299·851	·055	30	297·147	·128	30	292·238	·201
40	299·796	·057	40	297·019	·130	40	292·037	·204
50	299·739	·059	50	296·889	·133	50	291·833	·206
4° 0′	299·680	·062	9° 0′	296·756	·136	14° 0′	291·627	·208
10	299·618	·064	10	296·620	·138	10	291·419	·211
20	299·554	·067	20	296·482	·141	20	291·208	·214
30	299·487	·069	30	296·341	·143	30	290·994	·216
40	299·418	·071	40	296·198	·145	40	290·778	·218
50	299·347	·074	50	296·053	·148	50	290·560	·220
5° 0′	299·273		10° 0′	295·905		15° 0′	290·340	

Поверхности трапецій

на земномъ сфероидѣ (Кларка, 1880 г.) въ 10′ по широтѣ и долготѣ

(въ квадратныхъ верстахъ).

15° 0′	290·340		20° 0′	282·608		25° 0′	272·757	
10	290·117	·223	10	282·314	·294	10	272·392	·365
20	289·891	·226	20	282·017	·297	20	272·026	·366
30	289·663	·228	30	281·717	·300	30	271·657	·369
40	289·433	·230	40	281·416	·301	40	271·286	·371
50	289·200	·233	50	281·112	·304	50	270·913	·373
16° 0′	288·965	·235	21° 0′	280·806	·306	26° 0′	270·537	·376
10	288·728	·237	10	280·497	·309	10	270·159	·378
20	288·488	·240	20	280·186	·311	20	269·779	·380
30	288·246	·242	30	279·873	·313	30	269·397	·382
40	288·001	·245	40	279·557	·316	40	269·012	·385
50	287·754	·247	50	279·239	·318	50	268·625	·387
17° 0′	287·505	·249	22° 0′	278·919	·320	27° 0′	268·236	·389
10	287·253	·252	10	278·596	·323	10	267·844	·392
20	286·999	·254	20	278·271	·325	20	267·450	·394
30	286·742	·257	30	277·944	·327	30	267·054	·396
40	286·483	·259	40	277·614	·330	40	266·656	·398
50	286·222	·261	50	277·282	·332	50	266·256	·400
18° 0′	285·958	·264	23° 0′	276·948	·334	28° 0′	265·853	·403
10	285·692	·266	10	276·611	·337	10	265·448	·405
20	285·423	·269	20	276·272	·339	20	265·040	·408
30	285·152	·271	30	275·931	·341	30	264·631	·409
40	284·879	·273	40	275·588	·343	40	264·219	·412
50	284·604	·275	50	275·242	·346	50	263·805	·414
19° 0′	284·326	·278	24° 0′	274·893	·349	29° 0′	263·389	·416
10	284·045	·281	10	274·543	·350	10	262·971	·418
20	283·762	·283	20	274·191	·352	20	262·550	·421
30	283·477	·285	30	273·836	·355	30	262·127	·423
40	283·190	·287	40	273·478	·358	40	261·702	·425
50	282·900	·290	50	273·118	·360	50	261·275	·427
20° 0′	282·608	·292	25° 0′	272·757	·361	30° 0′	260·846	·429

Поверхности трапецій

НА ЗЕМНОМЪ СФЕРОИДѢ (КЛАРКА, 1880 г.) ВЪ 10′ ПО ШИРОТѢ И ДОЛГОТѢ

(ВЪ КВАДРАТНЫХЪ ВЕРСТАХЪ).

30° 0′	260·846	·432	35° 0′	246·949	·496	40° 0′	231·158	·558
10	260·414	·434	10	246·453	·498	10	230·600	·560
20	259·980	·436	20	245·955	·501	20	230·040	·562
30	259·544	·438	30	245·454	·503	30	229·478	·563
40	259·106	·441	40	244·951	·505	40	228·915	·566
50	258·665	·443	50	244·446	·506	50	228·349	·568
31° 0′	258·222	·444	36° 0′	243·940	·509	41° 0′	227·781	·570
10	257·778	·447	10	243·431	·511	10	227·211	·571
20	257·331	·450	20	242·920	·514	20	226·640	·574
30	256·881	·451	30	242·406	·515	30	226·066	·575
40	256·430	·454	40	241·891	·517	40	225·491	·578
50	255·976	·455	50	241·374	·519	50	224·913	·579
32° 0′	255·521	·458	37° 0′	240·855	·522	42° 0′	224·334	·582
10	255·063	·460	10	240·333	·523	10	223·752	·583
20	254·603	·463	20	239·810	·526	20	223·169	·585
30	254·140	·464	30	239·284	·527	30	222·584	·587
40	253·676	·466	40	238·757	·530	40	221·997	·590
50	253·210	·469	50	238·227	·531	50	221·407	·591
33° 0′	252·741	·471	38° 0′	237·696	·534	43° 0′	220·816	·593
10	252·270	·473	10	237·162	·536	10	220·223	·594
20	251·797	·475	20	236·626	·538	20	219·629	·597
30	251·322	·478	30	236·088	·539	30	219·032	·599
40	250·844	·479	40	235·549	·542	40	218·433	·600
50	250·365	·482	50	235·007	·544	50	217·833	·603
34° 0′	249·883	·483	39° 0′	234·463	·546	44° 0′	217·230	·604
10	249·400	·486	10	233·917	·548	10	216·626	·606
20	248·914	·488	20	233·369	·550	20	216·020	·608
30	248·426	·490	30	232·819	·551	30	215·412	·610
40	247·936	·492	40	232·268	·554	40	214·802	·612
50	247·444	·495	50	231·714	·556	50	214·190	·614
35° 0′	246·949		40° 0′	231·158		45° 0′	213·576	

Поверхности трапецій

на земномъ сфероидѣ (Кларка, 1880 г.) въ 10′ по широтѣ и долготѣ

(въ квадратныхъ верстахъ).

45° 0′	213·576	·615	50° 0′	194·325	·669	55° 0′	173·541	·717
10	212·961	·618	10	193·656	·670	10	172·824	·719
20	212·343	·619	20	192·986	·673	20	172·105	·721
30	211·724	·621	30	192·313	·674	30	171·384	·722
40	211·103	·623	40	191·639	·675	40	170·662	·724
50	210·480	·625	50	190·964	·678	50	169·938	·725
46° 0′	209·855	·626	51° 0′	190·286	·679	56° 0′	169·213	·726
10	209·229	·628	10	189·607	·680	10	168·487	·728
20	208·601	·631	20	188·927	·683	20	167·759	·730
30	207·970	·632	30	188·244	·684	30	167·029	·731
40	207·338	·634	40	187·560	·685	40	166·298	·732
50	206·704	·635	50	186·875	·688	50	165·566	·734
47° 0′	206·069	·638	52° 0′	186·187	·689	57° 0′	164·832	·736
10	205·431	·639	10	185·498	·690	10	164·096	·737
20	204·792	·641	20	184·808	·692	20	163·359	·738
30	204·151	·643	30	184·116	·694	30	162·621	·740
40	203·508	·644	40	183·422	·696	40	161·881	·741
50	202·864	·647	50	182·726	·697	50	161·140	·743
48° 0′	202·217	·648	53° 0′	182·029	·698	58° 0′	160·397	·744
10	201·569	·649	10	181·331	·701	10	159·653	·745
20	200·920	·652	20	180·630	·702	20	158·908	·747
30	200·268	·653	30	179·928	·703	30	158·161	·748
40	199·615	·656	40	179·225	·705	40	157·413	·750
50	198·959	·657	50	178·520	·707	50	156·663	·751
49° 0′	198·302	·658	54° 0′	177·813	·708	59° 0′	155·912	·753
10	197·644	·660	10	177·105	·709	10	155·159	·754
20	196·984	·662	20	176·396	·712	20	154·405	·755
30	196·322	·664	30	175·684	·713	30	153·650	·757
40	195·658	·666	40	174·971	·714	40	152·893	·758
50	194·992	·667	50	174·257	·716	50	152·135	·759
50° 0′	194·325		55° 0′	173·541		60° 0′	151·376	

Поверхности трапецій

на земномъ сфероидѣ (Кларка, 1880 г.), въ 10′ по широтѣ и долготѣ

(въ квадратныхъ верстахъ).

60° 0′	151·376	·761	65° 0′	127·996	·798	70° 0′	103·582	·830
10	150·615	·762	10	127·198	·799	10	102·752	·830
20	149·853	·763	20	126·399	·801	20	101·922	·831
30	149·090	·765	30	125·598	·801	30	101·091	·832
40	148·325	·766	40	124·797	·803	40	100·259	·833
50	147·559	·767	50	123·994	·804	50	99·426	·834
61° 0′	146·792	·769	66° 0′	123·190	·805	71° 0′	98·592	·835
10	146·023	·770	10	122·385	·806	10	97·757	·836
20	145·253	·771	20	121·579	·807	20	96·921	·837
30	144·482	·773	30	120·772	·808	30	96·084	·837
40	143·709	·774	40	119·964	·809	40	95·247	·839
50	142·935	·775	50	119·155	·811	50	94·408	·839
62° 0′	142·160	·776	67° 0′	118·344	·811	72° 0′	93·569	·840
10	141·384	·778	10	117·533	·813	10	92·729	·841
20	140·606	·779	20	116·720	·813	20	91·888	·842
30	139·827	·780	30	115·907	·815	30	91·046	·842
40	139·047	·781	40	115·092	·816	40	90·204	·844
50	138·266	·783	50	114·276	·816	50	89·360	·844
63° 0′	137·483	·784	68° 0′	113·460	·818	73° 0′	88·516	·845
10	136·699	·785	10	112·642	·819	10	87·671	·846
20	135·914	·787	20	111·823	·819	20	86·825	·846
30	135·127	·787	30	111·004	·821	30	85·979	·848
40	134·340	·789	40	110·183	·822	40	85·131	·848
50	133·551	·790	50	109·361	·823	50	84·283	·849
64° 0′	132·761	·791	69° 0′	108·538	·823	74° 0′	83·434	·850
10	131·970	·793	10	107·715	·825	10	82·584	·850
20	131·177	·793	20	106·890	·826	20	81·734	·851
30	130·384	·795	30	106·064	·826	30	80·883	·852
40	129·589	·796	40	105·238	·828	40	80·031	·853
50	128·793	·797	50	104·410	·828	50	79·178	·853
65° 0′	127·996		70° 0′	103·582		75° 0′	78·325	

Поверхности трапецій

на земномъ сфероидѣ (Кларка, 1880 г.), въ 10′ по широтѣ и долготѣ

(въ квадратныхъ верстахъ).

75° 0′	78·325	·854	80° 0′	52·427	·872	85° 0′	26·099	·882
10	77·471	·855	10	51·555	·872	10	25·217	·883
20	76·616	·856	20	50·683	·873	20	24·334	·883
30	75·760	·856	30	49·810	·873	30	23·451	·883
40	74·904	·857	40	48·937	·874	40	22·568	·883
50	74·047	·857	50	48·063	·874	50	21·685	·884
76° 0′	73·190	·858	81° 0′	47·189	·874	86° 0′	20·801	·884
10	72·332	·859	10	46·315	·875	10	19·917	·884
20	71·473	·860	20	45·440	·875	20	19·033	·884
30	70·613	·860	30	44·565	·876	30	18·149	·884
40	69·753	·861	40	43·689	·876	40	17·265	·884
50	68·892	·861	50	42·813	·877	50	16·381	·885
77° 0′	68·031	·862	82° 0′	41·936	·877	87° 0′	15·496	·885
10	67·169	·863	10	41·059	·877	10	14·611	·885
20	66·306	·863	20	40·182	·878	20	13·726	·885
30	65·443	·864	30	39·304	·878	30	12·841	·885
40	64·579	·864	40	38·426	·879	40	11·956	·885
50	63·715	·865	50	37·547	·878	50	11·071	·885
78° 0′	62·850	·866	83° 0′	36·669	·879	88° 0′	10·186	·886
10	61·984	·866	10	35·790	·880	10	9·300	·885
20	61·118	·867	20	34·910	·880	20	8·415	·886
30	60·251	·867	30	34·030	·880	30	7·529	·885
40	59·384	·868	40	33·150	·880	40	6·644	·886
50	58·516	868	50	32·270	·881	50	5·758	·886
79° 0′	57·648	·869	84° 0′	31·389	·881	89° 0′	4·872	·885
10	56·779	·869	10	30·508	·881	10	3·987	·886
20	55·910	·870	20	29·627	·881	20	3·101	·886
30	55·040	·870	30	28·746	·882	30	2·215	·886
40	54·170	·871	40	27·864	·883	40	1·329	·886
50	53·299	·872	50	26·981	·882	50	0·443	
80° 0′	52·427		85° 0′	26·099		90° 0′		

VI. Поверхности трапецій

на земномъ сфероидѣ (Кларка, 1880 г.) въ 1° по широтѣ и долготѣ

(въ квадратныхъ верстахъ).

0°	10 815	30°	9 351	60°	5 381
1	10 811	31	9 256	61	5 215
2	10 805	32	9 157	62	5 048
3	10 795	33	9 056	63	4 879
4	10 783	34	8 952	64	4 708
5	10 767	35	8 845	65	4 536
6	10 747	36	8 736	66	4 362
7	10 725	37	8 624	67	4 187
8	10 699	38	8 509	68	4 011
9	10 671	39	8 391	69	3 833
10	10 639	40	8 271	70	3 654
11	10 604	41	8 149	71	3 474
12	10 565	42	8 023	72	3 293
13	10 524	43	7 896	73	3 110
14	10 480	44	7 766	74	2 927
15	10 432	45	7 633	75	2 743
16	10 381	46	7 498	76	2 558
17	10 327	47	7 361	77	2 371
18	10 270	48	7 221	78	2 185
19	10 210	49	7 079	79	1 997
20	10 147	50	6 935	80	1 809
21	10 081	51	6 789	81	1 620
22	10 012	52	6 641	82	1 431
23	9 940	53	6 490	83	1 241
24	9 864	54	6 337	84	1 051
25	9 786	55	6 183	85	860
26	9 705	56	6 026	86	669
27	9 621	57	5 868	87	478
28	9 534	58	5 707	88	287
29	9 444	59	5 545	89	96
30		60		90	

УКАЗАТЕЛЬ ИМЕНЪ.

(Числа означаютъ страницы; курсивныя—страницы, на которыхъ приведены года рожденія и кончины).

УКАЗАТЕЛЬ ПРЕДМЕТОВЪ.

(Числа означаютъ страницы; курсивныя—въ выноскахъ).
